НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ім. Г.В.КАРПЕНКА

На правах рукопису

МЕЛЬНИЧОК
Лев Степанович

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ РОСТУ ВТОМНИХ ТРІЩИН

Спеціальність 05.13.02 - математичне моделювання в наукових дослідженнях

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

ЛЬВІВ-1995

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Фізико-механічному інституті ім. Г.В.Карпенка Національної академії наук України

Наукові керівники: кандидат технічних наук
Ярема Степан Якимович,
доктор фізико-математичних наук
Попов Богдан Олександрович

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук
Семерак Федір Васильович,
доктор технічних наук
Пастічник Володимир Володимирович

Провідна установа: Інститут кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, м.Київ

Захист відбудеться 10 жовтня 1995 р. о 14 год. на засіданні спеціалізованої ради Д 04.01.02 при Фізико-механічному інституті НАН України (290601, м.Львів, вул.Наукова,5).

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці інституту (290601, м.Львів, вул.Наукова,5).

Автореферат розісланий "9" березня 1995 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
канд.техн.наук, ст.наук.сп. Р.А.БУНЬ

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00777074 (W)

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПРАЦІ

Актуальність проблеми. Руйнування елементів конструкцій під циклічним навантаженням зумовлене виникненням і розвитком втомних тріщин. Стадія росту втомної тріщини (РВТ) в багатьох випадках є визначальною для довговічності конструкції. Тому важливою властивістю матеріалів є їх здатність чинити опір РВТ - циклічна тріщинотривкість (ЦТ). Вивчення ЦТ конечне для вдосконалення технології обробки та створення нових матеріалів, обґрунтованого вибору їх при проектуванні, а також для прогнозування ресурсу й експлуатаційного контролю конструкцій.

Випробування стандартних зразків дозволяють установити залежність між швидкістю РВТ і характерним для циклу навантаження коефіцієнтом інтенсивності напружень (КІН) в вершині тріщини, визначеним на основі лінійної механіки руйнування. Параметри аналітичного опису цієї залежності характеризують ЦТ матеріалу. Однак, застосування різних апроксимівних виразів і різні методи наближення даних випробувань роблять неспівставними результати багатьох досліджень. Тому важливими є вивчення найбільш загальних властивостей указаної залежності та розробка уніфікованої методики обробки експериментальних даних.

Досвід дослідження кінетики втомного руйнування показує, що процес РВТ має істотно стохастичний характер, і тому його адекватний опис можна одержати тільки на підставі ймовірнісної моделі. Така модель дозволить обґрунтувати методику обробки даних досліджень із метою коректного визначення характеристик ЦТ, побудувати методику оцінки ймовірнісних параметрів ресурсу елементів конструкцій.

Підвищення точності і коректності прогнозування РВТ бу-

де сприяти зниженню матеріаломіcткості конструкцій, забезпеченню їх надійності і збільшенню довговічності.

Дисертаційна робота виконана в рамках держбюджетних тем "Розробка методики дослідження розвитку тріщин і визначення характеристик тріщиностійкості металів при циклічному навантаженні" (номер держреєстрації 79014559) і "Дослідження зародження і поширення втомних тріщин" (номер держреєстрації 01826027811).

Мета та задачі дослідження. Метою праці є побудувати математичну модель РВТ та розробити на її основі методику коректної обробки даних випробувань для визначення характеристик ЦТ і використання їх для ймовірнісного прогнозування довговічності елементів конструкцій. Для досягнення поставленої мети сформульовані такі задачі дослідження:

- вивчити статистичні закономірності РВТ і побудувати ймовірнісну модель щоб обґрунтувати методику обробки даних випробувань;

- провести порівняльний аналіз аналітичних виразів, застосовуваних для наближення діаграм втомного руйнування (ДВР), на основі апроксимації даних випробувань широкого класу матеріалів;

- побудувати математичну модель для апроксимації ДВР, придатну для різноманітних типів діаграм, що зустрічаються на практиці, яка б дозволила визначити наглядні величини як характеристики ЦТ досліджуваного матеріалу;

- розробити на основі побудованої ймовірнісної моделі методику прогнозування ймовірнісних параметрів довговічності й уточнення апріорних оцінок, використовуючи інформацію, отриману в процесі спостереження за ростом тріщин під час експлуатації конструкції.

Достовірність основних наукових положень та одержаних результатів забезпечується узгодженістю їх з експериментальними даними на основі критеріїв математичної статистики; строгістю постави задачі й застосовуваних математичних методів, під час виведення основних формул; одержанням результатів, які узагальнюють раніше відомі.

Методи досліджень. Основу методології досліджень складають розроблені в дисертації методи наближення даних випробувань різними нелінійними виразами, включаючи сплайни з нелінійними ланками. Також широко використовуються методи математичної статистики, обчислювальної математики, програмування та теорії апроксимації.

Наукова новизна. Запропоновано ймовірнісну модель РВТ, яка дозволяє розв'язувати весь комплекс задач дослідження ЦТ: регламентація випробувань, обробка одержаних даних і застосування результатів для ймовірнісного прогнозування РВТ. Розроблено уніфіковану схему аналітичного представлення різноманітних типів ДВР, яка дозволяє визначати характеристики ЦТ матеріалів, що мають фізичний зміст, і порівнювати результати, одержані в різних лабораторіях. На основі вивчення статистичних закономірностей РВТ в ідентичних зразках запропоновано методику уточнення оцінок ймовірнісних параметрів довговічності з використанням інформації про РВТ, одержаної під час спостереження за РВТ.

На захист виносяться:

- імовірнісна модель, побудована на основі вивчення статистичних закономірностей РВТ;

- теоретично обґрунтований метод обробки даних випробувань матеріалів на ЦТ;

- аналіз аналітичних залежностей, які застосовуються

для опису ДВР;

- математична модель аналітичного опису різних типів експериментальних ДВР;

- побудовані і програмно реалізовані алгоритми визначення характеристик ЦТ матеріалів на підставі наближення сплайном із нелінійними ланками;

- одержані формули для прогнозування ймовірнісних параметрів довговічності конструкції на стадії проектування.

Практична цінність. Запропоновані в дисертації моделі та методики визначення характеристик ЦТ можуть застосовуватися для дослідження широкого класу конструкційних матеріалів, які експлуатуються в різних умовах. Уведені характеристики дисперсних властивостей матеріалу дозволяють прогнозувати ймовірнісні параметри довговічності.

Реалізація результатів роботи. Для апроксимації ДВР розроблено ряд алгоритмів і створено пакет прикладних програм, який дозволяє автоматизувати процес обробки даних випробувань. На основі результатів роботи були складені додатки 5 і 6 до нормативного документу РД 50-345-82 "Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при циклическом нагружении".

Апробація роботи. Основні результати роботи доповідались і обговорювались на Республіканській школі-семінарі "Застосування математичних методів і засобів обчислювальної техніки для автоматизації наукових досліджень матеріалознавства" (Київ, 1982 р.), Республіканських семінарах "Перетворення і аналіз інформації в фізико-технічних системах" (Львів, 1982 -1993 р.р.), "Числові методи в математичній фізиці" (Львів, 1986 р.) і "Чисельні методи апроксимації

функцій та обробки інформації" (Львів, 1995 р.), IV і V Всесоюзних школах-семінарах "Розпаралелювання обробки інформації" (Львів, 1983 р., 1985 р.), X-й і і XI-й конференціях молодих вчених Фізико-механічного інституту АН УРСР (Львів, 1981 р., 1983 р.), Конференції молодих вчених і спеціалістів "Проблеми підвищення якості матеріалів, приладів і обладнання" (Львів, 1984 р.), II-му Всесоюзному семінарі-нараді "Фізико-хімічна механіка крихкого руйнування конструкційних матеріалів" (Львів, 1985 р.), II-му Всесоюзному симпозіумі з механіки руйнування (Житомир, 1985 р.), VI-му Всесоюзному з'їзді з теоретичної і прикладної механіки (Ташкент, 1986р).

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 12 робіт.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, додатку та містить 130 сторінок машинописного тексту, 16 рисунків, 14 таблиць і список літератури з 126 найменувань.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі викладено основні питання, які складають предмет дослідження, обґрунтовується їхня важливість та актуальність. Указано мету дисертаційної роботи і сформульовано положення, які виносяться на захист, подано короткий зміст роботи.

У першому розділі наводиться загальна схема дослідження ЦТ матеріалів (рис.1) і дається огляд праць вітчизняних і зарубіжних авторів, які присвячені цій проблемі.

Обговорюються праці О.Є.Андрейківа, В.Довера, Ф.Ердогана, П.Періса, С.Я.Яреми та інших дослідників, в яких теоретично обґрунтовується і розвивається детерміністичний підхід

до вивчення ЦТ, що базується на лінійній механіці руйнування. Розглядаються критичні й дискусійні зауваження, зроблені в працях Д.Броека, Й.Ріттера, Н.Фроста, К.Якуса. Наведений аналіз показує, що не існує загальноприйнятої моделі, придатної для визначення характеристик ЦТ матеріалів.

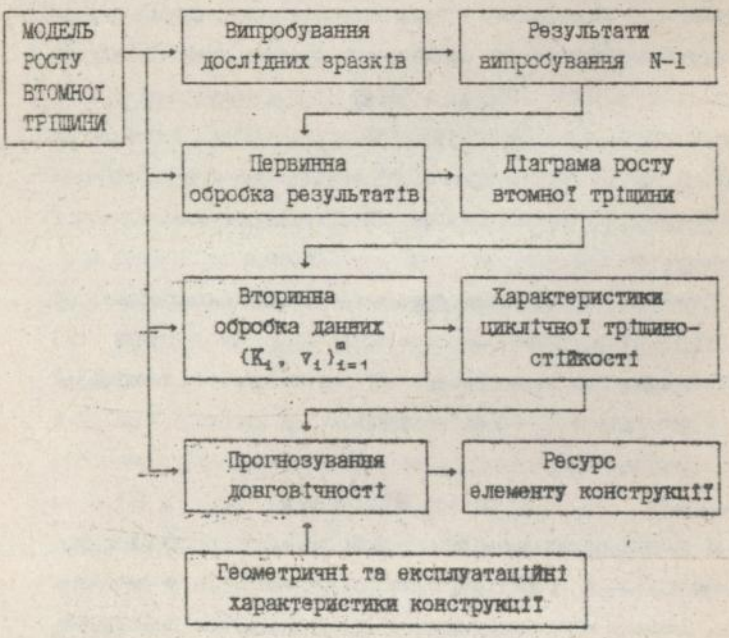

Рис.1. Загальна схема дослідження циклічної тріщиностійкості матеріалів.

Суттєво стохастичний характер РВТ вимагаєвивчення ймовірнісних аспектів цього процесу. Статистичні закономірності РВТ, способи їх імовірнісного моделювання й застосування в інженерних розрахунках розглядаються в фундаментальних працях В.В.Болотіна, Т.Йокоборі, М.Н.Степнова, а також в екс-

периментальних дослідженнях А.А.Армягова, М.В.Баумштейна, Д.Вірклера, В.С.Іванової, В.П.Когаєва, С.Г.Лебединського, А.Н.Лісіна, Г.С.Нешпора, А.В.Прокопенка, А.С.Серьогіна, Д.М.Стойди та інших.

Запропоновані цими вченими імовірнісні моделі РВТ будуються, як правило, щоб описати наявні експериментальні дані, а розроблена на їхній основі методика прогнозування довговічності за параметром імовірності знаходить застосування лише для конкретних досліджуваних випадків і вимагає проведення спеціальних випробувань.

На основі детального аналізу стану проблеми сформульовано конкретні задачі математичного моделювання РВТ.

<u>В другому розділі</u> з метою обґрунтування методики обробки експериментальних даних будується імовірнісна модель РВТ. Уводиться поняття циклового приросту (ЦП) тріщини, як випадкової величини (ВВ) ξ з скінченним математичним сподіванням v і дисперсією σ^2, які залежать від характерного для циклу навантаження КІН (звичайно приймають його найбільше значення K_{max} або розмах ΔK; надалі для скорочення позначимо K). Розподіл ЦП для подальших побудов несуттєвий. Спостережуваний приріст тріщини представимо у вигляді $\Delta l = \sum_{i=1}^{\Delta N} \xi_i$, де ξ_i - послідовність незалежних, однаково розподілених ВВ, ΔN - число циклів навантаження. Незалежність послідовності ЦП підтверджена на основі аналізу експериментальних даних.

Прийняті припущення дозволяють визначити швидкість РВТ як математичне сподівання ЦП (v), а експериментальну оцінку $\bar{v} = \Delta l/\Delta N$ вважати нормально розподіленою ВВ з дисперсією $s^2 = \sigma^2/\Delta N$. Варіацію $\gamma = \sigma/(v\sqrt{\Delta N})$ ВВ $\bar{v}$ можна зробити як завгодно малою відповідним вибором ΔN. Для всіх використовува-

них в роботі даних $\gamma \le 0.2$, що робить практично допустимим застосування нормального розподілу для опису невід'ємної випадкової величини.

Визначені в результаті первинної обробки даних значення $\{K_i, \bar{v}_i\}_{i=1}^{n}$ на другому етапі наближають виразом заданого вигляду $v = \varphi(A,K)$, щоб визначити параметри $A = \{a_i\}_{i=1}^{p}$, які характеризують ЩТ матеріалу, і використовуються в інженерних розрахунках. При цьому виходять із критерію мінімуму суми

$$S = \sum_{i=1}^{n} \lg^2[\bar{v}_i / \varphi(A,K_i)]. \qquad (1)$$

Такий спосіб виправданий, якщо припустити, що випадкові величини $\lg \bar{v}_i$ $(i=\overline{1,n})$ мають однакову дисперсію. Крім того, метод вносить систематичну похибку: якщо A^* – обчислені значення параметрів, то $\lg \varphi(A^*,K_i)$ означає математичне сподівання $\lg \bar{v}_i$, тоді як згідно з означенням швидкості РВТ повинно бути $\varphi(A^*,K_i) = M(\bar{v}_i)$. Виходячи з прийнятих припущень, показано, що розсіяння $\lg \bar{v}$ залежить тільки від варіації γ і тому для однакової достовірності оцінок $\lg \bar{v}$ при різних значеннях K потрібно забезпечити її постійність. Тоді математичне сподівання $\lg \bar{v}$ буде мати незалежне від K зміщення $\Delta(\gamma) \approx -0.217(\gamma)^2 \le 10^{-2}$. Ця величина на порядок менша ніж дослідне середньоквадратичне відхилення $\lg \bar{v}$. Оскільки застосовувані для обробки даних залежності мають вигляд $v = C \times \varphi(K)$, то це зміщення відбивається тільки на оцінці параметра C, і тому ним можна знехтувати.

Щоб визначити умови постійності величини $\gamma = s/v$ вивчався зв'язок оцінок $\bar{v}$ і $\bar{\sigma}^2$ при різних значеннях K. Для цього використовували дані $\{\Delta l_i, \Delta N_i\}_{i=1}^{n}$, визначені при постійному значенні K. Незміщені оцінки $\bar{v}$ і $\bar{\sigma}^2$ обчислювали за фор-

мулами

$$\bar{v} = \sum_{i=1}^{n} \Delta l_i \; / \sum_{i=1}^{n} N_i , \qquad (2)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{n} [(\Delta l_i - \Delta N_i \bar{v})^2 \; / \; \Delta N_i] \; / \; (n-1). \qquad (3)$$

Установлена лінійна залежність між $\lg \bar{v}$ і $\lg \bar{\sigma}$ (рис.2), що дозволяє прицустити співвідношення

$$\sigma = a v^m , \qquad (4)$$

де a, m - інтегральні характеристики дисперсних властивостей матеріалу. Враховуючи (4), одержано залежність

$$\gamma = s/v = a v^m / (v \sqrt{\Delta N}) = a / [(v \Delta N)^{1-m} \Delta N^{m-1/2}]. \qquad (5)$$

Прицускаючи, що $v \times \Delta N = \Delta l$, маємо таку умову постійності γ:

$$c = \Delta l^{1-m} \Delta N^{m-1/2} = \text{const}. \qquad (6)$$

Це співвідношення доцільно застосовувати до планування випробувань і розробці автоматизованих систем управління ними.

В третьому розділі проаналізовано аналітичні вирази, які застосовують для опису типових експериментальних діаграм утомного руйнування (ДВР) (рис.3). Для докладнішої перевірки вибрано вісім залежностей, зручних для обробки даних і подальшого використання в інженерних розрахунках (табл.1).

Адекватність вибраних залежностей перевіряли, апроксимуючи 24 масиви даних випробувань, кожний з яких охоплював інтервал зміни швидкості РВТ приблизно на 5 порядків, а ДВР всіх масивів мали чітко виражені середні ділянки і не містили аномалій. Дані одержано в результаті випробувань зразків із сталі різних марок і термообробок (13 масивів), алюмінієвих (6), магнієвих (4) і титанового сплавів при майже віднульовому циклі навантаження в лабораторному повітрі або вакуумі.

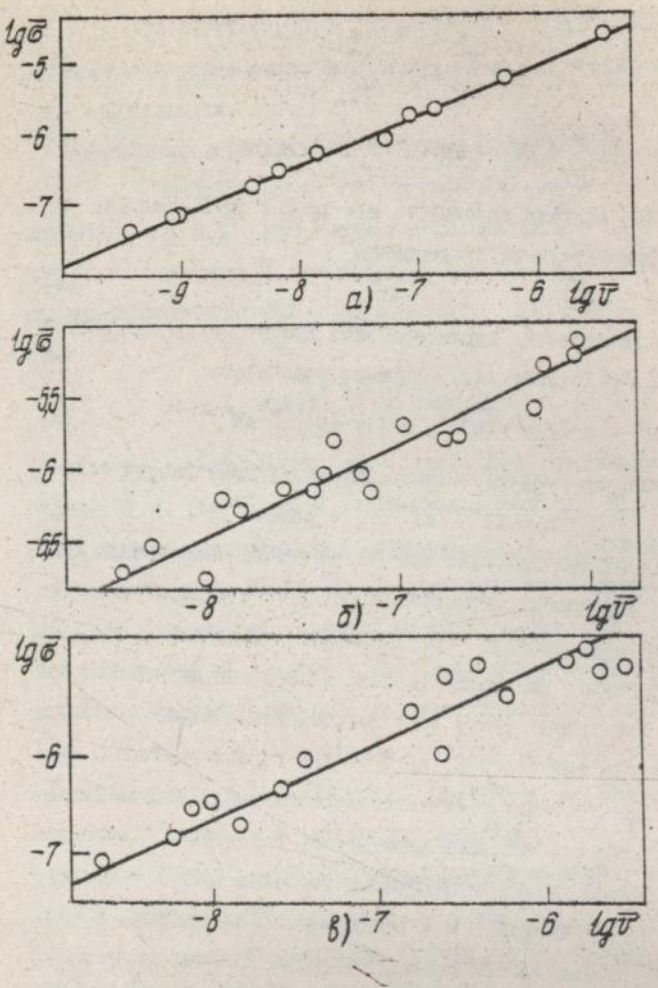

Рис.2. Зв'язок між оцінками математичного сподівання $\bar{v}$ і середньоквадратичного відхилення $\bar{\sigma}$ циклового приросту: а - магнієвий сплав МА18; б - алюмінієвий сплав В95АТ2; в - алюмінієвий сплав Д16чТ. На графіках проведені прямі ортогональної регресії.

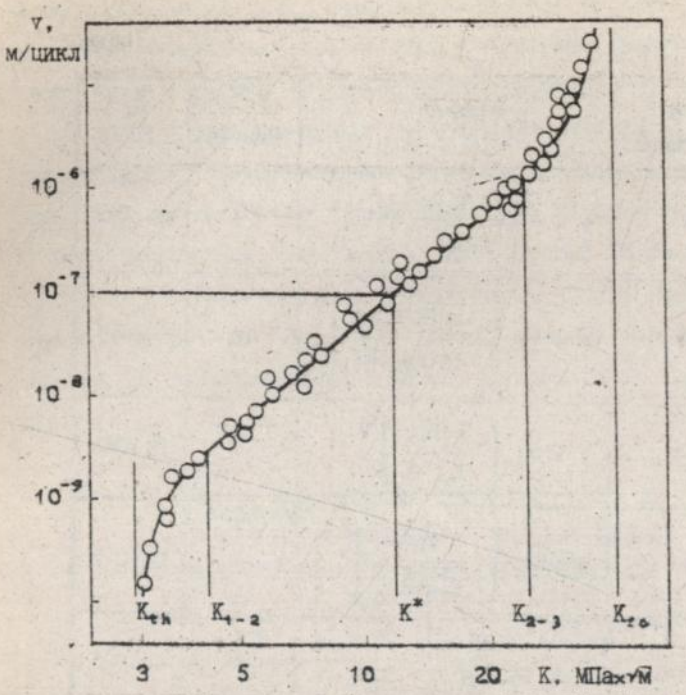

Рис.3. Типова експериментальна діаграма втомного руйнування (магнієвий сплав МА18).

Для чотирипараметричних формул (крім (7)) графік, який описує ДВР, має центральну симетрію (абсциса центру симетрії $K_c = \sqrt{K_{th} \times K_{fc}}$), а параметри K_{th} і K_{fc}, на відміну від двох інших, мають однаковий зміст. Введемо, замість останніх, такі величини з спільним для всіх виразів змістом: v_c – ордината центру симетрії ДВР, $n_c = -$ значення $d(\lg v)/d(\lg K)$ в центрі симетрії, і позначимо $p^2 = K_{th}/K_{fc}$. Формули, які визначають v_c і n_c для кожного аналітичного виразу, наведені в табл. 2.

Таблиця 1

Номер формули	Формула	К-ть пар-тв	S_o
7	$v = A\,\frac{(K-K_{th})^m}{K_{fc}-K}$	4	0.1079
8	$v = v_o\left[\frac{\lg(K/K_{th})}{\lg(K_{fc}/K)}\right]^q$	4	0.1057
9	$v = v_o\left[\frac{K-K_{th}}{K_{fc}-K}\right]^q$	4	0.1043
10	$v = v_o\left[\frac{K^2-K_{th}^2}{K_{fc}^2-K^2}\right]^q$	4	0.1014
11	$v = v_o\,\frac{K^m-K_{th}^m}{K_{fc}^m-K^m}$	4	0.1025
12	$v = v_o K^{r-q}\,\frac{(K-K_{th})^q}{(K_{fc}-K)^r}$	5	0.0974
13	$v = v_o\left[\frac{K^m-K_{th}^m}{K_{fc}^m-K^m}\right]^q$	5	0.0978
14	$v = AK^s\,\frac{(K-K_{th})^q}{(K_{fc}-K)^r}$	6	0.0955

З наведеного вище видно, що ДВР, які задані різними формулами, відрізняються довжиною середньої ділянки діаграми Для ДВР, які перевірялися, відношення довжини середньої ділянки до відділі між асимптотами, тобто величина

$\lg(K_{2-3}/K_{1-2})/\lg(K_{fc}/K_{th})$ змінювалась від 0.4 до 0.75. Таким чином, щоб задовільно описати діаграму потрібна формула, яка враховувала б довжину середньої ділянки діаграми. Цю вимогу задовільняє п'ятипараметрична формула (12), яка також симетрична. Друга п'ятипараметрична формула (13) враховує асиметрію ДВР. Вона симетрична тільки при r = q, що практично ніколи не виконується. Приблизно рівні похибки апроксимації обох п'ятипараметричних формул указують на конечність урахування асиметрії ДВР. Отже, щоб описати основні особливості типової ДВР аналітичний вираз мусить містити шість параметрів.

Таблиця 2

Формула	v_o	n_o
8	v_0	$-2q/\ln p$
9	$v_0 p^q$	$q(1+p)/1-p)$
10	$v_0 p^{2q}$	$2q(1+p^2)/(1-p^2)$
11	$v_0 p^m$	$m(1+p^m)/(1-p^m)$

В четвертому розділі на основі проведеного аналізу побудовано математичну модель росту втомної тріщини, яка базується на апроксимації ДВР сплайном.

Потрібні аналітичні вирази шукали в класі сплайн-функцій виду

$$v = \begin{cases} AF_1^q(K,K_{th}) & \text{при } K_{th} < K < K_1, \\ 10^{-7}(K/K^*)^n & \text{при } K_1 \le K \le K_2, \\ BF_2^r(K,K_{fc}) & \text{при } K_2 < K < K_{fc}. \end{cases} \qquad (15)$$

Накладаючи умови неперервності та гладкості, а також підбираючи конкретні вирази $F_1(K,K_{th})$ і $F_2(K,K_{fc})$, так щоб апрок-

симація експериментального набору даних була задовільною, одержано такий аналітичний вираз

$$v = 10^{-7}[F(K)/K^*]^n \quad \text{м/цикл}, \qquad (16)$$

де

$$F(K) = \begin{cases} K_1 \left[\dfrac{K - K_{th}}{K_1 - K_{th}}\right]^{1 - K_{th}/K_1} & \text{при } K_{th} < K < K_1, \\ K & \text{при } K_1 \le K \le K_2, \\ K_2 \left[\dfrac{K_{fc}/K_2 - 1}{K_{fc}/K - 1}\right]^{1 - K_2/K_{fc}} & \text{при } K_2 < K < K_{fc}. \end{cases}$$

Формула містить шість параметрів K_{th}, K_1, K^*, K_2, K_{fc}, n. Значення K_{th}, K_1, K_2, K_{fc} ділять ДВР на три характерні ділянки, а K^* і n – загальноприйняті характеристики ЦТ на середній ділянці. Розроблено простий графічний метод визначення всіх наведених параметрів.

Для опису неповних діаграм (без окремих ділянок) у виразі $F(K)$ залишають тільки відповідні наявним ділянкам ДВР частини. Знімаючи умову гладкості, одержимо формулу для опису ДВР, з локальними аномаліями.

Якщо для проведення розрахунків виникає потреба використати яку-небудь іншу формулу, то її параметри можна визначити за параметрами виразу (16).

Для обчислення параметрів формули (16) розроблено швидкозбіжні алгоритми.

В п'ятому розділі розроблено метод прогнозування ймовірнісних характеристик ресурсу, який ураховує два чинники, що визначають його розсіяння: внутрішній, зумовлений структурною неоднорідністю матеріалу, і зовнішній, що приводить до різних значень характеристик ЦТ, одержаних при випробу-

ваннях ідентичних зразків.

Припускається, що ЩІ - дискретна ВВ ξ, яка приймає значення 0 і u з ймовірностями 1-b та b відповідно. Враховуючи залежність (4), одержано

$$u = v + a^2 v^{2m-1}; \quad b = (a^2 v^{2m-2} + 1)^{-1}.$$

Ці величини залежать від K і, отже, від l. Таким чином, траєкторія тріщини ділиться на ділянки довжиною u_j ($j = \overline{1, N_0}$). Після досягнення тріщиною довжини $l_i = \sum_{j=1}^{i} u_j$, протягом N_i циклів вона не росте (рис.4). Враховуючи, що ВВ N_i має геометричний закон розподілу, для ймовірнісних характеристик ресурсу $N_p = \sum_{i=1}^{N_0} N_i$ одержано такі наближені інтегральні зображення

$$M(N_p) \approx \int_{l_0}^{l_a} \frac{dl}{v}, \quad D(N_p) \approx a^2 \int_{l_0}^{l_a} v^{2m-3}\, dl. \qquad (17)$$

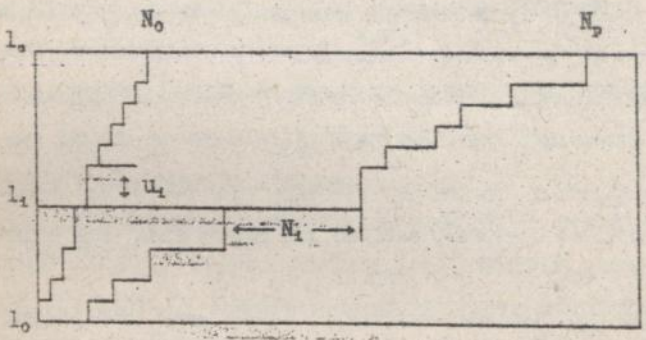

Рис.4. Схематичне зображення дискретного росту втомної тріщини.

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

Припускаючи, що ресурс розподілений за логарифмічно нормальним законом, одержано параметри нормально розподіленої величини $\lg N_p$:

$$D(\lg N_p) = \lg\left\{\frac{D(N_p)}{[M(N_p)]^2}\right\} + 1 = S_o^2, \qquad (18)$$

$$M(\lg N_p) = \lg M(N_p) - S_o^2/2. \qquad (19)$$

Щоб вивчити вплив зовнішнього чинника розсіяння ресурсу проаналізовано результати базового експерименту для перевірки методичних вказівок РД 50-345-82. Показано, що розсіяння параметра n можна пояснити випадковістю ЩП, тобто внутрішнім фактором. Для пояснення розсіяння інших параметрів залежності (16) припускається, що розрахункове значення КІН (K_p) не збігається з дійсним $K_q = K_p c$, де c - логарифмічно нормально розподілена величина, така, що $\varepsilon = \lg c$ має нульове середнє та дисперсію S_k^2. Початкове значення S_k^2 можна визначити як дисперсію $\lg K^*$, обробляючи дані випробувань різних зразків за формулою (16), уважаючи, що $n = n_o$. Тоді в межах середньої ділянки ДВР дисперсія $\lg N_p$, викликана зовнішнім чинником, рівна $D(\lg N_p) = n^2 S_k^2$. Вважаючи внутрішній і зовнішній фактори незалежними, одержимо для повної дисперсії

$$S^2 = S_o^2 + n^2 S_k^2 . \qquad (20)$$

Значення S_k^2 можна уточнювати, спостерігаючи за ростом втомної тріщини, що практично важливо для призначення повторних інспекцій конструкції з тріщиною.

В додатку наведена таблиця з параметрами досліджених аналітичних залежностей, що описують ДВР для 24 матеріалів, а також характеристики ЩТ цих матеріалів, одержані на основі розробленої методики обробки даних.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. Запропоновано формулу для опису встановленого на основі вивчення статистичних закономірностей РВТ під регулярним навантаженням зв'язку між дисперсією і математичним сподіванням швидкості РВТ. Параметри цієї формули характеризують дисперсійні властивості матеріалу з точки зору РВТ і можуть використовуватися для розрахунку ймовірнісних характеристик величин, зв'язаних із розвитком втомної тріщини.

2. Побудовано ймовірнісну модель РВТ, яка дозволяє обґрунтувати методику обробки даних випробувань, установити умови, що регламентують випробування з метою коректного визначення характеристик ЦТ матеріалу, і виключити трудомісткий процес вивчення залежності розсіяння швидкості РВТ від КІН.

3. Проведено комплексний порівняльний аналіз виразів, що застосовуються для аналітичного опису ДВР на базі обширних експериментальних результатів. Показано, що для опису типових ДВР, крім стандартних характеристик K_{th}, K^*, K_{fc}, n, необхідне введення двох додаткових параметрів, що враховують асиметрію та довжину середньої ділянки діаграми. Сформульовано вимоги до виразів для опису ДВР, які випливають із загальних властивостей діаграм.

4. Побудовано математичну модель РВТ на основі апроксимації ДВР по ділянках, придатну для визначення характеристик ЦТ матеріалів. У випадку типових діаграм аналітичний опис містить шість параметрів: K_{th}, K_1, K^*, K_2, K_{fc}, n, які наглядно інтерпретуються.

5. Розроблено метод прогнозування ймовірнісних характеристик ресурсу конструкції, що працює під циклічним наванта-

женням. Показано, що розсіяння довговічності обумовлене внутрішнім і зовнішнім чинниками. Для оцінки дисперсії, обумовленої внутрішнім чинником (структурною неоднорідністю матеріалу), одержано аналітичні вирази. Запропоновано спосіб урахування зовнішнього фактору розсіяння. Дані для ймовірнісних розрахунків на стадії проектування визначають в результаті обробки даних випробувань стандартних зразків.

6. Розроблено швидкодіючі алгоритми та створено пакет прикладних програм щоб автоматизувати обробку результатів випробувань матеріалів на ЦТ.

7. За складеними програмами співробітниками ФМІ НАН України обчислювались характеристики ЦТ матеріалів у держбюджетних та госпдоговірних дослідницьких працях. Деякі із цих програм увійшли в нормативний документ РД 50-345-82 "Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при циклическом нагружении."

ОСНОВНІ РОБОТИ, ОПУБЛІКОВАНІ НА ТЕМУ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Ярема С.Я., Мельничок Л.С., Попов Б.А. Вероятностные аспекты роста усталостных трещин и его аналитическое описание. - Львов, 1986. - 56с. - (АН УССР. Физ.-мех. ин-т; Препринт N109).

2. Ярема С.Я., Мельничок Л.С. Исследование математических моделей роста усталостных трещин// Физ.-хим. механика материалов.-N4.-1982.-С.55-61.

3. Ярема С.Я., Мельничок Л.С., Попов Б.А. Аналитическое описание диаграмм усталостного разрушения по участкам. - Физ.-хим. механика материалов, N6, 1982, С.56-58.

4. Ярема С.Я., Мельничок Л.С., Попов Б.А. Рассеяние скорости роста усталостных трещин и обработка экспериментальных данных// Физ.-хим. механика материалов.-№3.-1984.-С.59-65.

5. Мельничок Л.С., Ярема С.Я. Оценка вероятностных характеристик циклической долговечности// VI Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. - Ташкент, 1986.-С.451.

6. Мельничок Л.С., Попов Б.А. Квадратичные приближения табличных функций с условием// Алгоритмы и программы вычисления функций на ЭЦВМ.-Вып. 5. Киев: Ин-т кибернетики, 1981.-Ч.I (Алгоритмы).-С.78-84.-Ч.II (Программы).-С.93-99.

7. Мельничок Л.С. Анализ закономерностей развития усталостных трещин/ Материалы X-й конференции молодых ученых ФМИ АН УССР. -Львов, 1981.-(Рукопись деп. в ВИНИТИ 12.04.83 №1948-83).- С.110-113.

8. Мельничок Л.С. Алгоритм аппроксимации сплайн-функцией с нелинейными звеньями/ IV Всесоюзная школа-семинар "Распараллеливание обработки информации". Тезисы докладов.-Ч.III.- Львов, 1983.- С.124-126.

9. Мельничок Л.С. Аналитическое описание нетипичных диаграмм усталостного разрушения/ Материалы XI-й конференции молодых ученых ФМИ АН УССР. -Львов, 1984.- (Рукопись деп. в ВИНИТИ 16.02.84 №931-84).- С.95-97.

10. Мельничок Л.С. Сплайн-модель роста усталостных трещин. - Там же.- С.98-100.

11. Мельничок Л.С. Оценка вероятностных характеристик ресурса при циклическом нагружении// Проблемы повышения качества приборов и оборудования.- Львов, 1985.- (Рукопись деп. в ВИНИТИ 17.01.85. №479-85).- С. 107-110.

12. Мельничок Л.С. Статистическое моделирование для определения надежности характеристик циклической трещиностойкости/ V Всесоюзная школа-семинар "Распараллеливание обработки информации". Тезисы докладов.- Ч.4.- Львов, 1985.- С.151-152.

Особистий внесок. Всі результати, що складають основний зміст дисертаційної роботи, отримані автором самостійно. В публікаціях написаних у співавторстві, дисертантові належать: в роботах [1] та [5] - методика прогнозування ймовірнісних характеристик довговічності, в роботах [2] та [6] - алгоритми знаходження параметрів наближення експериментальних даних і порівняльний аналіз математичних моделей РВТ, в роботі [3] - запропонована сплайн-модель РВТ, в роботі [4] - побудована ймовірнісна модель РВТ.

Мельничок Л.С. Математическое моделирование и исследование роста усталостных трещин.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.02 - математическое моделирование в научных исследованиях, Физико-механический институт им. Г.В.Карпенко НАН Украины, Львов, 1995.

Построена вероятностная модель процесса роста усталостных трещин (РУТ) и обоснована методика обработки результатов испытаний материалов на циклическую трещиностойкость. Проведен сравнительный анализ детерминистических моделей РУТ и предложена математическая модель на основе аппроксимации экспериментальных данных сплайном специального вида. Разработана методика оценки вероятностных характеристик долговечности элементов конструкции.

Melnychok L.S. Mathematical Modelling and Analysis of Fatigue Crack Growth.

Dissertation for obtaining of the scientific degree of candidate of sciences (engineering) on the speciality 05.13.02 - The mathematical modelling in scientific researches, Physico-mechanical Institute of National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 1995.

Probabilistic model of fatigue crack growth is built and methodic of experimental data processing for cyclic crack resistance is substantiated. Comparative analysis of fatigue crack growth deterministic models is realized and mathematical model based on approximation of experimental data by specific form spline is proposed. Procedure of evaluation of construction components life probabilistic parameters is worked out.

Ключові слова:

математична модель, втомна тріщина, статистичне моделювання, апроксимація функцій, випадкова величина, прогнозування.

Ав 32.964

Підписано до друку 6.09.95 р. Формат 60x84 1/16.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 1,0. Тираж 100. Зам. 806.
Друк. ПТУ № 58. 290008. Львів, 1в. Федорова, 9.