НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ім. Я.С.ПІДСТРИГАЧА

на правах рукопису

НИКОЛИШИН
Мирон Михайлович

ГРАНИЧНА РІВНОВАГА ОБОЛОНОК З НАСКРІЗНИМИ ТА ПОВЕРХНЕВИМИ ТРІЩИНАМИ ПРИ ПРУЖНОМУ І ПРУЖНОПЛАСТИЧНОМУ ДЕФОРМУВАННІ

01.02.04. - Механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Львів - 1995

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ім. Я.С.ПІДСТРИГАЧА

на правах рукопису

НИКОЛИШИН
Мирон Михайлович

ГРАНИЧНА РІВНОВАГА ОБОЛОНОК З НАСКРІЗНИМИ ТА ПОВЕРХНЕВИМИ ТРІЩИНАМИ ПРИ ПРУЖНОМУ І ПРУЖНОПЛАСТИЧНОМУ ДЕФОРМУВАННІ

01.02.04. - Механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Львів - 1995

Робота виконана в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.

Науковий консультант - доктор фізико-математичних наук, професор В. А. Осадчук

Офіційні опоненти : член-кор. НАН України, доктор технічних наук, професор О. Є. Андрейків; доктор фізико-математичних наук, професор А. О. Камінський; доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник М. В. Хай.

Провідна установа: Донецький державний університет.

Захист відбудеться "30" жовтня 1995 р. о 15 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д.04.17.01 в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України за адресою: 290601, м. Львів, вул. Наукова, 3-б.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці ІППММ НАН України (м. Львів, вул. Наукова, 3-б).

Автореферат розіслано "28" вересня 1995 р.

Вчений секретар спеціалізованої ради Ш П. Р. Шевчук.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність. У будівництві нафто- та газопроводів, у кораблє- та авіабудуванні, в енергетиці та інших галузях сучасної техніки використовують оболонкові елементи конструкцій. Іх міцність істотно залежить від наявності дефектів структури таких, як мікро- та макротріщини, різного роду пустоти, границі зерен і блоків структури та ін. Біля таких дефектів виникає висока інтенсивність напружень, що призводить до пластичного течіння чи руйнування тіла. Щоб оцінити вплив таких концентраторів на напружено-деформований стан тіла, доцільно провести дослідження для більш простих концентраторів, які піддаються аналітичному трактуванню. Такими є, наприклад, математичні розрізи - тріщини. В останні роки проводять дослідження з метою встановити, які реальні дефекти та при яких умовах можна моделювати математичними розрізами. В опублікованих методичних рекомендаціях розрахунку та випробувань на міцність енергетичного обладнання (МР-108.7-86) показано, які поверхневі, підповерхневі чи наскрізні реальні дефекти моделюються математичними розрізами прямокутної, еліптичної або кругової форм. При цьому запропоновано співвідношення, які пов'язують геометричні розміри математичного розрізу з площею реального дефекту.

Розвиткові теорії та методів розв'язування задач про визначення напружено-деформованого стану та граничної рівноваги тіл із тріщинами присвячена значна кількість робіт вітчизняних та зарубіжних вчених. Досить повний огляд наведено в монографіях енциклопедичного характеру: 7-томнику "Разрушение" під редакцією Г. Любовиця, 4-томнику "Механика разрушения и прочность материалов" під редакцією В. В. Панасюка та 2-томнику "Справочник по коэфициентам интенсивности напряжений" під редакцією Ю. Муракамі, а також у ряді інших монографій. Аналіз показує, що порівняно з пластинами із тріщинами, напружено- деформований стан яких вивчено досить повно, для оболонок, у зв'язку із значними труднощами математичного та обчислювального характеру, аналогічні дослідження проведено значно менше і дещо пізніше.

Перші задачі про напружений стан пологих оболонок із тріщинами, використовуючи метод граничних інтегральних рівнянь, розв'язані Е. Фоліасом у 1965 р. Значний вклад у розвиток теорії та методів дослідження оболонок із тріщинами внесли вітчизняні наукові школи під керівництвом В. А. Осадчука, М. П. Саврука, Л. А. Фільштинського, В. П. Шевченка. Із зарубіжних авторів найбільший вклад у такі дослідження, крім Е. Фоліаса, внесли Ф. Ердоган, М. Ратвані. Відзначимо, що переважна більшість цих досліджень проведена в рамках теорії пружності, а гранична рівновага оболонок визначалася на основі концепції Гріффітса-Ірвіна. Однак з практики відомо, що істотну роль у процесі руйнування відіграють пластичні деформації. Лінійні розміри області пластичних деформацій можуть бути сумірними з довжиною тріщини чи характерним розміром тіла. В таких випадках вимоги концепції Гріффітса-Ірвіна не справджуються, і для адекватної оцінки опору матеріалу поширенню тріщин необхідно використовувати методи нелінійної механіки руйнування. При цьому потрібно розв'язувати пружнопластичну задачу про визначення напружень і переміщень в оболонках з тріщинами. Побудова розв'язків для випадку довільної зони пластичності біля вершини тріщини є складною математичною проблемою.

При дослідженні пластин набув поширення метод розв'язання пружнопластичних задач із припущенням, що пластичні деформації локалізовані в тонких смугах на продовженні тріщин. М. Я. Леоновим, В. В. Панасюком, П. В. Вітвіцьким, Д. С. Дагдейлом, А. А. Уеллсом на основі цих припущень побудовано математичні моделі. Хоч фізичне трактування запропонованих моделей дещо різне, їх математичне формулювання фактично є однаковим. Таку модель у літературі часто називають моделлю Леонова-Панасюка-Дагдейла або просто δ_k-моделлю. Ф. Ердоган, М. Ратвані, Е. Фоліас використали аналог цієї моделі для дослідження пологих оболонок.

Аналіз літератури, проведений у монографіях В. В. Панасюка, М. П. Саврука, О. П. Дацишин, В. А. Осадчука; в оглядових статтях Я. С. Підстригача, В. А. Осадчука, В. В. Панасюка, М. П. Саврука та ін. показав, що переважну більшість розв'язків задач про пружну рівновагу оболонок і всі дослідження пружнопластичних оболонок виконано в рамках теорії пологих оболонок. При цьому вивчались, в основному, оболонки, ослаблені однією тріщиною.

Актуальність обраної для дисертаційної роботи теми - дослідження напружено-деформованого стану та граничної рівноваги пружних і пружнопластичних оболонок із тріщинами - зумовлена об'єктивною потребою розвитку методів розрахунку міцності тонкостінних елементів конструкцій, виробів та споруд. Такі дослідження виконувались у рамках науково-технічної програми "Спорудження об'єктів нафтового комплексу" проблеми "Зварка" та проблеми "Фізико-хімічна механіка матеріалів".

Мета роботи: розробка ефективного аналітично-числового методу розв'язування задач про напружений стан пружних та пружнопластичних ізотропних та трансверсально-ізотропних оболонок із системами наскрізних і ненаскрізних тріщин з використанням аналога δ_k-моделі, рівнянь загальної моментної теорії оболонок або уточненої теорії оболонок типу Тимошенка; постановка та розв'язання на цій основі нових класів задач; побудова та аналіз критеріальних співвідношень, що пов'язують критичне навантаження з розмірами дефектів, та порівняння результатів, отриманих на їх основі, з експериментальними даними; дослідження впливу зовнішнього навантаження, залишкових напружень, геометричних і фізико-механічних параметрів, взаємодії тріщин між собою та з границею оболонки на граничну рівновагу оболонкових елементів конструкцій.

Наукова новизна результатів дисертації:

1. Розроблено метод зведення задач про напружено-деформований стан пружнопластичних непологих оболонок із наскрізними та ненаскрізними тріщинами до систем сингулярних інтегральних рівнянь (СІР). Суть цього методу полягає в тому, що за допомогою аналога δ_k-моделі пружнопластична задача зводиться до пружної, а остання - з використанням методу дисперсій - до системи СІР з невідомими границями інтегрування та правими частинами. Ця система доповнена до замкненої умовами обмеженості зусиль і моментів та умовами пластичності теорії оболонок.

2. Запропоновано аналог δ_k-моделі для тонких оболонок, що враховує нерівномірний розподіл зусиль і моментів у пластичних зонах біля наскрізних і ненаскрізних тріщин.

3. Побудовано алгоритми чисельного розв'язування систем СІР з невідомими границями інтегрування та розривними правими частинами сумісно з умовами обмеженості напружень та умовами пластичності.

4. Для широкого діапазону зміни геометричних та фізико-механічних параметрів і навантаження одержано апроксимаційні співвідношення для розрахунку критичних параметрів граничної рівноваги замкнутої циліндричної оболонки з поздовжніми чи поперечними наскрізними або поверхневими тріщинами нормального відриву.

5. Розроблено методику дослідження напружено-деформованого стану пластин із тріщинами, коли вихідною є система сингулярно збурених диференційних рівнянь уточненої теорії пластин, яка враховує об'ємний розподіл напружень.

6. Виконано числовий аналіз ряду задач і досліджено залежність параметрів граничної рівноваги пружних і пружнопластичних оболонок від зовнішнього навантаження, розподілу залишкових напружень, взаємодії тріщин між собою та з границею оболонки, геометричних і фізико-механічних параметрів оболонки та пружного середовища, в якому вона знаходиться.

Обгрунтованість основних наукових результатів забезпечується строгістю постановок задач і математичних методів, що застосовуються для їх розв'язування, збігом в окремих випадках із відомими результатами. Достовірність одержаних у роботі розв'язків конкретних задач підтверджується використанням при розв'язуванні деяких задач різних варіантів вихідних рівнянь; застосуванням різних методів розв'язування систем СІР і порівнянням результатів; зіставленням числових результатів із відомими в літературі, що отримані іншими методами або з експерименту.

Практична цінність. Запропоновано цілісний метод дослідження ізотропних і трансверсально-ізотропних оболонок із взаємодіючими наскрізними та поверхневими тріщинами при наявності розвинутих пластичних деформацій. Він дозволяє оцінити вплив зовнішнього навантаження, геометричних і фізико-механічних параметрів на міцність і деформовність оболонкових елементів конструкцій з дефектами типу тріщин; розглянути питання оптимального проектування оболонок із конструктивними розрізами; розрахувати міцність трубопроводів і різного роду цистерн, що знаходяться в рідині або в грунті.

Розроблений алгоритм числового розв'язування систем СІР та його реалізація на ЕОМ можуть бути використані при розв'зуванні систем СІР, що описують інші фізико-механічні процеси.

Отримані в роботі в рамках узагальненої δ_k-моделі критеріальні співвідношення дають можливість розробити рекомендації та нормативно-технічні документи оптимального вибору за тріщиностійкістю марки та товщини прокату сталей для газо- та нафтопроводів, а також тонкостінних цистерн, що перебувають під дією внутрішнього тиску. Ці ж критеріальні співвідношення дають можливість визначити критичний внутрішній тиск у трубопроводах при допустимих розмірах дефектів на основі експериментальних досліджень на відповідних пластинах.

Апробація роботи. Окремі результати, що містяться в роботі, обговорювались на симпозіумі з нових методів розрахунку на міцність та жорсткість (Миколаїв, 1972); на XI Всесоюзній конференції з теорії оболонок і пластин (Харків, 1977); на республіканській науково-технічній конференції "Інтегральні рівняння в прикладному моделюванні" (Київ, 1983); на Всесоюзній конференції "Сучасні проблеми будівельної механіки та міцності літальних апаратів" (Москва, 1983); на III Всесоюзній конференції "Змішані задачі механіки деформівного твердого тіла" (Харків, 1985); на II Всесоюзному симпозіумі "Механіка руйнування" (Житомир, 1985); на II республіканській конференції "Інтегральні рівняння в прикладному моделюванні" (Київ, 1986); на II Всесоюзній конференції "Механіка неоднорідних структур" (Львів, 1987);

на Всесоюзній конференції з теорії пластин та оболонок (Кутаїсі, 1987); на IV Всесоюзній конференції "Змішані задачі механіки деформованого тіла" (Одеса, 1989); на III Всесоюзній конференції з механіки неоднорідних структур (Львів, 1991); на IV Всесоюзній конференції "Сучасні проблеми будівельної механіки та міцності літальних апаратів" (Харків, 1991); на VIII Міжнародній конференції з механіки руйнування матеріалів (Київ, 1993); на I Міжнародному симпозіумі українських інженерів-механіків (Львів, 1993);

Дисертаційна робота в цілому доповідалась і обговорювалась на семінарі з механіки деформівного твердого тіла Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України під керівництвом член-кор. НАН України Г.С.Кіта, на семінарі з механіки руйнування матеріалів і міцності конструкцій Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАН України під керівництвом академіка НАН України В.В.Панасюка, на семінарі відділу механіки руйнування матеріалів Інституту механіки НАН України під керівництвом професора А.О.Камінського, на науковому семінарі відділу зварних конструкцій Інституту електрозварювання ім. Є.О.Патона НАН України під керівництвом член-кор. НАН України В.І.Трюфякова, на семінарі кафедри теоретичної і прикладної механіки Донецького державного університету під керівництвом академіка НАН України В.П.Шевченка.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 49 наукових робіт.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається з вступу, семи розділів, висновків і списку літератури. Загальний обсяг роботи становить 372 сторінок машинописного тексту (основний зміст 291 стор.) і включає 63 ілюстрації та 2 таблиці. Бібліографія дисертації містить 330 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі наведено короткий огляд праць за темою дисертації, обгрунтовано актуальність проблематики, сформульовано мету досліджень, відмічено новизну, наукову та практичну значимість роботи, коротко викладено результати, отримані в дисертації.

Перший розділ присвячено постановці задач про напружено-деформований стан пружнопластичних оболонок із тріщинами та викладено загальний метод зведення їх до систем сингулярних інтегральних рівнянь (СІР).

Тут розглядається тонка оболонка з системою наскрізних тріщин, що не перетинаються та розміщені вздовж координатних ліній. Вважається, що оболонка перебуває під дією зовнішнього навантаження, а до берегів тріщин можуть бути прикладені самозрівноважені (рівні за величиною та протилежно направлені) зусилля та моменти. Обмежується випадком, коли береги тріщин у процесі деформації не контактують між собою. Припускається також, що розміри тріщин, величина навантаження, поведінка матеріалу такі, що пластичні деформації розвиваються на продовженні тріщин вузькою смугою по всій товщині оболонки. З літератури відомо, що такий розподіл пластичних деформацій для тонкостінних елементів конструкцій має місце та підтверджений експериментально.

Для побудови математичної моделі такої оболонки використано узагальнений аналог δ_k-моделі для тонких пластин. При цьому вузькі смуги пластичності на продовженні тріщини, аналогічно, як і для пластин, моделюються фіктивними розрізами. Проте на відміну від δ_k-моделі, згідно з якою до берегів фіктивної тріщини прикладено відомі напруження σ_T, в оболонці діють невідомі нормальні N, зсувні S, перерізуючі Q зусилля та згинні моменти M, які задовольняють відповідні умови пластичності тонких оболонок

$$F^n\left(N^{(n)},\ S^{(n)},\ Q^{(n)},\ M^{(n)},\ \sigma_T,\ \sigma_B\right) = 0 \qquad (1)$$

Тут σ_T, σ_B - поріг пластичності та границя міцності матеріалу оболонки. Таким чином, пружнопластична задача про напружено-деформований стан оболонки з тріщинами заданої довжини зводиться до задачі про пружну рівновагу оболонки з тріщинами невідомої довжини, до берегів яких прикладено невідомі зусилля та моменти, що задовольняють умови пластичності тонких оболонок (1) і протидіють розкриттю тріщини. Для оболонки з системою k тріщин, розміщених вздовж координатних ліній, записано граничні умови на зусилля та моменти, що характеризують збурений напружений стан, спричинений наявністю тріщин.

На контурі кожної із тріщин $l^{(1)}_{p\nu}$, розміщених вздовж лінії $\alpha_1=\alpha^0_p$, що складається із початкової тріщини $l_{p\nu}$ та фіктивних тріщин на її продовженні зліва $l^{(2)}_{p\nu}$ та справа $l^{(3)}_{p\nu}$, задовольняються умови:

$$T^+_i(\alpha^0_p,\alpha_2) = T^-_i(\alpha^0_p,\alpha_2) = f^{p\nu}_i(\alpha_2), \quad i=\overline{1,4}, \quad \alpha_2 \in l^{(1)}_{p\nu}. \qquad (2)$$

Тут

$$T_1=N_1, \quad T_2=M_1, \quad T_3=S, \quad T_4=Q_1.$$

$$f_1^{p\nu}(\alpha_2) = \begin{cases} T_1^{(2)}(\alpha_p^0;\alpha_2) - T_1^0(\alpha_p^0,\alpha_2), & \alpha_2 \in l_{p\nu}; \\ -T_1^0(\alpha_p^0;\alpha_2) + T_1^{(2)}, & \alpha_2 \in l_{p\nu}^{(2)}, \\ -T_1^0(\alpha_p^0;\alpha_2) + T_1^{(3)}, & \alpha_2 \in l_{p\nu}^{(3)}, \end{cases} \qquad (3)$$

N_i, S, Q_i, M_i - відповідно нормальне, зсувне та перерізуюче зусилля та згинний момент; верхній індекс "0" при зусиллях-моментах відповідає основному напруженому стану, викликаному зовнішнім навантаженням в оболонці без тріщин; індексом "1" позначено зусилля та моменти, прикладені до берегів реальних тріщин; індексами "2" та "3" позначено невідомі зусилля та моменти, прикладені до берегів фіктивних тріщин $l_{p\nu}^{(2)}$ та $l_{p\nu}^{(3)}$ відповідно ліворуч та праворуч від реальної тріщини і які задовольняють умови пластичності (1); знаками "+" та "-" відмічено граничні значення функцій на берегах тріщин α_p+0 та α_p-0.
На контурі кожної із тріщин $q_{rs}^{(1)}$, розміщених вздовж ліній $\alpha_2=\alpha_r^0$, що складається із початкової тріщини q_{rs} та фіктивних тріщин на її продовженнях $q_{rs}^{(2)}$, $q_{rs}^{(3)}$, задовольняються умови аналогічні умовам (2).

При зведенні задачі до системи інтегральних рівнянь використано метод дисторсій у теорії тонких оболонок із тріщинами, запропонований у роботах Я.С.Підстригача та В.А.Осадчука. Суть його полягає в наступному. Оболонці з тріщинами ставимо у відповідність суцільну оболонку із зосередженими на лініях тріщин джерелами внутрішніх напружень з невідомими густинами, що зумовлюють стрибки зміщень та кутів повороту, аналогічні, як в оболонці з тріщинами. Виходячи із зображення компонент повної деформації у вигляді

$$e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^0, \qquad i,j=\overline{1,3}, \qquad (4)$$

де e_{ij}^e - пружні деформації, які зв'язані з напруженнями законом Гука, а e_{ij}^0 - функціонали, які у випадку тріщин, розміщених вздовж ліній $\alpha_1=\alpha_p^0$, виражаються через стрибки узагальнених зміщень співвідношеннями

$$e_{ij}^0 = \varepsilon_{ij}^0 + \gamma\,\varkappa_{ij}^0, \qquad i,j=1,2, \qquad \varepsilon_{11} = \frac{1}{A_1^p}\Big[u(\alpha_2)\Big]\delta\left(\alpha_1-\alpha_p^0\right),$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{A_1^p}\Big[v(\alpha_2)\Big]\delta\left(\alpha_1-\alpha_p^0\right), \qquad \varepsilon_{22}^0 = 0,$$

$$\varkappa_{11}^0 = -\frac{1}{A_1^p}\left\{\Big[\theta(\alpha_2)\Big]\delta\left(\alpha_1-\alpha_p^0\right) + \frac{1}{A_1^p}\Big[w(\alpha_2)\Big]\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\delta\left(\alpha_1-\alpha_p^0\right)\right\}, \ldots \qquad (5)$$

$$\Big[\psi(\alpha_2)\Big] = \psi^+\left(\alpha_p^0+0,\ \alpha_2\right) - \psi^-\left(\alpha_p^0-0,\ \alpha_2\right), \qquad \alpha_2 \in l_{p\nu}^{(1)}.$$

та вихідних співвідношень теорії тонких оболонок, побудовано систему неоднорідних ключових диференційних рівнянь. Наприклад, у переміщеннях така система має вигляд:

$$L_{kp}u_p = \frac{2Eh}{1-\nu^2} L^o_k \left[R\left(\varepsilon^o_{ii} + \nu\varepsilon^o_{jj},\ \frac{1-\nu}{2} \varepsilon^o_{12} \right),\ \frac{h^2}{3}\left(\varkappa^o_{ii} + \nu\varkappa^o_{jj},\ \frac{1-\nu}{2} \varkappa^o_{12} \right) \right] \quad (6)$$

$$k,p=\overline{1,3},\quad i,j=1,2,\quad u_1=u,\quad u_2=v,\quad u_3=w.$$

У співвідношеннях (5), (6) $\delta(\alpha)$ - функція Дірака; A_i, u, v, w, k_1, k_2 - відповідно коефіцієнти Ляме, переміщення та головні кривини серединної поверхні оболонки; θ_i - кути повороту нормалі до серединної поверхні; 2h, R - товщина оболонки та радіус її серединної поверхні; E, ν - модуль пружності та коефіцієнт Пуассона; L_{kp}, L^o_k - у загальному випадку диференційні оператори не вище четвертого порядку зі змінними коефіцієнтами. Підкреслимо: співвідношення (5) отримано за умов, що зусилля та моменти неперервні в довільній точці оболонки, а переміщення u, v, w та кути повороту θ_1, θ_2 мають стрибки при переході через лінії тріщин (розриви першого роду). У випадку, коли фіктивна тріщина $q^{(1)}_{rs}$ розміщена вздовж лінії $\alpha_2=\alpha^0_r$ співвідношень (5) мають аналогічний вигляд.

Далі шляхом побудови фундаментального розв'язку ключової системи диференційних рівнянь з застосуванням операцій згортки отримано інтегральні зображення ключових функцій через невідомі стрибки переміщень і кутів повороту. За допомогою цих зображень і записано вирази для знаходження зусиль і моментів у довільній точці оболонки, в тому числі й на відрізках, що відповідають тріщинам. З вимогою, щоб відповідні зусилля-моменти задовольняли граничні умови (2) на всіх k тріщинах, отримано систему 4k сингулярних інтегральних рівнянь з невідомими границями інтегрування для визначення похідних від стрибків переміщень та кутів повороту. Ввівши на кожній тріщині локальну систему координат, систему інтегральних рівнянь можна зобразити так:

$$\sum_{j=1}^{4}\sum_{n=1}^{k}\int_{-l_n}^{l_n} F_{jn}(u)\left[\frac{a^{ij}_{nm}}{u-s_n} + K^{ij}_{nm}(u,\ s_n)\right]du = \frac{2\pi}{C_i}\, f^*_{im}(s_n). \quad (7)$$

$$|s_n| < L_n,\qquad i=\overline{1,4},\qquad m=\overline{1,k}.$$

Тут $F_{in}(u)$ - похідні від функцій стрибків переміщень і кутів повороту по нормалі до n-ої тріщини; $K^{ij}_{nm}(u,s_n)$ - функції, неперервні для всієї множини дійсних змінних u та s_n; a^{ij}_{nm}, C_i - сталі. Ядра системи CIP складаються із сингулярного ядра Коші та регулярної частини. В праві частини, крім заданих на берегах початкової тріщини зусиль та моментів, входять 8k невідомих зусиль і моментів, прикладених до берегів фіктивних тріщин. У загальному випадку права частина СІР описується розривними функціями, що містять стрибки першого роду в кінці початкової тріщини. Розв'язки системи СІР повинні задовольняти умови однозначності переміщень і кутів повороту у вершинах тріщин.

Таким чином, у системі (7), крім невідомих 2k границь інтегрування, 4k стрибків узагальнених переміщень, є невідомими ще 8k зусиль і моментів, що діють у пластичних зонах. Тому для побудови єдиного розв'язку ця система СІР доповнена 2k умовами пластичності вигляду (1) та 8k умовами обмеженості зусиль і моментів біля вершин фіктивних тріщин.

Якщо ввести тепер відповідну заміну змінних, то всі інтервали інтегрування можна привести до інтервалу (-1, 1) і, отриману систему систему СІР зобразити у вигляді

$$\int_{-1}^{1} \frac{\psi_{in}(\eta)d\eta}{\eta-\zeta_n} - \sum_{j=1}^{4} \sum_{m=1}^{k} \int_{-1}^{1} \psi_{jm}(\eta)K_{nm}^{ij}\left(\eta,\ \zeta_n\right)d\eta = \frac{2\pi}{C_i} f^{*}_{in}(\zeta_n) \qquad (8)$$

$$|\zeta_n| < 1, \qquad i=\overline{1,4}, \qquad n=\overline{1,k}.$$

де $\psi_{jn}(\eta)$ - лінійна комбінація функцій $F_{in}(\eta)$.

У цьому ж розділі розглянуто трансверсально-ізотропні оболонки, основні співвідношення для яких записані на основі гіпотез С.П.Тимошенка. Умови (2), (4) мають аналогічний вигляд і відповідно до граничних умов їх, на відміну від класичної теорії, буде не чотири, а п'ять. Тому задачу про граничну рівновагу трансверсально-ізотропної пружнопластичної оболонки зведено до системи 5k СІР. Тут побудовано також інтегральні рівняння для пологих оболонок із системою довільно орієнтованих k тріщин.

Таким чином, сформульована математична модель задачі про пружнопластичну рівновагу тонких оболонок із тріщинами дозволяє використати за вихідні як рівняння загальної моментної теорії оболонок, так і рівняння уточнених теорій. При цьому побудований єдиний алгоритм, який передбачає наявність фундаментального розв'язку вихідної системи диференційних рівнянь. Інтегральні рівняння записано на фізичні величини - стрибки переміщень та кутів повороту, що істотно спрощує знаходження розкриття тріщин, а також задоволення умов однозначності узагальнених переміщень біля вершин тріщин.

У другому розділі запропонований метод використано для дослідження граничної рівноваги пружнопластичних ізотропних оболонок із наскрізними тріщинами. Розглянуто задачу про граничну рівновагу замкнутої нескінченної циліндричної оболонки із ідеально пружнопластичного матеріалу з регулярною системою k паралельних періодично розміщених наскрізних тріщин. Якщо напружено-деформований стан оболонки без тріщин осесиметричний, а береги тріщин завантажені однаково та симетрично відносно лінії $\alpha=0$, яка проходить через центри тріщин, то досить розглянути панель $|\beta|<\pi/k$ з тріщиною $|\alpha|<\alpha_0$, $\beta=0$ ($\alpha_0=l_0/k$, $2l_0$ - довжина тріщини). Пластичні зони біля кінців тріщин у цьому випадку будуть однакові, а зусилля та моменти, що діють у них, також рівні між собою. Тому на берегах фіктивної тріщини виконуються умови

$$f_i(\alpha)=\begin{cases} P_i^{(1)}(\alpha)-P_i^0(\alpha), & |\alpha|\le\alpha_0; \\ -P_i^0(\alpha)+P_i, & \alpha_0\le|\alpha|\le\alpha_1; \end{cases} \tag{9}$$

а функціонали ε_{ij}^0, $\varkappa_{ij}^0$ можна зобразити так:

$$\varepsilon_{11}^0=0,\quad \varepsilon_{22}^0=\frac{1}{R}\Big[v(\alpha)\Big]\delta(\beta),\quad \varepsilon_{12}^0=\frac{1}{R}\Big[u(\alpha)\Big]\delta(\beta). \tag{10}$$

$$\varkappa_{11}^0=0,\quad \varkappa_{12}=-\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial\alpha}\Big[w(\alpha)\Big]\delta(\beta),$$

$$\varkappa_{22}=-\frac{1}{R}\left\{\Big[\theta_2(\alpha)\Big]\delta(\beta)+\frac{1}{R}\Big[w(\alpha)\Big]\frac{\partial}{\partial\beta}\delta(\beta)\right\}, \tag{11}$$

$\alpha_1=\alpha_0+\rho_p$, $\rho_p=l_p/R$, l_p - довжина пластичної зони.

Вихідна система неоднорідних рівнянь у переміщеннях має вигляд (6), а L_{ij} та L_i^0 - диференційні оператори, не вище 4-го порядку, з постійними коефіцієнтами. Побудовано $2\pi/k$- періодичний фундаментальний розв'язок цієї системи та записано інтегральні зображення ключових функцій через невідомі стрибки переміщень і кутів повороту. Далі за допомогою ключових функцій і відповідних формул для зусиль та моментів на підставі граничних умов (9) отримано систему 4-ох СІР, яка розпадається на дві. Перша відповідає симетричному навантаженню (нормальне зусилля та згинний момент):

$$\sum_{j=1}^{2}\int_{-\alpha_1}^{\alpha_1}F_j(\zeta)\left[a_{ij}\,\mathrm{cth}\,\frac{k(\zeta-\alpha)}{2}+K_{ij}(\zeta-\alpha)\right]d\zeta=\frac{2\pi}{C_i}f_{i*}^*(\alpha), \tag{12}$$

$$|\alpha|<\alpha_1,\qquad i=1,2.$$

Друга система має аналогічний вигляд і відповідає антисиметричному навантаженню (зсувне та узагальнене за Кіргофом перерізуюче зусилля). У системі (12) позначено: $F_j'(\zeta)$ - похідні від функцій стрибків переміщення v та кута повороту θ_2; $K_{ij}(\zeta-\alpha)$ - регулярні частини ядер;

a_{ij}, C_i - постійні.

Отримана система СІР відрізняється від відповідної системи рівнянь для пружної задачі тим, що тут невідомі границі інтегрування (невідома довжина зони l_p), у правих частинах інтегральних рівнянь є чотири невідомі величини N, M, S, Q. Крім цього, праві частини є розривними функціями. Система розв'язана сумісно з умовами скінченності зусиль та моментів в околі вершин фіктивної тріщини, які в цьому випадку можна записати так;

$$K_i = 0, \qquad i = \overline{1,4}. \tag{13}$$

(K_i - коефіцієнти інтенсивності зусиль і моментів), а також з відповідною умовою пластичності. На випадок симетричного навантаження для ідеально пружнопластичного матеріалу приймається умова Треска у вигляді умови пластичності поверхневого шару:

$$\frac{N}{2h\sigma_T} + \frac{3|M|}{2h^2\sigma_T} = 1 \tag{14}$$

або умови пластичного шарніру

$$\left(\frac{N}{2h\sigma_T}\right)^2 + \frac{|M|}{h^2\sigma_T} = 1 \tag{15}$$

Відмітимо, що розподіли напружень у пластичній зоні по товщині оболонки, що відповідають умовам (14) та (15), є мажорантами для довільного розподілу напружень по товщині для ідеально пружнопластичних матеріалів.

Таким чином, отримано повну систему рівнянь для визначення похідних від функцій стрибків узагальнених переміщень, границі інтегрування та зусиль-моментів, що діють у пластичній зоні. При цьому праві частини системи (12) - розривні функції. Прямі методи розв'язування таких систем СІР, як показали числові експерименти, дають значну похибку в точці розриву. Тому розв'язок цієї системи СІР побудовано у вигляді суми;

$$F_j(\alpha) = h_j(\alpha) + \psi_j(\alpha), \qquad j=1,2, \tag{16}$$

де $h_j(\alpha)$ - розв'язок відповідних канонічних СІР з розривною правою частиною

$$\int_{-1}^{1} \frac{h_i(t)}{t-S}\,dt = f_j^*(S), \qquad j=1,2, \qquad |S|<1. \tag{17}$$

Розв'язок цього рівняння знайдено, використовуючи формули обернення інтегралів типу Коші. Так, у випадку, коли береги початкових тріщин вільні від навантаження, а N_2^0, M_2^0 - сталі, $h_1(t)$ має вигляд

$$h_1(t) = \frac{1}{\pi^2\sqrt{1-t^2}}\left(D_1^0\left(N_2^0,\ M_2^0\right)t - D_1\left(N,\ M\right)z(t)\right). \qquad (18)$$

Тут

$$z(t) = 2\nu^* t + \sqrt{1-t^2}\, L_1(t), \qquad \nu^* = \arccos \tau_0,$$

$$L_1(t) = \ln\left|\frac{\tau_0\sqrt{1-t^2} - t\sqrt{1-t_0^2}}{\tau_0\sqrt{1-t^2} - t\sqrt{1-t_0^2}}\right|, \qquad \tau_0 = \frac{l_0}{l_1},$$

функції D_1, крім вказаних зусиль та моментів, залежать також від ν, σ_T і геометричних параметрів оболонки.

Для визначення функцій $\psi_j(\alpha)$ отримано систему вигляду (12), але з неперервними правими частинами, які містять невідомі N та M. Тому $\psi_j(\alpha)$ записано у вигляді

$$\psi_j(\alpha) = \psi_j^0(\alpha) + N\psi_j^{(1)}(\alpha) + M\psi_j^{(2)}(\alpha), \qquad (19)$$

а кожну із $\psi_j^k(\alpha)$ (k=0,1,2) знайдено за допомогою методу механічних квадратур, який дозволяє задачу про обчислення кожної із функцій $\psi_j^k(\alpha)$ звести до системи лінійних алгебричних рівнянь.

Для побудови числового розв'язку задачі використано наступний алгоритм. Вибирають початкове значення параметра α_1 (зокрема, для оптимального вибору α_1 можна використати розв'язок відповідної задачі для пластин), знаходять праві частини системи СІР для визначення функцій $\psi_j(\alpha)$, будують та розв'язують відповідну систему лінійних алгебричних рівнянь, з умови (13) знаходять N та M і перевіряють одну з умов пластичності. Якщо умова пластичності виконується з наперед заданою точністю, то задача розв'язана, якщо ні - то певним чином змінюють α_1 і процедуру повторюють.

Для оболонки, що перебуває під дією внутрішнього тиску виконано числовий аналіз. У випадку оболонки з однією тріщиною (k=1) числові результати співставлено з експериментальними, отриманими американськими дослідниками Б.Ваттінгом та А.Кованом, які вимірювали розкриття тріщини в трубах із цирконієвого сплаву, які використовуються у парових реакторах. Результати теоретичних і експериментальних досліджень добре узгоджуються між собою. Для оболонки, ослабленої системою тріщин (k>1), показано, що розкриття вершин тріщин і довжина пластичних зон монотонно залежать від величини внутрішнього тиску та довжини тріщин, але немонотонно від їх кількості. Встановлено також, що при малих довжинах тріщин l_0 та внутрішньому тиску P результати, отримані на основі рівнянь загальної моментної теорії та теорії пологих оболонок, практично співпадають. З ростом l_0 та P різниця між цими результатами зростає. Числовий аналіз проведено для умов пластичності (14) та (15). Показано, що значення розкриття вершин тріщини, отримані з використанням обидвох умов, мало відрізняються. Враховуючи цей факт, а також те, що для довільного розподілу напружень у пластичній зоні по товщині оболонки вирази (14), (15) є мажорантами, зроблено висновок, що ця модель дозволяє з незначною похибкою визначити розкриття тріщини в ідеально пружнопластичній оболонці з довільним розподілом напружень у пластичній зоні по товщині оболонки.

Аналогічні дослідження проведено для замкнутої циліндричної оболонки з регулярною системою поперечних тріщин, розміщених на одній напрямній. Числовий аналіз виконано для оболонки, що розтягується на нескінченності постійними осьовими зусиллями. Показано, що початок взаємодії тріщин, як правило, характеризується зменшенням їх розкриття; при дальшому зближенні тріщин розкриття їх вершин збільшується.

У цьому ж розділі досліджено розкриття вершин тріщин у замкнутій циліндричній оболонці, ослабленій двома тріщинами, розміщеними вздовж координатної лінії. В цьому випадку розміри зон пластичних деформацій на обох кінцях тріщин та зусилля-моменти, що діють у цих зонах, - різні. Це значно ускладнює як аналітичні викладки, так і чисельну реалізацію задачі. Для симетричного відносно лінії тріщин навантаження отримано систему СІР. Ядра цієї системи, на відміну від системи СІР (12) є нерізницевими, невідомими є дві границі інтегрування, і праві частини рівнянь містять чотири невідомі зусилля та моменти, що діють у пластичних зонах. Тому розв'язок системи побудовано з шістьма додатковими умовами. Числовий аналіз проведено для оболонки, що розтягується прикладеними на нескінченності осьовими зусиллями N_1^0 і яка ослаблена двома поперечними тріщинами. Показано, що взаємодія тріщин починає впливати на розкриття їх вершин та довжину пластичних зон, коли віддаль між ними дорівнює 3/2 довжини реальної тріщини.

Тут же досліджено розкриття тріщин у пологих оболонках: у сферичній оболонці з прямолінійною в плані тріщиною; у сферичній оболонці з двома тріщинами, що розміщені на одній прямій; у циліндричній оболонці з повздовжною тріщиною. Розв'язки систем СІР для пологих оболонок із однією тріщиною знайдено за допомогою методу малого параметра. Показано, що при рівних всіх інших умовах у сферичній оболонці розкриття вершин тріщин більше, ніж у циліндричній. Всі ці дослідження проведено при допущенні, що матеріал оболонки ідеально пружнопластичний, а зусилля та моменти, що діють в пластичній зоні,- постійні. В роботі проведено також дослідження лінійного розподілу зусиль-моментів вздовж пластичної зони для циліндричної і сферичної оболонок з тріщинами, коли напруження вздовж зони пластичності міняються від $\sigma_т$ до $\sigma_в$. Прийнята модель дозволяє враховувати зміцнення матеріалу в процесі пластичного деформування. Такий розподіл напружень запропонований А.Камінським та Г.Галатенком при дослідженні пружнопластичних пластин з тріщинами. Розрахунки показали, що враховуючи зміцнення матеріалу одержано менше розкриття вершин тріщин.

Викладено результати досліджень граничної рівноваги оболонок із тріщинами нормального відриву. Результати отримано на основі деформаційного критерію, в рамках якого прийнято, що тріщина починає розповсюджуватись, коли δ- розкриття її вершини - досягне критичного значення $\delta_к$. Отримані критеріальні співвідношення включають вирази, які одержано на основі розв'язання ситеми нелінійних інтегральних рівнянь. В зв'язку з цим для визначення критичних навантажень при заданих розмірах дефектів або навпаки - допустимих розмірів дефектів для заданого навантаження - потрібно виконати великий обсяг числових розрахунків. Тому в роботі проведено додаткові дослідження з метою встановити апроксимаційні співвідношення для інженерного розрахунку тонкостінних оболонкових конструкцій. Для цього використано результати аналогічних досліджень критичних параметрів крихкого руйнування пружних оболонок із тріщинами. Для пружних циліндричних оболонок показано, що граничне навантаження в оболонці дорівнює граничному навантаженню у відповідній пластині, поділеному на деяку функцію $f(\rho)$ від геометричних параметрів $\rho=l_0^2/(2hR)$. На підставі цього та з допомогою формули для розкриття вершини тріщини в пластині, наведеної в монографії В.Панасюка, в роботі запропоновано співвідношення для розкриття вершини в циліндричній оболонці. Так, для поздовжньої тріщини це співвідношення має вигляд:

$$\delta = \frac{8l_0\sigma_т}{\pi E}\ln\sec\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_*\sigma_\theta}{\sigma_т}\right), \qquad (20)$$

де σ_θ- напруження на лінії тріщини в оболонці без тріщини, f_*- функція від ρ, записана у вигляді кубічних сплайн-функцій для широкого діапазону зміни ρ.

Щоб порівняти результати, отримані на основі запропонованої апроксимаційної формули (20), та числового аналізу розв'язків нелінійних систем СІР, на рис. 1 приведено криві залежності розкриття вершин тріщин від зовнішнього навантаження та їх довжин. Суцільними лініями зображено результат числових розрахунків, одержаних на основі розв'язування системи СІР, штриховими лініями - дані, обчислені за формулою (20). Кільцями позначено результати експериментальних даних, отриманих у лабораторії Управління атомної енергії Об'єднаного Королівства в м. Берклі при дослідженні можливостей швидкого руйнування резервуарів, що перебувають під дією внутрішнього тиску. Різниця між результатами, що відповідають суцільній і штриховій лінії, при $\sigma_\theta/\sigma_т<0.3$ не перевищує 1%. Із збільшенням навантаження різниця між результатами, отриманими різними методами, збільшується. Тому, щоб зменшити похибки при $\sigma_\theta/\sigma_т>0.3$, в роботі запропоновано також формулу для розкриття вершини поздовжньої тріщини в циліндричній оболонці:

$$\delta = \frac{8l_0\sigma_т}{\pi E}\left(1 + B_a\,\frac{f_a\sigma_\theta}{\sigma_т}\right)\ln\sec\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{f_a\sigma_\theta}{\sigma_т}\right). \qquad (21)$$

де

$$Ba = \begin{cases} 0, & \sigma_\theta/\sigma_т \le 0.3\ , \\ 0.49\ , & 0.3 < \sigma_т/\sigma_т \le 0.8\ . \end{cases}$$

Результати, отримані за формулою (21), відрізняються від результатів, отриманих на основі розв'язку системи СІР, на вказаному інтервалі зміни $\sigma_\theta/\sigma_т$ не більше 5%.

Щоб знайти критичне значення навантаження при відомому δ_k, потрібно розв'язати транценсдентне рівняння (21) відносно σ_θ. У межах похибок формули (20) граничне значення внутрішнього тиску для циліндричної оболонки з поздовжньою тріщиною визначається з рівності

$$P^* = \frac{2h}{R}\,\frac{2}{\pi}\,\frac{\sigma_т}{fa}\arccos\exp\left(-\frac{\pi E\delta_k}{8l_0\sigma_т}\right). \qquad (22)$$

Аналогічні критеріальні співвідношення отримано для замкнутої циліндричної оболонки, що розтягується на нескінченності постійними осьовими напруженями та ослабленої поперечною тріщиною.

Таким чином, критеріальними співвідношеннями (20)-(22) встановлено взаємозв'язок між критичним значенням внутрішнього тиску або розтягуючими зусиллями у замкнутій циліндричній оболонці з поздовжньою або поперечною тріщиною та критичними розтягуючими напруженнями у пластині такої ж товщини з аналогічною тріщиною. Це дозволяє експериментально перевіряти на відповідних пластинах з

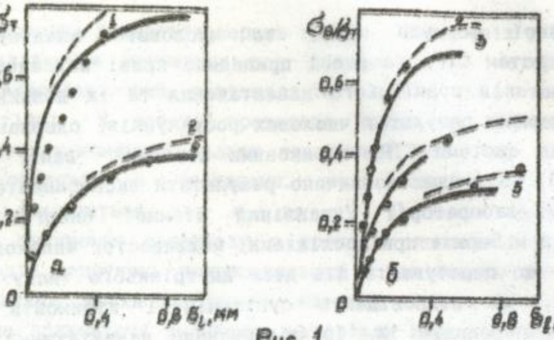

Рис. 1

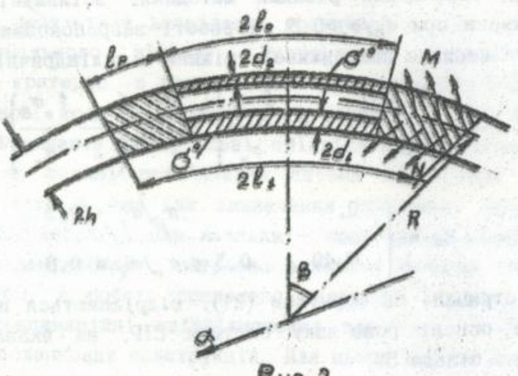

Рис. 2

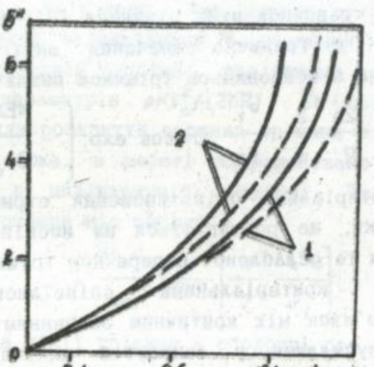

Рис. 3

тріщинами критеріальні співвідношення для оболонок з тріщинами.

У третьому розділі досліджено вплив низької зсувної жорсткості та неоднорідності матеріалу на параметри граничної рівноваги (розкриття вершини тріщини для пружнопластичних оболонок або коефіцієнти інтенсивності зусиль і моментів для пружних оболонок). Спочатку розглянуто трансверсально-ізотропну пружнопластичну сферичну оболонку з прямолінійною в плані тріщиною. При цьому використано рівняння уточненої теорії оболонок типу П. Тимошенка

$$\nabla^2\left(\nabla^2\nabla^2 - \varepsilon d^*\lambda^2\nabla^2 + \lambda^4\right)\varphi = D_0 l_1^2 F_1^0\left(\varepsilon_{ij}^0, \varkappa_{ij}^0\right),$$

$$\nabla^2\omega = \frac{R\nabla^2\nabla^2\varphi}{D_0^2 l_1} + F_2^0\left(\varepsilon_{ij}^0, \varkappa_{ij}^0\right), \qquad \left(\nabla^2 - l_1^2\mu^2\right)\psi = F_3^0\left(\varepsilon_{ij}^0, \varkappa_{ij}^0\right). \quad (23)$$

Тут ε, d^*, λ, D_0, μ виражені через постійні матеріалу, $F_k^0(\varepsilon_{ij}^0, \varkappa_{ij}^0)$ - диференційні оператори. Використання цієї теорії дає можливість задовольнити п'ять природних граничних умов.

Побудовано фундаментальний розв'язок системи (23) і задача зведена до системи п'яти СІР, що розпадається на дві: систему двох рівнянь, які відповідають симетричному навантаженню, та систему трьох рівнянь для антисиметричного навантаження. Числовий аналіз проведено для оболонки, що знаходиться під внутрішнім тиском або розтягується постійними зусиллями, нормальними до лінії тріщини. При такому навантаженні зміна модуля зсуву G' в площинках, перпендикулярних до серединної поверхні, мало впливає на розкриття вершини тріщини. У випадку трансверсально-ізотропної пластини з тріщиною система СІР розпадається на окремі інтегральні рівняння для розтягу, зсуву, згину та систему рівнянь, що відповідає перерізуючому зусиллю та крутному моменту. Для пластини, що перебуває під одночасною дією розтягуючих зусиль і згинного моменту, виконано числові розрахунки. Інтегральні рівняння, що відповідають розтягу та згину, не зв'язані між собою, але в цілому задача взаємозв'язана через умови пластичності. Показано, що розкриття вершини тріщини збільшується із зменшенням модуля зсуву G'.

Аналогічні дослідження виконано для трансверсально-ізотропної циліндричної оболонки з системою паралельних поздовжніх тріщин. Розрахунки проведено для трансверсально-ізотропної пластини з системою паралельних тріщин, коли пластина знаходиться під одночасною дією розтягу і згину. Показано, що з ростом довжини вплив параметра податливості на зсув зменшується.

Побудовано також систему СІР для циліндричної оболонки неоднорідної по товщині, коли модуль пружності та коефіцієнт Пуассона є функціями координати, нормальної до серединної поверхні. Задача розв'язана в рамках теорії пружності. Як приклад розглянуто тришарову оболонку. Встановлено, що збільшення модуля пружності зовнішніх шарів приводить до зменшення коефіцієнта інтенсивності нормального зусилля та збільшення коефіцієнта інтенсивності згинного моменту.

Четвертий розділ присвячено вивченню граничної рівноваги оболонок з ненаскрізними тріщинами. Спочатку дослідження проведено на основі аналога δ_k-моделі для пологих оболонок з ненаскрізними тріщинами, запропонованого в роботах Ердогана та Ратвані. Його суть: рівень навантаження, розміри тріщин та поведінка матеріалу такі, що пластичні деформації розвиваються на продовженні фронту тріщини вузькою смугою по всій товщині оболонки. При цьому над і під тріщиною по товщині оболонки діють постійні напруження σ_T, а на продовженні тріщини по її довжині - постійні зусилля-моменти, які задовольняють умову пластичності тонких оболонок (рис. 2). Таким чином, тривимірна пружнопластична задача для оболонки з ненаскрізною тріщиною заданих розмірів зведена до двомірної пружної задачі для оболонки з фіктивною наскрізною тріщиною невідомої довжини. Реакцію пластичної зони на пружну на границі між ними замінено відповідними зусиллями та моментами, що враховано граничними умовами, яким повинні задовольняти компоненти збуреного напруженого стану на берегах фіктивної тріщини. Наприклад, при симетричному відносно лінії тріщини та лінії $x=0$ навантажені ці умови мають вигляд;

$$N_s = \begin{cases} N_s^{(1)} + N^{(1)} - N_s^0, & |x|<x_0; \\ N - N_s^0, & x_0 \le |x| \le x_1; \end{cases}$$

$$M_s = \begin{cases} M_s^{(1)} + M^{(1)} - M_s^0, & |x|<x_0; \\ M - M_s^0, & x_0 \le |x| \le x_1; \end{cases} \tag{24}$$

$$N^{(1)} = 2\left(d_1+d_2\right)\sigma_T; \qquad M^{(1)} = 2\sigma_T\left(h-d_1-d_2\right)\left(d_2-d_1\right); \qquad S = 1,2.$$

$x = \alpha, \beta$ - залежно від розміщення тріщини.

На основі цієї моделі, використовуючи рівняння загальної моментної теорії та теорії оболонок типу П.Тимошенка, проведено дослідження розкриття фронту тріщини для сферичної оболонки з поверхнею ($d_2 = 0$) та для циліндричної оболонки з системою паралельних поздовжніх ненаскрізних тріщин. Обчислення розкриття тріщини виконано в різних точках її фронту. На основі чисельного аналізу можна зробити висновок про ймовірність утворення пробою в оболонці або її повного руйнування.

Недоліком моделі, яка використана в цьому розділі, є те, що в перерізах $|x|=x_0$ напруження мають стрибок. Для його усунення потрібно допустити зміну координати нейтрального волокна. В роботі, приймаючи, що координата нейтрального волокна вздовж пластичної зони міняється лінійно, побудовано аналог δ_k-моделі, в рамках якого нормальне зусилля та згинний момент змінюються відповідно за квадратним і кубічним законом. На основі запропонованої моделі проведено дослідження розкриття фронту внутрішньої тріщини в циліндричній оболонці. Відмічено, що в ряді випадків із достатньою точністю можна використовувати аналог δ_k-моделі із постійними зусиллями-моментами в пластичній зоні.

Граничне значення зовнішнього навантаження або розмірів ненаскрізної тріщини визначено, прирівнюючи найбільше розкриття на фронті тріщини δ_{max} до δ_k. Це критеріальне співвідношення значно складніше, ніж для наскрізних тріщин. Тому і для цього випадку побудовано апроксимаційні співвідношення. Спочатку отримано замкнутий розв'язок задачі для пластини з поверхневою тріщиною при одночасній дії розтягу та згину. Формула для розкриття тріщини в довільній її точці має вигляд

$$\delta(x,\gamma) = \frac{2\sigma_T}{\pi E}\left\{\frac{h_0-h+d}{h} - 3(1+\nu)\frac{\gamma\left[m_0+d(h-d)\right]}{h^3(3+\nu)}\right\}\left[\left(x_0-l_0\right)\Gamma\left(l_1,x,l_0\right) - \right.$$

$$\left. - \left(x_0+l_0\right)\Gamma\left(l_1,x,-l_0\right)\right]. \tag{25}$$

де

$$h_0 = \left[4(h-d)t_2 - \pi N_2^0/\sigma_T\right]/t_2, \qquad t_1=\arccos\left(l_0/l_1\right).$$

$$m_0 = \left[4d(h-d)t_2 + \pi M_2^0/\sigma_T\right]/t_1, \qquad t_2=\arcsin\left(l_0/l_1\right).$$

d - глибина поверхневої тріщини. Покладаючи у формулі (25)

$$N_2^0 = PRf_a, \qquad M_2^0 = 0. \tag{26}$$

отримано апроксимаційну формулу для обчислення розкриття поздовжньої поверхневої тріщини в циліндричній оболонці, яка перебуває під дією внутрішнього тиску P.

Щоб порівняти результати числових розрахунків за формулою (25) з врахуванням (26) та отриманих на основі числового розв'язування системи СІР, на рис.3 наведено криві залежності розкриття поверхневої тріщини в точці $\alpha=0$, $\gamma=h-2d$ від зовнішнього навантаження та розмірів тріщини: суцільними лініями - результати числових розрахунків, одержаних на основі розв'язування системи СІР; штриховими - дані, обчислені за формулою (25) з врахуванням (26). Встановлено: різниця між результатами, отриманими цими двома способами, при $\sigma_\theta/\sigma_т<0.7$, $2<l_0/h<7$ не перевищує 9%. Отже, для вказаних діапазонів зміни навантаження та довжини тріщини співвідношення (25) з врахуванням (26) після заміни δ на $\delta_к$ стає критеріальним співвідношенням для замкнутої циліндричної оболонки з поздовжньою поверхневою тріщиною.

Для випадку пружних оболонок з поверхневими тріщинами використано модель лінійних пружин (стержнів), яка застосовувалась при дослідженні пластин та пологих оболонок і вперше запропонована Ж.Райсом і Н.Леві. На основі цієї моделі досліджено залежність коефіцієнта інтенсивності напружень від геометричних розмірів тріщин у циліндричній оболонці. За вихідні прийнято рівняння теорії оболонок типу П.Тимошенка. Показано, що із збільшенням довжини тріщини значення коефіцієнта інтенсивності напружень в оболонці наближається до значення коефіцієнта інтенсивності напружень у смузі з тріщиною такої ж глибини. Із збільшенням глибини тріщини різниця між значеннями цих коефіцієнтів інтенсивності зростає.

У п'ятому розділі досліджено граничну рівновагу ослаблених тріщинами оболонок, які взаємодіють з пружним середовищем. (Це різного призначення цистерни та трубопроводи в грунті чи в рідині або з'єднані з іншими тілами). Спочатку досліджено циліндричу оболонку з поздовжньою тріщиною, яка з'єднана з пружним заповнювачем у вигляді полого циліндра. Реакція циліндра на оболонку моделюється зусиллями і моментами, які з певними припущеннями визначено в ході розв'язування задачі. Дослідження проведено в рамках теорії пружності. Показано, що із збільшенням модуля пружності заповнювача коефіцієнти інтенсивності нормального зусилля та згинного моменту зменшується.

В цьому ж розділі вивчено вплив лінійного пружного середовища на коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів у замкнутій циліндричній оболонці. Тобто прийнято, що на оболонку, крім зовнішнього навантаження, діють реакції, пропорційні до переміщень u, v, w. Дослідження проведено в рамках теорії пружності. Аналіз розрахунків показав, що на коефіцієнти інтенсивності зусиль і моментів найбільший вплив має складова, пропорційна до w (середовище Вінклера). В цьому середовищі досліджено розкриття вершини тріщини в пружнопластичній сферичній оболонці та пружна рівновага циліндричної оболонки з системою паралельних наскрізних тріщин. Показано, що збільшення коефіцієнта постелі $k_п$ пружного середовища приводить до зменшення коефіцієнтів інтенсивності зусилля та моменту. В циліндричній оболонці при малих значеннях $k_п$ залежність коефіцієнтів інтенсивності від кількості тріщин не є монотонною, як і в оболонці без пружного заповнювача. При більших значеннях $k_п$ ця залежність стає монотонною, як і в пластині при зближенні паралельних тріщин.

Отримано також розв'язок задачі про граничну рівновагу пластини з системою паралельних наскрізних тріщин, коли за вихідну взято систему сингулярно збурених диференційних рівнянь уточненої теорії, яка враховує наявність усіх компонент напружено-деформованого стану пластини. Ця теорія побудована Ю. Чернухою на основі операторного методу. За формулами відновлення в рамках цієї моделі подано всі компоненти напружено-деформованого стану, в тому числі коефіцієнти інтенсивності напружень, як функції координати, нормальної до серединної поверхні

$$K = k_{11} + \left(1-3\zeta^2\right)k_{12}, \quad \zeta = \gamma / h. \tag{27}$$

Побудовано фундаментальний розв'язок вихідної системи диференційних рівнянь і задачу зведено до системи СІР, яка розв'язана методом механічних квадратур. Числовий аналіз показав, що в околі серединної поверхні коефіцієнт інтенсивності напружень відрізняється від свого значення, знайденого на основі класичної теорії, не більше як на 5%, і його значення зменшується з наближенням до поверхні пластин. Критичне значення навантаження або розмірів дефекту для пластини в рамках цієї моделі, а також для оболонки з поверхневою тріщиною, що досліджена у межах пружності, знайдено за допомогою силового критерію

$$K_1(P_*, l_0) = K_c. \tag{28}$$

де K_c - статична тріщиностійкість матеріалу, яку визначають експериментально.

Для знаходження критичних параметрів оболонок із наскрізними тріщинами за умов крихкого руйнування використано енергетичний підхід. На основі отриманих формул для коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів записано вираз для потоку енергії G у вершину тріщини. Далі, прирівнюючи його до критичного значення енергії

$$G = G_к \tag{29}$$

та використовуючи формулу

$$K_c = \sqrt{EG_к}. \tag{30}$$

отримано співвідношення для критичних параметрів циліндричної оболонки. Наприклад, для оболонки з поздовжньою тріщиною це співвідношення має вигляд

$$\sigma_2^* = \frac{K_c}{\sqrt{\pi l_0}} f_a^{-1}, \qquad f_a = \left[K_1^2 + \frac{2K_1K_2}{R\left(3+\nu\right)\sqrt{3(1-\nu^2)}} + \frac{K_2^2}{3-2\nu-\nu^2}\right]^{1/2} \qquad (31)$$

Таким чином, за умов крихкого руйнування критичне напруження в оболонці з поздовжньою тріщиною дорівнює критичному напруженню у відповідній пластині, поділеному на функцію $f_a(\rho)$, яка залежить від геометричних параметрів і яку можна розглядати як коефіцієнт форми. Функція $f_a(P)$ для широкого діапазону зміни ρ апроксимована кубічними сплайн-функціями

$$f_a = \sum_{j=0}^{2} C_{ij}\left(\rho_i\right)\rho^j, \qquad i=\overline{1,3}, \qquad (32)$$

де $C_{ij}\left(\rho_i\right)$ - кусково сталі функції. При цьому значення функції, обчислені за формулами (31) та (32), відрізняються менше ніж на 2% для практично можливих діапазонів зміни параметрів l_0, h, λ, ν. Для циліндричної оболонки з поперечною тріщиною отримано формулу, аналогічну до (31). Якщо за вихідні прийнято рівняння уточненої теорії оболонок типу Тимошенка, функція f_a має вигляд

$$f_a = \left[K_1^2 + \frac{1}{1-\nu^2} K_2^2\right]^{1/2}$$

Отримані критеріальні співвідношення дають можливість з достатньою точністю визначити критичне навантаження в циліндричній оболонці з поздовжньою чи поперечною тріщиною при крихкому руйнуванні.

В шостому розділі коротко викладено схему експериментально-теоретичного методу визначення залишкових зварних напружень і досліджено їх вплив на параметри граничної рівноваги оболонок з тріщинами. Суть цього методу полягає в тому, що для конкретної оболонки та технології зварювання формулюється обернена задача для визначення поля вільних (від напружень) технологічних деформацій e^0_{ij}. Після знаходження цього поля в рамках запропонованої моделі за відповідними формулами обчислюються залишкові зварні напруження в довільній точці оболонки. Практично майже завжди можна отримати апріорну інформацію про шукане поле e^0_{ij}, достатню, щоб формалізувати її у вигляді обмежень на клас допустимих розв'язків і прийти до умовно коректної постановки оберненої задачі. Задача розв'язується шляхом мінімізації функціоналу, який є мірою відхилення теоретично розрахункових компонент тензора напружень або їх інтегральних характеристик від визначених експериментально.

На основі експериментально-теоретичного способу з використанням рівнянь уточненої теорії оболонок типу П.Тимошенка побудовано розв'язок задачі про розподіл залишкових напружень біля зварного шва в циліндричній оболонці, звареній із двох частин з однакового або різних матеріалів. Для пружної однорідної циліндричної оболонки з поздовжньою тріщиною проведено аналіз впливу залишкових напружень на величину та характер зміни коефіцієнтів інтенсивності зусиль і моментів.

Задача про граничну рівновагу пружнопластичної циліндричної оболонки з поздовжньою ненаскрізною тріщиною, що знаходиться в полі залишкових зварних напружень, зведена до системи СІР. При цьому вважається, що пороги текучості σ_T^i основного матеріалу та матеріалу шва - різні, а модуль пружності і коефіцієнти Пуассона - однакові. Для пластини розподіл залишкових напружень в околі зварного шва апроксимований кусково постійною функцією. Побудований замкнутий розв'язок відповідної системи СІР і отримано формули для визначення розкриття тріщини та розміру зони пластичних деформацій.

Наведені в літературі дослідження граничної рівноваги оболонок з тріщинами стосуються, як правило, безмежних оболонок. У сьомому розділі роботи запропоновано підхід до розв'язання задач про рівновагу ослаблених тріщинами оболонок скінченної довжини. Розглядається пружнопластична циліндрична оболонка завдовжки $2l_d$ з регулярною системою поздовжніх ненаскрізних тріщин при довільних умовах на її торцях. Для побудови розв'язку цієї задачі скінченній оболонці ставиться у відповідність нескінченна, в якій вздовж ліній границі оболонки розміщені джерела внутрішніх напружень. Густини цих джерел шукаються, щоб на проміжку $|\alpha|<l_d/R$ напружений стан був тотожній з напруженим станом оболонки завдовжки $2l_d$, ослабленої тріщинами, та з заданими умовами на границі. Аналогічно, як і в першому розділі, задача зведена до системи СІР на стрибки узагальнених переміщень на лінії тріщини та фіктивні стрибки переміщень на торцях оболонки. В загальному випадку ця система буде містити на 8 рівнянь (і шуканих функцій) більше, ніж відповідна система для безмежної оболонки. Ядра цих додаткових 8-ми інтегральних рівнянь є неперервними функціями. В інтегральні рівняння, що описують наявність тріщин, додатково до невідомих функцій, що відповідають безмежній оболонці, входять функції фіктивного стрибка з регулярними ядрами.

Розглянуто конкретний випадок, коли напружений стан оболонки симетричний відносно ліній тріщин, а також відносно лінії $\alpha=0$. Задача зведена до системи СІР (два рівняння - виконання умов на тріщині і чотири - на границі оболонки). З використанням комбінації методів механічних квадратур та граничних елементів отриману систему СІР зведено до системи лінійних алгебричних рівнянь, яка розв'язується сумісно з умовами пластичності та обмеженості напружень. На випадок однієї наскрізної тріщини в ідеально пружнопластичній оболонці, жорстко закріпленій на торцях, проведено числовий аналіз залежності розкриття вершини тріщини та розміру пластичних зон від відносної довжини тріщини.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. В дисертаційній роботі, з використанням рівнянь загальної моментної теорії чи теорії оболонок типу Тимошенка, вперше досліджено взаємодію наскрізних та поверхневих тріщин між собою та з границею оболонки з врахуванням розвинутих пластичних деформацій. Ці дослідження проведено на основі запропонованого методу, при розробці якого:

- запропоновано різні варіанти аналога δ_k-моделі для тонких оболонок з наскрізними та ненаскрізними тріщинами, які враховують нерівномірний розподіл зусиль та моментів, а також зміну координати нейтрального волокна вздовж пластичних зон і передбачають наявність зміцнення матеріалу;
- розвинуто метод дисторсій зведення задач про напружений стан оболонок із тріщинами до системи СІР на випадок обмежених оболонок;
- побудовано алгоритм числового розв'язування системи СІР з невідомими границями інтегрування та розривними правими частинами сумісно з умовами обмеженості зусиль та моментів і умовами пластичності оболонок.

2. Розвинута модель лінійних стержнів для дослідження поверхневих тріщин в пружних непологих оболонках з кінцевою зсувною жорсткістю.

3. Побудовано розв'язки задач про напружений стан ослаблених тріщинами пружних і пружнопластичних ізотропних і трансверсально-ізотропних оболонок, що знаходяться в лінійному пружному середовищі або середовищі Вінклера.

4. На основі сингулярно збурених рівнянь уточненої теорії пластин, яка враховує об'ємний розподіл напружень, досліджено пружну рівновагу пластини з системою паралельних тріщин.

5. Використовуючи експериментально-теоретичний метод та рівняння уточненої теорії оболонок типу Тимошенка, досліджено розподіл залишкових напружень біля кільцевого зварного шва в циліндричній оболонці та вивчено їх вплив на коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів.

6. Отримано замкнутий розв'язок для пружнопластичної пластини з поверхнебою тріщиною, що знаходиться в полі залишкових зварних напружень, епюра яких моделюється кусково постійною функцією.

7. Для широкого діапазону зміни геометричних і фізико-механічних параметрів та величини зовнішнього навантаження побудовано апроксимаційні критеріальні співвідношення для тонких пружнопластичних циліндричних оболонок з поздовжніми чи поперечними наскрізними та поверхневими тріщинами нормального відриву. Похибка критичного навантаження, отриманого на основі цих співвідношень, не більша 5% від результатів, ориманих при повному розв'язанні задачі через систему СІР. Наявність цих критеріальних співвідношень дозволяє визначити критичне навантаження в оболонці на основі експериментально отриманого критичного навантаження для відповідної пластини.

На основі побудованих у роботі розв'язків задач та аналізу отриманих числових результатів зроблено такі загальні висновки.

1. Початок взаємодії тріщин в оболонках, як правило, призводить до зменшення розкриття берегів тріщин на їх фронті, коефіцієнтів інтенсивності зусиль і моментів.

2. За рівних інших умов ці параметри в сферичній оболонці більші, ніж у циліндричній.

3. Для оболонок, виготовлених із пружнопластичного матеріалу із зміцненням, розкриття тріщини менше, ніж у відповідних ідеально пружнопластичних оболонках.

4. Вибір умови пластичності для тонких оболонок незначно впливає на величину розкриття тріщин нормального відриву та розмір пластичних зон біля них.

5. У замкнутій циліндричній оболонці з системою періодичного розміщення тріщин при зменшенні віддалі між ними, на відміну від пластини з такою ж системою тріщин, параметри граничної рівноваги змінюються немонотонно, що дозволяє при проектуванні оболонкових елементів конструкцій з технологічними розрізами вибирати оптимально, з точки зору міцності, розміщення тріщин, їх розміри та кількість.

6. У трансверсально-ізотропній оболонці, що знаходиться під дією симетричного відносно тріщини розтягу, зміна параметра зсувної податливості E/G' мало впливає на зміну параметрів граничної рівноваги.

7. У пружнопластичній трансверсально-ізотропній пластині з системою паралельних тріщин, яка перебуває під одночасною дією розтягу і згину, віднесене до $\sigma_т$ розкриття вершин тріщин збільшується із збільшенням параметра зсувної податливості E/G'; із ростом довжини

тріщини вплив цього параметра зменшується.

8. Для циліндричної оболонки з системою тріщин, що знаходиться в пружному середовищі, для якого справедлива гіпотеза Вінклера, збільшення коефіцієнта постелі $k_п$ пружної основи приводить до зменшення коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів; починаючи з деякого значення $k_п$, якісно коефіцієнти інтенсивності зусиль і моментів ведуть себе, як у пластині, тобто монотонно міняються із збільшенням тріщин.

9. В ослабленій поздовжньою тріщиною замкнутій циліндричній оболонці з пружним заповнювачем у вигляді пологого циліндра із збільшенням модуля пружності заповнювача коефіцієнти інтенсивності зусиль і моментів зменшуються.

10. Для ослабленої поздовжньою тріщиною замкнутої циліндричної оболонки, яка знаходиться під дією внутрішнього тиску і залишкових напружень, залежно від рівня максимальних залишкових напружень зміна коефіцієнта інтенсивності нормальних зусиль із зміною довжини тріщини може мати немонотонний характер. Це є один із механізмів гальмування розвитку тріщини.

11. У трансверсально-ізотропній циліндричній оболонці, що знаходиться під внутрішнім тиском і ослаблена поздовжньою тріщиною, величина критичного тиску для заданих довжин тріщин визначається, як і у випадку ізотропної оболонки, через критичне напруження в пластині, поділене на функцію $\varphi(\rho)$. Побудовано таку апроксимацію $\varphi(\rho)$ $\left[\rho=1^2/(2hR)\right]$ кубічними сплайн-функціями, що для $E/G'=2.6;20;60$ максимальне відхилення $\varphi(\rho)$ від значення $\varphi(\rho)$ при $E/G'=40$; $\rho<20$, не перевищує 2%.

РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ ВІДОБРАЖЕНІ В ТАКИХ ПУБЛІКАЦІЯХ

1. Подстригач Я.С., Осадчук В.А., Федюк Е.М. Николишин М.М. Метод дисторсий в теории тонких оболочек с трещинами // Мат. методы и физ.-мех. поля. - 1975. - Вып.1. - С. 29-41.
2. Осадчук В.А., Николишин М.М. Напряженное состояние ослабленной трещиной замкнутой трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с упругим заполнителем // Докл.АН УССР. Сер. А. - 1975. - № 17. - С. 619-623.
3. Осадчук В.А., Николишин М.М. Напряженное состояние замкнутой цилиндрической оболоч ки с системой трещин // Прикл. механика. - 1976. - 12, № 14. - С. 26-31.

4. Осадчук В.А., Николишин М.М. Напряженное состояние замкнутой трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки и бесконечной пластины с трещинами // Мат. методы и физ.-мех. поля. - 1976. - Вып.3. - С. 30-26.
5. Николишин М.М. Интегральные уравнения задачи о напряженном состоянии замкнутой цилиндрической оболочки с трещиной при антисимметричной нагрузке // Там же. - 1976. - № 4. - С. 83-85.
6. Осадчук В.А., Николишин М.М. К расчету остаточных сварочных напряжений в композиционных слоистых цилиндрических оболочках // Композиционные материалы и новые конструкции. - К.: Наук. думка. - 1977. - С. 79-85.
7. Николишин М.М., Осадчук В.А., Федюк Е.М. Упругое равновесие цилиндрической оболочки с системой коллинеарных трещин // Тез. докл. XII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин, Харьков, 1977. - С. 16.
8. Осадчук В.А., Николишин М.М., Регайло С.П. Влияние упругого заполнителя на напряженное состояние замкнутой цилиндрической оболочки системой трещин // Мат. методы и физ.-мех. поля. - 1979. - Вып.9. - С. 70-76.
9. Николишин М.М., Осадчук В.А. Интегральные уравнения задачи о напряженном состоянии трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с разрезами, находящейся в упругой среде // Интегральные уравнения в прикладном моделировании. - К.: Изд-во АН УССР. - 1983. - Ч.1. - С. 192-193.
10. Осадчук В.А., Николишин М.М., Костенко И.С. Предельно-равновесное состояние цилиндрической оболочки с трещинами с учетом локализованых в их окрестности пластических деформаций // Тез. докл. конф. "Современные проблемы строительной механики и прочность летательных аппаратов". - Москва, 1983. С. 106.
11. Николишин М.М. Многослойная цилиндрическая оболочка с системой коллинеарных разрезов // Механика неоднородных структур. - К.: Наук. думка, 1983. - С. 155-156.
12. Осадчук В.А., Кирьян В.И., Николишин М.М. Раскрытие вершины сквозной продольной трещины в цилиндрической оболочке под воздействием внутреннего давления // Проблемы прочности. - 1984. - № 10. - С. 64-67.
13. Осадчук В.А., Николишин М.М. Цилиндрическая оболонка с разрезом, находящаяся в упругой среде // Теорет. и прикл. механика. - 1985. - № 16. - С. 87-91.
14. Николишин М.М. Изгиб трансверсально-изотропной пластины с системой

параллельных разрезов // Физ.-хим. механика материалов. - 1985. - № 3. - С. 99-101.
15. Николишин М.М. Напряженное состояние многослойной цилиндрической оболонки с системой параллельных разрезов // Мат. методы и физ.-мех. поля. - 1985. - Вып. 22. - С. 85-89.
16. Осадчук В.А., Николишин М.М. Распределение напряжений около трещины в открытии цилиндрической оболочки // Защитные покрытия на металлах. - 1985. - Вып. 19. С. 74-77.
17. Николишин М.М. Влияние упругой среды на напряженное состояние цилиндрической оболочки с конечной сдвиговой жесткостью, ослабленной системой разрезов // Прикл. механика. - 1985. - № 3. - С. 56-61.
18. Николишин М.М. Напряженное состояние неоднородной по толщине цилиндрической оболочки, ослабленной системой поперечных трещин // Ред. журн. Физ.-хим. мех. материалов (Рукопись деп. в ВИНИТИ) Деп. № 2680-85. - 11 с.
19. Николишин М.М. К определению остаточных напряжений в цилиндрической оболочке с учетом утолщения в области сварного шва // Там же. - Деп. № 2679-85. - 18 с.
20. Николишин М.М., Маселко Т.Е. Предельное равновесие пологой цилиндрической оболочки с продольной трещиной с учетом пластических деформаций // Мат. методы и физ.-мех. поля. - 1986. - Вып. 23. - С. 80-84.
21. Осадчук В.А., Николишин М.М., Маселко Т.Е. Предельное равновесие находящийся на упругом основании сферической оболочки, ослабленной трещиной // Прикл. механика. - 1986. - № 10. - С. 47-52.
22. Осадчук В.А., Николишин М.М., Кирьян В.И. Применение аналога δ_k-модели для определения раскрытия несквозной трещины в замкнутой цилиндрической оболочке // Физ.-хим. механика материалов. - 1986. - № 1. - С. 88-92.
23. Николишин М.М. Влияние упругой среды на напряженное состояние неоднородной по толщине цилиндрической оболочки с поперечным разрезом // Тез. докл. II Всесоюз. конф. механика неоднородных структур, Львов, 1987. - С. 193.
24. Николишин М.М., Осадчук В.А. Влияние остаточных напряжений на предельное равновесие упруго-пластической цилиндрической оболочки с поверхностной трещиной // Труды XIV Всесоюзн. конф. по теории пластин и оболочек. - Кутаиси, 1987. - С. 285-290.
25. Николишин М.М. Раскрытие несквозных трещин в пластине // Мат. методы и физ-мех. поля. - 1987. - Вып. 26. - С. 29-31.

26. Николишин М.М., Маселко Т.Е. Раскрытие несквозной трещины в сферической оболочке с учетом пластического деформирования // Там же. - 1988. - Вып. 28. - С. 74-78.
27. Осадчук В.А., Николишин М.М., Шабо А.Г., Маселко Т.Е. Предельное равновесие ослабленных трещинами оболочек из упрочняющегося материала // Прикл. механика. - 1991. - 27, № 2. - С. 67-72.
28. Осадчук В.А., Николишин М.М., Шабо А.Г. Предельное равновесие замкнутой цилиндрической оболочки с регулярной системой поперечных сквозных трещин // Физ.-хим. механика материалов. - 1988. - № 6. - С. 109-111.
29. Николишин М.М., Шабо А.Г. Взаимодействие системы продольных разрезов в замкнутой цилиндрической оболочке с учетом пластического деформирования // Мат. методы и физ.-мех. поля. - 1989. - Вып. 30. - С. 50-54.
30. Николишин М.М., Шабо А.Г. Предельное равновесие замкнутой цилиндрической оболочки с поверхностной поперечной трещиной // Теорет. и прикл. механика. - 1990. - Вып. 21. - С. 83-86.
31. Николишин М.М., Шабо А.Г. Аналог δ_k-модели для цилиндрической оболонки с продольной трещиной // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. - К.: Наук. дутка. - 1989. - Ч. 2. - С. 33-34.
32. Николишин М.М. Напряженное состояние упругопластических оболочек с трещинами // Мат. методы и физ.-мех. поля. - 1992. - Вып. 35. - С. 147-151.
33. Николишин М.М., Сенькив Л.М. Решение уравнений трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с учетом деформаций, обусловленных физико-химическими процессами // Там же. - Вып. 36. - С. 80-84.
34. Николишин М.М., Маселко Т.Е. Предельное равновесие сферической упругопластической оболочки с двумя коллинеарными трещинами // Проблемы прочности. - 1994. - № 8. - С.
35. Nikolishin M.M. Limit equilibrium of elastoplastic transversally isotropic shells with flaws of a nonthrough crach type // Fracture mechanics: successes and problems, collection of Abstracts:- Kiev- 1993. - P. 131.
36. Osadchuk V.A., Margolin A.M., Nikolishin M.M., Krjuchin A.A. A Theoretical-experimental Mehtod for Determining the Long-Term Strength and Reliability of Cylindrical optical carriers for Mass Memory Systems // Pattern Recognition and Image Analysis. - 1994.- 4, № 3. - P. 261-366.

ABSTRACT. Nikolishin M.M. Limit equilibrium of shells with through and surface cracks under elastic and elastoplastic strain.

The thesis presented for a Doctor's degree (physics and mathematics); speciality: 01.02.04 - mechanics of deformable bodies, Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, L'viv, 1995 49 researches are presented that propose the method for investigation of limit equilibrium of non-shallow elastoplastic shells with a system of interacting cracks. The very core of the method consists in reduction of the elastoplastic problem by the δ_k-model analogue to the elastic one for shells with cracks of unknown length. The unknown loads and moments that satisfy the plasticity conditions for thin shells are apllied to the crack profiles. Then, using the distortion method, the problem is reduced to the system of singular integral equations with unknown limits of integration and unknown discontinuous right-hand sides. The algorithm for numerical solution of the above systems together with both the conditions of stress boundedness and plasticity is constructed and realized.

АННОТАЦИЯ. Николишин М.М. Предельное равновесие оболочек со сквозными и поверхностными трещинами при упругом и упругопластическом деформировании.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела. Институт прикладных проблем механики и математики им. Я.С.Подстригача НАН Украины, Львов, 1995.

Защищается 49 научных работ в которых предложен метод исследования предельного равновесия непологих упругопластических оболочек с системами взаимодействующих трещин. Сущность метода: упругопластическая задача с помощью аналога δ_k-модели сведена к упругой задаче для оболочки с трещинами неизвестной длины, к берегам которых приложены неизвестные усилия и моменты, удовлетворяющие условия пластичности тонких оболочек. Далее на основании метода дисторсий задача сведена к системе сингулярных интегральных уравнений с неизвестными пределами интегрирования и неизвестными разрывными правыми частями. Построен и реализован алгоритм чисельного решения таких систем совместно с условиями конечности напряжений и условиями пластичности.

Ключові слова: Оболонка з дефектами, пружні, пружнопластичні, аналог δ_k-моделі, умови пластичності, системи сингулярних інтегральних рівнянь, критеріальні співвідношення.

Підписано до друку 20.09.95. Формат паперу $60 \times 84^1/_{16}$. Папір офсетний. Друк. офсетний. Ум. друк. арк. 1,1. Ум. фарбо-відб. 1,3. Тираж 100. Зам. 1493.

Навчально-виробничі майстерні Львівського поліграфічного технікуму.
290004, м. Львів, вул. Винниченка, 12.