

Чернівецький державний університет
ім. Юрія Федьковича

На правах рукопису

Бойчук
Василь Іванович

Теорія взаємодії квазічастинок з фононами
в обмежених кристалічних системах

(01.04.10 — фізика напівпровідників і діелектриків)

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Чернівці 1995

Робота виконана на кафедрах теоретичної фізики Чернівецького державного університету ім.Ю.Федьковича та Дрогобицького державного педагогічного інституту ім.І.Франка

Науковий консультант:

доктор фізико-математичних наук, професор Ткач М.В.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник Єрмаков В.М.

доктор фізико-математичних наук, професор Ніцович Б.М.

доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник Фіцук І.І.

Провідна організація:

Інститут інтегрованих АН України

Захист відбудеться "30" серпня 1995р о 15 год. на засіданні вченої лізованої вченої ради Д 07.01.06 при Чернівецькому державному університеті ім.Ю.Федьковича за адресою: 274012, м Чернівці, вул.Університетська,2, велика фізична аудиторія.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Чернівецького державного університету ім.Ю.Федьковича.

Автореферат розісланий "11" листопада 1995р.

ЛНБ України ім.В.Стефаніка



00755765 (Z)

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради

М.В.Курганецький

2091 ірп

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми досліджень. Сучасну фізику напівпровідників та діелектриків все більше цікавлять різноманітні процеси, які відбуваються біля поверхні твердого тіла, або біля міжфазних границь тонких плівок, що знаходяться між двома середовищами. За час інтенсивного розвитку фізики гетерогенних систем накопичено значний експериментальний та теоретичний матеріал, який дозволив досягнути високого рівня розуміння фізичних процесів. Успіхи фізики поверхневих явищ в напівпровідниках стали науковою основою розвитку мікроелектроніки, акустоелектроніки, вакуумної техніки, елементної бази обчислювальних систем та багатьох інших областей приладобудування. В області практичних застосувань виникла можливість значної мініатюризації виробів внаслідок створення інтегральних схем з величезним числом робочих елементів на малих площадках.

Розвиток фізики гетерогенних систем та їх технічних застосувань виявили ряд нових наукових проблем. Головна з них полягає в необхідності проникнути в мікроефекти різних явищ, зумовлених наявністю поверхонь, дослідити причини цих явищ на атомному і молекулярному рівнях та знайти взаємозв'язок між ними. Вирішення цієї проблеми відкриває шлях до управління поверхневими явищами.

За останні роки досягнуто значних успіхів в дослідженні фізичних властивостей гетеросистем. Зокрема, встановлено, що на межі поділу двох середовищ простої гетероструктури напівпровідників можуть виникати поверхнева електрон-діркова плазма, поверхневі (інтерфейсні) екситони великого радіуса, чи екситон-домішкові комплекси. Їх існування зумовлюється різними фізичними параметрами (діелектричними проникностями середовищ, ефективними масами квазічастинок і т. д.). Розташування екситонних смуг поглинання чи випромінювання в спектрах тонких плівок напівпровідників залежать від товщини плівки. Якщо розміри плівки набагато більші за розміри екситона, але менші за довжину хвилі де Бройля екситона, то енергія з непоганою точністю змінюється обернено пропорційно квадрату товщини. Для надтонких плівок, коли товщина стає близькою до екситонного радіуса, при зменшенні товщини спостерігається відхилення від обернено квадратичної залежності і т. д.

До недавнього часу прогрес в дослідженні гетерогенних систем стримувався внаслідок серйозних труднощів, які пов'язані з технологією отримання надвисокого вакууму і складних гетерогенних систем. За останні десятиліття ситуація різко змінилась. Зроблено великий поступ в розробці нових експериментальних методів. Широке розповсюдження одержали різні оптичні, елект-

ронно- та фотоелектронно-спектроскопічні методи, що дають принципово нову інформацію про властивості різних квазічастинок біля поверхонь. Розвиток експериментальної бази дав можливість одержувати атомарно-чисті грані напівпровідників, досконалі надграткові структури та кристалічні напів-провідникові плівки довільних товщин, в тому числі - таких, коли спектр квазічастинок проявляє двовірні властивості (квазідвовірні структури). А в останні роки розвинута технологія одержання різних типів напівпровідників досконалих квазіодновірних та квазінульвірних гетеросистем (мікрокристалів), які являють на сьогоднішній день надзвичайний науковий і технічний інтерес. Дослідження мікрокристалів в скляних матрицях почалось недавно [1]. Спочатку було одержано мікрокристали сферичної форми для CuCl та CdS . Технологія дозволяла змінювати радіус мікрокристалів в широких межах - від десятків до сотень ангстрем. За останній час одержано гетеросистеми даного типу для різних напівпровідників. Крім того, сучасна технологія дозволяє отримати нано-кристали довільної форми в різних матрицях.

В реальних гетеросистемах на всі явища завжди впливають два фізичні фактори. По-перше, це поверхні, які розділяють різні середовища, а по-друге, - коливання кристалічної ґратки. Розвиток теорії для кожного типу гетеросистем і кожного виду квазічастинок чи включень кристалічних ґратки (дислокації, домішки, вакансії) починався з визначення їх спектру при врахуванні наявності поверхонь системи. Така ситуація мала місце для електронів, фононів, екситонів, домішок. Удосконалення теорії та уточнення фізичних моделей відбувається через врахування коливань кристалічної ґратки, які відіграють важливу роль навіть при низьких температурах.

Можна виділити дві обставини, якими зумовлений інтерес до вивчення складних гетеросистем. Одна з них відмічена вище і полягає в одержанні цікавої інформації про фізичні властивості нових об'єктів, які мають важливе застосування в сучасній мікроелектроніці. Інша - полягає в можливості апробувати, застосувати і удосконалити добре відомі та нові математичні методи сучасної теоретичної фізики.

Незважаючи на велику кількість експериментальних і теоретичних досліджень, внаслідок складності фізичних процесів в гетероструктурах та непрості математичні обчислення цілий ряд фізичних ефектів не знайшли однозначного трактування.

Дослідження показують, що через наявність поверхневих та обмежених оптичних фононів в гетеросистемах має місце ряд специфічних особливостей [2], які значно ускладнюють аналіз експериментальних даних. Ретірован-

ня поверхневої люмінесценції показують, що в деяких випадках спостерігається значне підсилення електрон-фононої взаємодії [3]. Зроблено лише перші кроки по створенню мікроскопічної теорії циклотронного резонансу та теорії раманівського розсіювання в квантових ямах [4]. В результаті експериментальних та теоретичних досліджень екситонних спектрів в квантових ямах та надтонких напівпровідникових плівках різних кристалів одержано, що зсув, півширина екситонних смуг складним чином змінюється з товщиною, що зумовлено товщинною залежністю взаємодії квазічастинок між собою та з поверхнями [5]. В останні декілька років в зв'язку із збільшенням можливостей технології, одержано квазінульмірні системи з широкого класу напівпровідників. Навіть для найпростіших квазінульмірних систем – сферичних мікрочисталів – далеко не всі питання детально вивчені [6]. Це стосується електронних станів зовні та всередині мікрочисталу при врахуванні електронної та йонної поляризації нанокристалів та матриці, в яких вони поміщені. Що стосується складніших гетеросистем, то теорія фононних, електронних, екситонних спектрів взагалі знаходиться лише на початковому етапі розвитку [7].

При дослідженні спектрів квазічастинок в гетеросистемах традиційні теоретичні методи, які адекватно описували фізичну картину в гомогенних системах, часто не можуть бути прямо застосовані для дослідження гетеросистем, а вимагають суттєвої модифікації. Так, наявність багатьох віток фононів не дозволяє застосувати розвинутий в [8] універсальний метод інтегрального нескінченного ланцюгового дробу в функціях Гріна для вивчення взаємодії квазічастинок з фононами в гетеросистемах.

Метою даної роботи є дослідження електронних, екситонних, фононних спектрів та впливу фононних віток коливань на властивості квазічастинок в різних гетерогенних системах.

Завдання, які ставляться в дисертаційній роботі, полягають в наступному:

Дослідити екситонні спектри поглинання напівпровідникових плівок товщиною порядку хвилі де Бройля екситона, коли суттєве розмірне квантування руху екситона, при наявності фононів та домішок в плівці.

Вивчити електрон-фононні стани простої гетероструктури напівпровідників, коли електрон перебуває біля поверхні поділу середовищ і взаємодіє як з поверхневими, так і з напівобмеженими подовжніми оптичними фононами.

Дослідити роль багатофононних віртуальних процесів у формуванні енергії, ефективної маси магнітополярона. Розглянути вплив магнітного поля

на енергію електрона простої гетероструктури та екситона в подвійній напівпровідниковій гетероструктурі.

Дослідити електронні та екситонні стани в тришарових напівпровідникових гетероструктурах. Вивчити спектр оптичних коливань в багатошарових плоских гетеросистемах. Розглянути вплив безінерційної та інерційної поляризації на квазічастинкові стани.

Детально вивчити електронні стани зовні і всередині напівпровідникового мікрокристалу сферичної форми, що знаходиться в діелектричній або напівпровідниковій матриці. Дослідити фононний спектр складної чотиришарової сферичної гетероструктури. Вивчити вплив фононної підсистеми на стани заряджених частинок в сферичних нанокристалах, що розташовані в напівпровідникових та діелектричних матрицях.

Методами дослідження є варіаційний метод Рітца, метод теорії збурень, варіаційний метод Лі-Лоу-Пайнса, метод нескінченного інтегрального ланцюгового дробу в теорії функцій Гріна. При числових розрахунках використовувались різні числові методи (Монте-Карло, Гауса, порозрядного наближення та ін.).

Наукова новизна. Вперше детально проаналізовано коефіцієнт екситонного поглинання світла тонкої напівпровідникової плівки, товщина якої набагато більша за радіус екситона, але порядку довжини світлової хвилі. Показано, що максимум коефіцієнта поглинання осцилює із зміною товщини плівки. Період осциляцій визначається довжиною хвилі: При збільшенні товщини осциляції згасають.

Вперше досліджено роль оптичних та акустичних фононів у формуванні екситонного спектру в напівпровідниковій плівці. Встановлено, що півширина екситонної смуги визначається взаємодією з оптичними фононами. Обидва типи фононів зсувають екситонну смугу в довгохвильову частину спектру, а взаємодія з поверхнями веде до короткохвильового зсуву.

Вперше досліджено вплив сильноекранованих і слабоекранованих заряджених домішок на екситонний спектр тонкої плівки. Показано, що перший тип домішок зсуває екситонний пік в червону область спектру, а другий – у фіолетову. Вклад в півширину екситонної смуги вносять лише слабоекрановані домішки. Одержано генезис екситонних спектрів при зміні товщини плівки, температури, концентрації домішок.

Вперше детально досліджено вплив багатофононних віртуальних процесів на енергетичний спектр поверхневих електронів простої гетероструктури напівпровідників в області порогових значень енергії.

Вперше проведено обчислення енергії, ефективної маси поверхневого полірона та середнього числа фононів в поліронному стані модернізованим методом функцій Гріна, з врахуванням трифононних віртуальних процесів.

Вперше проведено зіставлення результатів обчислень основних параметрів поверхневого полірона методом функцій Гріна, де масовий оператор враховує багатофононні віртуальні процеси, та варіаційним методом Лі-Лоу-Пайнса. Одержано оцінки для константи електрон-фононної взаємодії в області застосування трифононних наближень для масового оператора. Показано, що при зміні середньої відстані електрона до поверхні для певних значень цієї відстані параметри полірона приймають екстремальні значення.

Модернізованим методом функцій Гріна з врахуванням трифононного наближення для масового оператора вперше обчислено енергію, ефективну масу магнітополірона і середнє число фононів в поліронному стані. Проведено зіставлення одержаних величин, обчислених методом функцій Гріна та варіаційним методом Лі-Лоу-Пайнса, при різних константах електрон-фононної взаємодії в залежності від напруженості магнітного поля.

Досліджено енергію поверхневого магнітополірона при різних значеннях напруженості квантуючого магнітного поля, діелектричних проникностей межуючих середовищ. Вивчено залежність коефіцієнта діаманітного зсуву екситонної смуги поглинання від товщини напівпровідникової шівки. Для плівки кристалу MoS_2 отримано добре узгодження теорії з експериментом.

Вперше детально досліджено залежність енергії електрона в надтонкій плівці, що межує з двома напівобмеженими напівпровідниковими середовищами, від товщини плівки і діелектричних проникностей середовищ. Розглянуто випадки, коли квазічастинка відштовхується від обох поверхонь, коли потенціал біля однієї з поверхонь притягальний, а біля другої – відштовхувальний і, нарешті, коли обидві поверхні притягують електрон.

Для плівок подвійних гетероструктур напівпровідників у випадку слабого електрон-фононного зв'язку вперше детально визначено періормовані фононами енергії електронів як основного, так і перших збуджених станів. Визначено вклади в енергію поверхневих симетричних та антисиметричних оптичних фононів, а також поздовжніх обмежених поляризаційних коливань. Розраховано також ефективну масу полірона основного стану.

Розраховано залежність енергії зв'язку екситона від товщини надтонкої напівпровідникової плівки. Показано, що для кулонівського потенціалу електрон-діркової взаємодії величина енергії зв'язку найменша, для логарифмічного – більша, а для загального виду потенціалу, який представляється в інтегральній формі і є розв'язком рівняння Пуассона, ця величина найбільша.

Проведені обчислення дали можливість пояснити залежність зсуву екситонного піка поглинання від товщини для шібок кристалів WSe_2 та AgI .

Вперше досліджено вплив поверхневих та об'ємних оптичних фононів на зсув та півширину екситонної смуги поглинання. Показано, що поверхневі анісіяметричні фонони не вносять вкладу, а вклад симетричних фононів в зсув та півширину завжди менший від вкладу обмежених оптичних фононів для подвійних гетероструктур напівпровідників.

За допомогою варіаційного методу Рітца детально досліджено залежність енергії основного та збуджених станів електрона всередині та зовні мікрочастинки, що знаходиться в діелектричній чи напівпровідниковій матриці. Показано, що при певних критичних значеннях радіуса мікрочастинки енергія електрона в обох випадках може ставати від'ємною і відбувається "прилипання" електрона до поверхні.

Вперше показано, що при притягальному потенціалі електрона до поверхні мікрочастинки, збільшення його радіуса веде спочатку до різкого зменшення енергії електрона в мікрочастинці, а коли радіус стає більшим за деякий характерний, то енергія починає зростати, асимптотично наближаючись до свого значення для плоскої гетероструктури.

Вперше досліджено вплив поверхневих та об'ємних фононів на стани електрона, який знаходиться всередині сферичної мікрочастинки. Для розглянутих випадків конкретних гетероструктур одержано, що вклад поверхневих фононів менший за вклад об'ємних фононів. Взаємодія з фононами дає можливість навіть при відштовхувальній взаємодії з безінерційною поляризацією одержати від'ємне значення енергії електрона.

Вперше отримано спектр поверхневих фононів сферичної чотирьохшарової гетеросистеми, яка отримана і досліджується на експерименті.

Теоретична і практична цінність роботи визначається фундаментальним характером досліджуваних проблем фізики низькорозмірних кристалічних систем, можливістю на їх основі інтерпретації та пояснення відомих експериментальних фактів. Проведені дослідження стимулюють постановку нових експериментів по вивченню суті фізичних процесів, що відбуваються в різних типах гетеросистем.

Дослідження електронних, екситонних станів складних гетеросистем можуть знайти практичне застосування при розробці різного роду оптичних приладів. Одержана інформація про властивості напівпровідникових мікрочастин у діелектричній і напівпровідниковій матриці може бути корисною при створенні принципово нових оптико-електронних приладів з високою швидкістю і малою енергією живлення.

На захист відносяться:

1. Висновки про вплив розмірного квантування руху екситона Ваньє-Мотта на коефіцієнт поглинання світла напівпровідниковою плівкою.

2. Результати досліджень екситонного спектру поглинання тонкої напівпровідникової плівки при різних товщинах з врахуванням фононної та домішкової підсистем.

3. Висновки про можливість та ефективність використання модернізованого методу функції Гріна з трифононним наближенням в масовому операторі до дослідження електрон-фононних станів в простих гетероструктурах та в сильних магнітних полях.

4. Отримана залежність енергії і ефективної маси полярона, простого напівпровідникової гетероструктури як без, так і при наявності сильного магнітного поля.

5. Результат дослідження впливу багатофононних віртуальних процесів на гібридні, зв'язані та перші збуджені стани електрон-фононних систем біля межі поділу середовищ та в сильному магнітному полі.

6. Отримана залежність діамантного зсуву екситона Ваньє-Мотта від товщини надтонкої напівпровідникової плівки.

7. Виявлена залежність електронного спектру в тришарових напівпровідникових гетероструктурах від ширини квантової ями при врахуванні електронної та іонної поляризації.

8. Отримана залежність енергії зв'язку екситона Ваньє-Мотта від розмірів квантової ями подвійної гетероструктури в області ширин близьких та менших за радіус екситона.

9. Висновки про енергетичний спектр оптичних фононів у складній чотиришаровій сферичній гетеросистемі та вплив фононної підсистеми на електронні стани сферичного мікрористалу.

Апробація роботи. Основні результати дисертації, доповідались і обговорювались на: Десятій нараді з теорії напівпровідників (Тбілісі, 1978); Республіканській конференції "Структура и физические свойства тонких пленок" (Ужгород, 1977); VI Всесоюзній нараді з фізики поверхневих явищ в напівпровідниках (Київ, 1977); XIV Всесоюзному семінарі "Екситони в кристаллах" (Львів, 1980); Десятій нараді з теорії напівпровідників (Новосибірськ, 1980); I Всесоюзній конференції з фізики та технології тонких плівок (явища переносу) (Івано-Франківськ, 1981); Шостій республіканській конференції з статистичної фізики (Львів, 1982); Всесоюзній нараді з участю вчених соціалістичних країн "Екситони в полупроводниках - 82". (Ленінград, 1982); Всесоюзному симпозиумі "Фізика поверхності твердих тел" (Київ, 1983); II Всесоюзній

конференції з фізики та технології тонких плівок (проблемні питання) (Івано-Франківськ, 1984); VIII Всесоюзній нараді "Фізика поверхневих явлень в напівпровідниках" (Київ, 1984); XII Нараді з теорії напівпровідників (Ташкент, 1985); III Всесоюзній конференції з фізики і технології тонких напівпровідникових плівок (Ів.-Франківськ, 1991); IV Міжнародній конференції з фізики і технології тонких плівок (Ів.-Франківськ, 1993); Ювілейній конференції ІЕФ-93 (Ужгород, 1993); I Міжнародній науково-технічній конференції "Матеріалознавство алмазоподібних і халькогенідних напівпровідників" (Чернівці, 1994).

Особистий внесок автора в розробку проблеми. Теоретичні дослідження та числові розрахунки залежностей фізичних параметрів від товщини напівпровідникової плівки (ширини квантової ями), температури, напруженості магнітного поля виконані автором особисто, або при його безпосередній участі. Основні положення та висновки дисертації належать її автору.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 42 наукові роботи.

Структура і об'єм дисертації. Робота складається з вступу і шести розділів, які містять 32 параграфи. Дисертація викладена на 317 сторінках машино-писного тексту, ілюстрована 87 рисунками і містить дві таблиці. Бібліографія включає 269 назви літературних джерел.

Основний зміст роботи.

У вступі коротко описано стан досліджуваної області, обговорюється актуальність проблеми, формується мета, відмічається новизна, а також наукова та практична цінність одержаних результатів.

У першому розділі вивчається спектр екситонів Ваньє-Мотта в тонкій напівпровідниковій плівці (ТНП), розміри якої співмірні з довжиною електромагнітної хвилі, що збуджує екситонний стан.

Розглядається ТНП товщиною L з діелектричною проникністю ϵ , що межує з двома зовнішніми середовищами, діелектричні проникності яких ϵ_1 та ϵ_2 . Тоді гамільтоніан електрона і дірки, що взаємодіють між собою і з поверхнями плівки, матиме вигляд:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_e^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h} \nabla_h^2 - \frac{e^2}{|\vec{r}_e - \vec{r}_h|} + V(z_e, z_h, \rho), \quad (1)$$

де $\vec{r}_e, m_e, \vec{r}_h, m_h$ - радіуси-вектори, ефективні маси електрона та дірки відповідно. Взаємодію з поверхнями плівки враховано за допомогою сил електростатичних зображень. Потенціальна енергія взаємодії квазічастинок з поверхнями ТНП при врахуванні лише перших зображень представляється формулою:

$$V(z_e, z_h, \rho) = \frac{\gamma_1 e^2}{\epsilon z_e} + \frac{\gamma_1 e^2}{\epsilon z_h} + \frac{\gamma_2 e^2}{\epsilon(L-z_e)} + \frac{\gamma_2 e^2}{\epsilon(L-z_h)} - \frac{4\gamma_1 e^2}{\epsilon \sqrt{\rho^2 + (z_e + z_h)^2}} - \frac{4\gamma_2 e^2}{\epsilon \sqrt{\rho^2 + (2L - z_e - z_h)^2}} \quad (2)$$

де $\rho^2 = (x_e - x_h)^2 + (y_e - y_h)^2$, $\gamma_i = \frac{1 - \epsilon - \epsilon_i}{4 \epsilon + \epsilon_i}$, $i=1,2$.

Нехай $\gamma_i > 0$ ($i=1,2$), що реалізується в багатьох експериментах. Потенціал $V(z_e, z_h, \rho)$ в цілому буде додатним і при $z_{e,h} \rightarrow 0$ або $z_{e,h} \rightarrow L$ він нескінченно зростає. Хвильова функція екситона біля поверхонь півки перетворюється в нуль, а екситон з найбільшою ймовірністю буде знаходитися посередині півки. Для досліджуваних в цьому розділі півок потенціал $V(z_e, z_h, \rho)$ можна спростити, розклавши (2) в ряд. Одержується, що $V(z_e, z_h, \rho)$ є потенціальною енергією міждипольної взаємодії, в якості яких виступають пари електрон-дірка в півці та їх зображення в середовищах. Рівняння Шредингера розв'язувалося при використанні адиабатичного наближення та варіаційного методу Рітта.

Проведені обчислення енергії екситона для різних значень товщини півки та діелектричних проникностей зовнішніх середовищ показали (рис.1), що зменшення L збільшує енергію довільного стану екситона. За рахунок взаємодії квазічастинок з поверхневими поляризаційними зарядами енергія екситона сильніше змінюється з товщиною, ніж це було б для прямокутної потенціальної ями. При довільних значеннях ϵ_1 та ϵ_2 зменшення L веде до того, що відстань між екситонними рівнями зростає, що є причиною експериментально спостережуваного ефекту "виникнення" екситонних смуг вищих збуджених станів. Одержані результати дають змогу пояснити експериментальні дані робіт Еванса і Янга.

Проведено аналіз, який показує, що незважаючи на скінченні розміри екситона, рух екситона як цілої частинки квантується. Розмір квазічастинки можна врахувати введенням деякого параметра, який ефективно зменшує розміри півки. Даний результат повністю узгоджується з концепцією "мертвого", безекситонного шару, що існує біля поверхні напівпровідника (Дейген, Глинчук). Хвильову функцію екситона в ТНП можна записати у вигляді:

$$\Psi_v(\vec{R}, \vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{2}{l}} e^{i\vec{k}_v \vec{R}_1} \sin\left(\frac{\pi}{l} nZ\right) \psi_v(\vec{r}), \quad (3)$$

де $l = L - \gamma a_c$, $\gamma < 1$, a_c - Борівський радіус екситона.

Хвильова функція у виг. чді (3) хоч і є наближеною, але за рахунок того, що вона має відносно простий вигляд, дозволяє одержати формулу для коефіцієнта екситонного поглинання в ТНП, що надзвичайно важливо для теоретичних та експериментальних досліджень екситонних станів в плівках.

Враховуючи розмірне квантування, знайдено зв'язок коефіцієнта поглинання ТНП із залізноювальною функцією Гріна екситонів Вальє-Мотта:

$$\chi(\omega, \vec{Q}, \alpha) = -\frac{4\pi}{v_{\text{гp}}} \sum_{\vec{k}_n} |K(\vec{Q}, \nu, \vec{k}_n, \alpha)|^2 \text{Im} G(\vec{Q}, \vec{k}_n, \vec{k}_n, \omega), \quad (4)$$

$$K(\vec{Q}, \vec{k}_n, \alpha) = -i\alpha \left(\frac{d\epsilon_{\alpha\alpha}}{d\omega} \right)^{1/2} A(Q_z, k_n), \quad A(Q_z, k_n) = \frac{2}{N_s + 1} \sum_{n_s} e^{i\vec{Q} \cdot \vec{a}_{n_s}} \sin k_{n_s} a_{n_s}.$$

Вираз для коефіцієнта екситонного поглинання світла в ТНП відрізняється від аналогічної формули для масивного кристалу через відсутність трансляційної симетрії плівки в перпендикулярному до поверхонь напрямі і анізотропний до відповідних формул для плівок молекулярних кристалів (Давидов, Сугаков, М'ясніков). Математично це виражається в тому, що у функцію екситон-фотонної взаємодії $K(\vec{Q}, \vec{k}_n, \alpha)$ входить величина $A(Q_z, k_n)$, яка є функцією від квантових ч. сел k_n , що нумерують екситонні підзони, і відповідної проєкції хвильового вектора фотона. Тому згідно (4) в коефіцієнт поглинання внесок роблять екситони не однієї, а багатьох екситонних підзон. Коли ж товщина ТНП прямує до нескінченності, то $|A(Q_z, k_n)|^2 \rightarrow \delta_{k_n, k_n}$ і формула (4) переходить у відповідний вираз для коефіцієнта поглинання світла масивним кристалом. Коефіцієнт екситонного поглинання (функція форми екситонної смуги поглинання) для тонкої плівки буде змінюватися з товщиною. Характер залежності можна визначити при конкретизації функції Гріна екситонів. Розглянуто взаємодію екситона з оптичними, акустичними фононами та сильно і слабо екранованими зарядженими домішками. Результати обчислень зводяться до наступного. Для досліджуваних кристалів взаємодія з фононами зсуває екситонну смугу при збільшенні температури в бік низьких частот. Аналогічна ситуація має місце для масивних кристалів. Однак для ТНП зсув слабо залежить також від товщини. При зміні товщини

півки існують згасаючі з товщиною осциляції півширини екситонної смуги поглинання. Сильно екрановані домішки не дають внеску в півширину, а збільшення концентрації таких домішок зсуває екситонний пік в довгохвильову частину спектра. Коли ж врахувати фонони та сильно екрановані домішки одночасно, то внаслідок неадитивного вкладу різних підсистем зміна концентрації домішок впливає на півширину екситонної смуги поглинання, хоч без фононної підсистеми дані домішки не вносять вкладу в півширину. Збільшення концентрації домішок веде не лише до довгохвильового зсуву піка поглинання, але й до невеликого збільшення його півширини. Крім того спостерігається слабка залежність зсуву від товщини півки. Однак, як і у випадку взаємодії з фононами, залежність зсуву від товщини в цілому практично визначається розмірним квантуванням екситона. Взаємодія екситона з домішками кулонівського типу веде до згашення екситонних станів, а значить до скінченної півширини екситонної смуги поглинання навіть при $T=0K$ (Бонч-Бруснич, Сутаків, Ханамура, Єрмаков). Наявність домішкової та фононної підсистеми веде до того, що максимум екситонної смуги поглинання (рис.2) може бути як в області додатніх, так і в області від'ємних значень енергій. Зміна товщини півки супроводжується помітним зсувом екситонного піка. При зменшенні товщини він зсувається в бік менших частот. Сумарний результат залежить від співвідношення між фонон-домішковим зсувом та зсувом, який зумовлений розмірним квантуванням. Одержані результати дають змогу пояснити експериментальні дані різних авторів (Еванс, Янг, Милославський з співавторами).

В другому розділі досліджуються стани поверхневого електрона простої гетероструктури двох напівпровідників, який взаємодіє з поверхневими та напівобмеженими фононними модами. Задача розв'язана методом нескінченного інтегрального ланцюгового дробу в теорії функцій Гріна (ФГ). Тоді масовий оператор (МО) квазічастинок, що взаємодіють з фононами матиме вигляд:

$$M(\vec{k}) = \sum_{\vec{q}_1} \frac{|\Phi(\vec{q}_1)|^2 A_1(\vec{k}, \vec{q}_1)}{E_{\vec{k}, \vec{q}_1} - \sum_{\vec{q}_2} \frac{|\Phi(\vec{q}_2)|^2 A_2(\vec{k}, \vec{q}_1, \vec{q}_2)}{E_{\vec{k}, \vec{q}_1, \vec{q}_2} - \dots - \sum_{\vec{q}_n} \frac{|\Phi(\vec{q}_n)|^2 A_n(\vec{k}, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_n)}{E_{\vec{k}, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_n} - \dots}} \quad (5)$$

$$\text{де } E = \sum_{\mathbf{q}_1} \epsilon_{\mathbf{q}_1} = \omega - \epsilon - \sum_{\mathbf{q}_1} \Omega_{\mathbf{q}_1}, \quad k = \sum_{\mathbf{q}_1} \mathbf{q}_1 = (\bar{k} - \sum_{\mathbf{q}_1} \bar{q}_1, \omega - \sum_{\mathbf{q}_1} \Omega_{\mathbf{q}_1}),$$

$$A_1(\bar{k}, \bar{q}_1) = 1, \quad A_2(\bar{k}, \bar{q}_1, \bar{q}_2) = 1 + \frac{\Gamma_{\bar{k}, \bar{q}_1}}{\Gamma_{\bar{k}, \bar{q}_2}}, \quad \text{т.д.}$$

Для $A_n(\bar{k}, \bar{q}_1, \dots, \bar{q}_n)$, існує рекурентна формула, $\varphi_n(\bar{q})$ - функція фонових частинкової взаємодії, $\epsilon_{\mathbf{q}}, \Omega_{\mathbf{q}}$ енергії квазічастинки та фону. Місце обриву ланцюгового дробу (5) визначає МО у відповідному наближенні. Наприклад, якщо $A_1 = A_2 = \dots = A_n = \dots = 0$, то одержуємо МО в двофоновому наближенні.

Розглядається електрон, що знаходиться біля поверхні кристалу, який утворює з зовнішнім середовищем просту гетероструктуру. Потенціальна енергія $V(z)$ електрона визначається типом поверхневих станів, які відрізняються між собою енергією зв'язку та величиною локалізації частинки біля поверхні напівпровідника [2]. Хвильову функцію основного стану електрона можна представити у вигляді функції Фанга-Ховарда:

$$\varphi_k(\bar{r}, z) = \left(\frac{b^2}{2s}\right)^{1/2} e^{i\mathbf{k} \cdot \bar{r}} z e^{-1/2sz}.$$

Існують два типи оптичних фононів, що взаємодіють з електроном, - поверхневі та напівобмежені об'ємні фонони. Оператор електрон-фононної взаємодії в зображенні чисел заповнення матиме вигляд:

$$\hat{H}_{int} = \hat{H}_v + \hat{H}_s,$$

$$\text{де } \hat{H}_s = \sum_{\bar{q}_1} \varphi_s(\bar{q}_1) a_{\bar{q}_1}^{\dagger} a_{\bar{q}_1} (b_{\mathbf{m}}(\bar{q}_1) + b_{\mathbf{s}}^{\dagger}(-\bar{q}_1)),$$

$$\hat{H}_v = \sum_{\bar{q}_1, \bar{q}_2} \varphi_v(\bar{q}_1, \bar{q}_2) a_{\bar{q}_1}^{\dagger} a_{\bar{q}_2} (b_{\mathbf{v}_1}(\bar{q}_1) + b_{\mathbf{v}_2}^{\dagger}(-\bar{q}_1)).$$

$\varphi_s(\bar{q}_1)$, $\varphi_v(\bar{q}_1, \bar{q}_2)$ - функції електрон-фононної взаємодії для поверхневих і об'ємних фононів.

Використовуючи (5), визначено енергію, ефективну масу поверхневого полярона та середнє число фононів в поляронному стані при різних наближеннях для МО. Названі фізичні величини обчислено також варіаційним методом Лі-Лоу-Пайнса (ЛЛП).

Обчислення залежності енергії (ϵ_p), ефективної маси (m_p/m) полярона та середнього числа віртуальних фононів ($\langle v \rangle$) в поляронному стані від константи електрон-фононної взаємодії (g) при різних значеннях його середньої відстані до поверхні (α) показали, що збільшення g веде до зменшення

$\xi_p (\xi_p < 0)$ і збільшення m_p та $< v >$. Для конкретного g числовий результат залежить від наближення для МО або від методу обчислення. Найменші величини для енергії і найбільші для ефективної маси та середнього числа фононів одержуються в методі ЛЛП. Ці результати можна вважати точними для вибраної моделі. В області малих значень g однофононне наближення дає можливість досить точно обчислити фізичні параметри полярона. При збільшенні g для коректного розрахунку величин необхідне врахування вищих фононних наближень для МО. Складною є залежність величин $\xi_p \cdot \frac{m_p}{m} < v >$ від середньої відстані електрона до межі поділу середовищ (рис.3). Пов'язане це з тим, що наближення електрона до поверхні веде до зменшення взаємодії квазічастинки з об'ємними фононами і збільшення взаємодії з поверхневими, що визначається відповідною залежністю функції електрон-фононної взаємодії. Запропонована в [8] методика підсумовування діаграм для масового оператора квазічастинки, що взаємодіє з фононами, дає можливість з успіхом використовувати метод ФГ в теорії полярона, одержати з необхідною точністю значення енергії, ефективної маси полярона та середнє число віртуальних фононів у поляронному стані.

Масовий оператор у вигляді (5) використано також до вивчення збуджених станів електрон-фононної системи. Розраховано енергії та час життя збуджених станів електрон-фононної системи в одно-, дво- та трифононному наближеннях. Одержано, що уточнення МО супроводжується зменшенням енергії збудження системи, яка прямує до енергії оптичного фонона. При малих значеннях α і g в припороговій області існує лише один збуджений стан з енергією ξ_1 (один розв'язок дисперсійного рівняння), який виникає за рахунок взаємодії електрона з поверхневим фононом. Збільшення відстані частинки від межі поділу або збільшення константи електрон-фононної взаємодії веде до того, що виникає ще один розв'язок дисперсійного рівняння. Подальше збільшення α веде до розщеплення цього стану на два, енергії яких (ξ_2, ξ_3) є більшими за ξ_1 . Час життя стану ξ_2 є меншим, ніж для ξ_3 . Оцінка відносних похибок для дійсної та уявної частин МО, розрахованих в одно- і дво- і трифононному наближеннях дала можливість визначити область застосування кожного з наближень. Одержані результати якісно узгоджуються з даними вимірювань поверхневої люмінесценції (Літовченко з співробітниками).

Третій розділ присвячений впливу магнітного поля на електронні та екситонні стани в напівпровідниках та гетероструктурах на їх основі.

Розглядається іонний напівпровідниковий кристал, на який накладено однорідне магнітне поле \vec{H} . Гамільтоніан електрон-фононої системи в зображенні вторинного квантування за фононими змішаними матиме вигляд:

$$\hat{H} = \sum_{k_n} \left[E_{k_n} + h c \alpha (n + \frac{1}{2}) + \frac{h^2 k_n^2}{2m} \right] a_{k_n}^{\dagger} a_{k_n} + \sum_q \Omega (b_q^{\dagger} b_q + \frac{1}{2}) + \sum_{\substack{q \\ n n'}} F_{n n'}(q) a_{k_n}^{\dagger} a_{k_n'} a_{q'}^{\dagger} (b_q - b_q^{\dagger}),$$

де E_{k_n} - енергія для зони провідності, $F_{n n'}(q)$ - функція електрон-фононої взаємодії:

$$F_{n n'}(q) = i \sqrt{\frac{4\pi g}{V Q_0^2 q}} O_{n n'}(q_y), \quad Q_0 = \sqrt{2m^* \Omega / h}, \quad g = \frac{e^2}{\epsilon} \sqrt{\frac{m^*}{2\hbar^2 \Omega}}$$

та матричний елемент $O_{n n'}(q_y)$: $O_{n n'}(q_y) = \langle \chi_n(y) | \exp(iq_y y) | \chi_{n'}(y) \rangle$.

Для сильного магнітного поля МО електрон-фононої системи можна представити у вигляді нескінченного інтегрального ланцюгового дробу. При обчисленнях вибрано кристал типу InSb ($g=0.051$), а також моделі кристалів з різними константами g . Напруженість магнітного поля \vec{H} змінювалась в межах: 10^4 Е - 10^6 Е.

Обчислено енергію, ефективну масу магнітополярона та середнє число фононів в поляронному стані для різних значень g і H . Одержано, що в області малих g в трьох наближеннях для МО енергія зв'язку поляронного стану ϵ_c пропорційна g . Уточнення МО веде до зростання числового значення енергії зв'язку магнітополярона. В рамках розглянутих наближень визначено ефективну масу магнітополярона. Ефективна маса полярона залежить як від величини g , так і від вибраного наближення для масового оператора. Збільшення величини напруженості магнітного поля супроводжується зростанням енергії зв'язку, ефективної маси магнітополярона та середнього числа фононів в поляронному стані. Енергія, ефективна маса магнітополярона визначались також методом ЛЛП. В області малих значень константи електрон-фононої взаємодії ($g < 0.1$) однофононне наближення практично дає ті ж результати, що і метод ЛЛП.

Обчислення $\epsilon = \epsilon(K)$ показали, що при більших K відбувається перебудова енергетичного спектру (затравочний спектр параболічний). Збільшення K веде до утворення гібридних ($\langle v \rangle = 0.5$) і зв'язаних ($\langle v \rangle = 1$) станів електрон-фононої системи, які відрізняються значеннями середнього числа фононів

$\langle v^{(n)} \rangle$. Для конкретних значень g і H одержано закони дисперсії магніто-полярона з врахуванням одно-, дво- і трифононних віртуальних процесів.

Досліджено також вплив магнітного поля на поверхневі електронні стани простої гетероструктури. Розглянуто випадок сильного магнітного поля, коли його напруженість перпендикулярна до межі поділу середовищ. Електрон знаходиться в напівпровіднику, діелектрична проникність якого ϵ_1 менша за діелектричну проникність ϵ_2 середовища. Взаємодія електрона з межею поділу, що зумовлена електронною поляризацією подано через сили електростатичних зображень, а взаємодія електрона з іонною поляризацією — через електрон-фононну взаємодію. Для гетероструктури, в яку входить напівпровідник з малою долею іонного зв'язку з допомогою теорії збурень (однофононне наближення для МО) обчислено поправку до енергії електрона в основному стані. Результати обчислень показують, що енергія електрона залежить від діелектричної проникності зовнішнього середовища ϵ_2 і напруженості магнітного поля H . Збільшення цих величин супроводжується ростом енергії. Для кристалу CdS внесок енергії поверхневих фононів при довірливих значеннях ϵ_1 та ϵ_2 менший за внесок об'ємних фононів.

Досліджуються також екситонні стани для розглянутої вище простої гетероструктури. Задача розв'язується варіаційним методом Рітта. Вивчається основний і збуджений екситонні стани електрон-діркової системи. Конкретні обчислення проведено для різних кристалів при певних значеннях діелектричних проникностей напівпровідника і зовнішнього середовища. На основі проведених обчислень визначено середні відстані електрона і дірки від поверхні і середню відстань між частинками в напрямі, паралельному до поверхні кристалу. Одержано, що середня відстань електрона до поверхні значно більша за середню відстань дірки. Збільшення величини ϵ_1/ϵ_2 веде також до зростання цих відстаней і незначного збільшення відстані між частинками. Одержано також залежність енергії екситонних станів від ϵ_1/ϵ_2 . Збільшення ϵ_1/ϵ_2 веде до росту енергії обох екситонних станів в усіх розглядуваних кристалах. Енергія екситонів сильніше змінюється для кристалів з більшими діелектричними проникностями. Проведені розрахунки показують, що енергія зв'язку екситонних станів слабо зростає при зменшенні ϵ_1/ϵ_2 .

Проведені обчислення дали можливість дослідити екситонні стани при наявності однорідного магнітного поля в півкварці кристалу MoS_2 . Варіаційним методом розв'язано рівняння Шредінгера для 1s- і 2s- екситонних станів. Як і на експерименті, розглядалися невеликі напруженості магнітного поля. Одержано, що коефіцієнт діаманітного зсуву S півкварці залежить від товщини

(рис.4). При малих значеннях L коефіцієнт S приймає деякі мінімальні значення, які залежать від екситонної серії та стану екситона. Зростання L спричиняє збільшення діамантного зсуву і при певних значеннях товщини функції $S=S(L)$ виходить на насичення. Збуджений екситонний стан характеризується суттєво більшим (на порядок) ростом коефіцієнта діамантного зсуву. Одержані результати пояснюються відомою залежністю середньої відстані між електроном і діркою від товщини плівки і повністю узгоджуються з результатами робіт Еванса і Янга.

В четвертому розділі досліджуються стани квазічастинки в квантових ямах тришарових гетероструктур напівпровідників.

Розглядається гетеросистема, що складається з плоскої напівпровідникової плівки товщиною L і діелектричною проникністю ϵ , що межує з обидвох сторін з необмеженими кристалами з проникностями ϵ_1 і ϵ_2 . В плівці знаходиться частинка з зарядом, яка поляризує гетеросистему, створюючи далекодіючий потенціал самодії ($W(z, L)$). Близькодіюча частина потенціалу ($V(z, L)$) створеного системою вважається такою, що формує нескінченно глибоку потенціальну яму на межах плівки. Потенціал самодії, в якому знаходиться заряджена частинка вибрано у вигляді:

$$W(z, L) = \frac{e^2}{2\epsilon L} \left\{ 2 \ln(1 - \delta_1 \delta_2)^{-1} + \sum_{n=0}^{\infty} (\delta_1 \delta_2)^n \left[\frac{\delta_1}{n + z/L} + \frac{\delta_2}{n + 1 - z/L} \right] \right\},$$

де
$$\delta_p = \frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon + \epsilon_p}, \quad p=1, 2.$$

Гамільтоніан системи матиме вигляд:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla_{R_1}^2 - \frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + W(z, L) + V(z, L).$$

Для розв'язку рівняння Шредінгера використовувався варіаційний метод, а також, при певній модифікації потенціалу, теорія збурень.

Розрахунок спектру зарядженої частинки в моделі контактуючих середовищ (КС) виконано для п'яти найнижчих рівнів. Найбільший інтерес викликає дослідження таких гетеросистем, в яких діелектричні проникності контактуючих середовищ досить сильно відрізняється від проникності плівки. В довільній такій системі спектри зарядів в моделі (КС) кількісно суттєво

відрізняються від спектру нескінченно глибокої прямокутної потенціальної ями (НГППЯ). Для системи з відштовхувальними з обох боків потенціалами самої дискретний спектр незалежно від товщини плівки, як і в моделі НГППЯ, існує лише в області додатніх енергій. В системах, де є притягальний потенціал або до однієї, або до обох меж поділу при певних товщинах плівки дискретний спектр крім області додатніх енергій має деяке число рівнів у від'ємній області. В області $E < 0$ спектр виявляється водневоподібним з кінцевим числом рівнів, кількість яких збільшується при збільшенні товщини плівки.

В гетеросистемі з притягальним потенціалом до обох границь плівки залежність від L спектру зарядженої частинки має, в основному ті ж риси, що і система з притяганням до однієї межі. Однак наявність двох потенціальних ям веде до того, що при певній товщині L у від'ємній області енергій утворюються дві групи енергетичних рівнів, що пов'язані з відповідними ямами. Тому, якщо діелектричні проникності середовищ близькі (але не рівні за величиною), то в області $E < 0$ утворюється парний водневоподібний спектр. Якщо ж проникність середовищ незначно відрізняється, то енергетичний спектр квазі-частинки характеризується певною нестабільністю, бо незначна зміна діелектричних проникностей середовищ суттєво його змінює. Така ситуація може виникати при експериментальному дослідженні зразків типу $AlAs/GaAs/AlAs$.

Розглянуто довільну п'ятишарову гетероструктуру напівпровідників. В наближенні діелектричного континууму одержано спектр об'ємних та рівняння дисперсії восьмого порядку для поверхневих фононів. Визначено вектори поляризації, що відповідають поверхневим та оптичним фононам. Проведені розрахунки дали змогу отримати оператор електрон-фононої взаємодії для складної плоскої гетероструктури.

Для гетероструктури типу $AlAs/GaAs/AlAs$ в наближенні слабкого електрон-фононного зв'язку, при умові що квазічастинка з електронною поляризацією взаємодіє через сили електростатичного зображення, визначено енергію перших п'яти найнижчих енергетичних рівнів і ефективну масу полярона основного стану для різних ширин квантової ями. Одержано, що серед чотирьох поверхневих фононних віток дві антисиметричні вітки дають майже нульовий внесок. Відмінність від нуля визначається міжрівневою взаємодією, яка для даної вітки є дуже малою. Внесок двох симетричних віток значно більший. Причому серед двох симетричних одна з віток дає в сумарну енергію внесок значно менший за іншу. Таким чином, енергія електрона визначається, по-суті, лише однією поверхневою оптичною віткою. Зменшення ширини квантової ями при великих L веде до того, що фононна поправка

обмежених фононів по абсолютній величині поступово зменшується, а поправка поверхневих фононів зростає. Одержані залежності енергії корелюють з відповідними функціональними властивостями поправок до ефективної маси електрона (рис.5). Внесок в цю поправку також дають лише дві фононні вітки – вітка обмежених фононів та одна з віток симетричних фононів. Отримані результати угоджуються з висновками інших авторів [2].

П'ятий розділ присвячений вивченню екситонних станів в напівпровідникових плівках (НТП) та квантових ямах тришарових напівпровідникових гетероструктур. Розмір квантової ями є близьким до радіуса екситона, тому необхідні детальне врахування кожного виду взаємодій.

Розглянуто тришарову гетеросистему, яка утворена різними анізотропними напівпровідниками. Вважається, що вісь C напівпровідників збігається за напрямом з нормаллю до поверхонь. Для зарядженої частинки, поміщеної в плівку товщиною L з діелектричною проникністю $\epsilon^{\parallel}, \epsilon^{\perp}$ розв'язано рівняння Шуазона. Одержана потенціальна енергія взаємодії електрона і дірки між собою і з поляризаційними зарядами представляється в інтегральному вигляді і для ізотропних середовищ переходить у відповідні форми роботи [5].

Для основного, 2s- та 3s- збуджених станів екситона Ваньє-Мотта варіаційним методом розв'язувалось рівняння Шредингера. Пробні функції вибирались залежними від двох варіаційних параметрів при різних видах потенціалів електрон-діркової та екситон-поверхневої взаємодій. Одержано, що зменшення товщини плівки веде спочатку до лінійної залежності енергії E від $1/L^2$, яка зумовлена розмірним квантуванням руху квазічастинок, а потім спостерігається відхилення функції $E = E(L^{-1})$ від лінійної. Одержаний результат пояснюється залежністю енергії зв'язку екситона від товщини. Обчислення проводились для плівок різних кристалів: WSe_2 , CuJ , AgJ та гетероструктур $AlAs/GaAs/AlAs$ і $AlSb/InAs/AlSb$, які досліджувались в експериментальних роботах різних авторів. Одержано якісну, а в окремих випадках (рис.6) і непогану кількісну збіжність теорії та експерименту (Консадорі, Фрінді).

Вивчався також при скінченних температурах екситонний спектр поглинання плівки або подвійної гетероструктури напівпровідників, де враховувалась взаємодія електрона та дірки, що утворюють екситон, з поверхневими та об'ємними оптичними фононами. При цьому використовувався метод функцій Гріна. Обчислення показують, що внесок поверхневих

фононів для різних гетероструктур як в дійсню, так і в уявну частину МО в актуальній області товщин менший, ніж внесок об'ємних фононів. Зсув екситонної смуги суттєво залежить від ширини квантової ями. Зменшення ширини квантової ями L супроводжується збільшенням внеску фононої підсистеми, яка зсуває екситонний пік в довгохвильову область спектру. Півширина екситонної смуги поглинання при цьому зростає. Проведені обчислення дають можливість зробити висновок, що врахування фононів в актуальній для експерименту області товщин дає можливість покращити збіжність експериментальних і теоретичних даних.

В шостому розділі досліджуються електронні та фононні стани в сферичних, нуль-мірних гетероструктурах (мікрокристалах).

Розглядається мікрокристал сферичної форми з радіусом a і діелектричною проникністю ϵ_1 , що поміщений в матрицю з діелектричною проникністю ϵ_2 . Взаємодію зарядженої частинки, що знаходиться зовні або всередині мікрокристалу сферичної форми можна представити через сили електростатичних зображень. Потенціал електрон-поверхневої взаємодії $U_e(r)$ в обох випадках виражається через гіпергеометричну функцію. Для s -станів частинки, що знаходиться зовні кристалу, варіаційним методом розв'язано рівняння Шредінгера. Дискретний спектр квазічастинки виникає лише у випадку, коли потенціал $U_e(r)$ від'ємний і частинка притягається до поверхні мікрокристалу. Цей випадок реалізується при умові, що $\epsilon_1 > \epsilon_2$. Тоді в області $E < 0$ виникають зв'язані s -стани біля поверхні мікрокристалу (рис.7). Такі стани виникають, коли розміри мікрокристалу є більшими за величину критичного радіуса a_{c1} . Величина критичного радіуса визначається фізичною умовою рівності середнього значення кінетичної та потенціальної енергії електрона. Тому вона залежить не лише від фізичних параметрів гетеросистеми, але й від квантового числа n . Для збуджених станів середнє значення потенціальної енергії є меншим, то a_{c1} росте при збільшенні числа n . Коли розміри мікрокристалу є меншими за радіус a_{c1} , то біля поверхні не виникає зв'язаних станів. Збільшення радіуса веде до того, що при $a \geq a_{c1}$ виникає один зв'язаний стан. Єдиний стан існує до тих пір, поки $a_{c1} < a < a_{c2}$ і лише при $a > a_{c2}$ виникає також і другий зв'язаний стан і т.д.

Для внутрішньої задачі розглянуто випадки притягального та відштовхувального потенціалів. Рівняння Шредінгера розв'язано для основного і перших збуджених станів зарядженої частинки (електрона).

Одержано залежність енергії квазічастинки для додатнього та від'ємного потенціалів від радіуса мікрокристалу. Показано, що збільшення a в області малих радіусів веде до різкого зменшення енергії станів. Для кожної

ϵ_c існує критична величина a_c , більше якого ($a > a_c$) енергія квазічастинки стає від'ємною. При подальшому збільшенні a енергія досягає мінімального значення E_m , а далі повільно збільшується асимптотично наближаючись до відповідної величини для плоскої гетероструктури. Існування E_m пояснюється різною залежністю кінетичної та потенціальної енергії від радіуса мікрокристалу.

Досліджено також фононний спектр складної чотиришарової сферичної гетеросистеми, яка недавно одержана і досліджується, зокрема, в [7]. Радіус внутрішньої сфери є a , товщина однієї плівки, що охоплює цю сферу - b_1 , а другої, що охоплює обидві сфери - b_2 . Вся система поміщена в напівпровідникову кристалічну матрицю. Вважається, що всі середовища є діелектричними континуумами, які поляризуються. Одержано, що енергія об'ємних фононів в шарах така ж, як в відповідних масивних кристалах, а енергія поверхневих фононів визначається з дисперсійного рівняння шостого порядку відносно ω^2 :

$$\begin{aligned} & \epsilon_1 [k(\epsilon_4 - \epsilon_3) a_1^{2l+1} + (l+1)(\epsilon_4 + \epsilon_3) a_2^{2l+1}] \{ l(\epsilon_2 - \epsilon_1) a^{2l+1} + [(l+1)\epsilon_2 + \epsilon_1] a_1^{2l+1} \} - \\ & - \epsilon_2 [l(\epsilon_4 - \epsilon_3) a_1^{2l+1} + k(\epsilon_4 + \epsilon_3) a_2^{2l+1}] \{ (l+1)(\epsilon_2 - \epsilon_1) a^{2l+1} - [(l+1)\epsilon_2 + \epsilon_1] a_1^{2l+1} \} = 0 \end{aligned}$$

де $a_1 = a + b_1$, $a_2 = a + b_1 + b_2$.

Одержане рівняння в граничних випадках переходить в усі відомі дисперсійні рівняння [2]. Досліджувана гетеросистема характеризується шістьма поверхневими фононними вітками.

Проведені обчислення дають змогу дослідити вплив фононної підсистеми на електронні стани напівпровідникового мікрокристалу, що знаходиться в напівпровідниковій матриці.

Розглядається електрон, що взаємодіє з полем безінерційної поляризації і з коливаннями кристалічної ґратки, знаходячись всередині сферичного нанокристала. Оператор \hat{H}_{e-ph} електрон-фононної взаємодії в зображенні вторинного квантування матиме вигляд:

$$\hat{H}_{e-ph} = \sum_{\substack{n_1, l, m_1 \\ n_2, l, m_2 \\ \lambda, l, m}} F \begin{pmatrix} n_1, l, m_1 \\ \lambda, l, m \\ n_2, l, m_2 \end{pmatrix} \hat{a}_{n_1, l, m_1}^\dagger \hat{a}_{n_2, l, m_2} (\hat{b}_{ml\lambda} + \hat{b}_{-ml\lambda}^\dagger).$$

Енергію електронів, що взаємодіють з фононами і поверхнею мікрокристалу, розраховано для випадку коли радіус мікрокристалу досить малий, так що

енергією міжрівневої взаємодії через фонони можна знехтувати в порівнянні з різницею енергій між цими рівнями.

Конкретний розрахунок спектру електрона в нанокристалі виконувався для різних моделей гетеросистеми. Зокрема (рис.8), для мікрокристалу CdSe, що знаходиться в матриці CdS (гетеросистема CdSe/CdS), а також для гетеросистеми CdS/GaAs. Інерційна поляризація суттєво впливає на спектр електрона. Взаємодія з фононами, крім розщеплення рівнів з $l \neq 0$, веде до довгохвильового зсуву незалежно від типу гетеросистеми. В станах з $l=0$ електрон взаємодіє лише з LO-фононами, а в станах з $l \neq 0$ - як з LO, так і з SO-фононами. Практично при всіх значеннях радіуса внесок LO-фононів є 4-5 разів більший за внесок SO-фононів для обох типів гетеросистеми. При збільшенні радіуса нанокристалу абсолютна величина фононного доданку в енергії всіх рівнів зменшується. Даний результат можна пояснити збільшенням електрон-фононої взаємодії при зменшенні розміру мікрокристалу. Для гетеросистеми з відштовхувальним потенціалом (CdSe/CdS) одержано, що збільшення квантових чисел супроводжується зменшенням фононного внеску.

Основні результати і висновки.

1. Встановлено, що за рахунок взаємодії екситона з поверхнями плівки, зменшення її розмірів веде до зсуву всіх екситонних стгнів в короткохвильову частину спектру тим сильніше, чим вони вище. Екситон-фононна та екситон-домішкова взаємодії викликають зсув зворотного або того ж напрямку, який по величині може бути або менший, або того ж порядку, що і перший, але не перевищує його. Тому в залежності від параметрів кристалу екситонний пік може зсуватись в короткохвильову частину спектру або ж залишатись практично фіксованим. Обидва варіанти спостерігаються на експерименті.
2. Показано, що якщо розміри плівки менші за половину довжини електромагнітної хвилі, що поглинається, то зменшення товщини веде до зменшення величини коефіцієнта екситонного поглинання. Якщо розміри плівки більші $\lambda/2$, то через розмірне квантування коефіцієнт поглинання осцилює зі збільшенням товщини. Коли товщина значно перевищує довжину хвилі - осциляції припиняються.

3. Виявлена немонотонна залежність затухання екситонного стану від товщини, яка викликана його взаємодією з оптичними фононами і зарядженими домішками кулонівського типу в тому випадку, коли розміри шівки більші радіуса екситона, але менші довжини електромагнітної хвилі. Період осциляцій має характерну величину порядку поляризаційного радіуса екситона. Внаслідок того, що осциляції пов'язані з розмірним квантуванням, то вони затухають при збільшенні товщини шівки.
4. Для електрона в поверхневому стані, що описується хвильовою функцією Фагга-Ховарда і взаємодіє з поверхневими та напівобмеженими об'ємними поляризаційними фононами з врахуванням всіх одно-, дво-, трифононих процесів методом функцій Грина визначено енергію, ефективну масу та середнє число фононів у поляронному стані. Показано, що ці параметри полярона залежать від константи електрон-фононної взаємодії та середньої відстані електрона до межі поділу.
5. Збільшення константи електрон-фононної взаємодії викликає зростання енергії зв'язку поверхневого полярона, його ефективної маси та середнього числа фононів в поляронному стані. Зіставлення значень параметрів, які одержані методом ФГ та методом ЛПД дало можливість встановити область застосовності різних наближень для масового оператора.
6. Залежність енергії, ефективної маси поверхневого полярона та середнього числа фононів в поляронному стані від відстані квазічастинки до межі поділу має немонотонний характер.
7. Показано, що взаємодія з поверхневими оптичними фононами при будь-яких α і γ приводить до існування зв'язаного електрон-фононного стану. Зв'язування електрона з оптичним об'ємним фононом можливе лише при певних константах електрон-фононної взаємодії і певних відстанях електрона до поверхні.
8. Встановлено залежність енергії, ефективної маси та середнього числа фононів в поляронному стані від напруженості магнітного поля. Показано, що збільшення напруженості магнітного поля веде до росту енергії зв'язку магнітополярона та його ефективної маси.
9. Одержано залежність енергії електрона в сильному магнітному полі від хвильового вектора. Показано, що із збільшенням хвильового вектора закон дисперсії суттєво відрізняється від параболічного. Для конкретних констант електрон-фононної взаємодії визначено значення хвильових векторів, що відповідають гібридним ($\nu = 0.5$) та зв'язаним ($\nu = 1$) станам електрон-фононної системи.

10. Для простої напівпровідникової гетероструктури визначено залежність енергії магнітополярона від напруженості магнітного поля та діелектричної проникності зовнішнього середовища.
11. На основі розв'язку рівняння Шредингера варіаційним методом визначено енергії основного та збудженого станів екситона Ваньє-Мотта для простої гетероструктури напівпровідників з притягальним потенціалом квазічастинок до межі поділу. Для конкретних кристалів одержано залежності енергії та середньої відстані до межі поділу від відношення діелектричних проникностей напівпровідника і зовнішнього середовища.
12. Досліджено залежність коефіцієнта дваматрітного зсуву від товщини напівпровідникової плівки. Проведено зіставлення одержаних для основного та збудженого екситонних станів результатів з експериментом. Одержано якісну узгодженість експериментальних та теоретичних даних.
13. Отримано енергетичний спектр зарядженої квазічастинки в тришаровій гетероструктурі для трьох видів потенціалів самої. Показано, що у випадку притягання частинки до обох меж енергетичний спектр є нестійким, якщо діелектричні проникності зовнішніх середовищ близькі між собою. Цей ефект може суттєво проявитися в нестійкості фізичних параметрів різних гетеросистем, що досліджуються на експерименті.
14. Знайдено поляризаційні коливання довільної п'ятишарової гетероструктури. Одержано вирази для векторів поляризації, що відповідають різним віткам коливань, та дисперсійне рівняння для поверхневих фононів. Показано, що в п'ятишаровій гетероструктурі може бути до восьми віток поверхневих коливань.
15. Досліджено вплив безінерційної та інерційної поляризації на енергію квазічастинки, що знаходиться в потенціальній ямі гетероструктури. Для випадку слабкої електрон-фононної взаємодії визначено парціальні внески до поправок в енергію та ефективну масу, які зумовлені взаємодією з обмеженими та поверхневими оптичними фононами. Показано, що внески антисиметричних фононів значно менші за внески інших віток. Серед двох віток симетричних фононів одна з них є визначальною. Внесок обмежених фононів при зменшенні ширини ями зменшується, а поверхневих зростає.
16. Показано, що коли товщина надтонкої плівки (L) стає порядку радіуса екситона, то зменшення L веде до збільшення енергії зв'язку екситона. Проведені порівняння одержаних даних з експериментальними для плівок різних кристалів показали добру узгодженість теоретичних та експериментальних результатів.

17. Досліджено вплив фононої підсистеми на екситонні стани подвійної гетероструктури. Показано, що для гетероструктур, які часто вивчаються експериментально, основний вклад в енергію та ширину екситонної смуги поглинання вносять обмежені оптичні фоони. Одержано залежність енергії екситона від товщини проміжного шару гетероструктури.
18. Варіаційним методом, знайдено розв'язки рівняння Шредингера для s-станів електрона, що знаходиться в матриці і притягається до поверхні мікрокристалу. Знайдено залежність енергії та середньої відстані квазічастинки до поверхні мікрокристалу. Показано, що для кожної гетеросистеми існує мінімальне значення радіуса кристалу, коли може існувати відповідно лише один, два і т.д. зв'язані стани електрона.
19. Одержано дисперсійне рівняння для визначення спектру поляризаційних коливань складної сферичної чотиришарової, створеної і експериментально досліджуваної гетеросистеми. Показано, що енергії об'ємних подовжжх та поперечних фоонів в кожному шарі такі ж, як у відповідних масивних кристалах. Енергії поверхневих фоонів визначаються з дисперсійного рівняння шостого порядку.
20. Одержано оператор електрон-фононої взаємодії для тришарової сферичної напівпровідникової гетеросистеми. В однорівневому наближенні визначено поправку до енергії квазічастинки, що знаходиться всередині кристалу і зумовлена електрон-фононою взаємодією. Фононна система зміщує всі рівні електрона в область менших енергій. Встановлено, що у випадку притягального до поверхні потенціалу енергія квазічастинки є немонотонною функцією радіуса мікрокристалу.

Література

1. Екимов А.И., Онущенко А.А. Квантовый размерный эффект в трехмерных микрокристаллах полупроводников // Письма в ЖЭТФ. - 1981. - т. 34, в. 6. - с. 363-366.
2. Покатилов Е.П., Фомин В.М., Берил С.И. Колебательные возбуждения, поляроны и экситоны в многослойных системах и сверхрешетках. - Кишинев: Штиинца. - 1990. - 278с.
3. Зуев В.А., Корбутяк Д.В., Литовченко В.Г. Наблюдение сурфонов в спектрах поверхностной фотодюминисценсии (GaAs)// Письма в ЖЭТФ. - 1974. - т. 20, в. 1. - с. 3-7.

4. Huang K., Zhu B.-G., and Tang H. Microscopic Theory of Optic-Phonon Raman Scattering in Quantum-Well Systems//Phys.Rev.B.-1990.-v.41.-№9.- p.5825-5842.
5. Келдыш Л.В. Кулоновское взаимодействие в тонких пленках полупроводников и полуметаллов//Письма в ЖЭТФ.-1979.-т.29,в.11.-с.716-719.
6. Klein M.C.,Nache F.,Ricord D. and Flytzanis C. Size dependence of electron-phonon coupling in semiconductor nanospheres:The case of CdS.//Phys.Rev.B.-1990.-v.42,№17.-p.11123-11132.
7. Schooss D., Mews A., Eychnaifer A., and Weller H. Quantum-dot quantum well CdS/HgS/CdS: Theory and experiment // Phys.Rev.B.-1994.-II.-v.49,№24.- p.17072-17078.
8. Ткач Н.В. Система точных уравнений для массового оператора квази-частиц, взаимодействующих с фононами//ТМФ.-1984.-т.61,№3.-с.400-408.

Основні результати опубліковані в наступних роботах:

1. Бойчук В.И., Ницович В.М.,Ткач Н.В. Экситон Ванье-Мотта в полупроводниковой пленке//УФЖ.-1978.-т.23,№6.-с.1165-1170.
2. Бойчук В.И.,Ницович В.М.,Ткач Н.В. О взаимодействии экситона Ванье-Мотта с поверхностями полупроводниковой пленки//Респ.межведом. б. "Физическая электроника"-1979.-т.19,с.522-527.
3. Бойчук В.И.,Ницович В.М.,Ткач Н.В. Экситонное поглощение света тонкой пленкой//ФТТ.-1980.-т.22,№3.-с.699-703.
4. Бойчук В.И.,Ницович В.М.,Ткач Н.В. Коэффициент экситонного поглощения света пленкой//УФЖ.-1980.-т.25,№4.-с.557-563.
5. Бойчук В.И., Ницович В.М., Ткач Н.В. Зависимость величины максимума экситонной полосы поглощения полупроводниковой пленки от толщины//ФТТ.-1980.-т.14,№8.-с.1611-1615.
6. Бойчук В.И.,Шутак М.С. Энергия примесной полупроводниковой пленки//УФЖ.-1984.-т.29,№3.-с.352-357.
7. Бойчук В.И.,Ткач Н.В.,Шутак М.С. Перенормировка спектра экситонов их взаимодействием с фононами в полупроводниковой пленке при низких температурах//УФЖ.-1984.-т.29,№11.-с.1713-1716.
8. Бойчук В.И.,Билиньский И.В. Экситон Ванье-Мотта в пленках полупроводников произвольной толщины//Известия вузов.Физика.-1990.-№10,с.116-117.
9. Бойчук В.И.,Билиньский И.В. Залежність енергії екситона Ванье-Мотта від товщини напівпровідникової плівки//УФЖ.-1990.-т.35,№2,с.293-296.

10. Бойчук В.І., Білинський І.В. Вплив сил електростатичних зображень на екситонний спектр тонких плівок//УФЖ.-1990.-т.35,№10,с.164-170.
11. Бойчук В.І., Стасів Н.І., Білинський І.В. Основний стан екситона Ваньє-Мотта в тонкій анізотропній плівці//УФЖ.-1991.-т.36,№2,с.177-180.
12. Бойчук В.І., Стасів Н.І. Основное экситонное состояние и диамагнитный сдвиг пленки кристалла WSe₂//ФТТ.-1992.-т.34,№1,с.215-218.
13. Бойчук В.І., Самарчик А.Т., Пазюк Р.І., Стасів Н.І. Екситон Ваньє-Мотта в тонкій плівці анізотропного напівпровідника. //Препринт ІФКС АН України.-1992.-№91-7р.-Львов.-1992.-16с.
14. Boychuk V.I., Bilynsky I.V. Bound Energy of the Wannier Exciton in Similar Heterogeneous Double Structures. //Phys.Stat.Solids.-1992.-v.174,N1.-p.463-470.
15. Білинський І.В., Бойчук В.І., Ткач М.В. Електронно-коливні інтерфейсні стани простої гетероструктури напівпровідників//УФЖ.-1993.-т.38,№7.-с.1057-1062.
16. Бойчук В.І., Білинський І.В. Основний стан екситона Ваньє-Мотта в тонкій плівці//Фізична електроніка.-1992.-в.42.-с.49-53.
17. Бойчук В.І., Пазюк Р.І. Вплив обмежених оптичних фононів на екситонні стани в квантовій ямі//УФЖ.-1994.-т.39,№2.-с.212-215.
18. Білинський І.В., Бойчук В.І. Вплив оптичних фононів на інтерфейсні стани електрон-діркової системи//УФЖ.-1994.-т.39,№4.-с.447-450.
19. Бойчук В.І., Пазюк Р.І. Екситонні стани в квантовій ямі подвійної гетероструктури напівпровідників//УФЖ.-1994.-т.39,№7.-с.878-881.
20. Бойчук В.І., Билинский И.В. Исследование интерфейсных поляронных состояний простой гетероструктуры полупроводников //ФТТ.-1995.-т.37, в.3.-с.1016-1021.
21. Бойчук В.І., Войцехивская О.Н., Головацкий В.А., Ткач Н.В. Спектр заряженной частицы в тонкой полупроводниковой пленке, контактирующей с массивными кристаллами произвольных проницаемостей. //ФТТ.-1995.-т.37.-в.3.-с.861-871.
22. Бойчук В.І., Ковальчук С.М. Екситонні стани напівпровідників на межах поділу//УФЖ.-1995.-т.40.-№6.-с.587-590.
23. Бойчук В.І. Основний стан екситона Ваньє-Мотта подвійної гетероструктури з відштовхувально-притягальним потенціалом сил електростатичних зображень//УФЖ.-1995.-т.40.-№6.-с.582-586.
24. Tkach M.V., Boychuk V.I., Holovatsky V.A., Voitsekhivska O.M. Electron-Phonon States in Spherical Heterosystems. //Preprint ICMP NAS of Ukraine.-N95-6E.-Lviv-1995.-24p.

Бойчук В.П. Теория взаимодействия квазичастиц с фононами в ограниченных кристаллических системах.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.10 - физика полупроводников и диэлектриков; Черновицкий государственный университет, Черновцы, 1995. Защищаются 24 научные работы, содержащие исследование спектра электронов, экситонов, фононов в тонких, сверхтонких пленках, многослойных плоских и сферических гетероструктурах. Исследовано влияние фононов, примесей на экситонный спектр в тонких пленках при наличии размерного квантования экситонов. Изучено влияние поверхностных и ограниченных (полуконфигурных) объемных оптических фононов на электронные и экситонные состояния двухслойной и трехслойной гетероструктуры при наличии и в отсутствие однородного магнитного поля. Исследовано электронные состояния внутри и вне сферического микрокристалла при учете инертной и минертной поляризации. Получен спектр поляризуемых фононов четырехслойной сферической гетеросистемы.

Boichuk V.I. Theory of the interaction of quasiparticles with phonons in confined crystalline systems.

Thesis on search of the scientific degree of doctor of physical and mathematical sciences, speciality 01.04.10 - physics of semiconductors and dielectric; Chernivtsi State University, Chernivtsi, 1995.

24 scientific works, which contain the investigation of the spectrum of electrons, excitons, phonons in thin films and superthin ones in many layer plane and spherical heterostructures are presented for defence. The influence of phonons, impurities on exciton spectrum in thin films in the presence of dimension quantum of exciton motion. The influence of interface and confined (semiconfined) optical phonons on electron and exciton state of two- and three layer heterostructure in the presence and absence of uniform magnetic field. Electron states inside and outside spherical microcrystal with taken into account the inertial and uninertial polarizations are investigated. The spectrum of polarizable phonons of four-layer spherical heterosystem is obtained.

Ключові слова: теорія взаємодії квазічастинок, тонка і надтонка напівпровідникова плівка, багатофононні віртуальні процеси, плоска і сферична гетероструктури, поверхневі та обмежені об'ємні фонони, квантова яма, нанокристал, мікрокристал.

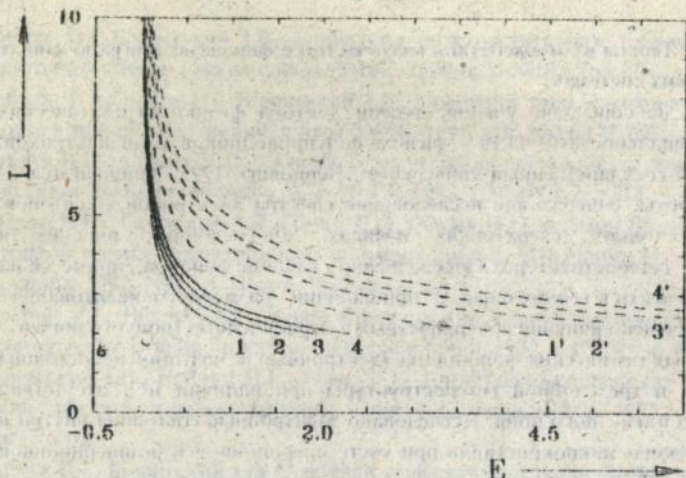


Рис.1. Залежність енергії основного стану (суцільні криві) та збудженого (штрихові криві) для різних довільних середовищ:

1,1'- $\epsilon_1=\epsilon_2=7$; 2,2'- $\epsilon_1=\epsilon_2=5$; 3,3'- $\epsilon_1=\epsilon_2=3$; 4,4'- $\epsilon_1=\epsilon_2=1$.

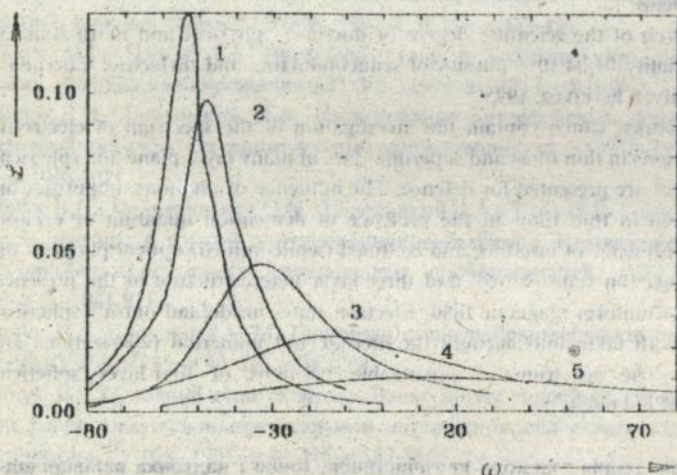


Рис.2. Залежність $z=z(\omega)$ домішкової ТНП кристалу Si_2O при $N_2=10$.

$T=200\text{K}$ для різних концентрацій слабо екранованих домішок: 1- $\rho=0$;

2 - $\rho=5 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$; 3 - $\rho=2 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$; 4 - $\rho=4 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$; 5 - $\rho=8 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$;

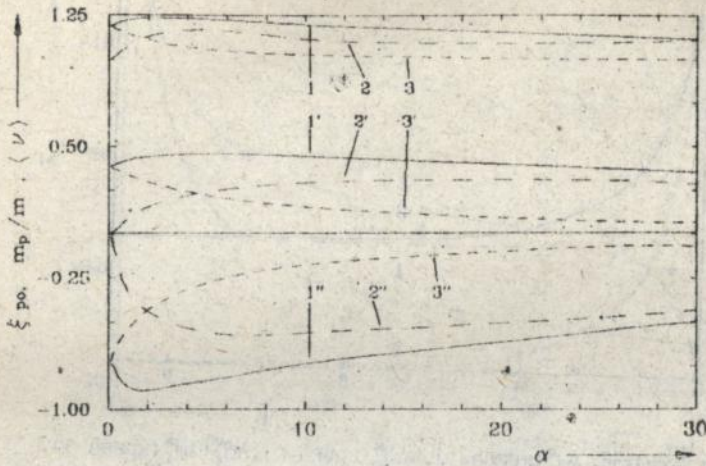


Рис.3 Залежність ξ_{po} (криві 1'', 2'', 3''), m_p/m (криві 1, 2, 3), $\langle \nu \rangle$ (криві 1', 2', 3') від α при $g=0,5$, якщо електрон взаємодіє лише з поверхневими фононами (криві 3, 3', 3''), електрон взаємодіє лише з обмеженими об'ємними фононами (криві 2, 2', 2''), електрон взаємодіє з обома модами (криві 1, 1', 1'').

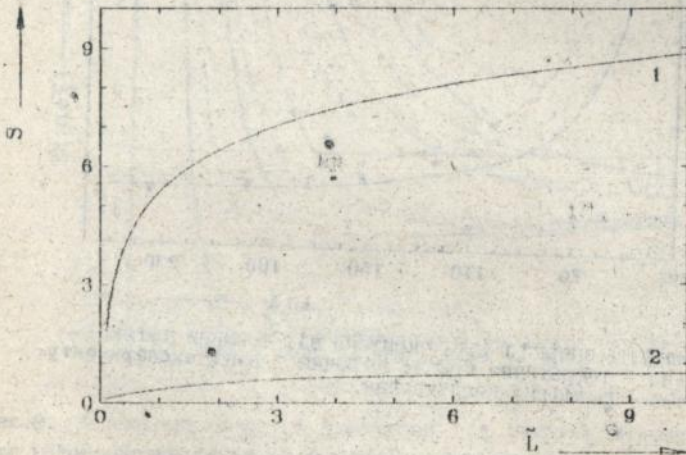


Рис.4. Залежність $S^A(\tilde{L}) \times 10^{-14} \text{ eB}(\text{Гс})^{-2}$ і $S^B(\tilde{L}) \times 10^{-14} \text{ eB}(\text{Гс})^{-2}$ (Ів-стан)

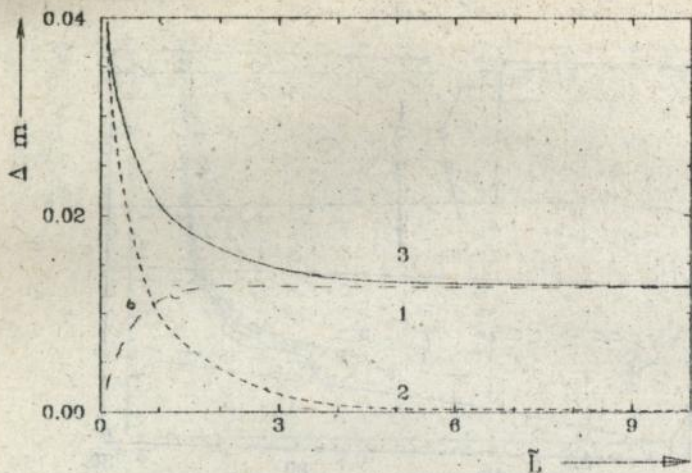


Рис. 5. Залежність Δm_{\parallel}^V (крива 1), Δm_{\parallel}^S (крива 2), $\Delta m_{\parallel}^V + \Delta m_{\parallel}^S$ (крива 3).

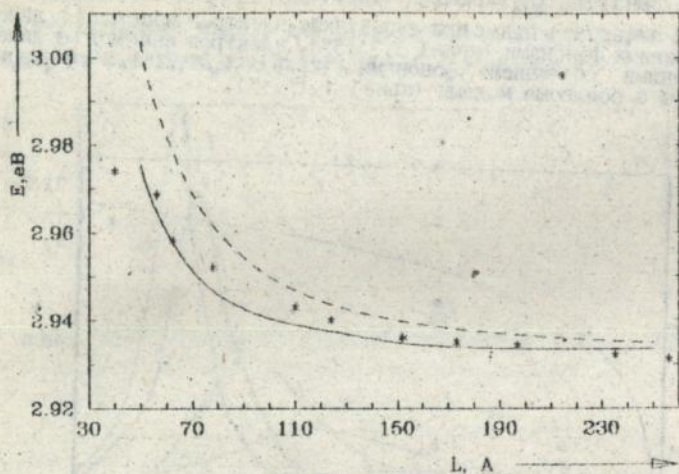


Рис. 6 Залежність енергії $E(L)$ екситона від товщини плівки: суцільна - теоретична крива; зірочки - дані експерименту; штрихова - розмірне квантування.

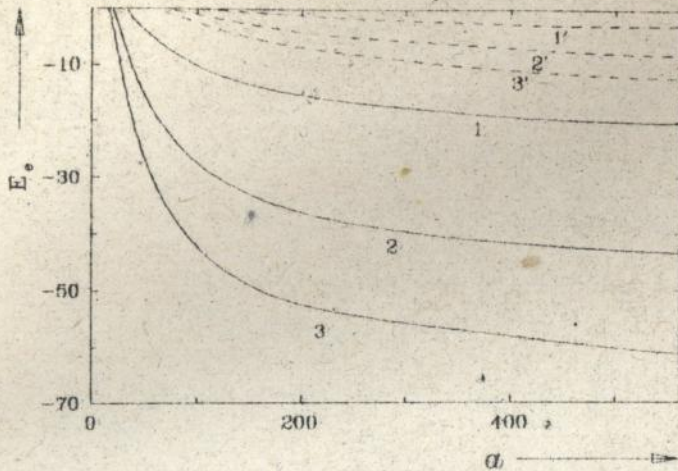


Рис.7. Залежність енергії локалізації електрона від радіуса мікрористалу ("зовнішній" випадок) для $\epsilon_0 = 2.25$, криві 1,1' відповідають $\epsilon_1 = 5$; 2,2' - $\epsilon_1 = 7.5$; 3,3' - $\epsilon_1 = 10$;

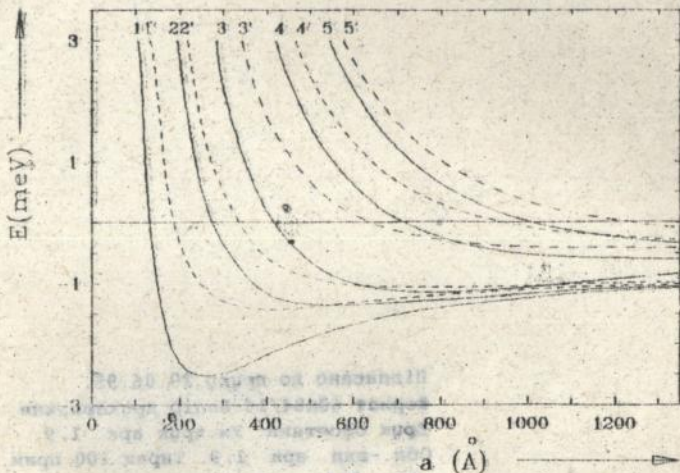


Рис.8. Залежність енергії електрона від радіуса мікрористалу для гетеросистем CdS/GaAs без врахування (штрихові криві) і з врахуванням (суцільні криві) фононів для різних станів 1,1' - $n=0, l=0$; 2,2' - $n=0, l=1$; 3,3' - $n=1, l=0$; 4,4' - $n=1, l=1$; 5,5' - $n=1, l=2$;

Підписано до друку 29.06.95.
Формат 60x84/16. Папір друкарський.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 1,9
Обл.-вид. арк. 1,9. Тираж 100 прим.
Зам. 214.

Друкарня видавництва "Рута" Чернівецького держуніверситету
274012, Чернівці, вул. Кошубинського, 2

AB 32.789

AB 32.789