Київська міська державна адміністрація
Інститут прикладної інформатики

На правах рукопису

Руденко Людмила Іванівна

СИНТЕЗ ЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ НЕПОВНІЙ ІНФОРМАЦІЇ

01.05.01 - теоретичні основи інформатики та кібернетики

(математична кібернетика)

Автореферат дисертації на здобуття вченого ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1995

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Сімферопольському державному університеті

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук,
професор Донськой В.Й.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник
Полумієнко С.К,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент Матвєєв В.В.

Провідна установа: Інститут кібернетики ім.В.М.Глушкова
НАН України

Захист відбудеться "6" вересня 1995 р. о 15 год. на засіданні Спеціалізованої вченої ради Д 01.64.01 в Інституті прикладної інформатики за адресою:

252004, м. Київ, вул.Червоноармійська, 23-б.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту прикладної інформатики

Автореферат розісланий "1" серпня 1995 р.

Вчений секретар
Спеціалізованої вченої ради Мєлєнт'єв Г.Б.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дисертаційна робота присвячена дослідженню задач прийняття рішень при неповній інформації, розробці алгоритмів синтезу лінійних моделей прийняття рішень на основі початкових даних та їх реалізації у системах підтримки прийняття рішень.

Актуальність роботи. Під прийняттям рішень розуміється вибір найкращого варіанту досягнення поставленої мети з деякої множини припустимих альтернатив. Такі задачі виникають у кожній сфері людської діяльності і обумовлюють необхідність створення адекватних їм математичних моделей і розробки відповідних засобів вирішення. Але саме процес виділення і формального опису всіх компонент найбільше відповідної математичної моделі часто є важким, а часом і неможливим через складність причинно-наслідкових зв'язків, або недоступність дослідженню повного опису об'єкту. Треба виділити кілька аспектів в описі початкової информації таких, як погана формалізуємість, приблизність, нечіткість в описі компонент, багатокритеріальність, конфліктність, суперечливість початкової інформації і, нарешті, неповне її задання, коли є відомий клас моделей, до якого можливо віднести задачу, але її компоненти задані частковим описом. Таким чином, дослідження задач прийняття рішень пов'язане з трудновщами подавання початкової інформації, що засвідчує про актуальність розробки моделей і методів прийняття рішень при неповній інформації.

Далі, при описі задач планування, оптимального управління, прогнозування та багатьох інших, використовуються моделі математичного програмування, у тому складі лінійні моделі, які мають широке коло застосування. Але навіть при переконливому обгрунтуванні використання лінійних моделей неможливе через частковий опис їх компонент, що вказує на актуальність розробки засобів вирішення задач з неповною початковою інформацією (слабоозначених задач) на основі лінійних моделей.

Нарешті, розвиток комп'ютерних систем нових поколінь, важливість проблеми інтелектуалізації програмного забезпечення, підвищений попит до нових класів інформаційних систем - визначають актуальність розробки моделей, практично пригідних для використання в системах підтримки прийняття рішень.

Метою дисертаційної роботи є розробка алгоритмів синтезу лінійних моделей прийняття рішень на основі неповної початкової інформації і засобів їх реалізації в системах підтримки прийняття рішень у вигляді спеціальних підсистем синтезу.

Для досягнення цієї мети у роботі вирішуються такі **основні задачі:**

- обґрунтування і розробка алгоритму доозначення за початковою інформацією лінійної функції, яка моделює цільову функцію слабоозначеної задачі прийняття рішень;
- обґрунтування і розробка алгоритму відбудування кусково-лінійної поверхні, яка моделює множину лінійних обмежень слабоозначеної задачі прийняття рішень;
- розробка засобів синтезу лінійної моделі прийняття рішень на основі оптимального вибору доозначень цільової функції та обмежень;
- розробка підсистеми синтезу лінійної моделі для системи підтримки прийняття рішень.

Методика досліджень використовує теоретичні та прикладні результати, отримані у наступних областях : розпізнання образів (алгоритми розпізнання сім'ї **R**-моделей використовуються для доозначення цільової функції та обмежень), теорії ігор (побудування моделі матричної гри двох гравців для вибору варіанту моделі), лінійне програмування, комп'ютерне моделювання та деякі інші.

Аналіз стану досліджень про прийняття рішень свідчить про те, що питання синтезу лінійних моделей за даною початковою інформацією раніше не розглядалися.

Наукова новизна та теоретична цінність роботи полягає в розробці нового підходу до прийняття рішень при неповній інформації, який дозволяє, користуючись частковими несуперечливими даними про задачу, синтезувати її математичну модель і знайти оптимальні рішення.

Практична цінність пов'язана з розробкою методики та засобів використання алгоритмів синтезу моделі у системах підтримки прийняття рішень.

Особисто отримані нові результати, які **виносяться до захисту:**

1. Алгоритм аналізу несуперечливості початкової інформації про цільову функцію, її відповідність гіпотезі лінійності, і обчислювання набору коефіцієнтів функції.
2. Алгоритм аналізу несуперечливості початкової інформації про множину припустимих рішень і побудування моделі обмежень у вигляді набору коефіцієнтів системи лінійних нерівнянь.
3. Засоби застосування додаткової інформації про задачу для звуження області неозначеності вибору рішень.
4. Підхід до вибору найкращого розв'язання слабоозначеної задачи на основі побудування багатогранного випуклого конусу рішень, який задає область неозначеності вибору рішень.
5. Підхід до вибору найкращого доозначення лінійної моделі на основі теоретико-ігрових методів.

6. Структура підсистеми синтезу ЛІР (Лінійні Інтерактивні Рішення), яка реалізує розроблені алгоритми.

Перераховані результати отримані автором самостійно і відображені у 5 публікаціях, а також доповідалися на наукових семінарах, у тому складі на семінарі Інституту прикладної інформатики, Інституту кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, в Сімферопольському державному університеті, на Всесоюзній школі-семінарі "Интеллектуализация обработки естественно-научной информации" (м.Севастополь,1989 р.), на міжнародній конференції "Компьютерные технологии в образовании" (Крим,1994 р.).

Структура та склад роботи. Дисертація складається з вступу, чотирьох розділів, заключення та списку використаної літератури. Об'єм роботи 103 стор., у тому складі 8 рисунків, 3 таблиці, список літератури - 79 назв.(7 стор.).

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовується актуальність роботи, викладаються мета та методи дослідження задачі прийняття рішень при неповній інформації на основі лінійних моделей.

Перший розділ присвячений розгляду задач прийняття рішень в умовах неозначеності, породженої неповнотою інформації. Розглянуто кілька підходів до прийняття рішень на основі оптимізаційних моделей. Відомий науковий напрямок дослідження погано формалізуємих задач оптимізації розроблений Вл.Д.Мазуровим і вперше використує методи теорії розпізнання образів. В основу досліджень покладено нестаціонарні моделі математичного програмування та ітераційні методи моделювання. Важливий напрямок в дослідженні задач прийняття рішень при конфліктній та неповній інформації пов'язаний з роботами А.О.Стогнія, А.І.Кондрат'єва, С.К.Полумієнка та інших авторів у сфері розробки теоретико-ігрових інформаційних моделей та їх застосування.

Приведено також основні принципи синтетичного підходу до прийняття рішень у дискретних задачах, запропоновані В.Й.Донським, і обгрунтована можливість застосування деяких з них у дослідженні неперервних, у тому складі лінійних, моделей прийняття рішень. У роботі використовуються такі поняття і визначення.

Нехай $\mathcal{X}$ - довільна множина альтернатив, в якій існують множини припустимих X та $\{x^*\}$ найкращих альтернатив, і при тому $x^* \subset X \subset \mathcal{X}$. Множини X та $\{x^*\}$ мають бути задані неповністю, існує тільки інформація $\mathrm{I}_0 = \mathrm{I}_0(X, \{x^*\})$, на основі якої формулюється задача $\boldsymbol{Z}$: користуючись інформацією I_0, знайти у X множину найкращих альтернатив або один з елементів $\{x^*\}$ цієї множини. Нехай $\{\mathrm{I}\} = \{\mathrm{I}(X, \{x^*\})\}$ - множина різноманітних інформацій з елементами $\mathrm{I}_0, \mathrm{I}_1, \ldots$ Замикання множини $\{\mathrm{I}\}$ відносно довільної кількості об'єднань та перетинань будемо називати простором інформацій $\mathfrak{I}$. Визначивши $\overline{\mathfrak{N}_0} = \{x: x \notin \{x^*\}\}$, будемо називати множину $\mathfrak{N}_0 = \mathcal{X} \setminus \overline{\mathfrak{N}_0}$ початковою областю неозначеності вибору рішень. Розв'язання задачі $\boldsymbol{Z}$ припускає синтез алгоритму A, який реалізує відображення $A : \mathfrak{I} \to \mathcal{B}(\mathcal{X})$, де $\mathcal{B}(\mathcal{X})$ - булеан множини $\mathcal{X}$.

Алгоритм A будемо називати **точним** на інформації $I \in \mathfrak{I}$, якщо $A(I) \subseteq \{x^*\}$, і **абсолютно точним**, якщо $A(I) = \{x^*\}$. Якщо для інформації I знайдеться точний (абсолютно точний) алгоритм $A \in \{A\}$, то таку інформацію будемо називати **повною (абсолютно повною)**. В інших випадках інформацію I будемо називати **неповною**. Алгоритм A будемо називати **погодженим** з інформацією I для задачі $\boldsymbol{Z}$, якщо $\{x^*\} \subseteq \mathrm{A}(I) \subseteq \mathfrak{N}_0$. У результаті застосування погодженого алгоритму A до задачі $\boldsymbol{Z}$ породжується інформація I_A, яка поповнює початкову інформацію: $I_0 \bigcup I_A \overset{def}{=} \hat{I}_0$. Інформацію $I_1 \in \mathfrak{I}$ будемо називати **додатковою**, якщо $I_0 \neq I_1 \neq \varnothing$, і **звужуючою**, якщо знайдеться погоджений алгоритм $A_1 \in \{A\}$ такий, що $A(I_0) \supseteq A_1(\hat{I}_0 \bigcup I_1) \supseteq \{x^*\}$. Послідовний процес звуження області неозначеності при вирішенні задачі $\boldsymbol{Z}$ з початковою інформацією I_0 полягає в знаходженні такої послідовності додаткових інформацій $I_1,\ldots,I_k$ і синтезі таких алгоритмів $A_0,\ldots,A_k$, що $A_0(I_0) \supset A_1(\hat{I}_0 \bigcup I_1) \supset \ldots \supset A_k(\hat{I}_{k-1} \bigcup I_k) \supseteq \{x^*\}$.

Принцип найбільшого звуження області неозначеності полягає у використанні додаткової інформації і виборі алгоритмів так, щоб потужність множин $\{\mathfrak{R}_{j-1} \setminus \mathfrak{R}_j\}$, де $\mathfrak{R}_j = A_j(\hat{I}_{j-1} \bigcup I_j)$, $j = 1,\ldots,k$, була найбільшою.

Визначення 1.3.1. Задачу $\boldsymbol{Z}$ вибору найкращих альтернатив на основі інформації I про множини X, $\{x^*\}$ будемо називати повністю означеною, якщо для інформації I існує абсолютно точний алгоритм A_C, для якого $\mathfrak{R}_{A_C} = \{x^*\}$. В іншому випадку задачу $\boldsymbol{Z}$ будемо називати слабоозначеною, тобто частково означеною.

Розглянуто типи моделей вибору рішень з неповною інформацією. Виділено типи слабоозначених лінійних моделей (СЛМ), породжених задачею

$$max\ f(x)\Big|\, x \in \Omega \subset \mathbf{R}^n, \tag{1}$$

де цільова функція f і (або) множина припустимих рішень Ω задані частковою інформацією.

Крім того, у першому розділі розглянуто структуру системи підтримки прийняття рішень, до якої відносяться база даних, база моделей, методи прийняття рішень, база знань, а також виділено вимоги до організації інтерактивного режиму. У результаті визначено задачі і місце в системі підтримки прийняття рішень запропонованих у дисертаційній роботі алгоритмів синтезу лінійних моделей за початковою інформацією.

У другому розділі обґрунтовується алгоритм доозначення цільової функції за початковою інформацією про задачу.

Розглядається слабоозначена лінійна модель, породжена задачею (1), у якій множина припустимих рішень Ω повністю задається системою лінійних нерівностей $Ax \le b$, де $A = \|a_{ij}\|_{p\times n}$, $b = \|b_i\|_p^T$ $(a_{ij}, b_i \in \mathrm{R},\ \mathrm{p}, \mathrm{n} \in \mathrm{N})$, а цільова функція $f(x) = (c, x)$ - лінійна, із справжнім, але невідомим вектором коефіцієнтів c.

Початкова інформація про задачу є $I(f,\Omega) = \{I(f),\Omega\}$, де $I(f)$ - початкова інформація про функцію.

Слабоозначеною задачою прийняття рішень на основі СЛМ є задача знаходження оптимального рішення

$$x^* \in \mathrm{R}^n : \begin{cases} (c, x^*) = \max\ (c, x) \\ Ax \le b,\ \ c{:}I(f). \end{cases} \quad (2)$$

Серед засобів задання початкової інформації $I(f)$ виділено такі: 1) $I(f) = I_0(D)$, де $D = \{x^1,\dots,x^k\} \subset \Omega$ - множина, на якій функція задана бінарним відношенням ρ_Δ:

$$\rho_\Delta = \{(x;y) : (f(x) < f(y)) \vee (f(x) > f(y)), \forall\, x, y \in D\};$$

2) $I(f) = I_0(D_p)$, де $D_p = \{x^1,\dots,x^s\} \subset \Omega$ - множина, на якій функція задана прецедентно:

$$I_0(D_p) = \{(x^i; f(x^i)), x^i \subset D_p, \mathrm{i} = 1,\dots,\mathrm{s}\}$$

Визначення 2.1.1. Інформацію $I_0(D)$ будемо називати несуперечливою, якщо задане нею бінарне відношення ρ_Δ є відношенням строгого порядку.

Теорема 2.1.1. Інформація $I_0(D)$ несуперечлива тоді і тільки тоді, коли існує перестановка індексів $(i_1,\dots,i_k)$ така, що

$$f(x^{i_1}) > f(x^{i_2}) > \dots > f(x^{i_k}) \quad (3)$$

При виконанні умови несуперечливості множина D упорядковується відповідно ланцюжку нерівностей

$$f(x^1) > \dots > f(x^k). \quad (4)$$

Визначення 2.1.2. Будемо вважати, що функція f, частково задана несуперечливою інформацією $I_0(D)$, припускає лінійне доозначення, якщо існує вектор $c^* \in \mathbf{R}^n$ такий, що для всіх пар x, y, що задовільнюють відношенню $f(x) > f(y)$, має місце $(c^*, x) > (c^*, y)$.

Теорема 2.1.2. Функція f, частково задана за допомогою несуперечливої інформації $I_0(D)$ відношенням ρ_Δ, припускає лінійне доозначення тоді і тільки тоді, коли при зафіксованому відповідно (4) порядку $(x^1,\dots,x^k)$ елементів множини D для довільного $j = 1,\dots,k-1$ знайдеться гіперплоща $\mathbf{L}_j = \{x: (c^*, x) = \lambda_j\}$, яка строго відділяє точки $x^1,\dots,x^j$ від точок $x^{j+1},\dots,x^k$, і при тому $(c^*, x^j) > (c^*, x^{j+1})$.

Теорема 2.2.1. Набір коефіцієнтів , який доозначує лінійну цільову функцію, задану несуперечливою початковою інформацією, обчислюється за скінченну кількість кроків за допомогою процедури лінійної корекції:

$$c^l = \begin{cases} c^{l-1} & \text{, якщо} \quad (c^{l-1}, x^i - x^j) > 0 \\ c^{l-1} + (x^i - x^j) & \text{, якщо} \quad (c^{l-1}, x^i - x^j) \le 0, \end{cases} \quad (5)$$

де $l = 1,\dots,m,1,\dots,m,\dots; m = k(k-1)/2, k = |D|, \; x^i, x^j \in D;$ $1 \le i < j \le k;$ c^0 – довільний початковий набір.

Алгоритм 2.2.1 синтезу лінійної цільової функції.

1○ . За допомогою інформації $I_0(D)$ на множині елементів $D = \{x^1,\dots,x^k\} \subset \Omega$ формується характеристична матриця

$$F = \|F_{ij}\|_{kk} \; : \; F_{ij} = \begin{cases} \mathbf{1},\ f(x^i) > f(x^j),\ i \neq j, \\ \mathbf{0},\ i = j, \\ \mathbf{-1},\ f(x^i) < f(x^j),\ i \neq j. \end{cases}$$

2○. Перевіряється несуперечливість інформації $I_0(D)$ (відношення строгого порядку), і виконується упорядкування множини D відповідно (4) з перетворенням матриці F.

3○. Для зафіксованого у п. 2○ порядку $x^1,\dots,x^k$ елементів множини D виконується обчислення послідовності $c^0, c^1,\dots$ коефіцієнтів за допомогою алгоритму лінійної корекції (5).

Якщо, починаючи з деякого кроку p, значення набору коефіцієнтів не змінюються відповідно (5), то c^p оголошують набором, який доозначає лінійну цільову функцію. Якщо, починаючи з деякого кроку q, значення набору коефіцієнтів повторюються через кожні m кроків, то дається висновок про неможливість лінійного доозначення частково заданої цільової функції.

Показано, що алгоритм (2.2.1) є погодженим із інформацією $I_0(D)$ і звужує область неозначеності до множини

$$\{\arg\max\ (c^p, x) | x \in \Omega\}.$$

У результаті виконання п. 3○ алгоритму (2.2.1) для різних початкових наборів c^0 утворюється множина $\hat{C} = \{c\}$ наборів коефіцієнтів, кожний з яких задовільнює властивости $(c,x^1) > \dots > (c,x^k)$ для упорядкованої послідовності елементів $\{x^1,\dots,x^k\}$. Запропоновано засоби вибору найкращого доозначення цільової функції на основі додаткової інформації.

У другому розділі розглянута також слабоозначена лінійна модель, породжена задачою (1), з напевно лінійною цільовою функцією, коефіцієнти якої $c_1,\dots,c_n$ невідомі, але є вірогідна інформація про їх знаки: $c_i \geq 0, \forall i$, та часткова інформація про значення функції:

$$I_0(f) = \{ (x^i; f(x^i)),\ i = 1,\ldots,s \},$$

де $x^i \in \Omega$, $s > 0$, тобто функція задана набором прецедентів, а множина припустимих рішень Ω повністю задана системою лінійних нерівностей $Ax \leq b$.

Вважаючи, що $c^* = (c_1^*,\ldots,c_n^*)$ справжній, але невідомий вектор, треба знайти найкраще рішення

$$x^* \in R^n: \begin{cases} (c^*, x^*) = max(c^*, x) \\ Ax \leq b \\ c\ :\ I_0(f)\ . \end{cases} \tag{6}$$

Якщо для системи рівнянь

$$c_1^*\, x_1^j + \ldots + c_n^*\, x_n^j = f(x^j),\ j = 1,\ldots,s \tag{7}$$

знайти базис на основі методу Чернікова знаходження твірних багатогранних випуклих конусів рішень систем лінійних рівнянь, то задачу (6) можна сформулювати в еквівалентній формі: знайти

$$x^* \in \mathbf{R}^n: (c^*, x^*) = max(c^*, x)\ \big|\ Ax \leq b, \tag{8}$$

якщо вірогідно відомо, що $c^* \in K(\widetilde{C})$, де $K(\widetilde{C})$ - випуклий багатогранний конус у $\mathbf{R}^n$ з деякою заданою системою твірних $\widetilde{c}$.

Вибір оптимального рішення $x^* \in \Omega$ задачі (8) оснований на початковій інформації

$$I_0(f,\Omega) = \{ f \in L,\ \widetilde{C}\colon\ c^* \in K(\widetilde{C}),\ \Omega \}\ . \tag{9}$$

Лема 2.4.1. Нехай $(c^*, x^*) = max(c^*, x)$ при умові $Ax \leq b$ і відомо, що $c^* \in K(\widetilde{C})$. Тоді знайдеться вектор $c^0 \in Conv(\widetilde{C})$ такий, що $(c^0, x^*) = max(c^0, x)$ при умові $Ax \leq b$.

Теорема 2.4.1. Нехай усі задачі

$$max(c^j, x) | Ax \le b,\ c^j \in \widetilde{C},$$

досягнуть своїх максимумів в одній точці x^*. Тоді $\forall c^* \in K(\widetilde{C})$

$$(c^*, x^*) = max(c^*, x) \mid Ax \le b\ .$$

Теорема 2.4.2. Якщо $c^* \in K(\widetilde{C})$ і для усіх векторів $c \in Conv(\widetilde{C}): (c, x^*) = max(c, x) | Ax \le b,$ то

$$(c^*, x^*) = max(c^*, x) | Ax \le b.$$

Показано, що прецедентна інформація I_1, яка пов'язана з рівняннями (7) і поповнює початкову інформацію, є звужуючою. Якщо рішення всіх задач

$$max(c^j, x) \mid Ax \le b,\ \widetilde{C} = \{c^1, \dots, c^q\},\ j = 1, \dots, q,$$

одержуються в одній точці, то вона, відповідно теоремі 2.4.1, і є рішенням задачі (6), тобто слабоозначена задача (6) розв'язана точно (повне звуження неозначеності).

У протилежному випадку можна розглянути ігрову ситуацію, у якій перший гравець - особа, яка приймає рішення, - має мету досягнення максимуму в задачі (8), а другий гравець є зовнішнім середовищем (Природою), який в ситуації неозначеності "задає" справжній вектор коефіцієнтів цільової функції. Перший гравець має q стратегій вибору максимумів $x^1, \dots, x^q$, отриманих розв'язанням задач, а противник - q стратегій вибору твірних $c^1, \dots, c^q$. Таким чином, формулюється матрична гра Γ_H вимірності $q \times q$ із платіжною матрицею

$$\mathbf{H} = \left\| h_{ij} = (x^i\ , c^j) \right\|_{q \times q} .$$

Якщо матриця має сідлову точку, для якої

$$\max_{1 \le i \le q} \min_{1 \le j \le q} h_{ij} = \min_{1 \le j \le q} \max_{1 \le i \le q} h_{ij},$$

то пара стратегій (i^*, j^*) дає рішення слабоозначеної задачі (6). Якщо вирішення гри у чистих стратегіях немає, то треба розглянути змішане розширення гри і знайти ймовірності вибору чистих стратегій.

У третьому розділі розглядаються питання доозначення множини припустимих рішень лінійної моделі з частковою інформацією.

Нехай у слабоозначеній лінійній моделі прийняття рішень, яка породжується задачою (1), повністю задана цільова функція $f(x)$, а множина припустимих рішень Ω не має повного опису: інформація про неї задана скінченними множинами рішень

$$W_1 = \{x^1,\dots,x^k\} \subset \Omega,\ W_2 = \{y^1,\dots,y^l\} \subset \mathbf{R}^n \setminus \Omega.$$

Таким чином, слабоозначеною задачою на основі СЛМ є задача одержання оптимального рішення

$$x^* \in \mathbf{R}^n: \begin{cases} (c,x^*) = max(c,x) \quad (f(x) = (c,x)) \\ x \in W_1 \Rightarrow x \in \Omega \\ x \in W_2 \Rightarrow x \in \mathbf{R}^n \setminus \Omega \\ W_1 \cap W_2 = \varnothing,\ \mathbf{R}^n \setminus \{W_1 \cup W_2\} \neq \varnothing \end{cases} \tag{10}$$

Початкова інформація $I_0(f,\Omega) = \{f, W_1, W_2\}$ при умові її несуперечливості у приведеній постановці відповідає стандартній навчальній інформації задачі розпізнання образів, і алгоритми навчання розпізнанню класу R-моделей покладені в основу доозначення множини припустимих рішень.

Так, алгоритм обчислення коефіцієнтів відокремлюючої гіперплощини оснований на персептронній процедурі навчання правильній класифікації за допомогою навчального правила $H(x)$:

$$\text{якщо } H(x) > 0, \text{ то } x \in W_1,$$

$$\text{якщо } H(x) < 0, \text{ то } x \in W_2,$$

де W_1, W_2, - лінійно подільні множини, задані навчальними виборками

$\{x^1,\dots,x^k\} \subset W_1, \{y^1,\dots,y^l\} \subset W_2$, $\hat{x} = (x_1,\dots,x_n,1)$,

$\hat{y} = (y_1,\dots,y_n,1)$, $H(x) = h_1x_1 + \dots + h_nx_n + h_{n+1} = (h,\hat{x}), h \in R^{n+1}$.

Після об'єднання множин $\{\hat{x}^1,\dots,\hat{x}^k\}$ і $\{-\hat{y}^1,\dots,-\hat{y}^l\}$ умовою правильної класифікації буде $H(x) > 0$.

Алгоритм 3.2.1. Коефіцієнти гіперплощини $H(x) = h_1x_1 + \ldots + h_nx_n + h_{n+1} = 0$, що відокремлює точку $y \in W_2$ від усіх точок множини W_1, обчислюються за допомогою алгоритму лінійної корекції

$$h^i = \begin{cases} h^{i-1} & \text{, якщо } (h^{i-1} + \hat{x}^i) > 0, \\ h^{i-1} + \hat{x}^i & \text{, якщо } (h^{i-1} + \hat{x}^i) \le 0 \end{cases}$$

де $h^i = (h_1^i, \ldots, h_{n+1}^i)$, $h^0 = (0, \ldots, 0)$, $i = 1, \ldots, k+1, 1, \ldots, k+1, \ldots$, $\hat{x}^i \in W = \{(x_1^1, \ldots, x_n^1, 1), \ldots, (x_1^k, \ldots, x_n^k, 1), (-y_1, \ldots, -y_k, -1)\}$.

Твердження 3.2.1. Алгоритм 3.2.1 збігається за скінченну кількість кроків тоді і тільки тоді, коли точка $y \in W_2$ лінійно відокремлюється від множини W_1. Якщо ж, починаючи з деякого *q*-го кроку, результати ітерації повторюються через кожні *k+1* кроків: $h^q = h^{q+k+1}, h^{q+1} = h^{q+(k+1)+1}, \ldots, h^{q+(k+1)} = h^{q+2(k+1)}, \ldots$, то точка $y \in W_2$ не відокремлена лінійно від множини W_1.

Доведене твердження обгрунтовує спосіб обчислення коефіцієнтів відокремлюючих гіперплощин і перевірки справжності гипотези лінійності обмежень задачі (10).

Алгоритм 3.2.2 синтезу системи обмежень,

які доозначують множину припустимих рішень

1⁰. Побудувати гіперплощину $H_1(x) = 0$, що відокремлює точку $y^1 \in W_2$ від множини W_1.

2⁰. Нехай одержано деякий набір гіперплощин

$$H = \{H_1(x) = 0, \ldots, H_p(x) = 0\},\ p \le l.$$

Якщо всі точки множини W_2 відокремлені від W_1 сукупністю гіперплощин *H*, то перейти до п.4⁰ , інакше - до п.3⁰.

3⁰. Якщо деяка точка $y^j \in W_2$ ще не відокремлена сукупністю гіперплощин H, то побудувати гіперплощину $H_{p+1}(x) = 0$ і повторити п.2⁰ .

4^0. Одержано набір гіперплощин $\{H_1(x) = 0, \dots, H_p(x) = 0\}$, що відокремлюють у сукупності множини W_2 і W_1 кусково-лінійною поверхнею. Обрати в ньому найкоротший набір гіперплощин, який покриває множину W_2. Одержання найкоротшого набору базується на перетворенні кон'юнктивної нормальної форми, яка відповідає умові покриття множини точок W_2 деяким набором гіперплощин.

5^0. Одержати систему обмежень Ω: $Ax \le b$, де $A = \|a_{ij}\|_{p \times n}$, $b = \|b_i\|_p^T$ обчислюються за формулами:

$$a_{ij} = -h_j^i, b_i = h_{n+1}^i, \text{ якщо } h_{n+1}^i > 0,$$

$$a_{ij} = h_j^i, b_i = -h_{n+1}^i, \text{ якщо } h_{n+1}^i < 0, \; i = 1, \dots, p, \; j = 1, \dots, n.$$

Алгоритм 3.2.2 синтезу обмежень є погодженим з інформацією $I_0(f, \Omega)$. У результаті повторного виконання пп.1^0 - 3^0 породжується декілька моделей обмежень, що задовільняють початковій інформації. Вибір найкращої з них вимагає додаткової інформації (наприклад, за кількостю обмежень, або за знаком коефіцієнтів).

Далі розглянуте питання прийняття рішень на основі СЛМ сукупністю алгоритмів, у тому складі у випадку часткового задання як цільової функції, так і обмежень.

Нехай слабоозначена лінійна модель, породжена задачою (1), у якій частково задані цільова функція і обмеження, установлює задачу знаходження оптимального рішення

$$x^* \in \mathrm{R}^n : \begin{cases} (c, x^*) = max(c, x), \\ c: I_0(D), \\ x \in W_1 \Rightarrow x \in \Omega, \\ x \in W_2 \Rightarrow x \in \mathrm{R}^n \setminus \Omega, \\ W_1 \cup W_2 = \varnothing, \mathrm{R}^n \setminus \{W_1 \cup W_2\} \neq \varnothing. \end{cases} \tag{11}$$

I. Синтез єдиної моделі.

1. Доозначення цільової функції на основі алгоритму (2.2.1) і одержання множини $\hat{C} = \{c\}$ наборів коефіцієнтів лінійних функцій, що задовільняють початковій інформації. Вибір з одержаної множини на основі додаткової інформації єдиного набору $\tilde{c} = (\tilde{c}_1, \ldots, \tilde{c}_n)$, який доозначує цільову функцію.

2. Доозначення множини припустимих рішень на основі алгоритму (3.2.2) і одержання множини $\hat{H} = \{H\}$ кусково-лінійних поверхней у $\mathbf{R}^n$, відокремлюючих множини W_1 та W_2, і вибір єдиного набору гіперплощин: $\tilde{H} = \{\tilde{H}_1(x) = 0, \ldots, \tilde{H}_p(x) = 0\}$, який доозначує обмеження $\tilde{A}x \le \tilde{b}$.

3. Розв'язання доозначеної задачі $max(\tilde{c}, x)\big| \tilde{A}\, x \le \tilde{b}$ і аналіз одержаного рішення x^*. Якщо x^* не задовільняє вимоги особи, яка приймає рішення, то вибрати інші доозначення $c \in \hat{C}$, $\tilde{h} \in \hat{H}$ із побудованих множин.

II. Оптимізація синтезу моделі.

1. Побудування множини $\hat{C} = \{c^k\}_{k=1,\ldots,q}$ доозначень цільових функцій $f^k(x)$.

2. Побудування множини $\hat{H} = \{H^l\}_{l=1,\ldots,s}$ доозначень обмежень $A^l x \le b^l$, де $A^l = \left\| a_{ij}^{\ l} \right\|_{p \times n}$ $b^l = \left\| b_i^l \right\|_p^T$ - відповідають коефіцієнтам відокремлюючих гіперплощин $H_i^l(x) = 0,\ i = 1, \ldots, p$. У множині задач лінійного програмування

$$\{z_{kl}\} = \{max(c^k, x) \mid A^l x \le b^l\}_{\substack{k=1,\dots,q \\ l=1,\dots,s}} \qquad (12)$$

усі задачі коректні, являють собою доозначення задачі (11) і мають оптимальні рішення $x^*_{kl} = arg\, max(c^k, x) \mid A^l x \le b^l$.

Уявимо ігрову ситуацію, у якій перша граюча сторона прагне досягнути максимального значення цільової функції на множині доозначень. Друга граюча сторона, якою є зовнішнє середовище (Природа), пропонує недетермінований вибір із множини альтернатив задання обмежень. Гарантій, що істинними є обмеження, при яких здобувається найкраще рішення задачі, немає. Тому доцільне застосування теоретико-ігрової схеми, яка забезпечує гарантований результат.

Перша граюча сторона має q стратегій вибору цільових функцій, а друга s - стратегій вибору обмежень. Змодельована конфліктна ситуація дозволяє сформулювати матричну гру Γ_G вимірності $q \times s$ із платіжною матрицею $G = \left\| g_{kl} = (c^k, x^*_{kl}) \right\|_{q\times s}$.

3. Рішення матричної гри. Якщо у платіжній матриці G є сідлова точка, то гра Γ_G має рішення в чистих стратегіях, і цей набір стратегій k^*, l^* вказує найкращі доозначення компонент задачі (11) з рішенням $x^*_{k^*l^*}$ і максимумом цільової функції $(c^{k^*}, x^*_{k^*l^*})$.

Якщо матриця G не має сідлової точки, то можна перейти до змішаного розширення гри Γ_G і, вирішивши пару еквівалентних двоїстих задач лінійного програмування, знайти ймовірності вибору чистих стратегій.

Розділ четвертий показує можливість застосування алгоритмів синтезу лінійних моделей у системах підтримки прийняття рішень (СППР). Пропонується доповнити СППР підсистемою синтезу моделі (ПСМ) на основі початкової інформації. Така підсистема має зв'язки з усіма компонентами СППР, тобто з базою даних (БД),базою моделей (БМ), підсистемою методів прийняття рішень (МПР), базою знань експертів та осіб, що приймають рішення (ОПР). ПСМ одержує початкову інформацію з БД, аналізує її несуперечливість, виконує алгоритми доозначення - синтезу моделі. Побудовані доозначення моделі потрапляють до БМ, де обчислюються оптимальні рішення. Вибір найкращого рішення ОПР виконує за допомогою підсистеми МПР , і у випадку незадовільності варіанту повторює етапи синтезу і прийняття рішення на основі додаткової інформації. Розроблено схему інтерактивного діалогу ОПР із системою.

Далі розглянуто структуру програмно реалізованої системи ЛІР (Лінійні Інтерактивні Рішення), якій властиві всі основні компоненти СППР.

Призначення системи: підтримка процесу прийняття рішень при неповній інформації на основі слабоозначених лінійних моделей. Задачі, які виконує система ЛІР:

1. Формування на основі початкової інформації слабоозначеної лінійної моделі одного з наступних типів: 1) з частково заданою цільовою функцією; 2) з частково заданими обмеженнями; 3) з частково заданими функцією та обмеженнями.

2. На основі аналізу несуперечливості початкової інформації синтез частково означених компонент моделі.

3. Вибір найкращого доозначення.

4. Обчислювання рішення доозначеної задачі і представлення результату. Основні компоненти системи ЛІР та функціональні зв'язки приведені на рис.4.2.1. Проведені за

допомогою системи чисельні експерименти підтверджують правильність запропонованих методів синтезу.

У **Заключенні** приведено основні результати роботи. В дисертаційній роботі розглянуто питання прийняття рішень при неповній інформації, сформульовано поняття слабоозначеної лінійної моделі і одержано такі результати:

1. Обгрунтовано і розроблено алгоритм аналізу несуперечливості початкової інформації і доозначення лінійної цільової функції. Запропоновано засоби використання додаткової інформації для звуження області неозначеності вибору рішень.

2. Розроблено підхід до рішення слабоозначеної задачі з прецедентно заданою лінійною цільовою функцією на основі побудування багатогранного випуклого конусу рішень систем одержаних лінійних рівнянь.

3. Обгрунтовано і розроблено алгоритм синтезу лінійних обмежень на основі несуперечливо початкової інформації і запропоновано засоби використання додаткової інформації.

Розроблені алгоритми дають можливість виконати синтез лінійних моделей, у яких частково задані функції і (або) обмеження.

4. Запропоновано підхід до оптимального синтезу моделі і розв'язання слабоозначеної задачі прийняття рішень на основі теоретико-ігрової моделі.

5. Запропоновано засоби використання розроблених алгоритмів у системах підтримки прийняття рішень на основі лінійних моделей у вигляді підсистем синтезу. Розроблено і програмно реалізовано систему ЛІР (Лінійні Інтерактивні Рішення).

Результати дисертаційної роботи використовано в науково-дослідній роботі "Разработка информационно-экспертной системы для принятия решений при планировании экологических и рекреационных мероприятий в Крыму", що виконується кафедрою інформатики Сімферопольського державного

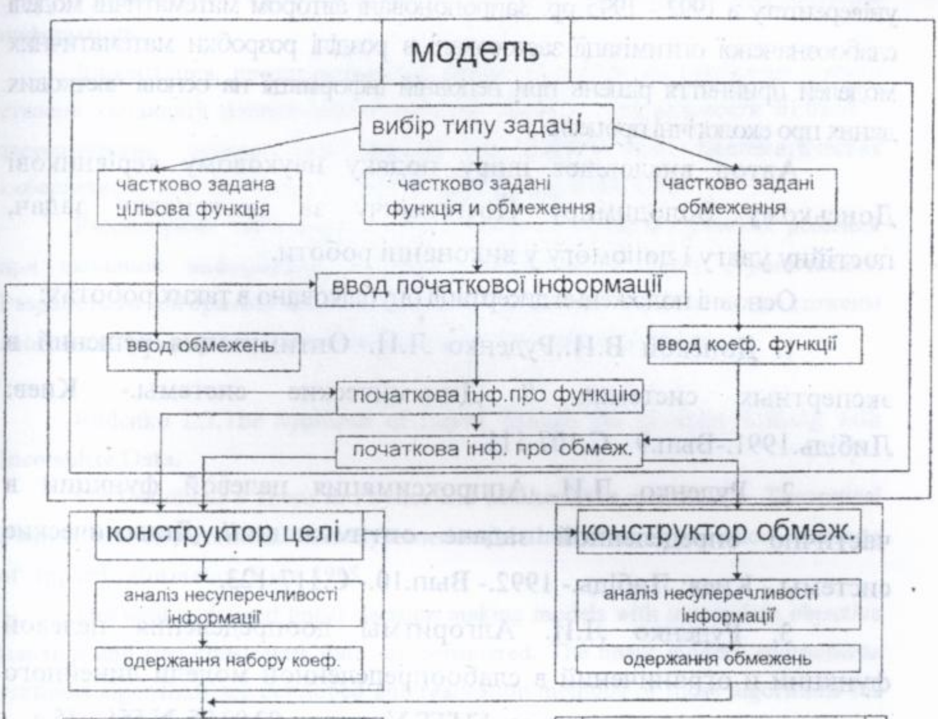

Рис 4.2.1. Функціональна схема системи ЛІР

(Лінійні Інтерактивні Рішення)

університету в 1992 - 1995 рр. Запропоновані автором математичні моделі слабоозначеної оптимізації застосовані в розділі розробки математичних моделей прийняття рішень при неповній інформації на основі часткових даних про екологічні процеси.

Автор висловлює щиру подяку науковому керівникові Донському Володимиру Йосиповичу за постановку задач, постійну увагу і допомогу у виконанні роботи.

Основні положення дисертації опубліковано в таких роботах:

1. Донской В.И.,Руденко Л.И. Оптимизация решений в экспертных системах // Динамические системы.- Киев: Либідь.1991.-Вып.9 - С.107-111.

2. Руденко Л.И. Аппроксимация целевой функции в частично определенной задаче оптимизации// Динамические системы.- Киев: Либідь.- 1992.- Вып.10.- С.117-123.

3. Руденко Л.И. Алгоритмы доопределения целевой функции и ограничений в слабоопределенной модели линейного программирования. Деп. рукоп. ГНТБ Украины. 02.03.95. N 551. - 15 с.

4. Разработка информационно-экспертной системы для принятия решений при планировании экологических и рекреационных мероприятий в Крыму / Отчет о научно-исслед. работе. Руководитель темы В.И.Донской. Исполн.: Башта А.И., Кузнецова Т.Л., Руденко Л.И. и др. N ГР 01910017715.- Симферополь,1991.- 60 с.

5. Rudenko L.I. Objective Function Approximation in a Partially Defined Optimization Problem // Journal of Mathematical Sciences. Vol.72. - 1994.- N5.- P.3359-3363.

Руденко Л.И. Синтез линейных моделей принятия решений при неполной информации.

Диссертация, представленная в форме рукописи на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.01 - теоретические основы информатики и кибернетики (математическая кибернетика), Институт прикладной информатики, Киев, 1995.

Рассмотрены слабоопределенные линейные модели принятия решений при неполной информации о целевой функции и (или) ограничениях. Разработаны алгоритмы синтеза компонент линейных моделей и предложены способы их реализации в системах поддержки принятия решений.

Rudenko L.I.The Synthesis of Linear Models for Decision Making with Incomplete Data.

The Candidate's Thesis in Physics and Mathematics at 01.05.01 - Theoretical Foundations of Informatics and Cybernetics (Mathematical Cybernetics), Institute of Applied Informatics, Kiev, 1995.

The weakly defined linear decision making models with incomplete objective function and (or) constraints data are considered. The linear model's components synthesis algorithms are developed and realization methods of those algorithms for decision making support systems are suggested.

Ключові слова: прийняття рішень, часткова інформація, лінійні моделі, алгортими синтезу, системи підтримки прийняття рішень.

Підп. до друку 30.06.95 Формат 60x84/16 Папір друк.
ОП Ум. друк. арк. 1.25 Тираж 100. Зам. №75 Безкоштовно

Виддрукованно в Сімферопольском державному університеті
333036, м. Сімферополь, вул. Ялтиньска, 4.

...ней принятия решений при неполной

Диссертация, представленная в форме рукописи на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.01 - теоретические основы информатики и кибернетики (математическая кибернетика), Институт прикладной информатики, Киев, 1995.

Рассмотрены слабоопределенные линейные модели принятия решений при неполной информации о целевой функции и (или) ограничениях. Разработаны алгоритмы синтеза компонент линейных моделей и предложены способы их реализации в системах поддержки принятия решений.

Rudenko L.I. The Synthesis of Linear Models for Decision Making with Incomplete Data.

The Candidate's Thesis in Physics and Mathematics at 01.05.01 - Theoretical Foundations of Informatics and Cybernetics (Mathematical Cybernetics), Institute of Applied Informatics, Kiev, 1995.

The weakly defined linear decision making models with incomplete objective function and (or) constraints data are considered. The linear model's components synthesis algorithms are developed and realisation methods of those algorithms for decision making support systems are suggested.

Ключові слова: прийняття рішень, часткова інформація, лінійні моделі, алгоритми синтезу, системи підтримки прийняття рішень.

Підп. до друку 30.06.95 Формат 60x84 1/16 Папір друк.
ОП Ум. друк. арк. 1.25 Тираж 100. Зам. №75. Безкоштовно

Віддруковано в Сімферопольському державному університеті
333036, м. Сімферополь, вул. Ялтинська, 4