ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. Ю.ФЕДЬКОВИЧА

На правах рукопису

Тимофієва
Єлизавета Миколаївна

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ЗІ ЗМІННИМИ СТРУКТУРАМИ

01.05.02 - Математичне моделювання
та обчислювальні методи
в наукових дослідженнях

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико - математичних наук

Чернівці - 1995

Дисертацією є рукопис

Робота виконана на кафедрі мате...
управління і кібернетики Черніве...
університету ім. Юрія Федьковича

Науковий керівник — кандидат фіз. - мат. наук, доцент Сопронюк Ф.О.

Офіційні опоненти — доктор фіз. - мат. наук Берб'юк В.Є.

кандидат фіз. - мат. наук, доцент Черевко І.М.

Провідна організація - Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України

Захист відбудеться "27" жовтня 1995 р. о 14 годині
на засіданні спеціалізованої вченої ради К 07.01.04
в Чернівецькому державному університеті за адресою:
274012, Чернівці - 12, вул. Університетська, 28,
математичний факультет

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці ЧДУ
(вул. Лесі Українки, 23)

Автореферат розіслано "20" вересня 1995 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради А. Сад — А.М. Садов'як

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ. Більшість процесів, особливо пов'язаних з новою технікою та технологіями, не можуть існувати без автоматичного керування, внаслідок чого теорія керування виявилася в центрі уваги багатьох вчених. Значний внесок у розв'язання таких важливих проблем якісної теорії керування, як керовність і спостережність, модальне керування і реконструкція, побудова канонічних форм, стабілізовність, оптимальне керування тощо, внесли Р. Калман, М. М. Красовський, Л. С. Понтрягін, М. Месарович, В. М. Кунцевич, Б. М. Бублик, М. Ф. Кириченко, О. Г. Наконечний та ін.

Поняття керовності та спостережності є фундаментальними властивостями керованих динамічних систем. Вони відіграють велику роль у теорії оптимального керування, теорії стабілізації руху, теорії ідентифікації. Реальні об'єкти керування, керовані процеси мають виключно різноманітні структури і природу, які, як правило, змінюються з часом, тому важливим є вивчення проблем керовності та спостережності, оптимального керування для систем зі змінними структурами. Завдяки прогресу ЕОМ і появі нових технологій розробки програмних засобів актуальним є об'єктно-орієнтований опис таких систем, спрямований на полегшення розробки програмного забезпечення.

МЕТОЮ ДИСЕРТАЦІЇ є дослідження проблем керовності, спостережності, оптимального керування, комп'ютерного моделювання і проектування систем керування зі зміною структур.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Основні результати щодо аналізу керовності, спостережності систем зі змінною структурою отримано шляхом узагальнення методики дослідження цілком керовності, спостережності лінійних систем керування. Побудові оптимального регулятора передує обґрунтування застосування принципу максимуму Понтрягіна для систем з розгалуженням. При розв'язанні проблем проектування та комп'ютерного моделювання використано математичний об'єктно-орієнтований підхід.

НАУКОВА НОВИЗНА. У процесі досліджень отримано такі результати:

1. Знайдено умови цілком керовності та цілком спостережності систем керування зі змінними структурами; критерії цілком керовності та спостережності для випадку, коли матриці на кожному проміжку є стаціонарними, виписано рекурентні рівняння фільтра-спостерігача та рекурентні матричні рівняння Ріккаті.
2. Застосовано принцип максимуму Понтрягіна для побудови оптимального керування системами зі змінними структурами; отримано оптимальний регулятор у замкнутій формі для лінійних систем зі змінними структурами і квадратичними критеріями якості.
3. Введено абстракції даних та відповідні специфікації об'єктно-орієнтованого опису систем керування з розгалуженням.
4. Розроблено алгоритми дослідження систем керування зі змінними структурами.

ТЕОРЕТИЧНА І ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ. Теоретичні результати, отримані у дисертаційній роботі, можуть бути використані при дослідженні систем керування з розгалуженням. Розроблені специфікації математичного об'єктно-орієнтованого опису систем керування полегшують створення програмного забезпечення комп'ютерного моделювання систем з розгалуженням. Розроблені програмні засоби можуть бути використані інженерами та вченими при проектуванні систем керування зі зміною структур, а також у навчальному процесі в складі предметно-орієнтованих комп'ютерних курсів, пов'язаних з моделюванням та САПР систем керування.

НА ЗАХИСТ ВИНОСИТЬСЯ:

1. Умови і критерії цілком керовності та цілком спостережності лінійних систем керування зі змінними структурами.
2. Оптимальний регулятор для систем зі змінними структурами, побудований на основі принципу максимуму.
3. Специфікації математичного об'єктно-орієнтованого опису систем керування зі змінними структурами.

4. Система програмних засобів дослідження і проектування систем керування зі змінними структурами.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ. Матеріали дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на наукових конференціях і симпозіумах:
- 5-й Ленінградський симпозіум з теорії адаптивних систем, 17 - 19 квітня 1991 р., Ленінград;
- 1-а Українська конференція з автоматичного керування "Автоматика - 94", 18 -23 травня 1994 р., Київ;
- Міжнародна математична конференція, присвячена пам'яті Ганса Гана, 10 - 15 жовтня 1994 р., Чернівці;

на засіданнях наукових семінарів Інституту кібернетики НАН України, ІППММ НАН України (м. Львів), математичного факультету та кафедри математичних проблем управління і кібернетики Чернівецького держуніверситету.

ОСОБИСТИЙ ВНЕСОК. У [1, 2, 3] дисертантом отримано критерії керовності систем керування зі змінними структурами в термінах коефіцієнтів системи, а також необхідні умови існування моментів переключення структур для перевірки умов цілком керовності, виписано рекурентні рівняння фільтра та рекурентні матричні рівняння Ріккаті, розв'язано задачу про побудову оптимального регулятора.

ПУБЛІКАЦІЇ. Основні результати дисертації опубліковані в роботах [1 - 5].

СТРУКТУРА ТА ОБСЯГ ДИСЕРТАЦІЇ. Робота складається із вступу, трьох розділів, висновку, списку використаної літератури та додатку. Бібліографія складає 94 найменування, загальний обсяг роботи - 109 сторінок.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ. У ВСТУПІ подано короткий огляд літератури, обгрунтовано актуальність вибраної теми досліджень, сформульовано мету роботи, коротко викладено зміст досліджень, а також наведені положення, що виносяться на захист.

У ПЕРШОМУ РОЗДІЛІ викладено нові результати по керовності та спостережності лінійних систем зі змінною структурою.

Нехай $T_0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_{N-1} < t_N = T_1$ - деяке розбиття відрізка $[T_0, T_1]$, $X_1, X_2, \ldots, X_N$ - фазові простори розмірностей $n_1, n_2, \ldots, n_N$ відповідно, а рух об'єкта керування описується системою

$$\frac{dx_{(j)}(t)}{dt} = A_j(t)x_{(j)}(t) + B_j(t)u_{(j)}(t), \ t \in [t_{j-1}, t_j), \qquad (1)$$

$$x_{(j)}(t_{j-1}) = C_j x_{(j-1)}(t_{j-1}) + D_j v_{(j)}, \qquad j = \overline{1, N}, \qquad (2)$$

де $x_{(j)}(t) - n_j$-вимірний вектор-стовпець станів системи на проміжку $[t_{j-1}, t_j)$, $u_{(j)}(t) - m_j$-вимірна вектор-функція керування, $v_{(j)} - k_j$-вимірний вектор параметрів керування в переключенні структур, $A_j(t), B_j(t) - n_j \times n_j$ та $n_j \times m_j$ матриці відповідно, $C_j, D_j - n_j \times n_{j-1}$ та $n_j \times k_j$ постійні матриці $(j = \overline{1, N})$. Вважаємо, що матриці $A_j(t), B_j(t), C_j, D_j$ відомі $(j = \overline{1, N})$, причому $C_1 = E_1$, де E_1 - одинична $n_1 \times n_1$ матриця, D_1 - нульова $n_1 \times n_1$ матриця.

Тут і далі для зручності при позначеннях нижні індекси беруться у дужки, якщо ми маємо справу з векторами, наприклад, $x_{(j)}(t)$. Відсутність дужок біля нижніх індексів свідчить про позначення матриць, наприклад, $A_j(t)$.

О з н а ч е н н я 1.1.1. Система (1) - (2) називається цілком керовною на проміжку $[T_0, T_1]$, якщо для довільних точок $x^{(0)}$ з фазового простору X_1 та $x^{(1)}$ з фазового простору X_N існують такі функції $u_{(j)}(t)$ та вектори $v_{(j)}$ $(j = \overline{1, N})$, при яких розв'язок системи (1) - (2) задовольняє умовам $x_{(1)}(t_0) = x^{(0)}$, $x_{(N)}(t_N) = x^{(1)}$.

В 1.1 доводяться необхідні і достатні умови цілком керовності систем керування зі змінною структурою вигляду (1) - (2).

Введемо позначення:

$X_j(t,s)$ - нормовані фундаментальні матриці розв'язків систем

$$\frac{dX_j(t,s)}{dt} = A_j(t)X_j(t,s), \quad t,s \in \left[t_{j-1},t_j\right), \quad s <= t,$$
$$X_j(s,s) = E_j, \qquad j = \overline{1,N},$$

де E_j - одиничні матриці порядка $n_j \times n_j$,

$$W_j(t_N,t) = X_N(t_N,t_{N-1})C_N X_{N-1}(t_{N-1},t_{N-2})C_{N-1}\ldots,$$
$$\ldots C_{j+1}X_j(t_j,t)B_j(t),$$

$$W(N,j) = X_N(t_N,t_{N-1})C_N X_{N-1}(t_{N-1},t_{N-2})C_{N-1}\ldots$$
$$\ldots C_{j+1}X_j(t_j,t_{j-1})D_j.$$

Теорема 1.1.1. Для того, щоб система (1) - (2) була цілком керовною на $[T_0,T_1]$, необхідно і достатньо існування такого $j_0 \in \{1,2,\ldots,N\}$, для якого

$$\text{або } l^T W_{j_0}(t_N,t) \not\equiv 0, \quad t \in \left[t_{j_0-1},t_{j_0}\right), \quad \text{або } l^T W(N,j_0) \neq 0$$

для довільного вектора $l(\|l\| > 0)$.

В 1.2 наводяться критерії цілком керовності систем вигляду (1) - (2) у випадку, коли матриці $A_j(t), B_j(t)$ є стаціонарними.

Позначимо через S_{n_N} матрицю вигляду

$$S_{n_N} = (e^{A_N(t_N - t_{N-1})}C_N e^{A_{N-1}(t_{N-1} - t_{N-2})}C_{N-1}\cdots$$
$$\ldots C_3 e^{A_2(t_2 - t_1)}(C_2 S_1(B_1), S_2(B_2)),\ldots$$
$$\ldots, e^{A_N(t_N - t_{N-1})}(C_N S_{N-1}(B_{N-1}), S_N(B_N))),$$

де $S_j(B) = (B, A_j B, \ldots A_j^{n_j - 1} B), \quad j = \overline{1,N}.$

Будемо вважати, що керування $v_{(j)}$ в моменти переключення структур відсутні ($j=\overline{1,N}$). Тоді має місце

Теорема 1.2.1. Для цілком керовності системи (1) - (2) на проміжку $[T_0,T_1]$ необхідно і достатньо виконання умови

$$rank\, S_{n_N} = n_N .$$

При дослідженні систем керування зі змінною структурою важливими є теореми про існування моментів переключення структур, при яких система цілком керовна.

Позначимо через $S(N)$ матрицю

$$S(N) = (S_N(C_N S_{N-1}(\ldots(C_2 S_1(B_1))\ldots)), S_N(C_N S_N(\ldots$$

$$\ldots(C_3 S_2(B_2))\ldots)), \ldots, S_N(B_N)),$$

де

$$S_k(S_{k-1}(.)) = (S_{k-1}(.), A_k S_{k-1}(.), \ldots, A_k^{n_k-1} S_{k-1}(.)).$$

Теорема 1.2.2. Для існування t_j, $j=\overline{1,N-1}$, при яких $rank\, S_{n_N} = n_N$, необхідно, щоб

$$rank\, S(N) = n_N .$$

При наявності керувань $v_{(j)}$ в моменти переключення структур теореми 1.2.1 та 1.2.2 набувають вигляду:

Теорема 1.2.3. Для цілком керовності системи (1) - (2) на проміжку $[T_0,T_1]$ необхідно і достатньо виконання умови

$$rank\, \tilde{S}_{n_N} = n_N ,$$

де матриця $\tilde{S}_{n_N}$ має вигляд

$$\tilde{S}_{n_N} =$$

$$= (e^{A_N(t_N - t_{N-1})} D_N, \ldots, e^{A_N(t_N - t_{N-1})} C_N \ldots C_3 e^{A_2(t_2 - t_1)} D_2,$$

$$S_N(B_N), e^{A_N(t_N - t_{N-1})} C_N S_{N-1}(B_{N-1}), \ldots$$

$$\ldots, e^{A_N(t_N - t_{N-1})} C_N \ldots C_3 e^{A_2(t_2 - t_1)} C_2 S_1(B_1)).$$

Теорема 1.2.4. Для існування t_j, $j = \overline{1, N-1}$, при яких виконується умова $rank\, \tilde{S}_{n_N} = n_N$, необхідно, щоб

$$rank\, \tilde{S}(N) = n_N,$$

де матриця $\tilde{S}(N)$ має вигляд

$$\tilde{S}(N) = (S_N(C_N S_{N-1}(\ldots(C_2 S_1(B_1))\ldots)), S_N(C_N S_{N-1}(\ldots$$

$$\ldots(C_3 S_2(D_2, B_2))\ldots)), \ldots$$

$$\ldots, S_N(C_N S_{N-1}(D_{N-1}, B_{N-1})), S_N(D_N, B_N)).$$

В 1.3 доведена необхідність умов цілком керовності, сформульованих М.М.Красовським для нестаціонарних систем

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t), \qquad (3)$$

де $x(t)$, $u(t)$ є відповідно n-вимірним та m-вимірним векторами.

Теорема 1.3.1. Для цілком керовності системи (3) на заданому відрізку $[T_0, T_1]$, якщо елементи матриць $A(t)$ та $B(t)$ є аналітичними функціями, необхідно і достатньо виконання умови: на відрізку $[T_0, T_1]$ можна вказати точку $t = t^*$, в якій ранг матриці $(Z_1(t), Z_2(t), \ldots, Z_n(t))$ дорівнює n, де матриці $Z_k(t)$ визначаються в околі точки t^* рекурентними співвідношеннями

$$Z_1(t) = B(t), \quad Z_k(t) = A(t) Z_{k-1}(t) - \frac{dZ_{k-1}}{dt}, \; k = \overline{2, n}.$$

Доведення теореми 1.3.1 базується на лемі:

Лема 1.3.1. Якщо для довільного $t \in [T_0, T_1]$

$$rank(Z_1(t), Z_2(t), \ldots, Z_n(t)) = r, \quad r < n,$$

то існують $t_0', t_1' \in [T_0, T_1]$ такі, що

$$rank(Z_1(t), Z_2(t), \ldots, Z_r(t)) = r$$

для всіх $t \in [t_0', t_1']$.

В 1.4 доводиться необхідні і достатні умови цілком спостережності лінійних систем зі змінною структурою.

Нехай $T_0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_j < \ldots < t_{N-1} < t_N = T_1$ - деяке розбиття відрізка $[T_0, T_1]$, $X_1, X_2, \ldots, X_N$ - фазові простори розмірностей $n_1, n_2, \ldots, n_N$ відповідно, а рух об'єкта керування описується системою

$$\frac{dx_{(j)}(t)}{dt} = A_j(t)x_{(j)}(t), \qquad t \in [t_{j-1}, t_j), \tag{4}$$

$$x_{(j)}(t_{j-1}) = C_j x_{(j-1)}(t_{j-1}), \tag{5}$$

$$y_{(j)}(t) = G_j(t)x_{(j)}(t), \tag{6}$$

$$z_{(j)} = D_j x_{(j)}(t_j), \qquad j = \overline{1, N}. \tag{7}$$

Тут $x_{(j)}(t)$ – n_j-вимірний вектор-стовпець станів системи при $t \in [t_{j-1}, t_j)$, $y_{(j)}(t)$ – m_j-вимірний вектор-стовпець результатів вимірювань при $t \in [t_{j-1}, t_j)$, а $z_{(j)}$ – k_j-вимірний вектор-стовпець вимірювань в момент часу t_j, $A_j(t), G_j(t)$ – $n_j \times n_j$ та $m_j \times n_j$ матриці відповідно, C_j, D_j – $n_j \times n_{j-1}$ та $k_j \times n_j$ постійні матриці $(j = \overline{1, N})$. Вважаємо, що матриці $A_j(t), G_j(t), C_j, D_j$ відомі $(j = \overline{1, N})$, причому $C_1 = E_1$, де E_1 - одинична $n_1 \times n_1$ матриця.

Означення 1.4.1. Система (4) - (7) називається цілком спостережною на проміжку $[T_0, T_1]$, якщо для довільного розв'язку (4), (5) за вектор-функціями $y_{(j)}(t)$ та векторами $z_{(j)}$ $\left(j=\overline{1,N}\right)$, які визначаються умовами (6), (7) відповідно, однозначно можна знайти $x_{(1)}(t_0)$.

Введемо позначення:

$$W_j(t,t_0)=X_1^T(t_1,t_0)C_2^T X_2^T(t_2,t_1)\ldots C_j^T X_j^T(t,t_{j-1})G_j^T(t),$$

$$t\in\left[t_{j-1},t_j\right),$$

$$W(j,1)=X_1^T(t_1,t_0)C_2^T X_2^T(t_2,t_1)\ldots C_j^T X_j^T(t_j,t_{j-1})D_j^T,\ j=\overline{1,N}.$$

Теорема 1.4.1. Для того, щоб система (4) - (7) була цілком спостережною на $\left[T_0,T_1\right]$, необхідно і достатньо виконання умови: існує таке $j^0\in\{1,2,\ldots,N\}$, для якого

$$\text{або } W_{j^0}^T(t,t_0)l\neq 0,\quad t\in\left[t_{j^0-1},t_{j^0}\right),\qquad \text{або } W^T(j^0,1)l\neq 0$$

для довільного вектора $l(\|l\|>0)$.

Критерій спостережності у випадку, коли матриці $A_j(t),G_j(t)$ є стаціонарними, сформульовано в теоремі 1.4.2.

Теорема 1.4.2. Для цілком спостережності системи (4) - (7) на проміжку $\left[T_0,T_1\right]$ необхідно і достатньо, щоб

$$rank\, S_{n_1}=n_1,$$

де S_{n_1} – матриця вигляду

$$S_{n_1}=((D_N e^{A_N(t_N-t_{N-1})}C_N e^{A_{N-1}(t_{N-1}-t_{N-2})}\ldots$$

$$\ldots C_2 e^{A_1(t_1-t_0)})^T,\ldots$$

$$\ldots,(D_j e^{A_j(t_j-t_{j-1})}C_j e^{A_{j-1}(t_{j-1}-t_{j-2})}\ldots C_2 e^{A_1(t_1-t_0)})^T,\ldots$$

$$\ldots,(D_2 e^{A_2(t_2-t_1)} C_2 e^{A_1(t_1-t_0)})^T,\ (D_1 e^{A_1(t_1-t_0)})^T,$$

$$((S_{N-1}(G_{N-1}), S_N(G_N)C_N) e^{A_{N-1}(t_{N-1}-t_{N-2})} \ldots$$

$$\ldots C_2 e^{A_1(t_1-t_0)})^T, \ldots$$

$$\ldots,((S_1(G_1), S_2(G_2)C_2) e^{A_1(t_1-t_0)})^T).$$

Тут $S_j(G) = (G, GA_j, \ldots, GA_j^{n_j - 1}),\ j = \overline{1,N}$.

В 1.5 побудовано рекурентний фільтр-спостерігач для систем зі змінною структурою вигляду (4) - (7)

$$\frac{d\varphi_{(k)}(t)}{dt} = -A_k^T(t)\varphi_{(k)}(t) - G_k^T(t)y_{(k)}(t), \quad t \in [t_{k-1}, t_k],$$
$$k = \overline{N,1},$$

$$\varphi_{(k)}(t_k) = D_k^T z_{(k)} + C_k^T \varphi_{(k+1)}(t_k), \qquad k = \overline{N-1,1},$$

$$\varphi_{(N)}(t_N) = D_N^T z_{(N)}.$$

Виписано рекурентні матричні рівняння Ріккаті

$$\frac{d\psi_k(t)}{dt} = -A_k^T(t)\psi_k(t) - \psi_k(t)A_k(t) - G_k^T(t)G_k(t),$$

$$t \in [t_{k-1}, t_k], \quad k = \overline{N,1},$$

$$\psi_K(t_K) = D_K^T D_K + C_K^T \psi_{K+1}(t_K) C_K, \qquad k = \overline{N-1,1},$$

$$\psi_N(t_N) = D_N^T D_N,$$

що дає можливість при виконанні умов теореми 1.4.1 легко відновити $x_{(1)}(t_0)$:

$$x_{(1)}(t_0) = (\psi_1(t_0))^{-1}\varphi_{(1)}(t_0).$$

ДРУГИЙ розділ дисертаційної роботи присвячено розгляду задачі оптимального керування для систем з розгалуженням структур, показано можливість використання принципу максимуму. Тут запроваджено математичний об'єктно-орієнтований підхід до формального опису систем зі змінною структурою у специфікаціях та реалізація специфікацій на мові програмування C++.

У 2.1 сформульовано задачу оптимального керування: мінімізувати функціонали

$$J_j\left(u_{(j)}(.), v_{(j)}\right) = \int\limits_{t_{j-1}}^{t_j} G_j\left(x_{(j)}(\tau), u_{(j)}(\tau), \tau\right)d\tau + \varphi_j(v_{(j)}),$$

$$j = \overline{1, N-1}, \qquad (8)$$

$$J_N\left(u_{(N)}(.)\right) = \int\limits_{t_{N-1}}^{t_N} G_N\left(x_{(N)}(\tau), u_{(N)}(\tau), \tau\right)d\tau +$$

$$+\varphi_N(v_{(N)}) + \Phi_N\left(x_{(N)}(t_N)\right) \qquad (9)$$

за умов

$$\frac{dx_{(j)}(t)}{dt} = f_{(j)}\left(x_{(j)}(t), u_{(j)}(t), t\right), \qquad (10)$$

$$x_{(1)}(t_0) = x_{(0)}, \;\; x_{(j)}(t_{j-1}) = \psi_{(j)}\left(x_{(j-1)}(t_{j-1}), v_{(j)}\right), \qquad (11)$$

$$u_{(j)}(t) \in U_j \subset E^{m_j}, \; v_{(j)} \in V_j \subset E^{r_j}, \;\; j = \overline{1, N}. \qquad (12)$$

Нехай $\left(x^o_{(j)}(t), u^o_{(j)}(t)\right)$, $j = \overline{1, N}$, - оптимальний розв'язок задачі (8) - (12). Вважатимемо, що функції $G_j, f_{(j)}$ та їх частинні похідні по $x_{j1}, \dots, x_{jn_j}$ неперервні на множині $\Omega_j \times U_j$, де Ω_j - деякий окіл множини $\left\{\left(x^o_{(j)}(t), t\right) / t \in \left[t_{j-1}, t_j\right)\right\}$, $\varphi_{(j)}$ - диференційовані по $v_{(j)}$, $\Phi_N\left(x_{(N)}(t_N)\right)$

диференційована по $x_{(N)}$, $\psi_{(j)}$ - диференційовані по $x_{(j-1)}$ та $v_{(j)}$.

Введемо в розгляд функції Гамільтона-Понтрягіна

$$H_j\left(x_{(j)}(t), p_{(j)}(t), u_{(j)}(t), t\right) = -G_j\left(x_{(j)}(t), u_{(j)}(t), t\right) +$$

$$+ P_{(j)}^T(t) f_{(j)}\left(x_{(j)}(t), u_{(j)}(t), t\right), \qquad t \in \left[t_{j-1}, t_j\right), \quad j = \overline{1, N}.$$

Для задачі (8) - (12) записано умову принципу максимуму:

$$H_j\left(x^o_{(j)}(t), p_{(j)}(t), u_{(j)}(t), t\right) \le H_j\left(x^o_{(j)}(t), p_{(j)}(t), u^o_{(j)}(t), t\right),$$

де вектор-функції $p_{(j)}(t)$ - розв'язки спряжених систем диференціальних рівнянь

$$\frac{dp_{(j)}(t)}{dt} = -grad_{x_{(j)}} H_j\left(x_{(j)}(t), p_{(j)}(t), u_{(j)}(t), t\right) \tag{13}$$

з початковими умовами

$$p_{(j-1)}(t_{j-1} - 0) = \frac{\partial \psi_{(j)}\left(x_{(j-1)}(t_{j-1}), v_{(j)}\right)}{\partial x_{(j-1)}} p_{(j)}(t_{j-1} + 0), \tag{14}$$

$$j = N, N-1, \ldots, 2,$$

причому

$$p_{(N)}(t_N) = -grad_{x_{(N)}} \Phi_N\left(x_{(N)}(t_N)\right). \tag{15}$$

Розглянемо випадок, коли множина U_j співпадає з евклідовим простором E^{m_j}. Тоді екстремальні значення $u_{(j)}(t), v_{(j)}$ необхідно задовольняють рівняння

$$grad_{u_{(j)}} H_j\left(x_{(j)}(t), p_{(j)}(t), u_{(j)}(t), t\right) = 0, \tag{16}$$

$$\frac{\partial\psi_{(j)}\left(x_{(j-1)}(t_{j-1}),v_{(j)}\right)}{\partial v_{(j)}}\xi_{(j)}-grad_{v_{(j)}}\varphi_{(j)}(v_{(j)})=0, \qquad (17)$$

де

$$\xi_{(j)}=p_{(j)}(t_{j-1}), \qquad (18)$$

$p_{(j)}(t)$ - розв'язки (13) - (15), $j=\overline{1,N}$.

Однак не завжди з (13) - (18) можна визначити керування в явному вигляді. Тому потрібно використовувати чисельні методи пошуку оптимальних керувань, зокрема градієнтні. Отже, потрібні алгоритми обчислення $grad_{u_{(j)}}J\left(u_{(j)}(.),v_{(j)}\right)$.

Показано, що

$$grad_{u_{(j)}}J_j\left(u_{(j)}(.),v_{(j)}\right)=-grad_{u_{(j)}}H_j\left(x_{(j)}(t),p_{(j)}(t),u_{(j)}(t),t\right),\quad j=\overline{1,N}.$$

У 2.2 у замкнутому вигляді розв'язано задачу про побудову оптимального регулятора:

потрібно мінімізувати функціонали

$$J_{(j)}\left(u_{(j)}(.),v_{(j)}\right)=\frac{1}{2}\left[\int\limits_{t_{j-1}}^{t_j}\left(x_{(j)}^T(\tau)G_jx_{(j)}(\tau)+u_{(j)}^T(\tau)Q_ju_{(j)}(\tau)\right)d\tau+\right.$$

$$\left.+v_{(j)}^TP_jv_{(j)}\right],\qquad j=\overline{1,N-1}, \qquad (19)$$

$$J_{(N)}\left(u_{(N)}(.),v_{(N)}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\int\limits_{t_{N-1}}^{t_N}\left(x_{(N)}^T(\tau)G_Nx_{(N)}(\tau)+u_{(N)}^T(\tau)Q_Nu_{(N)}(\tau)\right)d\tau+\right.$$

$$\left.+v_{(N)}^TP_Nv_{(N)}+x_{(N)}^T(t_N)Sx_{(N)}(t_N)\right] \qquad (20)$$

на траєкторіях відповідно систем

$$\frac{dx_{(j)}(t)}{dt} = A_j(t)x_{(j)}(t) + B_j(t)u_{(j)}(t), \quad t \in \left[t_{j-1}, t_j\right), \qquad (21)$$

за умов розгалуження структур

$$x_{(j)}(t_{j-1}+0) = C_j x_{(j-1)}(t_{j-1}-0) + D_j v_{(j)}, \quad j = \overline{1,N}, \qquad (22)$$

$C_1 = E_1$ - одинична матриця розміру $n_1 \times n_1$, D_1 - нульова матриця, $x_{(1)}(t_0) = x_{(0)}$. Матриці G_j, Q_j, P_j $(j = \overline{1,N})$ та S в критеріях якості (19), (20) додатно означені.

Рівняння для спряжених змінних мають вигляд

$$\frac{dp_{(j)}(t)}{dt} = -A_j^T(t)p_{(j)}(t) + G_{(j)}(t)x_{(j)}(t), \qquad (23)$$

$$p_{(j)}(t_j - 0) = -C_{j+1}^T p_{(j+1)}(t_j + 0), \qquad j = \overline{1,N}. \qquad (24)$$

Якщо вважати, що

$$p_{(j)}(t) = R_j(t)x_{(j)}(t), \qquad j = \overline{1,N}, \qquad (25)$$

то для параметрів керувань $v_{(j)}$ у переключенні структур та керувань $u_{(j)}(t)$ отримуємо

$$v_{(j)} = -P_j^{-1}(t)D_j^T R_j(t_{j-1})x_{(j)}(t_{j-1}), \qquad (26)$$

$$u_{(j)}(t) = Q_j^{-1}(t)B_j^T(t)R_j(t)x_{(j)}(t). \qquad (27)$$

Оптимальна траєкторія задовольняє рівняння

$$\frac{dx_{(j)}(t)}{dt} = \left(A_j(t) + B_j(t)Q_j^{-1}(t)B_j^T(t)R_j(t)\right)x_{(j)}(t) \qquad (28)$$

за умов розгалуження

$$x_{(j)}(t_{j-1}+0)=\left(E_j+D_jP_j^{-1}D_j^TR_j(t_{j-1})\right)^{-1}C_jx_{(j-1)}(t_{j-1}-0),$$
$$j=\overline{1,N}, \quad (29)$$

а невідомі $R_j(t)$ знаходимо як розв'язки матричних рівнянь Ріккаті зі зворотною зміною часу на $[t_{j-1},t_j)$

$$\frac{dR_{(j)}(t)}{dt}=-R_j(t)A_j(t)-A_j^T(t)R_j(t)-$$

$$-R_j(t)B_j(t)Q_j^{-1}(t)B_j^T(t)R_j(t)+G_j(t), \quad j=\overline{1,N}, \qquad (30)$$

$$R_{(j)}(t_j-0)=-C_{j+1}^TR_{j+1}(t_j+0)\big(E_{j+1}+$$
$$+D_{j+1}P_{j+1}^{-1}D_{j+1}^TR_{j+1}(t_j+0)\big)^{-1}C_{j+1}, \quad j=\overline{1,N-1}, \qquad (31)$$

$$R_N(t_N)=-S. \qquad (32)$$

Оскільки у даному випадку можемо обчислити $R_N(t),R_{N-1}(t),\dots,R_1(t)$ заздалегідь, розв'язуючи задачі (30),(32) для $j=N$ та (30), (31) для $j=N-1,\dots,1$, то оптимальні керування і параметри керувань у переключенні структур знайдемо за (26) та (27) відповідно, а оптимальні траєкторії як розв'язки (28), (29), $j=\overline{1,N}$.

У сучасній прикладній теорії керування велике значення має структурний аналіз систем керування. Структурні схеми мають певне значення в розумінні наочного сприйняття систем керування і виявлення загальних закономірностей процесу проектування таких систем. Тому у 2.3 наведено структурні схеми систем керування з розгалуженням, на основі яких у 2.4 введено абстракції даних та відповідні специфікації математичного об'єктно-орієнтованого опису систем керування з розгалуженням, що є одним із етапів розробки програмного забезпечення комп'ютерного моделювання систем керування.

У 2.5 подано реалізацію абстракцій та специфікацій на мові C++.

ТРЕТІЙ розділ присвячено опису алгоритмів та програмного забезпечення підсистеми моделювання і дослідження керовності і спостережності систем керування на основі відомих раніше та отриманих у дисертаційній роботі результатів. Розділ складається з трьох параграфів. У 3.1 описано діалоговий інтерфейс підсистеми, принципи її функціонування.

У 3.2 подано алгоритми дослідження цілком керовності та спостережності на основі отриманих у дисертаційній роботі критеріїв, алгоритми побудови фільтрів - спостерігачів та оптимальних регуляторів.

У 3.3 описано основні програмні засоби на процедурному рівні: призначення, спосіб звернення, вхідні дані, вихідні результати

У ВИСНОВКАХ наведено основні результати дисертаційної роботи.

У ДОДАТКУ подано лістінги створених програмних засобів.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ РОБОТИ:

1. Досліджено керовность та спостережність систем керування зі змінними структурами, математична модель яких задана у вигляді лінійних систем диференціальних рівнянь з умовами переключення структур. Доведено теореми про необхідні і достатні умови цілком керовності та спостережності.
2. Отримано критерії цілком керовності та спостережності у термінах коефіцієнтів системи у випадку, коли матриці на кожному проміжку є стаціонарними.
3. Побудовано рекурентні фільтри - спостерігачі та виписано рекурентні матричні рівняння Ріккаті, які за умов цілком спостережності дозволяють відновлювати стани системи за результатами спостережень.
4. Розповсюджено методику застосування принципу максимуму Понтрягіна на системи керування зі змінними структурами.
5. Розв'язано задачу про побудову оптимального регулятора для лінійних систем зі змінними структурами і квадратичними критеріями якості.
6. Введено абстракції даних та відповідні специфікації об'єктно - орієнтованого опису систем керування з розгалуженням.

7. Розроблено і реалізовано на ЕОМ систему програмних засобів дослідження і проектування систем керування зі змінними структурами.

РОБОТИ АВТОРА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ:

1. Сопронюк Ф.А., Тимофеева Е.Н. Наблюдаемость в системах с изменяющейся структурой // Автоматика. - 1994. - №5-6. - С. 45 - 48.
2. Сопронюк Ф.О., Тимофієва Є.М. Побудова оптимального регулятора для систем з розгалуженням / Чернівецьк. ун-т, Чернівці, 1995. - 10 с. - Рукопис деп. в ДНТБ України 16.08.95, №1920-Ук95.
3. Кириченко Н.Ф., Тимофеева Е.Н. Алгебраические критерии вполне управляемости нестационарных линейных динамических систем // Адаптивные и экспертные системы в управлении : Тезисы докл. 5 - го Ленинградского симпозиума по теории адаптивных систем, 17 - 19 апреля / Под ред. В.А. Якубовича. - Л., 1991. - Ч. 1. - С. 33 - 34.
4. Тимофієва Є.М. Дослідження систем управління зі зміною структур // 1-а Українська конференція з автоматичного керування "Автоматика - 94", Київ, 18 - 23 травня 1994 р.: Тез. доп.: У 2 ч. - К., 1994. - Ч.2. - С.320.
5. Тимофієва Є.М. Спостережність у стаціонарно-дискретних системах з розгалуженням структур // Міжнародна математична конференція, присвячена пам'яті Ганса Гана (10-15 жовтня 1994 року, Чернівці): Тези доповідей. - Чернівці: Рута, 1994. - С.143.

Тимофеева Е.Н.

Моделирование систем управления с переменными структурами. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы в научных исследованиях. Черновицкий государственный университет, Черновцы. 1995.

Рассматриваются проблемы управляемости, наблюдаемости, оптимального управления, компьютерного моделиро-

вания и проектирования систем управления с переменными структурами.

Timofeeva E.N.

The simulation of control systems with variable structures. Manuscript. Thesis for the degree of Candidate of Science (Ph. D) in Physics and Mathematics, speciality 01.05.02 - Mathematical Simulation and Calculating Methods in Scientific Research. Chernivtsi state university, Chernivtsi. 1995.

The problems of controllability, observability, optimal control, computer simulation and designing of control systems with variable structures are considered.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: комп'ютерне моделювання; система керування зі змінною структурою; цілком керовність, спостережність системи; фільтр-спостерігач; оптимальний регулятор; специфікація.

Підписано до друку [illegible].09.98
Формат 60 х 84/16
Папір друкарський
Друк офсетний. Ум. друк. арк.1,[illegible]
Обл.-вид.арк 1,[illegible]. Тираж [illegible] прим.
Зам. 030.

Видавничо-поліграфічний [illegible] "Рута" Чернівецького [illegible]
[illegible] Чернівці, вул. Коцюбинського, [illegible]

Підписано до друку 13.09.95
Формат 60 x 84/16
Папір друкарський
Друк офсетний. Ум. друк. арк1,16
Обл.- вид.арк.1,17. Тираж 100 прим.
Зам. 030

Друкарня видавництва "Рута" Чернівецького держуніверситету
274012. Чернівці, вул. Коцюбинського, 2.