МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

АБДУРАЇМОВ Мураткул Махмаражабович

На правах рукопису

УДК 515.2

ОПТИМІЗАЦІЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ОДНОШАРОВИХ СТРУКТУРНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Спеціальність 05.01.01.— Прикладна геометрія, комп'ютерна графіка, дизайн та ергономіка

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ 1995

До захисту пропонується рукопис.

Роботу виконано в Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури.

Наукові керівники: — Доктор технічних наук, професор Ковальов С. М.,

канд. техн. наук, доцент Кащенко О. В.

Офіційні опоненти: — Доктор технічних наук, професор Найдиш В. М.,

канд. техн. наук, доцент Мельник В. І.

Ведуча організація: — Український державний інститут проектування міст «Діпромiст»

Захист відбудеться «25» жовтня 1995 р. о 14.00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.18.06 в Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури за адресою: 252037, Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31, аудиторія 319.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського державного технічного університету будівництва і архітектури.

Автореферат розіслано «20» вересня 1995 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради Д 01.18.06
кандидат технічних наук, доцент — Плоский В. О.

З А Г А Л Ь Н А   Х А Р А К Т Е Р И С Т И К А   Р О Б О Т И

Актуальність. Серед різноманітних видів великопрольотних покриттів головне місце посідають структурні (стрижневі) конструкції.

Вони мають певні переваги:

1. Широкі формоутворюючі можливості.

2. Високий ступінь збірності дозволяє зменшити до мінімального час на зведення конструкції.

3. Малі габарити збірних елементів забезпечують можливість їхньої доставки в труднодоступні райони, до яких належать мало освоєні райони Узбекистану.

4. Безмоментність конструкції дає змогу ефективно використати можливості міцності матеріалу.

5. Підвищена сейсмостійкість конструкції набуває особливого значення при будівництві в сейсмонебезпечних зонах, до яких належить територія Узбекистану.

Поряд з цими перевагами, головним недоліком стрижневих конструкцій є їх підвищена металомісткість. Тому серед основних методів удосконалення стрижневих конструкцій є зниження металомісткості за рахунок варіації параметрів форми покриття при забезпеченні необхідної несучої здатності.

Таким чином, оптимізація геометричних параметрів структурних конструкцій являє собою актуальну задачу, розв'язання якої дозволяє звести до мінімуму витрати металу при зведенні стрижневого покриття.

Найпростішими структурними конструкціями, з геометричної точки зору, є одношарові стрижневі системи. Вони бувають плоскі та просторові. Плоскими одношаровими стрижневими системами являються стрижневі ферми. До просторових одношарових стрижневих систем належать стрижневі склепіння та провисаючі стрижневі системи, в яких кожна арка чи кожен ланцюг стрижнів працюють незалежно один від одного, а також стрижневі конструкції з замкненим опорним контуром, в якому сукупність стрижнів працює як єдине ціле.

Критичний аналіз литературних джерел з даної проблеми показав, що задача оптимального геометричного проектування одношарових стрижневих систем майже не розглядалась. Відомі роботи П.Педерсона, В.О.Кисельова, Б.О.Деревянкіна, В.А.Ліфшиця, Тен Ен Со, Л.Оваді а, М.Жуковського та ін. зв'язані з задачами оптимізації тільки різноманітних ферм. Проте, ці автори навіть при розв'язанні цих задач, не звертали достатньої уваги на питання геометричного формоутворення і тому проблему оптимізації геометричних параметрів стрижневих ферм також не можна вважати вичерпаною.

Мета роботи - розробити способи, геометричні та комп'ютерні алгоритми визначення оптимальних геометричних параметрів одношарових структурних конструкцій з мінімальною матеріаломісткістю.

Для досягнення вказаної мети в роботі поставлені та розв'язані такі задачі:

-створити геометричну модель процесу оптимізації параметрів геометричних схем одношарових структурних конструкцій;

-створити геометричні і машинні алгоритми мінімізації матеріаломісткості металічних ферм;

-створити геометричні та машинні алгоритми оптимізації геометричних форм структурних просторових одношарових безмоментних покриттів різноманітних типів;

-удосконалити методи сіткового пошуку оптимальних значень проектних параметрів в задачах оптимізації геометричної форми структурних конструкцій;

-впровадити результати досліджень в практику проектування просторових покриттів будинків та споруд.

Методика досліджень. Для розв'язання поставлених в роботі питань використані методи нарисної, аналітинчої та обчислювальної геометрії, а також методи теорії параметризації, теорії оптимізації, опору матеріалів, теоретичної механіки, чисельні методи та методи прикладного програмування.

Теоретичною базою для даних досліджень стали роботи:

-в області геометричного моделювання криволінійних поверхонь та архітектурних форм С.М. Грибова, Г.С.Іванова, С.М. Ковальова, В.Є. Михайленка, В.М.Найдиша, А.В. Павлова, О.Л. Підгорного, М.М. Рижова, Н.І.Седлецької та їх учнів.

-з питань проектування та оптимізації структурних конструкцій К.Зігеля, А.С.Дехтяря, Ф.Отто, Г.Рюле.

-в області чисельних методів, теорії оптимізації та теорії параметризації Б.Банді, І.В.Бейко, І.В.Ганшина, Д.Мак-Кракена, У.Дорна, А.Фокса, М.Пратта, Т.Щупа.

Наукова новизна. Основним новим результатом роботи є геометричні та комп'ютерні алгоритми пошуку оптимальних параметрів одношарових безмоментних стрижневих структур при мінімальних витратах матеріалу на виготовлення стрижневого каркасу. В рамках розв'язання цієї комплексної задачі були отримані такі нові наукові результати:

I. Систематизовані геометричні параметри, які можуть виступати як проектні, при оптимізації форми одношарових стрижневих конструкцій.

2. Розроблено геометричний алгоритм пошуку оптимальної висоти металічної ферми при мінімальній витраті металу.

3. Розроблені геометричні и комп'ютерні алгоритми мінімізації об'єму стрижневого каркасу одношарових безмоментних склепінь, висячих систем та структур на замкненому опорному контурі.

4. Розроблена нова модифікація методу сіткового пошуку екстремуму цільової функції стосовно до досліджуваної сфери оптимізаційних задач.

Практична цінність роботи. Розроблене в дисертації геометричне та програмне забезпечення оптимізації геометричних параметрів одношарових безмоментних стрижневих конструкцій дає змогу здійснювати пошук форми конструкції при мінімальній матеріаломісткості, що приводить до значної економії металу при заданих об'ємно-планувальних вимогах.

На захист виносяться основні нові результати, що отримані в роботі.

Реалізація роботи. Результати роботи впроваджені в Діпромісті.

Апробація роботи. Основні положення дисертаціної роботи доповідались на Міжнародній науково-методичній конференції (м. Мелітополь, I994-I995 р.р.), на Міжнародній науково-методичній конференції (м.Львів, I994 р.), на наукових семінарах кафедри нарисної геометрії, інженерної та машинної графіки КДТУБА

2-5-4060

(м. Київ, 1992-1995 р.р.).

Структура та об'єм роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, трьох розділів, висновку, списку використаної літератури (134 найменувань), додатку та має 110 сторінок друкованого тексту, 35 малюнків та 3 таблиці.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтована актуальність теми дисертації, виконано огляд та критичний аналіз літератури з досліджуваної проблеми, сформульовано мету та задачі досліджень.

В першій главі розв'язується задача оптимізації геометричних параметрів плоскої стрижневої ферми за критерієм металомісткості. Виконаний аналіз геометричних параметрів ферми, які можуть виступати в ролі проектних при розв'язанні оптимізаційних задач.

Доведено, що ферма довільної конфігурації з трикутними комірками завжди має непарну кількість стрижнів, яка відповідає кількості параметрів форми:

$$P_Ф = a_1,$$

де a_1 - кількість стрижнів.

На основі формули Ейлера для плоскої сітки отримані формули для підрахунку параметрів форми, в залежності від кількості вузлів ферми

$$P_Ф = 2a_0 - 3$$

або від кількості комірок

$$P_Ф = 2a_2 + 1,$$

де a_0 - кількість вузлів;

a_2 - кількість комірок.

Аналогічні формули виведено для симетричних ферм:

$$P_Ф = a_0 - 1,$$

$$P_Ф = \frac{a_1 - 1}{2},$$

$$P_Ф = a_2 + 1.$$

Кількість вільних параметрів ферми скорочується при виконанні умови рівності довжин стрижнів окремих груп:

Умова I. Довжини стрижнів верхнього поясу ферми рівні між собою.

Умова II. Довжини стрижнів нижнього поясу ферми рівні між собою.

Умова III. Довжини стояків рівні між собою.

Умова IV. Довжини розкосів рівні між собою.

В дисертації наведена таблиця формул для підрахунку вільних параметрів симетричних ферм найбільш поширених конфігурацій при виконанні різних комбінацій з чотирьох вказаних умов.

Цільова функція для розв'язання оптимізаційної задачі мінімізації металомісткості ферми являє собою залежність об'єму металу від геометричних параметрів ферми з врахуванням вимог міцності та стійкості її стрижнів. Послідовність складення цільової функції показана на простому прикладі, коли геометрична схема ферми являє собою один рівнобедрений трикутник (рис.1). Поперечний переріз кожного стрижня прийнято у вигляді квадрата з стороною **а**.

Зусилля в кожному стрижні визначаються подвійно як функція від площі поперечного перерізу, виходячи: по-перше - із умови рівноваги системи під дією власної ваги та зовнішнього навантаження: по-друге - із умови міцності (для розтягнутого стрижня) або стійкості (для стиснутого). Прирівнюючи один одному значення одного й того ж зусилля, яке відповідає різним критеріям, отримуємо площу поперечного перерізу стрижня як функцію від геометричних параметрів ферми. Цільова функція являє собою суму об'ємів всіх стрижнів (об'єм кожного стрижня визначається як добуток довжини на площу його поперечного перерізу):

$$V = a^2_{\lambda\text{в}} l + a^2_{\lambda\text{с}} \sqrt{l^2 + 4h^2}. \tag{1}$$

Площі поперечних перерізів стиснутого та розтягнутого стрижнів визначаються з умови відповідно стійкості або міцності при додержанні умови рівноваги всіх внутрішніх та зовнішніх зусиль, що діють на вузли ферми:

$$a^2_{\lambda\text{с}} = \frac{l\left[ql_\sigma(l^2+4h^2) + \sqrt{q^2 l^2{}_\sigma^2 (l^2+4h^2)^2 - 4Qt_\sigma(4h_\sigma - ql^2)\sqrt{l^2+4h^2}}\right]}{2t(4h_\sigma - ql^2)}, \tag{2}$$

$$a^2_{\lambda\text{в}} = \frac{a^2_{\lambda\text{с}} ql\sqrt{l^2+4h^2} - Ql}{4h_\sigma - ql^2}, \tag{3}$$

де $\quad t = \frac{\pi^2 E}{12}$,

де l - довжина стрижнів AC;

h - висота трикутника ABC;

σ - границя пружності матеріалу;

E - модуль пружності матеріалу.

q - об'ємна вага матеріалу стрижнів;

Q - корисне навантаження.

На рис.2 показано графік залежності об'єму металу стрижні трикутника від його висоти h при конкретних вихідних даних: l=2000см, Q=120кг, q=0.00785кг/см^3, $E=2*10^6$кг/см^2, σ=1600кг/см^2. Розрахунки виконані з кроком h=50см. Мінімальне значення V=51685.385см^3 функція приймає при висоті h=700см.

Цільова функція для оптимізації геометричних параметрів ферми, складеної з n трикутних комірок, складається в тій же послідовності, що і для одного трикутника:

$$V = 2\sqrt{\frac{l^2}{(n+1)^2} + h^2} * \sum_{i=1}^{\frac{n+1}{2}} a^2_{i,i+1} + \frac{2l}{n+1}\left[a^2_{\frac{n+1}{2},\frac{n+3}{2}} + 2\sum_{i-1}^{\frac{n-1}{2}} a^2_{i,i+2}\right]. \qquad (4)$$

Оптимізація виконується за двома проектними параметрами: висотою ферми h та кількістю комірок n. Для визначення площ $a^2_{i,i+1}$ та $a^2_{i,i+2}$ поперечних перерізів стрижнів ферми необхідно скласти та розв'язати систему із $n+1$ нелінійних рівнянь. Найпростіший випадок має місце, коли всі стрижні ферми поділяються на 4 групи:

1. Стрижні верхнього поясу.
2. Стрижні нижнього поясу.
3. Стиснуті розкоси.
4. Розтягнуті розкоси.

Всередині кожної групи стрижні приймаються однаковими, а площа поперечного перерізу a^2 розраховується для найбільш напруженого стрижня. Таке спрощення дозволяє систему із $n+1$ нелінійних рівнянь (в загальному випадку) звести до чотирьох рівнянь, два з яких квадратні і два - лінійні. Розв'язання такої системи не являє труднощів.

Нелінійність залежності поперечного перерізу тонкого стиснутого стрижня від поздовжнього зусилля, що породжене вимогами врахування жорсткості стрижня, дуже ускладнює процес складання цільової функції, отже, і пошук оптимального результату. При роботі стрижнів на розтяг між площею поперечного перерізу стрижня та поздовжнім зусиллям у відповідності до закону Гука, має місце лінійна залежність. Це дозволяє задачу оптимізації геометричних параметрів розтягнутих структур сформулювати якомога повніше, збільшуючи кількість проектних параметрів і враховувати вартість матеріалів, технологічних процесів та монтажних робіт.

В другій главі розглядаються два варіанти оптимізації геометричних параметрів розтягнутих (провисаючих) стрижневих систем. Перший зумовлює визначення мінімального перерізу кожного стрижня структури. В другому варіанті всі стрижні мають однакові перерізи, площа яких розраховується за максимально напруженим стрижнем. З конструктивної точки зору другий варіант аналогічний вантовій системі.

Найпростіша висяча структура може бути організована як сукупність провисаючих стрижневих ланцюгів,які працюють незалежно один від одного. Як приклад такої структури може бути покриття, окреслене по поверхні паралельного перенесення або циліндру (рис.3). Задача оптимізації зводиться до визначення оптимальної стріли прогину одного ланцюга стрижнів.

В главі розроблений алгоритм визначення значення цільової функції при даній величині стріли прогину Z_o.

Алгоритм I.

I. Задаються вихідні дані, границі та крок зміни проектного параметру Z_o.

2. Для всіх вузлів ланцюга складаються рівняння рівноваги:

$$Z_{i-1} + Z_{i+1} - 2Z_i = kP_i\ , \quad \text{при} \quad kP_i = const, \tag{5}$$

де P_i - навантаження на вузол:

k - коефіцієнт пропорційності.

Невідомими в цій системі рівнянь є величина kP_i та аплікати всіх вільних вузлів, крім Z_o. Розв'язання цієї системи дає перше наближення аплікат вузлів ланцюга.

3. За поточним наближеним аплікат вузлів по формулі знаходяться величини P_i для всіх вузлів, які заново підставляються

3-5-4060

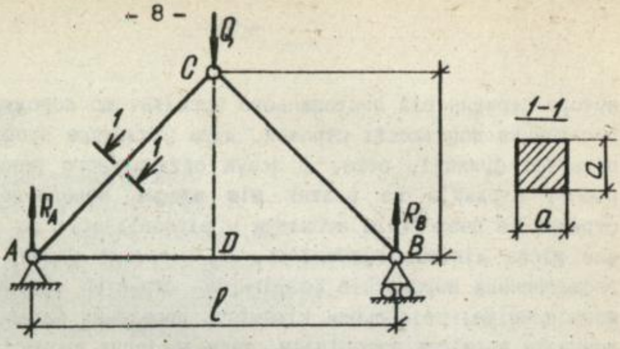

Рис. 1

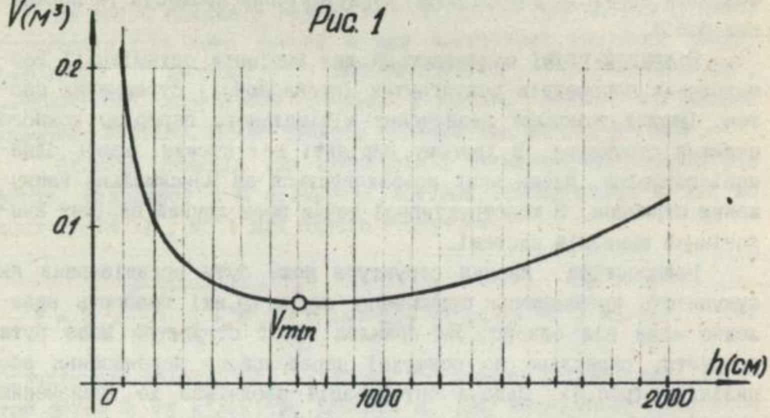

Рис. 2

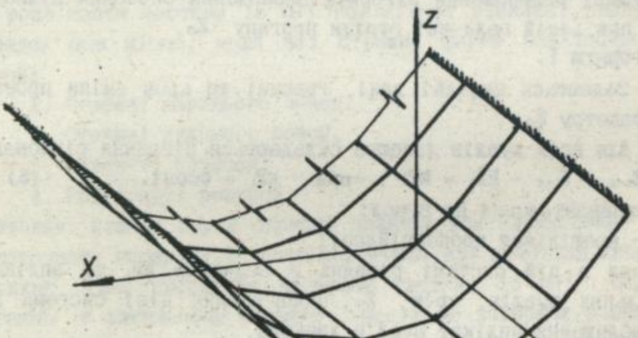

Рис. 3

в систему рівнянь рівноваги вузлів.

$$P_i = \frac{b\delta q_2 \sigma (Z_{i-1} - 2Z_i + Z_{i+1}) \left[\sqrt{(Z_{i+1} - Z_i)^2 + t^2} + \sqrt{(Z_{i-1} - Z_i)^2 + t^2} \right]}{2\sigma (Z_{i-1} - 2Z_i + Z_{i+1}) - q_1 [(Z_{i-1} - Z_i)^2 + 2t^2 + (Z_{i+1} - Z_i)^2} . \quad (6)$$

де b - довжина плит покриття;

δ - товщина плит покриття;

σ - границя пружності матеріалу стрижнів;

q_1 - об'ємна вага матеріалу стрижнів;

q_2 - об'ємна вага матеріалу плит покриття;

t - крок вузлів ланцюга стрижнів.

4. Розв'язується система рівнянь рівноваги вузлів з уточненими значеннями P_i. Невідомими в цій системі є величина k та аплікати вільних вузлів, крім Z_o.

5. Виконується порівняння аплікат однойменних вузлів поточного та попереднього наближень. Якщо величина $\eta = Z_i' - Z_i''$ не перевищує величини допустимої похибки $\eta_{доп.}$, здійснюється перехід до пункту 6 алгоритму. Якщо $\eta > \eta_{доп.}$, алгоритм повторюється з пункту 3.

6. За формулою $$(a_i^{i+1})^2 = \frac{P_i \sqrt{(Z_{i+1} - Z_i)^2 + t^2}}{\sigma (Z_{i-1} - 2Z_i + Z_{i+1})} \quad (7)$$

знаходяться величини площ поперечних перерізів всіх стрижнів на половині прольоту конструкції.

7. За формулою $$V = \sum_{i=1}^{n-1} \left[(a_i^{i+1})^2 + \sqrt{(Z_{i+1} - Z_i)^2 + t^2} \right] . \quad (8)$$

знаходиться значення цільової функції для даної стріли провисання Z_o.

За приведеним алгоритмом можна обчислити ряд значень цільової функції з заданим кроком зміни проектного параметру Z_o в заданому інтервалі невизначеності, і потім вибрати мінімальне значення функції.

Можливе спрощення алгоритму за рахунок сталості площі поперечних перерізів стрижнів, але це приводить до збільшення витрати металу на виготовлення стрижнів. Для оцінки величини цієї перевитрати в роботі розглянуто два тестових приклади. Вихідні дані для розрахунку наведені в таблиці 1.

Табл. 1.

№ п/п	Назва параметру	Позначення	Величина	Одиниця виміру
I.	Проліт	l	1800	см
2.	Об'ємна вага сталі Ст. 38/23	q	0.0078	кг/см^3
3.	Границя міцності ст. Ст. 38/23	σ	1600	кг/см^2
4.	Довжина плити покриття	b	600	см
5.	Товщина плити покриття	δ	20	см
6.	Об'ємна вага матеріалу плит покр.	q_2	0.001	кг/см^3
7.	Кількість стрижнів на половині прольоту	n	3	шт
8.	Границі зміни стріли провисання	Z_o	-50÷ -1000	см
9.	Крок зміни стріли провисання	S	50	см

В результаті мінімізації цільової функції отримані такі результати. Мінімальна витрата металу на виготовлення ланцюга зі стрижнів різного перерізу необхідно витратити (використати) V_{min}=8291.04см^3 металу при оптимальній стрілі провисання Z_o=-600см. Результати аналогічних обчислень при виготовленні ланцюга зі стрижнів однакового перерізу склали: V_{min}=9842.59см^3 при Z_o=-550см. Аналіз графіків цільової функції показав, що перевитрата матеріалу на виготовлення стрижнів сталого перерізу зростає із збільшенням стріли провисання ланцюга. Заміна стрижнів вантами сталого перерізу з точки зору економії матеріалу є доцільним при невеликих значеннях стріли провисання $\frac{Z_o}{l} < 0.1$. В цьому випадку використання стрижнів різного перерізу не дає значного ефекту з точки зору економії матеріалу, проте при такому співвідношенні стріли провисання до прольоту витрата матеріалу стрижнів далека від оптимальної.

Аналіз побудованих в роботі графіків цільових функцій показав, що в границях заданого інтервалу невизначеності, вони можуть бути апроксимовані гіперболою другого порядку .

$$V = \frac{a_0+a_1 Z_0+a_2 Z_0^2}{Z_0} \qquad (9)$$

з похибкою, яка не перевищує 2% в зоні екстремуму функції. Ця обставина дала змогу розробити нову модифікацію сіткового методу пошуку екстремуму, який дає добрі результати для досліджуваного класу цільових функцій. Алгоритм екстремуму функції за цим способом має такий вигляд.

Алгоритм 2.

I. Задаються вихідні дані по типу табл.1, вибирається інтервал означеності зміни проектного параметру Z_0 ($Z_{0A} \le Z_0 \le Z_{0C}$) та за алгоритмом I знаходяться значення цільової функції при $Z_0 = Z_{0A}$, $Z_0 = \frac{Z_{0A} + Z_{0C}}{2}$ и $Z_0 = Z_{0C}$.

2. Через три точки A, B і C, координати яких визначені в пункті I, проводиться апроксимуюча гіпербола та за формулою

$$Z_{ext.} = -\sqrt{\frac{Z_{0A}Z_{0B}Z_{0C}[Z_{0C}(V_B-V_A)+Z_{0B}(V_A-V_C)+Z_{0A}(V_C-V_B)]}{Z_{0A}V_A(Z_{0B}-Z_{0C})+Z_{0B}V_B(Z_{0C}-Z_{0A})+Z_{0C}V_C(Z_{0A}-Z_{0B})}} \qquad (10)$$

визначається один з екстремумів гіперболи, який належить інтервалу невизначеності.

3. За алгоритмом 1 визначається значення цільової функції при отриманому значенні $Z_{ext.}$. Це дає нову точку графіка цільової функції.

4. Відкидається точка A або C, що найбільш віддалена від нової точки, Через нову та дві залишені точки попереднього наближення проводиться нова гіпербола і знаходиться нове значення Z_{ext}^{i+1} (верхній індекс означає номер ітерації).

5. За алгоритмом 1 знаходиться нове значення цільової функції при $Z_0 = Z_{ext}^{i+1}$. Порівнюються значення цільової функції поточного та попереднього наближень. Якщо $V_{i+1}-V_i \le \eta$, де η - задана величина допустимої похибки, ітераційний процес закінчується. Якщо $V_{i+1} - V_i > \eta$, ітераційний процес повторюється з пункту 4.

Збіжність алгоритму перевірена на тестових прикладах визначення екстремуму раніше побудованих графіків цільових функцій. Після трьох ітерацій (для чого потрібно було 6 разів виконати обчислення за алгоритмом 1), похибка обчислення екстремуму цільової функції не перевищила 1 $см^3$. Для порівняння аналогічні обчислення було виконано методом ділення інтервалу невизначеності на 2. Для досягнення цієї ж точності результату потрібно 21 раз виконати обчислення за алгоритмом 1.

На основі гіперболічної апроксимації цільової функції запропоноване наближене розв'язання задачі мінімізації вартості висячої стрижневої системи. Функціонал вартості містить в собі, крім вартості матеріалу стрижневого каркасу, затрати на виготовлення та монтаж елементів конструкції:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n \tag{11}$$

при заданих обмеженнях на зміну проектних параметрів,

де C_1 - вартість витрат на будівельні матеріали;

C_2 - вартість витрат на виготовлення елементів будівельних конструкцій;

C_3 - вартість монтажу будівельних конструкцій;

....

C_n - вартість іншої роботи.

За змінні прийнято два проектних параметри: h - стріла провисання ланцюга стрижнів, m - кількість стрижневих ланцюгів в покритті. Кожна із складових функціоналу апроксимується прямою лінією, або гіперболою з вертикальною асимптотою. Сума цільової функції C_1, C_2,..., C_n в геометричній інтерпретації дає гіперболічний циліндр (рис.4).

Значення стріли провисання конструкції визначається методом диференціювання функціоналу:

$$h_{опт} = -\sqrt{\frac{a_{1,0}+a_{2,0}+\ldots+a_{p,0}}{a_{1,2}+a_{2,2}+\ldots+a_{p,2}}}, \tag{12}$$

де $a_{i,j}$ - коефіцієнт апроксимуючих гіпербол

$$C_i = \frac{a_{i,0} + a_{i,1}h + a_{i,2}h^2}{h}. \tag{13}$$

Оптимальне значення m вибирається з двох можливих (m_{min} і m_{max})а саме таке, яке забезпечує менше значення функціоналу.

<u>В третій главі</u> розглянуті питання оптимізації геометричних параметрів одношарових безмоментних стиснутих стрижневих систем. Стійкість стиснутої системи забезпечується за рахунок заміни шарнірних з'єднань безшарнірними після визначення форми

її стану рівноваги. В цьому випадку площа перерізу кожного стрижня розраховується не на міцність, а на стійкість, що пояснює нелінійність рівнянь. Розглядаються конструкції двох типів: стрижневі склепіння (рис.5), в яких всі арки працюють незалежно одна від одної, та стрижневі конструкції з замкненим опорним контуром (рис.6), в яких вся сукупність стрижнів працює як єдине ціле.

Рівновага стрижневої системи,а,значить,і її безмоментність забезпечуєтся за рахунок складання системи скінченнорізницевих рівнянь, з допомогою яких описується напружений стан дискретної сітки. Різноманітність топологічних структур дискретних сіток породжує відмінності між рівняннями рівноваги вузлів. Для того, щоб забезпечити можливість аналітичного виразу рівноваги вузлів різноманітних сіток у вигляді єдиного рівняння, в главі введено систем, відліку вузлів з їхньою нумерацією у вигляді системи верхніх та нижніх індексів. Два верхні індекси вказують на положення центрального вузла зірки сітки традиційної системи відліку, яка розглядається, а нижній індекс вказує на положення вузла в зірці. Тоді рівняння рівноваги довільного вузла регулярної сітки, незалежно від кількості в'язей, що сходятьcя в ньому, можна записати в такому вигляді:

$$m\, Z_{i,j} - \sum_{n=1}^{m} Z_n^{i,j} - kP_{i,j} = 0, \qquad (14)$$

где n - номер вузла в зірці;

m - кількість в'язей, які сходяться в центральному вузлі зірки;

i,j - індекси, які вказують на розташування центрального вузла зірки в традицийній системі відліку.

В такій локальній системі відліку можна вказати положення як вузла, так і в'язі або комірки в даній зірці. Положення вузла вказується символічним записом $A_n^{i,j}$, в якому індекси мають такий самий зміст, як і в рівнянні. Положення в'язі позначається $a_n^{i,j}$. Положення комірки в зірці позначається $\gamma_{n,n+1}^{i,j}$, де індекси вказують на положення в зірці трьох вузлів $A_{i,j}$, $B_n^{i,j}$, $C_{n+1}^{i,j}$, які належать цій комірці.

Метою оптимізації форми безмоментного циліндричного стрижневого склепіння є мінімізація об'єму його стрижневого каркасу.

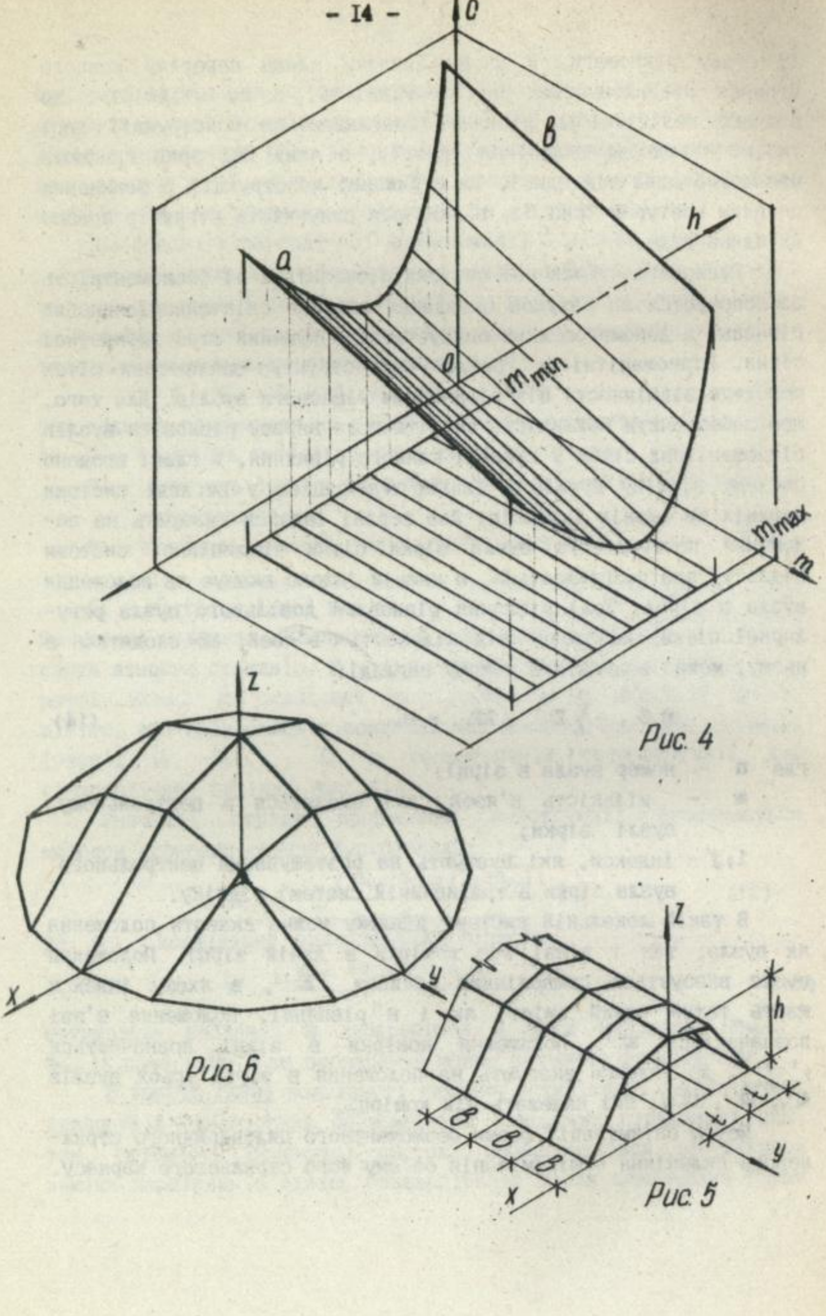

Рис. 4

Рис. 6

Рис. 5

Для спрощення розв'язання задачі введемо ряд умов, які майже не впливають на точність результату:

а) будемо вважати, що в стрижнях, направлених вздовж твірної циліндра, не з'являється ніяких зусиль;

б) будемо вважати, що якщо розглядати кінцеву форму безмоментної конструкції без врахування деформацій, які з'являються в ній, то спосіб взаємного з'єднання стрижнів (шарнірний або безшарнірний) не впливає на точність результатів;

в) як навантаження будемо розглядати тільки власну вагу стрижнів та елементів покриття, заповнюючих комірки сітки;

г) форма поперечного перерізу суцільного стрижня приймається у вигляді квадрата;

д) площі поперечних перерізів стрижнів приймаються за найбільш напруженим стрижнем.

Послідовність складання цільової функції така ж, як для провисаючої системи, але критичне зусилля в стрижні знаходиться не з умови міцності, а з умови стійкості:

$$R_{kp} = \frac{\pi^2 E\, a^4}{12[t^2+(Z_i-Z_{i-1})^2]}, \qquad (15)$$

Так як нелінійна залежність (15) породжує нелінійність системи рівнянь рівноваги вузлів, пропонується алгоритм ітераційного процесу розв'язання задачі методом послідовних наближень.

Алгоритм 3.

1. Приймається вихідне наближення форми арки при заданих вихідних даних та рівномірному розподілу навантаження між вузлами (зусилля P_i у всіх вузлах приймаються однаковими) і при заданій стрілі підйому $Z_0 = h$. В результаті розв'язання системи рівнянь (5) знаходяться невідомі аплікати всіх вузлів.

2. За формулами

$$a^2 = \frac{d \pm \sqrt{d^2 + 4ce}}{2c}, \qquad (16)$$

де $c = \pi^2 E(2Z_{n-2} - Z_{n-1})$;

$d = 6q_1[t^2+(Z_n-Z_{n-1})^2][(Z_{n-1})^2+t^2+\sqrt{[(Z_{n-1})^2+t^2][(Z_{n-1}-Z_{n-2})^2+t^2]}]$;

$e = 12P_c[t^2+(Z_n-Z_{n-1})^2]\sqrt{(Z_{n-1})^2+t^2} +$

$+[t^2+(Z_n-Z_{n-1})^2][6q_2b_\delta[(Z_{n-1})^2+t^2\sqrt{[(Z_{n-1})^2+t^2][(Z_{n-1}-Z_{n-2})^2+t^2]}]$

знаходиться площа поперечного перерізу критичного стрижня.

3. За формулою

$$P_i = \frac{(a^2 q_i + b q_{2об})(\sqrt{t^2+(Z_i-Z_{i-1})} + \sqrt{t^2+(Z_i-Z_{i-1})^2}}{2} \qquad (17)$$

знаходяться вертикальні зусилля P_i, що прикладені до всіх вузлів арки.

4. Після підстановки величин P_i в систему рівнянь (5) знаходяться нові аплікати Z_i вузлів арки.

5. Знаходиться найбільша абсолютна величина $|\eta|_{max}$ різниці між аплікатами попереднього та наступного наближень однойменних вузлів. Якщо величина $|\eta|_{max}$ перевишує попередню задану величину похибки $\eta_{доп}$, яка допускається, ітераційний процес повторюється з пункту 2. Якщо $|\eta|_{max} \le \eta_{доп}$, ітераційний процес закінчується.

В результаті такого ітераційного процесу знаходяться аплікати всіх вузлів арки з допустимою похибкою при заданій стрілі підйому $h = Z_0$.

Мінімальний об'єм матеріалу стрижневого каркасу знаходиться при мінімізації цільової функції:

$$V = \sum_{i-1}^{n} a^2 \sqrt{t^2+(Z_i-Z_{i-1})^2}, \qquad (18)$$

де $2n-1$ кількість вузлів стрижневої арки.

Мінімізація цільової функції виконується чисельним способом. Результатом пошуку екстремуму є величина $h = Z_0$ стріли підйому арки. Нове значення h є вихідним для знаходження нових аплікат вузлів арки за раніше викладеним алгоритмом. Таким чином, пошук оптимального розв'язання досягається в результаті виконання складного двохрівневого ітераційного процесу, в якому на першому рівні знаходиться форма арки при заданій стрілі підйому Z_0, а на другому знаходиться оптимальне значення стріли підйому при мінімізації об'єму стрижневого каркасу склепіння. Мінімізація цільової функції повторюється багато разів, доки різниця між значеннями Z_0 попереднього та наступного наближень не стане меншою допустимої похибки $\eta_{доп}$.

В дисертації розглянуто тестовий приклад знаходження оптимальної стріли підйому безмоментного стрижневого склепіння при таких вихідних даних:

I. Проліт арки, яка складається із чотирьох стрижнів, дорівнює 4 метри. Крок вузлів стрижнів $t = 1$ м.

2. Стальні стрижні квадратного перерізу виготовлені із сталі С 38/23, яка має такі характеристики:

об'ємна вага $q_1 = 7850$ кгс/м^3,

модуль пружності $E = 2.0 \cdot 10^5$ МПа,

поперечний переріз монтажного стрижня (ригеля) $a^2 = 1$ см^2.

3. Плита покриття шириною 1 м та товщиною 4 см, виготовлена з легкого бетону, має об'ємну вагу $q_1 = 1000$ кг/м^3.

Крім цього задамо похибку точності обчислень $|\eta|_{доп}$ = 0,00000I .

Мінімальне значення V=134.43 см^3 об'єму металу на одну арку отримано при стрілі h=80 см. При заданій допустимій похибці $|\eta|$=0.000001 збіжність ітераційного процесу в області мінімуму функції забезпечена при 7 ітераціях, на що витрачено 0.3 сек машинного часу.

Геометрична модель одношарової безмоментної стрижневої структури з замкненим опорним контуром являє собою кусково-лінійну сіту, яка формується під дією власної ваги та зусиль у в'язях, величини яких пропорційні довжинам відповідних в'язей. На відміну від стрижневого склепіння всі в'язі такої структури працюють як єдине ціле, а параметри плит покриття знаходяться по координатах вузлів кожної комірки. Ці відмінності враховано при складанні алгоритму знаходження координат вузлів структури при мінімальній витраті матеріалу на виготовлення стрижневого каркасу.

Алгоритм 4.

I. Приймається вихідне наближення форми сітки при рівномірному розподілі навантаження між вузлами (зусилля $P_{i,j}$ у всіх вузлах вважаються невідомими, але однаковими) і при заданій стрілі підйому $Z_0 = h$. В результаті розв'язання системи рівнянь (14) знаходяться невідомі аплікати всіх вузлів.

2. Із умови стійкості стрижнів та рівноваги системи знаходиться площа a^2 поперечного перерізу критичного стрижня, яка приймається для всіх стрижнів.

3. За формулою

$$P_{i,j} = \frac{\sum_{n=1}^{m} P_n^{i,j}}{2} + Q, \qquad (19)$$

де

$$P_n^{i,j} = q_1 a^2 \sqrt{(X_n^{i,j}-X_{i,j})^2+(Y_n^{i,j}-Y_{i,j})^2+(Z_n^{i,j}-Z_{i,j})^2}, \qquad (20)$$

знаходяться вертикальні зусилля, прикладені до всіх вузлів сітки.

4. При підстановці величин $P_{i,j}$ в систему рівнянь (14) знаходяться нові аплікати $Z_{i,j}$ вузлів сітки.

5. Знаходиться найбільша абсолютна величина $|\eta|_{max}$ різниці між аплікатами попереднього та наступного наближень однойменних вузлів . Якщо $|\eta|_{max}$ перевищує попередньо задану допустиму величину похибки $\eta_{доп}$, ітераційний процес повторюється з пункту 2. Якщо $|\eta|_{max} \le \eta_{доп}$, ітераційний процес закінчується.

6. Мінімальний об'єм матеріалу стрижневого каркасу знаходиться при мінімізації цільової функції:

$$F = a^2 \sum \sqrt{(X_n^{i,j}-X_{i,j})^2+(Y_n^{i,j}-Y_{i,j})^2+(Z_n^{i,j}-Z_{i,j})^2}, \qquad (21)$$

де границі зміни цілочисельних параметрів i, j та n залежать від типу сітки та конфігурації плану. Наприклад, для сітки, яка складається з $v*w$ чотирикутних комірок, цільова функція (21) набуває вигляду:

$$F = a^2 \sum_{i=0}^{v-1}\sum_{j=1}^{w-1} \sqrt{(X_{i,j}-X_{i+1,j})^2+(Y_{i,j}-Y_{i+1,j})^2+(Z_{i,j}-Z_{i+1,j})^2} + a^2 \sum_{i=1}^{v-1}\sum_{j=0}^{w-1} \sqrt{(X_{i,j}-X_{i,j+1})^2+(Y_{i,j}-Y_{i,j+1})^2+(Z_{i,j}-Z_{i,j+1})^2}. \qquad (22)$$

ВИСНОВОК

В дисертації розроблено методи, геометричні та комп'ютерні алгоритми знаходження оптимальних геометричних параметрів одношарових стрижневих конструкцій з мінімальною матеріаломісткістю.

В рамках розв'язання цієї комплексної задачі було отримано такі нові результати:

1. Систематизовано геометричні параметри, які можуть виступати в ролі проектних при оптимізації форми одношарових стрижневих конструкцій.

2. Розроблено геометричний алгоритм пошуку оптимальної висоти металевої ферми при мінімальній затраті металу.

3. Розроблено геометричні та комп'ютерні алгоритми мінімізації об'єму стрижневого каркасу одношарових безмоментних склепінь, висячих систем та структур на замкненому опорному контурі.

4. Розроблено нову модифікацію методу сіткового пошуку екстремуму цільової функції стосовно до досліджуваного класу оптимізаційних задач.

Основні положення дисертаційної роботи опубліковано в таких роботах:

1. Абдураимов М.М. Один из способов оптимизации геометрических параметров пространственных ферм. Тезисы конференции "Геометрическое моделирование, инженерная и компьютерная графика". Львов, -1994 г. с.24-25.

2. Абдураимов М.М. Статико-геометрический подход при формообразовании структурных систем со сложными очертаниями.Тезисы конференции "Моделирование процессов и технологического оборудования в сельском хозяйстве". Мелитополь, 1994 г. с.72.

3. Абдураімов М.М. Деякі підвищення стійкості та жорсткості просторових систем на основі біонічних принципів. -В кн. :Прикладна геометрія та інженерна графіка. -Київ: КДТУБА, 1994, вип. 56, с.121-122.

4. Ковалев С.Н., Абдураимов М.М. Оптимизация геметрических параметров стержневых конструкций. -В кн.: Прикладная геометрия и инженерная графика. К.: КГТУСА, 1995, вып.57, с.41-43.

5. Ковалев С.Н., Абдураимов М.М. Геометрический алгоритм рптимизаций стрелы подъема стержневого безмоментного цилиндрического свода. -В кн.: Прикладная геометрия и инженерная графика. К.: Будівельник, 1995, вып.58.

6. Ковалев С.Н., Абдураимов М.М. Оптимизация формы однослойной безмоментной стержневой структуры с замкнутым опорным контуром. Тезисы конференции, посвященной 200-летию начертательной геометрии "Современные проблемы геометричесческого мо-

делирования" Мелитополь, 1995 г.. с.24-26.

Абдураимов Мураткул Махмаражабович. Оптимизация геометрических параметров однослойных структурных конструкций. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 15.01.01 - "Прикладная геометрия, компьютерная графика, дизайн и эргономика." Киевский государственный технический университет строительства и архитектуры. Киев, 1995.

Диссертационная работа посвящена созданию способов, разработке геометрических и машинных алгоритмов поиска оптимальных геометрических параметров однослойных стержневых конструкций (стержневых ферм, висячих систем, сводов и пространственных стержневых конструкций с замкнутым опорным контуром) по критерию минимизации материалоемкости стержневого каркаса. Алгоритмы оптимизации геометрической формы стержневых систем построены на основе статико-геометрического способа формирования дискретных сетей. Предложена новая модификация сеточного метода поиска экстремума целевой функции на основе ее гиперболической аппроксимации.

Abduraimov M.M. Optimization of geometrical parameters of sinqle-layer structural constructions. This is far a scientific degree of candidate of technical sciences in speciality 05.01.01 - "Applied geometry computer graphics, design and ergonomics." Kiev State Technical University of Building and Architecture. Kiev. 1995.

This scientific work is devoted to the creation of methods, working out geometrical and machine algorithm in search of optimal geometrical parameters of single-layers rod constructions (rod girders, hanging systems, vaults and space rod constructions with cut-off supporting contour) according to criterion of minimization of material capacity of rod frame. Algorithms of optimization of a geometrical form of rod systems have been built on the base of the static geometrical method of forming diskrete nets. A new modification has been suggested of the net method of searching for the extremum of purpose function on the basis of its hyperbolical approximation.

Підп. до друку 14.09.95. Формат 60×84/16. Папір друк. № 3. Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 1,0. Тираж 100. Зам. 5-4060.

Фірма «ВІПОЛ»
252151, Київ, вул. Волинська, 60.

З. 5-4060: