

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

На правах рукопису



ЮНУСОВ ЗОКИР АЧИЛОВИЧ

УДК 515.2

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙ
І ПОВЕРХОНЬ СПОСОБОМ
СПЕЦІАЛЬНИХ ОПЕРАЦІЙ НАД ФУНКЦІЯМИ**

Спеціальність:

**05.01.01.— Прикладна геометрія, комп'ютерна
графіка, дизайн і ергономіка**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата технічних наук

Київ 1995

244
Роботу виконано в Київському державному технічному університеті
будівництва і архітектури.

ЛНБ України ім.В.Стефаніка



00761258 (Т)

- Науковий керівник - Заслужений працівник вищої школи України, доктор технічних наук, професор Михайленко В. Є.
- Офіційні опоненти: - Заслужений працівник вищої школи України, академік АН вищої школи України, доктор технічних наук, професор Павлов А. В.
- кандидат технічних наук, професор Гвоздев Д. В.
- Провідна установа: - ЦКБ "Шхуна"

Захист відбудеться " 25 " жовтня 1995 року о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.18.06 в Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури за адресою: 252037, Київ - 37, Повітрофлотський проспект, 31, аудиторія 319.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського державного технічного університету будівництва і архітектури.

Автореферат розіслано " 18 " вересня 1995 г.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 01.18.06
кандидат технічних наук, доцент

ПЛОСКИЙ В.О.

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність роботи. Підвищення ефективності виробництва тісно пов'язане із створенням систем автоматизованого проектування, головною частиною яких є математичне забезпечення. Одним із основних модулів математичного забезпечення вважається геометричне моделювання, що дає можливість графічними засобами одержувати оптимальні рішення в різних галузях техніки і будівництва.

Оптимальність розв'язання задач геометричного моделювання поверхонь багато в чому залежить від вибору методів. Серед існуючих методів найбільш поширеним методом конструювання поверхонь є неперервно-каркасний. Це пояснюється тим, що даний метод відзначається наочністю, зручністю використання в інженерній практиці, наявністю добре розробленого графоаналітичного апарату, який відповідає основним вимогам технології відтворення поверхонь. Але при цьому методі конструювання поверхонь аналітичний опис доводиться супроводжувати значним числом обмежень, які ускладнюють вивчення властивостей поверхні в цілому.

Після впровадження у виробництво обладнання із числовим програмним управлінням і комп'ютеризації виробництва, завдання опису поверхні в цілому єдиним рівнянням стало ще більш актуальним.

Оскільки конструювання поверхонь найчастіше зводиться до побудови їх каркасу із вибраних плоских або просторових кривих, то побудова самих кривих - один із важливих етапів розв'язання багатьох задач прикладної геометрії поверхонь. Виходячи з цього, необхідні подальші дослідження і розробка ефективних графічних і машинних методів конструювання кривих, які дають можливість при необхідності вибрати найбільш доцільний.

У зв'язку з викладеним ця дисертаційна робота присвячена розробці алгоритмів моделювання ліній і поверхонь методом суперпозиції функцій, яка дає можливість єдиним рівнянням описати різноманітні криві, а також дослідити можливості цього методу в суднобудуванні для управління формою плоских ліній і поверхонь.

Дисертаційна робота виконана в зв'язку з науковим спрямуванням кафедри нарисної геометрії, інженерної і машинної графіки КДТУБА.

Мета роботи. Розробити ефективний і аналітичний алгоритми моделювання ліній і поверхонь на основі спеціальних операцій над функціями, що забезпечують виконання заданих наперед умов, ство-

рити пакет програм, який реалізує цей алгоритм на ЕОМ.

Для реалізації вказаної мети в роботі поставлені і розв'язані такі теоретичні і практичні завдання.

1. Запропоновано спеціальні операції над парами і більшим числом функцій, заданих рівняннями в різних формах для формотворення ліній і поверхонь, а також досліджено їх властивості.

2. Розглянуто способи утворення жмутків ліній і поверхонь на основі варіювання параметрів вихідних функцій.

3. Проаналізовано параметри вихідних функцій як формотворчого фактора, досліджено їх залежність і вплив на форму поверхні.

4. Запропоновано методику виділення із множини поверхонь оптимальної поверхні з урахуванням ряду вимог.

5. Розроблено рекомендації для практичного використання теоретичних результатів та реалізації їх при автоматизованому проектуванні конкретних форм у галузі суднобудування.

Методика досліджень. Розв'язання поставлених задач здійснюється на основі методів аналітичної, диференціальної та обчислювальної геометрії, математичного аналізу, теорії поверхонь, методів прикладного програмування і машинної графіки.

Теоретичною базою для даних досліджень послужили роботи провідних вчених:

в галузі геометричного моделювання поверхонь архітектурних і технічних форм: Г.С.Іванова, С.М.Ковальова, І.І.Котова, В.Б.Михайленка, В.М.Найдіша, В.С.Обухової, В.А.Осипова, А.В.Павлова, О.Л.Підгорного, М.М.Рижова, А.А.Савелова, К.О.Сазонова, І.А.Скидана, В.І.Якуніна та їхніх учнів;

з питань аналітичної та диференціальної геометрії, математичного аналізу: П.С.Олександрова, М.Я.Вигодського, Б.А.Дубровіна, Н.В.Бфимова, П.С.Моденова, Г.Монжа, А.В.Погорелова, Д.Роджерса, Дж.Торпа, А.Фокса, М.Пратта та інших;

в галузі автоматизації проектування і машинної графіки, програмного забезпечення ЕОМ: Л.М.Авдотьїна, В.М.Кислоокого, Д.Мак-Кракена, В.Б.Михайленка, У.Ньюмена, Ф.Препарати, К.О.Сазонова, та інших;

з питань суднобудування: Авдоньєва Є.Я., Амика В.В., Балицької Є.О., Джилмера Г.С., Дмитрієва А.М., Карпова А.Б., Крилова А.М., Курдомова А.А., Макутова В.І., Ногида Л.М., Павленка Г.Б., Троїцького Б.А. та інших;

з питань перетворення кривих і поверхонь: Іванова Г.С., Обухової В.С. та інших.

Наукову новизну роботи складають:

1. Розробка спеціальних операцій над функціями, встановлення властивостей цих операцій і відповідностей між базисними функціями при різних формах рівнянь.

2. Алгоритми формування каркасів поверхонь залежних розмірів у вигляді суперпозиції функцій, які мають потрібні диференціальні властивості на різних рівнях.

3. Методика інтерполяції поверхонь, заданих каркасом ліній в площинах рівнів.

4. Методика математичного моделювання багатовимірних процесів динамічних систем, які мають різну множину рівнів з урахуванням задач управління процесом та інших крайових умов.

Практичну цінність роботи складають розроблені математичні, геометричні, алгоритмічні методи і програмне забезпечення процесу конструювання поверхонь оболонки способом суперпозиції функцій, що дають можливість здійснювати їх варіантне і оптимальне проектування в інтерактивному режимі. Створений комплекс програм забезпечує етап ескізного проектування, дає можливість підвищити ефективність творчої праці і прискорити процес проектування.

На захист вносяться основні положення, які складають наукову новизну і практичну цінність роботи, а також розроблене програмне забезпечення.

Реалізація роботи. Результати досліджень впроваджені в Українському державному проектно-технологічному і науково-дослідному інституті цивільної авіації "Укроевропроект".

Апробація роботи. Основний зміст дисертації доповідався і обговорювався на 54-й, 55-й та 56-й науково-практичних конференціях Київського державного технічного університету будівництва і архітектури, на Міжнародній науково-практичній конференції "Моделювання процесів і технологічного обладнання в сільському господарстві", ТГАТА, 17-19 серпня 1994р., м.Мелітополь, на Міжнародній конференції "Геометричне моделювання. Інженерна та комп'ютерна графіка", м.Львів, 1994р., на наукових семінарах кафедри нарисної геометрії, інженерної та машинної графіки КДТУБА.

Структура і об'єм роботи. Дисертація складається із вступу, трьох частин, висновків, списку використаної літератури із 167 найменувань, додатків. Робота містить 140 сторінок машинописного тексту, 50 рисунків, 2 таблиці.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність досліджень, наведено огляд літературних джерел та аналіз стану питання в галузі, що розглядається, а також сформульовано мету і завдання досліджень даної роботи.

В першій главі визначено спеціальні операції над функціями і суперпозиції функцій. Розглядаються спеціальні операції над функціями, заданими різними формами рівнянь. Досліджено питання одержання запропонованим методом жмуків кривих з різноманітними властивостями. Встановлено властивості спеціальних операцій і результуючих ліній. Спеціальні операції інтерпретуються з точки зору теорії перетворень. Розглядається методика плоских кривих з певними диференціальними властивостями, тобто визначаються коефіцієнти базисних кривих, що забезпечують необхідні особливості результуючої кривої. Досліджено можливості застосування спеціальних операцій для локальної модифікації плоских кривих.

Нехай в просторі E^n задано m - геометричних об'єктів або функцій, своїми рівняннями в різноманітних формах

$$x_i^k = f^k(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$$

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$x_i^k = f_i^k(t), x_1^k = f_1^k(t), \dots, x_n^k = f_n^k(t)$$

або в полярній формі рівняння ($i = \overline{1, m}$).

Спеціальною операцією C над m функціями назовемо функцію, котра визначається таким виразом у відповідних формах рівнянь

$$x_n = C\{f^k(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})\}$$

$$C\{F(x_1, x_2, \dots, x_n)\} = 0$$

$$x_n = C\{f_1^k(t)\}, x_2 = C\{f_2^k(t)\}, \dots, x_n = C\{f_n^k(t)\}$$

Під класом спеціальних операцій C над функціями будемо розуміти такі операції як додавання, віднімання, множення, ділення, здобуття кореня, модулювання, диференціювання, інтегрування тощо.

В роботі методика формування ліній і поверхонь способом суперпозицій функцій пророблена на основі множення функцій.

Нехай лінії l_1 та l_2 є прямими і задані рівняннями в явній формі

$$l_1: y = ax + b \quad l_2: y = mx + n$$

тоді, за визначенням, добуток цих прямих є крива (рис. I)

$$l: y = amx^2 + (bm + an)x + bn \quad (I)$$

Якщо ці прямі задані рівняннями в параметричній формі

$$l_1: \begin{cases} x_1 = a_1 + b_1 t \\ y_1 = c_1 + d_1 t \end{cases}$$

$$l_2: \begin{cases} x_2 = a_2 + b_2 t \\ y_2 = c_2 + d_2 t \end{cases}$$

тоді добутком прямих l_1 та l_2 є

$$1: \begin{cases} x = b_1 b_2 t^2 + (b_1 a_2 + b_2 a_1) t + a_1 a_2 \\ y = d_1 d_2 t^2 + (d_1 c_2 + d_2 c_1) t + c_1 c_2 \end{cases} \quad (2)$$

Крива (2) буде параболою (рис.2) за будь-яких $a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2$ і не збігатиметься з параболою (I).

Коли прямі l_1 та l_2 подані рівняннями в полярній формі

$$l_1: \rho_1 = -\frac{c_1}{a_1 \cos Q + b_1 \sin Q} \quad l_2: \rho_2 = -\frac{c_2}{a_2 \cos Q + b_2 \sin Q}$$

тоді добутком двох прямих буде крива, рівняння якої має вигляд

$$\rho = \frac{c_1 c_2}{(a_1 \cos Q + b_1 \sin Q)(a_2 \cos Q + b_2 \sin Q)} \quad (3)$$

Переходячи до рівняння загального вигляду, показано, що рівняння (3) визначає криву четвертого порядку (рис. 3), яка має асимптоти, паралельні даним прямим і віддалені від початку координат на відстань k_1 і k_2 , тут

$$k_1 = \lim_{Q \rightarrow \text{tg}(-\frac{a_1}{b_1})} \frac{\rho^2}{\rho^2 T}$$

$$k_2 = \lim_{Q \rightarrow \text{tg}(-\frac{a_2}{b_2})} \frac{\rho^2}{\rho^2 T}$$

Досліджено множення прямих і кривих другого порядку. Наведені в роботі приклади показали, що форма результуючої кривої залежить: а) від форми рівнянь базисних кривих; б) від виду базисних кривих; в) від взаємного розташування базисних кривих; г) від виду параметризації тощо.

На основі досліджень встановлено такі властивості операцій множення функцій.

Якщо рівняння базисних ліній подані:

а) в явній формі:

Властивість 1. Якщо одна із базисних ліній замкнена, то результуюча лінія також є замкненою.

Властивість 2. Число точок перетину результуючої лінії з віссю OX дорівнює сумі точок перетину базисних ліній з цією ж віссю.

Властивість 3. Областю визначення результуючої кривої є перетин областей визначення базисних ліній.

Властивість 4. Якщо вісь OX є дотичною хоча б до однієї з базисних ліній, то результуюча лінія в цій точці торкається осі OX або має точку самодотику.

Властивість 5. Порядок результуючої лінії залежить від базисних ліній і їх взаємного розташування.

б) в параметричній формі:

Властивість 6. Лінії, які є добутком одних і тих самих ліній, поданих різними параметричними рівняннями, різні.

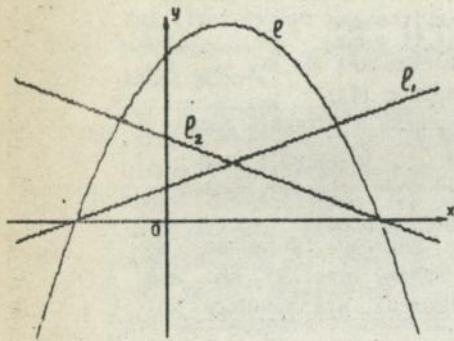


Рис. 1.

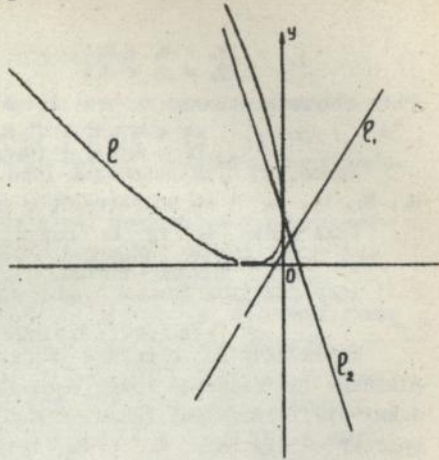


Рис. 2.

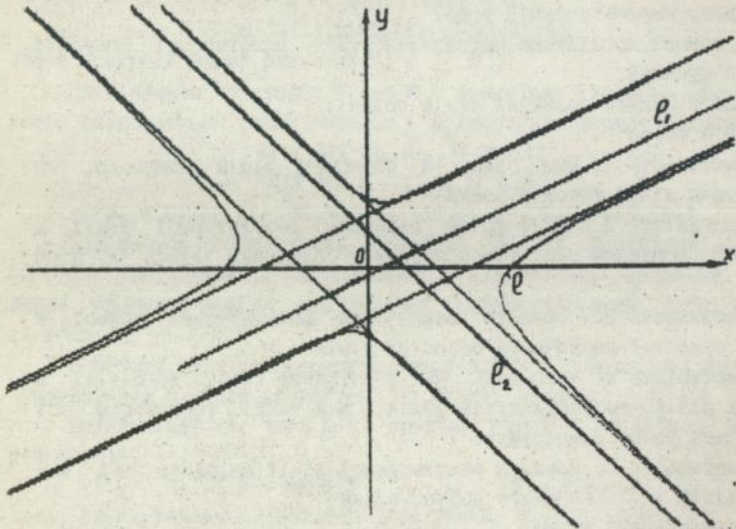


Рис. 3.

Властивість 7. Якщо при множенні двох ліній параметр t визначає нескінченно віддалену точку хоча б на одній із базисних ліній, то результуюча лінія теж містить нескінченно віддалену точку.

Властивість 8. Порядок результуючої лінії, її форма і положення залежать від виду параметризації.

в) в полярній формі:

Властивість 9. Якщо в складі базисних ліній існує пряма лінія, то результуюча лінія має асимптоту, паралельну цій прямій.

Ділення рівнянь (або графіків) плоских ліній дають можливість конструювати лінії, котрі мають попередню задану асимптоту і одержувати криві з екстремальними точками на певному відрізку.

Аналіз спеціальних операцій показує, що коли задано графіки функцій $u_1 = f_1(x)$ та $u_2 = f_2(x)$ в явній формі рівнянь, то можна побудувати за точками графік функцій

$$u = f_1(x) \pm f_2(x), \quad u = f_1(x) * f_2(x), \quad u = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}.$$

Оскільки конструювання неперервно-каркасних поверхонь зводиться до побудови їх каркасу із вибраних плоских чи просторових кривих, то побудова кривих є одним із важливих етапів розв'язання багатьох задач прикладної геометрії поверхонь. Виходячи з цього, досліджено одержання жмуктів результуючих кривих на прикладі одного виду рівнянь (явна форма) за рахунок варіювання коефіцієнтів базисних ліній, що дають можливість за необхідності вибрати найбільш доцільний.

Спеціальні операції над функціями можна уявити як перетворення на площині чи в просторі, якщо будьяка базисна фігура вважається вихідною, тобто прообразом перетворення, а друга - результатом, тобто образом перетворення. З точки зору теорії перетворення спеціальні операції над функціями подаються як одержання множини точок (ліній, поверхонь тощо), координати яких визначаються в результаті арифметичних дій над координатами точок початкових точкових множин. Одержання функцій у різних формах рівнянь визначає різні відповідності між вихідним і результуючим об'єктами.

В роботі спеціальні операції проаналізовано на прикладі множення двох функцій, представлених різними формами рівнянь - як перетворення і встановлено такі формули перетворення в різних формах рівнянь.

При явній формі рівнянь

$$x_1 = x_{1_1} = x_{1_2}, \quad y_1 = y_{1_1} * y_{1_2}$$

При параметричній формі рівнянь

$$x_1 = x_{1_1} * x_{1_2}, \quad y_1 = y_{1_1} * y_{1_2}$$

При полярній формі рівнянь

$$\rho_1 = \rho_{1_1} = \rho_{1_2}, \quad \rho_1 = \rho_{1_1} * \rho_{1_2}$$

Досліджено відомі перетворення, як окремі випадки спеціальних операцій.

Один із пунктів першої глави присвячено конструюванню плоских кривих з певними диференціальними властивостями. Запропонована методика ув'язування коефіцієнтів базисних ліній з диференціальними характеристиками результуючої лінії. Диференціальними можуть виступати різні властивості, як наприклад, дотична в даній точці, довжина дуги кривої, кривина в даній точці, площа обмеження тощо.

За допомогою суперпозицій функцій можна локально модифікувати плоскі лінії і поверхні. Використовуючи поєднання спеціальних операцій, можна побудувати лінії, котрі мають горизонтальну асимптоту $y = 1$ і поза відрізком $[a, b]$, яка задовольняє $|f(x) - 1| < \epsilon$. Множення такої лінії з другою призводить до локальної зміни ділянки $[a, b]$ останньої лінії.

В другій главі викладено метод конструювання каркасних поверхонь, який є узагальненням деяких окремих способів їх конструювання і базується на спеціальних операціях над функціями, тобто, лінії каркасу таких поверхонь є лініями, одержаними в результаті спеціальних операцій над базисними лініями.

В координатній площині XOZ вибираються деякі криві, над якими виконуються спеціальні операції. В результаті одержуємо результуючу лінію L , яка входить до однопараметричної сім'ї кривих L_1 .

Далі криві L_1 вважаються фронтальними проєкціями перерізів деякої поверхні з площиною паралелізму XOZ . Розподіляються криві сім'ї L_1 в просторі паралельним переносом за допомогою рухомої площини XOZ паралельно самій до себе в напрямі третьої осі на відстань u . Значення параметра u є відстанню між нерухомою площиною XOZ і рухомою $X'O'Z'$. Цим паралельним переносом множина кривих L_1 перетвориться у множину кривих L_2 , які визначають певну поверхню, бо кожний переріз поверхні Φ з площинами рівня $y = \text{const}$ одержуємо з відповідної кривої L_1 , яка є суперпозицією базисних кривих, паралельним перенесенням.

Нехай на площині XOZ задані дві лінії своїми рівняннями в

явній формі

$$z = f_1(x, a_1, b_1, \dots)$$

$$z = f_2(x, a_2, b_2, \dots)$$

Виконуючи над ними якусь спеціальну операцію, одержимо певну результуючу лінію l

$$l: z = C[f_1(x, a_1, b_1, \dots), f_2(x, a_2, b_2, \dots)] = q(x, a_1, b_1, \dots, a_2, b_2, \dots) \quad (4)$$

визначаємо один із коефіцієнтів, наприклад a_1 , як функцію від третьої змінної y , тобто $a_1 = g(y)$, підставивши цей вираз в (4), одержимо рівняння поверхні в явному вигляді

$$z = q(x, g(y), b_1, \dots, a_2, b_2, \dots), \quad (5)$$

при $y = \text{const}$ ця поверхня має лінії рівня однакового характеру, що визначаються рівнянням (4).

Одержувані наведеним вище методом поверхні (5) є поверхнями залежних перерізів, тобто плоскі перерізи поверхні (5) залежать від закону утворення сім'ї l_1 , а рівняння (5) при $y = \text{const}$ є рівнянням каркасу.

При конструюванні поверхонь запропонованим способом параметр p розмноження результуючої лінії в сім'ю однопараметричних кривих l_1 відіграє важливу роль. Параметром сім'ї можна вибрати параметр, геометричною інтерпретацією якого є різні крайові умови конструюваної поверхні, наприклад, площа обмеження, довжина дуги тощо. Щоб переконатися в цьому, в роботі розглянуто приклад конструювання каналової поверхні, у якій відомий закон зміни площі перерізу площинами $y = y_0$, і вісь z задана двома проєкціями. Параметром сім'ї вибрана площа S , обмежена замкненою кривою l_1 .

Перелікуємо деякі окремі види каркасних поверхонь залежних перерізів, які можна сконструювати запропонованим методом: а) поверхні плоско-паралельного переносу; б) поверхні конгруентних перерізів; в) поверхні подібних перерізів; г) поверхні афінних перерізів; д) поверхні проєктивно-залежних перерізів; е) лінійчасті поверхні; ж) періодичні поверхні тощо.

З метою демонстрації можливостей запропонованого методу, розглянуто інтерполяційну задачу проведення поверхні, інцидентної заданому кінцевому числу плоских ліній, коли ці лінії каркасу розташовані на площинах рівня.

Аналізуючи лінії каркасу в кожному із випадків моделювання, вихідною кривою на рівні $y = 0$, тобто на площині XOZ вибирається функція $z = f(x)$, де $f(x)$ складається із комбінації спеціальних операцій і функцій, що входять в об'єднання множин спеціальних

операцій і функцій, які складають лінії каркасу L_1 . Коефіцієнти базисних функцій, котрі складають $f(x)$, визначаються як функція від y , так щоб $f(x)$ на рівні $y = y_0$ збігся з даною лінією каркасу. Таким чином можна інтерполювати поверхні, задані лініями каркасів одного або різного порядку і типу.

В загальному випадку легко узагальнити такий спосіб інтерполяції на опис багатовимірних процесів, у яких задані множини рівнів.

Можна інтерпретувати пропонований спосіб конструювання з позиції множення поверхонь, що мають рівняння виду $z = F_1(x, y)$ та $z = F_2(x, y)$, тобто шукана поверхня виходить у результаті множення аплікату даних поверхонь, тоді цим способом можна розв'язувати задачі управління формою поверхні, заданих рівняннями в явній формі, що проходять через задані лінії каркасу.

Нехай задані просторові криві $\Gamma_1(\Gamma_{11}, \Gamma_{12})$ та $\Gamma_2(\Gamma_{21}, \Gamma_{22})$ двома проекціями (рис.4).

$$\Gamma_1(\Gamma_{11}, \Gamma_{12}) = \Gamma_1(f(y), q(y)), \quad \Gamma_2(\Gamma_{21}, \Gamma_{22}) = \Gamma_2(g(y), t(y))$$

Проведемо лінійчасту поверхню через лінії Γ_1 і Γ_2

$$z = \frac{(x - f(y))(t(y) - q(y))}{g(y) - f(y)} + q(y) \quad (6)$$

Пропонований спосіб керування формою поверхні (6) (рис.5) полягає в тому, що параметрами керування формою вибираються аплікати точок або фронтальна проекція Γ_1 або Γ_2 , наприклад Γ_1 . Модифікуючи фронтальну проекцію $\Gamma_{12}: z = q(y)$ кривої Γ_1 , одержимо $\Gamma'_{12}: z = p(y)$ (рис.4). Проведемо тепер поверхню, що проходить через лінії $L_1(\Gamma_{11}, p(y)/q(y))$ і $L_2(\Gamma_{21}, t)$. Позначимо $k(y) = p(y)/q(y)$.

$$z = \frac{(x - f(y))(t - k(y))}{g(y) - f(y)} + k(y) \quad (7)$$

Поверхня (7) містить в собі лінії L_1 і L_2 , у яких горизонтальні проєкції збігаються з горизонтальними проєкціями кривих Γ_1 і Γ_2 , відповідно.

Перемножуючи поверхні (6) і (7), одержимо

$$z = \left[\frac{(x - f(y))(t(y) - q(y))}{g(y) - f(y)} + q(y) \right] \left[\frac{(x - f(y))(t - k(y))}{g(y) - f(y)} + k(y) \right] \quad (8)$$

Поверхня (8) містить у собі криву Γ_1 і перетворену криву Γ'_1 (рис.6).

Коли виникне потреба подальшої модифікації кривої Γ_1 , тоді в рівняння (8) замість $k(y)$ підставляється інша функція, яка забезпечує проходження поверхні через потрібну криву.

За такого способу керування формою поверхні за параметри

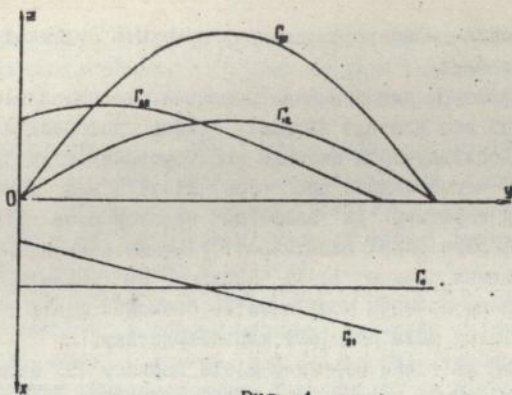


Рис. 4.



Рис. 5.

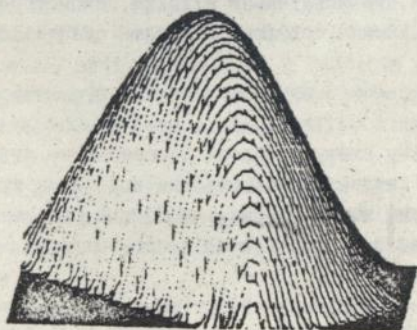


Рис. 6.

керування можна вибирати фронтальну проекцію будьякої кривої, інцидентної поверхні.

Розглядаються питання конструювання плоских ліній, що мають в даній точці або взагалі на лінії якусь диференціальну характеристику. Досліджується питання конструювання відсіку поверхні, що проходить через задані просторові лінії і має лінії каркасу, які в точках перетину із заданими просторовими лініями мають потрібні диференціальні властивості. Інакше кажучи, розв'язується задача керування точкою лінії каркасу по заданій просторовій кривій через визначення коефіцієнтів базисних ліній так, щоб вона на різних рівнях мала потрібну характеристику.

Наклавши на точки перетину ліній каркасу із заданими лініями Γ різні умови, можна лінії Γ перетворити в множину еліптичних, гіперболічних, параболічних точок і т.і., що дає можливість включення в поверхню спеціальних ліній з певними характеристиками. Отже, якщо задана лінія Γ є множиною якихось точок на поверхні, то, виходячи із цього, за вищенаведеною схемою визначаються коефіцієнти базисних кривих. Таким чином конструється відсік поверхні на базі заданої лінії Γ .

Однією з переваг запропонованого методу є те, що він працює в просторах різноманітної вимірності. Особливо в тому випадку, коли множина рівнів поверхні, що конструюється (описується), є однорідною. Для функції $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ графік функції лежить в \mathbb{R}^4 , значить, нарисувати графік неможливо, і запропонований спосіб множини рівнів залишається кращим засобом конструювання і вивчення поведінки функції.

Якщо задані просторові криві Γ вважати за лінії стикування складеної поверхні і на них накласти умови, виходячи із вимог гладкості стикування, то сполучаючи відсіки, сконструйовані запропонованим методом, можна моделювати досить складні складені поверхні.

Третя глава присвячена питанням практичного застосування результатів теоретичних досліджень. На основі розроблених методик запропоновано загальну схему побудови поверхонь по заданому каркасу. Розглядаються питання конструювання поверхонь рулів суден. Проведено геометричний аналіз форми та інших параметрів рулів суден та їх профілів. Наведено класифікацію відомих типів профілів суднових рулів.

У практиці суднобудування найчастіше застосовується задання геометрії профілю таблицею відносних ординат (табл. I, 2). Табличні

дані визначаються в результаті багаторазових експериментів у різних дослідних басейнах. За даними таблиць можуть бути визначені ординати профілю будь-якої відносної товщини \bar{b} . При цьому

$$x \text{ від попередньої кромки} = \frac{\bar{x} \bar{b}}{100}, \quad y \text{ від середньої лінії} = \frac{\bar{y} \bar{b}}{100} \quad (9)$$

Розглянемо окремий випадок конструювання гідродинамічної поверхні руля, утвореного єдиним профілем. Виберемо систему координат з віссю OZ перпендикулярною площинам даних профілів.

Базовий профіль задамо у вигляді

$$y = (a_1 x + b_1)(a_2 x + b_2) \dots (a_{n-1} x + b_{n-1}) \quad (10)$$

спеціальних операцій, в даному випадку множення кількох прямих (рис.7), число яких залежить від кількості експериментальних відносних ординат. Використовуючи формули (9) та відносне ділення абсцис профіля, визначаємо коефіцієнти a_i та b_i , де $i = \overline{1, n-1}$.

Нехай задані n - точок, на основі цих точок і формули (10) складемо систему рівнянь

$$\begin{cases} (a_1 \left(\frac{x_1}{100}\right) + b_1)(a_2 \left(\frac{x_1}{100}\right) + b_2) \dots (a_{n-1} \left(\frac{x_1}{100}\right) + b_{n-1}) = \frac{\bar{y}_1 \bar{x}_1}{100} \\ (a_1 \left(\frac{x_2}{100}\right) + b_1)(a_2 \left(\frac{x_2}{100}\right) + b_2) \dots (a_{n-1} \left(\frac{x_2}{100}\right) + b_{n-1}) = \frac{\bar{y}_2 \bar{x}_2}{100} \\ \dots \\ (a_1 \left(\frac{x_n}{100}\right) + b_1)(a_2 \left(\frac{x_n}{100}\right) + b_2) \dots (a_{n-1} \left(\frac{x_n}{100}\right) + b_{n-1}) = \frac{\bar{y}_n \bar{x}_n}{100} \end{cases} \quad (11)$$

Система (II) містить у собі n - рівнянь і $2n-2$ невідомих. Щоб число невідомих і рівнянь було рівним, можна довільно задавати $n-2$ коефіцієнтів рівнянь (10). Два із цих коефіцієнтів визначаємо з урахуванням носової і хвостової точки профілю, який конструюється, що приведе до визначення ще двох невідомих, тим самим розв'язується $n-2$ рівнянь із $n-2$ невідомими.

Оскільки шуканий руль із прямолінійними кромками, то рівняння ліній l_1 і l_2 замість $x = f_1(z)$ і $x = f_2(z)$, мають вигляд $x = c_1$ та $x = c_2$, звідси величина b замість виразу $b = f_1(z) - f_2(z)$, має вигляд $b = c_2 - c_1 = c$. Величина $t = \text{const}$ задається. Розв'язавши систему рівнянь (II), знаходимо коефіцієнти a_i і b_i .

Знайдені коефіцієнти підставляємо в (10)

$$y = f(x, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_{n-1}, b_{n-1}) \quad (12)$$

Рівняння (12) у даному випадку є поверхнею переносу шуканого руля (рис.8).

Розглядається випадок, коли кромки руля, що конструюється, в площині XOZ мають рівняння $x = f(z)$ та $x = g(z)$, тобто руль із

Табл. 1.

X, %	0	0.5	0.75	1.0	1.25	...	70	80	90	95	100	
Y%	НАСА	0	6.2	10.3	14.1	15.8	...	30.5	21.9	12.1	6.7	1.1
	НЕЖ	0	6.8	10.8	14.8	16.6	...	24.0	15.0	7.5	3.0	0
	ЦАГІ	0	10.3	14.5	20.5	22.7	...	15.1	9.2	4.5	2.5	1.0

Геттінгенські профілі

Табл. 2.

№ проф	\bar{v}	X, %	0	1.25	2.5	5.0	...	70	80	90	95	100
409	0.128	Y, %	0	14.5	19.5	27.0	...	33.0	23.5	11.5	5.0	0
443	0.05		0	12.0	17.0	24.0	...	32.5	23.0	12.0	6.0	0

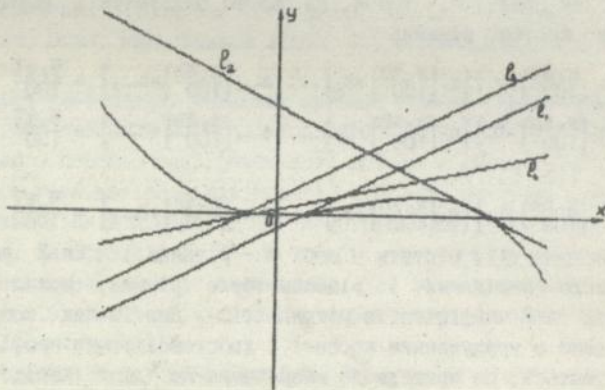


Рис. 7.

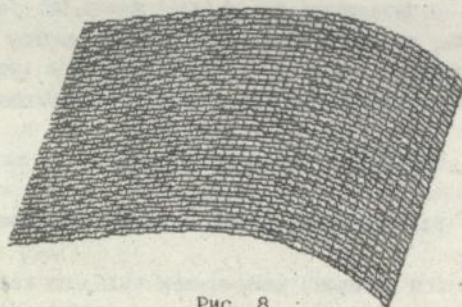


Рис. 8.

криволінійними кромками. Тоді руль, що конструється, на рівні $z = const$ має профіль із хордою $b = g(z) - f(z)$. Базовий профіль, як і в попередньому випадку, представимо у вигляді (10). За тією самою схемою складається система рівнянь. Але в цьому випадку коефіцієнти a і b визначаються у вигляді функцій від $a_c = f_{a1}(z)$ і $b_c = f_{b1}(z)$.

Підставляючи ці вирази в (10), одержимо рівняння

$$y = [f_{a1}(z)x + f_{b1}(z)] [f_{a2}(z)x + f_{b2}(z)] \dots [f_{an}(z)x + f_{bn}(z)],$$

яке визначає поверхню руля з криволінійними кромками.

Відзначимо, що запропонований спосіб формування поверхні може знайти місце не лише для опису поверхонь технічних об'єктів, але й при апроксимації деякої функції, для якої проведено певну серію вимірів.

Такий спосіб побудови математичного опису поверхонь має ряд переваг при обчисленні геометричних характеристик. Запропонованим методом можна конструювати однотипні поверхні, наприклад, кілі парусників, крила літаків і т.і., форми профілів яких аналогічні з описаними профілями для рулів.

В останньому параграфі описано методику автоматизованого конструювання поверхонь залежних перерізів. На основі запропонованих алгоритмів розроблено комплекс програм "КІН.МЕТ", який в автоматизованому режимі забезпечує моделювання ліній і поверхонь даним методом. Програмний комплекс оснащений модулями, які дають можливість керувати формою поверхні, обчислюють різні геометричні характеристики поверхні, що конструється в різних системах координат. Подано структуру програмного комплексу, описано технологію використання методики автоматизованого моделювання.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі досліджено методи суперпозиції функцій і створено алгоритми конструювання каркасно-залежних поверхонь, ліній каркасу яких є результатом спеціальних операцій над простими геометричними об'єктами. При цьому були одержані нові теоретичні і прикладні результати.

Запропоновано спеціальні операції над функціями з метою одержання різноманітних форм, що описуються єдиним рівнянням. Такий спосіб одержання результуючих ліній дає можливість конструювати сім'ї залежних кривих з різноманітними властивостями. Трактуючи спеціальні операції з точки зору теорії перетворень дало можливість інтерпретувати відомі перетворення як окремі ви-

падки спеціальних операцій.

Розроблений метод формотворення каркасних поверхонь є узагальненням окремих способів утворення каркасних поверхонь і дає можливість керувати формою поверхні варіюванням однієї із координат просторової кривої, інцидентної поверхні, яка конструюється. Позитивною якістю запропонованого методу є те, що в результаті спеціальних операцій складні функції подаються у вигляді розкладання простих функцій, звідки й наочність розв'язування задач і можливість опису багатовимірних процесів, у яких множини рівнів є множинами різного порядку і виду.

Показано застосування запропонованого методу для задач інтерполявання поверхонь, зокрема розроблено методику конструювання поверхонь, які проходять через множини плоских кривих різного порядку і виду.

Розв'язано задачу включення різних множин точок і ліній в поверхню і формування відсіку поверхні на базі кривої із заданими диференціальними властивостями.

Запропоновано методику конструювання поверхонь рулів суден, яка дає можливість описати поверхню руля єдиним рівнянням, полегшує обчислення інших геометричних і технічних характеристик рулів.

На основі запропонованих алгоритмів розроблено комплекс програм для автоматизованого моделювання плоских кривих і поверхонь залежних перерізів.

Основні положення дисертації опубліковано в таких роботах:

1. Михайленко В.Є., Гнусов З.А. Конструювання архітектурних форм способом суперпозиції функції. //Будівництво України. - К.: Изд. "Укрархстройинформ". 1995. № 1. - с. 43 - 44.
2. Гнусов З.А. Конструирование поверхностей, проходящих через множество плоских кривых различного порядка //Прикл. геометрия и инж. графика. - К.: Будівельник, 1994. - Вып. 57. - с. 151 - 152.
3. Михайленко В.Є., Гнусов З.А. Формообразование поверхностей способом умножения функций. Тезисы докладов Международной научно - практической конференции, 17 - 19 августа 1994 г., Мелитополь, ТТАТА, - с. 12.
4. Михайленко В.Є., Гнусов З.А. Формирование отсека поверхности на базе кривой с заданными некоторыми дифференциальными характеристиками. Тезисы докладов Международной научно - практической конференции, 1994 г., Мелитополь, ТТАТА.
5. Гнусов З.А. Формообразование циклических поверхностей спосо-

бом умножения функций. Тезисы докл. Международной научно - методической конференции. Львов. 1994. - с. 21 - 22.

6. Днусов З.А. Формообразование плоских кривых способом умножения функций. - Деп. в ІНТЕ України, № І057 - Ук 94, 3.06.94.

Днусов Зокир Ачилович, "Геометрическое моделирование линий и поверхностей способом специальных операции над функциями".

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности: 05.01.01 - Прикладная геометрия, компьютерная графика, дизайн и эргономика, Киевский государственный технический университет строительства и архитектуры, Киев, 1995.

В работе рассмотрены вопросы формообразования линий и поверхностей посредством суперпозиций функций. Разработаны алгоритмы конструирования каркасно-зависимых поверхностей, линии каркаса которых являются результатом специальных операций над простыми геометрическими объектами. Предложено решение интерполяционной задачи проведения поверхности, инцидентной заданному конечному числу линий. Исследованы вопросы управления формой поверхности варьированием аппликат пространственной кривой, инцидентной данной поверхности. Исследовано конструирование множеств линий уровня поверхностей более высокого порядка. Рассматриваются вопросы конструирования поверхностей судовых рулей. Предложена методика автоматизированного проектирования поверхностей зависимых сечений.

Yunusov Zokir Achilovich, "Geometric modelling of lines and surfaces by using special operations over the functions".

The thesis for acquiring the scientific degree of candidate of technical sciences in the speciality: 05.01.01 - Applied geometry, computer graphics, design and ergonomics, Kiev State Technical University of Construction and Architecture, Kiev, 1995.

The work deals with the questions of forming lines and surfaces by means of functions superpositions. Algorithms have been worked out of constructing frame - dependent positions, the frame lines of which are the result of special operations over simple geometric objects. A decision has been suggested of the interpolation problem of carrying out the surface, incidental to the given surface. The constructing has been investigated of sets of lines of the surface level of a higher order. The questions are considered of constructing the surface of ship rudders. The methods have been suggested of automated designing of the surface of dependent cross-sections.

ІНТЕ ім. В. Стефанива
АН України

1111077

AB 33.185
AB 33.185

Підп. до друку 12.09.95 Формат 60×84^{1/16}.
Папір друк. № 3 . Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 10.
Умовн. фарбо-відб. 10 . Обл.-вид. арк. 10 .
Тираж 100 . Зам. № 5-4 056

Фірма «ВІПОЛ»
252151, Київ, вул. Волинська, 60.