Дніпропетровський державний університет

На правах рукопису

БОКІЙ Ігор Борисович

РОЗВ'ЯЗАННЯ КОНТАКТНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ВЗАЄМОДІЮ ДВОХ ПРУЖНИХ ТІЛ З УРАХУВАННЯМ ТЕРТЯ ТА ІСТОРІЇ ПРИКЛАДЕННЯ ЗОВНІШНЬОГО НАВАНТАЖУВАННЯ

01.02.04 - Механіка деформівного твердого тіла

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Дніпропетровськ - 1995

Дисертація є рукопис.

Робота виконана на кафед... Запоріжського державного універс... механічих основ гірничого трансп... механіки НАН України.

Наукові керівники - доктор фізико-математичних наук,
професор ПРИВАРНІКОВ А.К.
кандидат технічних наук,
доцент АЛЕКСАНДРОВ О.І.

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук,
професор Смирнов С.О.,

кандидат фізико-математичних наук,
доцент Ламзюк В.Д.

Провідна організація - державна металургійна академія України (м.Дніпропетровськ)

Захист дисертації відбудеться "20" жовтня 1995р. о 15 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 03.01.14 Дніпропетровського державного університету (320625, МСП, м.Дніпропетровськ-10, пр.Гагаріна, 72, корпус 3, аудиторія 57)

З дисертацією можна ознайомитися в науковій бібліотеці Дніпропетровського державного університету.

Автореферат розіслано "12" вересня 1995р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради, КОСТИРКО В.В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Для розв'язання контактних задач все частіше стали застосувати чисельні методи, які можна розподілити на дві групи - варіаційні і неваріаційні.

Основи варіаційного підходу до контактних задач з граничними умовами, які враховують тертя, були закладені в роботах G.Duvaut, J.L.Lions. Вагомий вклад у розвиток даного напрямку внесли J.J.Kalker, P.D.Panagiotopoulos, J.T.Oden, L.T.Campos, Р.Тремольєр, J.Necas, J.Jarusek, J.Haslinger, О.С.Кравчук, О.В.Вовкушевський, О.А.Спектор, В.І.Кузьменко, Р.В.Гольдштейн, О.Ф.Зазовський, Р.П.Федоренко.

У неваріаційному підході розв'язання контактної задачі зводиться до розв'язання систем рівнянь відносно невідомих контактних тисків, або є послідовністю розв'язань задачі теорії пружності при уточнюючих граничних умовах. Даний підхід розглянуто в роботах K.Chan, J.Tuba, A.Francavilla, O.Zienkiewicz, R.Gaertner, Л.В.Нігіна, R.N.Bentall, K.L.Johnson, N.Ahamadi, L.M.Keer, T.Mura, A.Azarkin.

Не дивлячись на розвиток теорії варіаційних нерівностей, розв'язання контактної задачі з тертям пов'язано з великими труднощами математичного і обчислювального характеру. Недоліком неваріаційного підходу є те, що для отримання рішення контактної задачі необхідно декілька разів розв'язувати задачу теорії пружності або систему рівнянь.

Із неваріаційних методів розв'язання контактних задач з теорії пружності заслуговує уваги метод, оснований на зведенні їх до системи нелінійних операторних рівнянь відносно невідомих, нормальних і дотичних, контактних напружень на поверхні співдотику - роботи Б.О.Галанова, О.І.Александрова.

В більшості робіт, присвячених розв'язанню контактних задач по теорії пружності з кулоновим тертям, історія зміни зовнішніх навантажень не враховувалась і, по суті, розв'язувалась контактна задача в статичній постановці. Хоч деякими авторами (K.Chan, J.Tuba, R.Gaertner, Л.В.Нігіна, О.С.Кравчук) були запропоновані чисельні алгоритми, які враховували історію навантажування, в цілому, питання про вплив історії навантажування пружних тіл, при їх контактній взаємодії, залишається недостатньо вивченим.

Метою роботи є дослідження задач контактної взаємодії двох пружних тіл з тертям на поверхні співдотику, а саме:

- розробка чисельного алгоритму розв'язання контактної задачі теорії пружності з урахуванням тертя та історії прикладання зовнішнього навантажування для просторового, плоского і осесиметричного випадків.
- розв'язання просторових, плоских, осесиметричних задач контактної взаємодії при різних історіях прикладання зовнішнього навантажування.
- оцінка впливу історії прикладання зовнішнього навантажування на розподіл полів контактних напружень при даних історіях навантажування.

Наукова новизна. В даній роботі розроблений чисельний алгоритм розв'язання задачі контактної взаємодії двох лінійно-пружних тіл з урахуванням тертя та історії прикладання зовнішнього навантажування з використанням нелінійних операторних рівнянь відносно невідомих складових контактного тиску на поверхні співдотику. Чисельний алгоритм розглянуто для просторових, плоских, осесиметричних задач теорії пружності. Розв'язані нові задачі контактної взаємодії пружних тіл з кулоновим тертям і зроблена оцінка впливу історії навантажування пружних тіл на розподіл полів контактних напружень для різних випадків прикладання зовнішнього навантажування.

Вірогідність отриманих результатів підтверджується апробованістю чисельного алгоритму у різних задачах порівнянням отриманих чисельних результатів з відомим розв'язуванням. Також доказано, що для дискретного аналога контактної задачі на кожнім кроці приросту навантажування розглянута система нелінійних рівнянь задовольняє теорему Брауера про нерухому точку. На чисельних прикладах встановлено, що контактна задача збігається при збільшуванні кількості проміжків розбиття відрізку процесу навантажування.

Практична цінність. Побудований чисельний алгоритм та отримані результати можуть служити основою для більш повного вдосконалення питань контактної міцності, зношення, дисипації енергії при взаємодії пружних тіл, які моделюються пружними півпросторами (напівплощинами).

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися:

- на семінарі кафедри теоретичної та прикладної механіки Дніпропетровського державного університету;
- на семінарі кафедри вищої математики державної металургійної академії України;
- на семінарі "Компютерні проблеми механіки" в рамках наукової ради Інституту кібернетики;
- на семінарі кафедри алгебри та геометрії Запоріжського державного університету.

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані в роботах [1-6].

Структура і об'єм роботи. Дисертація складається з вступу, чотирьох частин, висновків, списку використаної літератури, в якому 90 назв. Текст викладений на 127 сторінках і містить в собі 36 малюнків та три таблиці.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтована актуальність теми, сформульована мета роботи, коротко викладено зміст роботи по частинах.

Перша частина присвячена огляду робіт по контактній задачі з урахуванням кулоного тертя. Показано місце роботи серед інших досліджень з даної тематики.

Друга частина присвячена постановці задачі контактної взаємодії двох пружних тіл з урахуванням тертя, коли співдотичні тіла апроксимуються півпросторами (напівплощинами). Розглядаються просторова, плоска і осесиметрична задачі.

В першому параграфі цієї частини наводиться класична постановка контактної задачі у вигляді обмежень на поверхні співдотику у формі рівності і нерівності, разглядаються основні припущення.

В недеформованому становищі тіла дотикаються в точці О. Приймаються такі припущення, при яких можна вважати, що поверхня контакту є плоскою в будь-який момент t процесу навантажування і лежить в загальній для тіл дотичній площині π, яка проходить точку О. Взаємодію вважаємо такою, що хвильові і інерційні ефекти не враховуються. В процесі навантажування на поверхні співдотику тіл виникають сили тертя, які підлягають закону Кулона.

Для просторової контактної задачі в декартовій системі координат, яка зв'язана з нижнім тілом (i=1) - початок координат в точці O, осі $x,y\in\pi$, вісь z спрямована усередину нижнього тіла; умови контактної взаємодії мають такий вигляд:

$$\begin{cases} w(s,t)\geqslant 0, \\ P_z(s,t)\geqslant 0, \\ w(s,t)P_z(s,t)=0, \\ \left(P_x^2(s,t)+P_y^2(s,t) \right)^{1/2} \leqslant \mu P_z(s,t), \\ U=\left[(\dot u(s,t))^2+(\dot v(s,t))^2\right]^{1/2} \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} P_x(s,t)=-\dfrac{\mu P_z\dot u}{U}, \\ P_y(s,t)=-\dfrac{\mu P_z\dot v}{U}, \end{cases} \end{cases} \tag{1}$$

$s\in\Omega$, $t\in[0,T]$.

Тут функції $u(s,t)$, $v(s,t)$, $w(s,t)$, задають переміщення поверхневих точок першого тіла відносно протилежних точок другого в напрямку осей x, y, z відповідно; функції $P_x(s,t)$, $P_y(s,t)$, $P_z(s,t)$ - складові контактного тиску, які діють на перше тіло; μ - коефіцієнт тертя; крапка над символом означає диференціювання по змінній t; Ω - обмежена область на площині π, яка містить точку O і усі можливі зони співдотику тіл, які відповідають різним значенням t.

В другому параграфі другої частини одержана система нелінійних операторних рівнянь відносно невідомих складових контактного тиску на поверхні співдотику для просторового, плоского і осесиметричного випадків. Доводиться еквівалентність отриманої системи нелінійних рівнянь системі рівностей і нерівностей в класичній постановці контактної задачі. Для просторової контактної задачі одержана система нелінійних рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} P_z = h(P_z - ED_1(P_x, P_y, P_z)), \\ P_x = q(P_x - E_1 D_2(P_x, P_y, P_z),\ P_y - E_1 D_3(P_x, P_y, P_z),\ P_z), \\ P_y = q(P_y - E_1 D_3(P_x, P_y, P_z),\ P_x - E_1 D_2(P_x, P_y, P_z),\ P_z). \end{cases} \quad (2)$$

Тут

$$D_1(P_x,P_y,P_z) = A_{11}P_z + A_{12}P_x + A_{13}P_y + \delta(s) - \Delta_z(t),$$
$$D_2(P_x,P_y,P_z) = L(A_{21}P_z + A_{22}P_x + A_{23}P_y - \Delta_x(t)),$$
$$D_3(P_x,P_y,P_z) = L(A_{31}P_z + A_{32}P_x + A_{33}P_y - \Delta_y(t));$$

функції $h(\alpha)$, $q(\alpha,\beta,\gamma)$ задаються співвідношеннями

$$h(\alpha) = \begin{cases} \alpha, & \text{якщо } \alpha \geqslant 0; \\ 0, & \text{якщо } \alpha < 0; \end{cases}$$

$$q(\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} \alpha, & \text{якщо } (\alpha^2+\beta^2)^{1/2} \leqslant \mu\gamma; \\ \mu\gamma \dfrac{\alpha}{(\alpha^2+\beta^2)^{1/2}}, & \text{якщо } (\alpha^2+\beta^2)^{1/2} > \mu\gamma; \end{cases}$$

$$\gamma \geqslant 0;$$

$E(s)$, $E_1(s)$ – довільні позитивні функції; A_{ij} – лінійні інтегральні оператори з областю інтегрування Ω, ядра яких визначаються у відповідності з формулами Буссинеска-Черруті; L – диференціальний оператор по t; $\delta(s)$ – відстань між тілами в ненавантаженому стані; $\Delta_z(t)$, $\Delta_x(t)$, $\Delta_y(t)$ – компоненти вектор-функції $\bar{\Delta}(t)$, яка визначає поступальне жорстке зближення під дією прикладеного навантаження; $P_z(s,t) = P_x(s,t) = P_y(s,t) = 0$.

В третьому параграфі другої частини наведені формули для інтегральних операторів, які використовуються при розв'занні, коли тіла апроксимуються півпросторами і напівплощинами.

В третій частині наведено чисельний алгоритм розв'язання контактних задач теорії пружності з кулоновим тертям.

В першому параграфі цієї частини розглянута дискретизація нелінійних операторних рівнянь. Відрізок $[0,T]$ разбивається на l проміжків $[t_0,t_1],[t_0,t_1],\ldots,[t_{l-1},t_l]$. Передбачена область контакту Ω накривається поверхневою сіткою, яка складається з N однакових квадратних елементів Ω_i зі сторонами паралельними осям x,y. На кожному елементі Ω_i в момент процесу навантажування $t_m(m=\overline{1,l})$ нормальна p^m_{3i-2} і дотична p^m_{3i-1},p^m_{3i} складової контактного тиску, а також відносні переміщення постійні і дорівнюють значенням в точці s_i-центрі елемента. Тоді визначення контактних тисків для випадку просторової контактної задачі зводиться до розв'язання l систем нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} p_{3i-2}(t_m) = h(\gamma_i(t_m)), \\ p_{3i-1}(t_m) = q(\alpha_i(t_m),\beta_i(t_m),p_{3i-2}(t_m)), \\ p_{3i}(t_m) \;\; = q(\beta_i(t_m),\alpha_i(t_m),p_{3i-2}(t_m)), \quad i=\overline{1,N};\; m=\overline{1,l}; \end{cases} \tag{3}$$

в якій

$$\gamma_i(t_m) = p_{3i-2}(t_m)-E_i'\Big(\sum_{j=1}^{3N} a_{3i-2,j}p_j(t_m)+\delta(s_i)-\Delta_z(t_m)\Big),$$

$$\alpha_i=p_{3i-1}(t_m)-E_i''\Big[\sum_{j=1}^{3N} a_{3i-1,j}(p_j(t_m)-p_j(t_{m-1}))-\Delta_x(t_m)+\Delta_x(t_{m-1})\Big],$$

$$\beta_i(t_m)=p_{3i}(t_m)-E_i''\Big[\sum_{j=1}^{3N} a_{3i,j}(p_j(t_m)-p_j(t_{m-1}))-\Delta_y(t_m)+\Delta_y(t_{m-1})\Big],$$

E_i',E_i'' - позитивні константи; a_{kd} - коефіцієнти матриці податливості, які визначаються відповідно з формулами для ядер інтегральних операторів A_{ij}.

Доводиться, що кожна з цих систем нелінійних рівнянь задовольняє принцип Брауера про нерухому точку.

В другому параграфі наводяться формули для обчислення коефіцієнтів матриці податливості, коли тіла апроксимуються півпосторами і напівплощинами.

В третьому параграфі запропоновані ітераційні процедури для розв'язання дискретних аналогів контактних задач в просторовому, плоскому, осесиметричному випадках. Для визначення контактних тисків на m- кроці навантажування застосовано ітераційний метод розв'язання систем нелінійних рівнянь - нелінійний аналог методу Зейделя для систем лінійних рівнянь.

В четвертому параграфі третьої частини зроблена апробація чисельного алгоритму на відомих прикладах: нормальна взаємодія плоского штампу і напівплощини (Галін; Моссаковський, Бискуп); нормальна взаємодія кругового штампу і напівплощини (Spence); взаємодія нескінченного циліндра і півпростору під дією осцилюючого навантаження (Nowell, Hills, Sackfield); нормальна взаємодія кулі і півпростору (Spense); розвантаження кругового плоского штампу і пружного півпростору (Turner).

На чисельних прикладах встановлюється збіжність розв'язання контактної задачі при збільшенні проміжків розбиття відрізка процесу навантажування нагружения [0,T].

В четвертій частині за допомогою розробленого чисельного алгоритму досліджується розподіл полів контактних напружень при різних історіях навантажування. Навантажування задається зміною вектор-функції $\dot{\Lambda}(t)$.

В першому параграфі цієї частини розглядається монотонне нормальне навантажування. На чисельних прикладах встановлено, що розв'язання контактної задачі при монотонному нормальному навантажуванні не залежить від вигляду кривої навантажування і відповідає розв'язанню при лінійному навантажуванні; контактні тиски, область контакту, зони проковзування і зчеплення подібні при різних значеннях прикладеного навантаження; якщо одне з тіл, які взаємодіють, є жорстким штампом з плоскою основою, то в цьому випадку для одержання розв'язку задачі відрізок [0,T] можна не розбивати на проміжки.

В другому параграфі четвертої частини розглядається немонотонне нормальне навантажування. Надалі при порівнянні різних історій навантажування розглядались тількі дотичні складові контактного тиску. При немонотонному нормальному навантажуванні на кожному монотонному інтервалі має місце висновок для випадку нормального монотонного навантажування про незалежність розв'язку від вигляду кривої навантажування $\Delta(t)$. У відповідності з цим на кожному монотонному інтервалі криву навантажування можна вважати лінійною.

В роботі наведені графіки розподілу дотичних зусиль при взаємодії кулі і півпростору, круглого плоского штампу і півпростору. Розглядались чотири історії навантажування, відношення μ/β прийняло значення 0,37; 0,66; 1,07; що відповідає таким значенням величини c/a при монотонному нормальному навантажуванні - 0,31; 0,7; 0,94. Тут c, a - радіуси зони зчеплення і контакту відповідно; β параметр, який зв'язує пружні характеристики матеріалів.

Для випадку μ/β=0,37 наведено порівняння зон проковзування і зчеплення для даних історій навантажування. Було встановлено, що є відмінність в розділі дотичних контактних зусиль, що характеризується відмінністю в розподілі зон проковзування і зчеплення. Чим менша величина μ/β, тим залежність більша.

В третьому параграфі четвертої частини розглядалось розвантаження при нормальній контактній взаємодії. В роботі наведено розподіл зон проковзування і зчеплення для випадків взаємодії кругового плоского штампу і півпростору (третя частина), кулі і півпростору. Спостерігається якісно відмінне розміщення зон проковзування і зчеплення в порівнянні з монотонним навантажуванням, що характеризується наявністю декількох зон проковзування і зчеплення.

При взаємодії кулі і півпростору з початком розвантаження поблизу межі області контакту з'являється ще одна зона зчеплення, яка потім дещо зміщується усередину. По дві зони проковзування і зчеплення зберегаються до кінця розвантаження.

В четвертому параграфі четвертої частини розглянутий контакт пружних тіл під дією комбінованого (нормального и дотичного) навантажування.

Пропорційним навантажуванням будемо називати таке монотонне навантажування, при якому $|\Delta_n(t)|/|\bar{\Delta}_\tau(t)|=\mathrm{const}$ і напрям вектора $\bar{\Delta}_\tau(t)$ не змінюється на всьому відрізку $[0,T]$. Послідовним навантажуванням назвемо навантажування, коли спочатку функція $\Delta_n(t)$ змінюється від нуля до свого максимального значення Δ_n^{max} при $\Delta_\tau=0$, а потім при фіксованому Δ_n^{max} змінюється значення функції $\Delta_\tau(t)$.

Функції $\Delta_n(t)$, $\Delta_\tau(t)$ на кожному монотонному інтервалі вважалися лінійними. Розрахунки показують, що при пропорційному навантажуванні розв'язання контактної задачі не залежить від вигляду кривої навантажування.

В роботі наведені графіки розподілу дотичних контактних зусиль при взаємодії нескінченного циліндра і півпростору, плоского штампу і напівплощин, кулі і півпростору, круглого плоского штампу і півпростору при пропорційному і послідовному навантажуванні, коли відношення величин зовнішніх навантажень $P_x/\mu P_y$ ($P_x/\mu P_z$) змінюється від 0 до 1.

Порівнюючи результати, можна зробити висновок про якісні і кількістні відмінності полів дотичних контактних зусиль при даних історіях навантажування. Є точки, в яких значення зусиль значно відрізняються. Їх різниця d досягає величин порядку p_x^{max}. Наприклад, порівнюючи результати при пропорційному і послідовному навантажуванні для випадку взаємодії нескінченного циліндра і півпростору величини d/p_x^{max} набувають слідуючих значень: 0,6 ($P_x/\mu P_y$=0,25); 0,93 ($P_x/\mu P_y$=0,5); 0,75 ($P_x/\mu P_y$=0,75).

В п'ятому параграфі четвертої частини на прикладах розрахунку контактної взаємодії нескінченного циліндра і півпростору, плоского штампу і напівплощини показано залежність енергії дисипації при взаємодії тіл від історії навантажування.

Розглядались пропорційні і послідовні замкнені цикли навантажування. Наведено порівняння значень енергії дисипації при контактній взаємодії, у вигляді графіків і відношення площ петель гістерезису.

В шостому параграфі четвертої частини розглянуто розв'язання задачі про вдавлювання кулі в пружний півпростір під дією нормального і дотичного навантажування. Тіла взаємодіють з кулоновим тертям, навантаження прикладається послідовно - Δ_z(1 етап), Δ_x(2 етап), Δ_y (3 етап) і вважається лінійним. Розв'язання цієї задачі в літературі по контактних задачах автор не зустрічав.

Нормальна взаємодія розглядалась в четвертому параграфі третьої частини. Для другого етапу навантажування наведено розподіл дотичних зусиль P_x на поверхні контакту на лініях y=const; для третього етапу - розподіл дотичних складових контактного тиску P_x, P_y вдовж осі x. Побудовані області контакту, зони зчеплення и проковзування.

В сьомому параграфі четвертої частини розглядається узагальнення чисельного алгоритму на випадок пружно-пластичної взаємодії тіл.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. Розроблений чисельний алгоритм розв'язання контактної задачі теорії пружності з урахуванням тертя та історії прикладення зовнішнього навантажування для просторового, плоского і осесиметричного випадків, коли взаємодіючі тіла апроксимуються півпросторами (напівплощинами).

2. Цей чисельний алгоритм застосований для розв'язання просторових, плоских, осесиметричних задач контактної взаємодії при різних історіях прикладання зовнішнього навантажування: нормальне монотонне, нормальне немонотонне навантажування, розвантаження при нормальній взаємодії тіл, дія нормального і дотичного , нормального і дотичного циклічного навантажування.

3. Досліджена залежність разподілу полів контактних тисків, зон проковзування та зчеплення від вигляду кривої навантажування при різних історіях прикладання зовнішнього навантажування: нормальне монотонне, нормальне немонотонне навантажування; розвантаження при нормальній взаємодії тіл, дія нормального і дотичного навантаження.

4. Розглянута залежність дисипації енергії від послідовності прикладання навантаження за повний замкнений

цикл навантажування.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЇ ОПУБЛІКОВАНІ В РОБОТАХ

1. Петришин В.И., Бокий И.Б. Алгоритм приближенного решения о давлении квадратного в плане гладкого штампа с плоским основанием на упругое полупространство // Устойчивость и прочность элементов конструкций.- Днепропетровск: ДГУ, 1986.- С. 38-41.
2. Александров А.И., Бокий И.Б. Численное решение плоской контактной задачи теории упругости о взаимодействии тел с проскальзыванием и сцеплением // Металловедение и прочность материалов.- Волгоград: ВолгПИ, 1989.- С.18-22.
3. Бокий И.Б. Применение метода граничных элементов для решения плоской упругопластической контактной задачи с кулоновым трением / Ин-т геотехн. мех. АН УССР.- Днепропетровск, 1991.- 9 с.- Деп. в ВИНИТИ 19.11.91, N 4326.
4. Александров А.И., Бокий И.Б. Решение задачи контактного взаимодействия упругих тел с учетом трения и истории нагружения / Ин-т геотехн. мех. АН УССР.- Днепропетровск, 1992.- 7 с.- Деп. в ВИНИТИ 28.02.92, N 668.
5. Бокий И.Б. Решение осесимметричной контактной задачи взаимодействия упругих тел с трением / Ин-т геотехн. мех. АН УССР.- Днепропетровск, 1993.- 7 с.- Деп. в ГНТБ Украины 22.10.93, N 2046-Ук93.
6. Бокий И.Б., Александров А.И. Постановка контактной задачи взаимодействия колеса и рельса с учетом трения и пластических деформаций // Математическое моделирование в прикладных задачах.- Днепропетровск: ДИИТ,1993.- С.33-39.

Бокий И.Б. " Решение ко[...]

двух упругих тел с учетом [...]

внешнего нагружения ". Диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04. - механика деформируемого твердого тела, Днепропетровский государственный университет, Днепропетровск, 1995.

Разработан численный алгоритм решения контактной задачи с кулоновым трением, основанный на сведении ее к системе нелинейных операторных уравнений относительно неизвестных контактных усилий на поверхности соприкосновения, когда тела аппроксимируются полупространствами или полуплоскостями. Исследована зависимость распределения полей контактных давлений при различных историях нагружения на примерах решения пространственных, плоских, осесимметричных задач.

Bokiy I.B."Solution of the contact problem between two elastic bodies with the friction and tne history external loading". The thesis for candidate's degree of the phisical and mathematical sciences in profession 01.02.04 - mechanics of deformed solids, Dnepropetrovsk State University, Dnepropetrovsk, 1995.

Numerical algorithm has been worked out for the contact problem with Coulon friction. The problem yeilds a system of nonlineal operator equation in the unknown normal and shear tractions on the contact surfaces when the bodies approximate as half-spaces or half-planes. The distribution dependence of the contact pressure fields at the diverse hystory loading has been investigated on exemples of the solution of the space, plane, axi-symmetrie problems.

Ключові слова: контактна задача, тертя, проковзування, зчеплення.

Усл. печ. листов 1,12. Тираж 90. Зак. 114. ДГШ, Миронова, 15