НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

ПОСЕЛЮЖНА Віра Богданівна

КОЛОКАЦІЙНО-ІТЕРАТИВНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРАМИ І ІМПУЛЬСНИМ ВПЛИВОМ

01.01.02 — диференціальні рівняння

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ — 1995

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у відділі [illegible] туту математики НАН України

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор А.Ю.ЛУЧКА

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор М.О.ПЕРЕСТЮК

кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Н.І.ТУКАЛЕВСЬКА

Провідна установа: Львівський державний університет ім. І.Я.Франка

Захист дисертації відбудеться "21" листопада 1995 року о .... годині на засіданні спеціалізованої ради Д.01.66.02 при Інституті математики НАН України за адресою: 252601, Київ - 4,МСП, вул. Терещенківська, 3.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту.

Автореферет розіслано "..........".......................... 1995 р.

Вчений секретар спеціалізованої ради А.Ю.ЛУЧКА

Загальна характеристика роботи

Актуальність теми. Математичними моделями багатьох задач природознавства і техніки є крайові задачі для диференціальних рівнянь, які містять параметри. Точний розв"язок таких задач, як правило, не вдається виразити через елементарні функції, в зв"язку з цим важливого значення набуває питання побудови та дослідження ефективних наближених методів їх розв"язування.

Серед великої кількості наближених методів найбільш часто застосовуються ітераційні та прямі методи. Однак перші мають обмежену область застосування, а другі можуть повільно збігатися. Останнім часом з"явилися методи, які поєднують в собі ідеї як прямих, так і ітераційних. Одним із представників цього класу методів є проекційно-ітеративний метод. Він виник на базі методу осереднення функціональних поправок, який був запропонований Ю.Д. Соколовим, і в подальшому розроблений і досліджений А.Ю.Лучкою, М.С.Курпелем та іншими. До методів проекційно-ітеративного типу належить і колокаційно-ітеративний метод, який виник на основі звичайного методу послідовних наближень і методу колокації.

Питання застосування колокаційно-ітеративного методу до розв"язування крайової задачі для диференціальних рівнянь, які містять параметри, ще не достатньо вивчене, тому актуальною є проблема застосування до вищевказаних задач даного методу і вивчення його властивостей.

Мета роботи. Метою даної дисертаційної роботи є дослідження колокаційно-ітеративного методу (стаціонарного і нестаціонарного) розв"язування крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь з параметрами, для диференціальних рівнянь з малою нелінійністю, а також для крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь з імпульсним впливом і параметрами.

Методи та об"єкт дослідження. Для побудови алгоритмів, встановлення умов їх збіжності, отримання оцінок похибок використовувалися основні положення теорії інтегральних і диференціальних рівнянь, теорії наближених методів і обчислювальної математики. Основним об"єктом досліджень є крайова задача для диференціальних рівнянь з параметрами.

Наукова новизна. В роботі одержано наступні результати:

- встановлено умови збіжності і оцінки похибки колокаційно-ітеративного методу розв"язування крайової задачі для лінійних диференціальних рівнянь з параметрами, і для диференціальних рівнянь з імпульсним впливом та параметрами; обгрунтовано застосування колокаційно-ітеративного методу до крайових задач для диференціальних рівнянь з малою нелінійністю; досліджено швидкість збіжності методу в залежності від гладкості вихідних даних;

- обгрунтовано застосування нестаціонарного колокаційно-ітеративного методу стосовно інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду і крайової задачі для диференціальних рівнянь з параметрами;

- побудовано ефективні обчислювальні схеми методу, здійснено практичну реалізацію алгоритмів і аналіз отриманих результатів.

Теоретична і практична цінність. Одержані в дисертації результати збагачують теорію методів проекційно-ітеративного типу, дають можливість розширити область застосування колокаційно-ітеративного методу. Запропоновані обчислювальні схеми методу можна реалізувати на ЕОМ і використати для знаходження розв"язків конкретних крайових задач, які виникають в прикладних дослідженнях.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на семінарах відділу звичайних диференціальних рівнянь Інституту математики НАН України, на роботі школи-семінару "Нелінійні крайові задачі математичної фізики і їх застосування", 4-11 вересня 1994 р., м. Тернопіль, а також на Четвертій Міжнародній науковій конференції ім. академіка М.П. Кравчука, 11-12 травня 1995 р., м. Київ.

Публікації. Основні результати дисертації опубліковано в роботах[1-5] , список яких подано в кінці автореферату.

Структура і об"єм дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, трьох розділів і списку цитованої літератури, викладених на 135 сторінках машинописного тексту. Список літератури містить 97 найменувань.

Основний зміст роботи

У вступі дано обгрунтування актуальності теми, проаналізовано сучасний стан проблеми, вказується мета досліджень, яким присвячена дисертація, і коротко викладено основні результати.

В першому розділі досліджено застосування колокаційно-ітеративного методу розв"язування крайової задачі для диференціальних рівнянь з параметрами виду

$$(Lx)(t):=x^{(m)}(t)+p_1(t)x^{(m-1)}(t)+\ldots+p_m(t)x(t)=$$
$$=f(t)+c(t)\lambda,\ t\in(a,b),\ \lambda\in R^{\ell}, \tag{1}$$

$$U_s(x)=\gamma_s,\quad \Phi_r(x)=\vartheta_r,\quad s=\overline{0,m-1},\quad r=\overline{1,\ell}, \tag{2}$$

де

$$U_s(x)=\sum_{j=0}^{m-1}(\alpha_{sj}x^{(j)}(a)+\beta_{sj}x^{(j)}(b)),\quad s=\overline{0,m-1},$$

$\Phi_r(x)$, $r=\overline{1,\ell}$ - лінійні неперервні функціонали на класі неперервних функцій, як частковий випадок $\Phi_r(x)=x(t_r)$, $a<t_1<t_2<\ldots<t_\ell<b$, $r=\overline{1,\ell}$, α_{sj}, β_{sj}, ϑ_r, γ_s - задані числа; $f(t)$, $p_i(t)$, $i=\overline{1,m}$ - функції, визначені і неперервні на відрізку $[a,b]$; $c(t)\lambda$ - скалярний добуток вектора $\lambda=(\lambda_1,\ldots,\lambda_\ell)$ і відомої неперервної функції $c(t)=(c_1(t),\ldots,c_\ell(t))$.

В §1 рівняння (1) подається у вигляді

$$(Ax)(t)+b(t)\lambda=f(t)+d(t)\lambda+(Bx)(t), \tag{3}$$

де

$$(Ax)(t):=x^{(m)}(t)+a_1(t)x^{(m-1)}(t)+\ldots+a_m(t)x(t), \tag{4}$$

$$(Bx)(t):=g_1(t)x^{(m-1)}(t)+\ldots+g_m(t)x(t), \tag{5}$$

$$g_i(t)=a_i(t)-p_i(t),\ i=\overline{1,m},\quad d(t)=b(t)+c(t),$$

а неперервна вектор-функція $b(t)=(b_1(t),\ldots,b_\ell(t))$ підібрана таким чином, що задача

$$(\mathring{A}x)(t)+b(t)\lambda=u(t), \tag{6}$$

$$U_s(x)=\gamma_s,\ \Phi_r(x)=\nu_r,\ s=\overline{0,m-1},\ r=\overline{1,\ell}, \tag{7}$$

($u(t)$ - деяка нова функція) має единий розв"язок, тобто

$$x(t)=h(t)+\int_a^b G(t,s)u(s)ds, \tag{8}$$

$$\lambda=\sigma+\int_a^b \Gamma(s)u(s)ds \tag{9}$$

де $G(t,s)$ - функція Гріна, $\Gamma(s)=(\Gamma_1(s),\Gamma_2(s),\dots,\Gamma_\ell(s))$, а $h(t),\sigma$ функція і вектор, які однозначно визначаються.

Описано метод зведення задачі (I)-(2) до рівносильного інтегрального рівняння Фредгольма другого роду

$$u(t)=\ell(t)+\int_a^b \mathcal{K}(t,s)u(s)ds. \tag{10}$$

і встановлено умови існування розв"язку вихідної задачі.

В §2 описано і досліджено властивості колокаційно-ітеративного методу стосовно задачі (I)-(2). Суть методу полягає в тому, що, виходячи з деякого початкового наближення $x_0(t)$, λ_0, наступні наближення $x_k(t)$, λ_k визначаємо із допоміжної задачі:

$$(\mathring{A}x_k)(t)+b(t)\lambda_k=f(t)+d(t)\mu_k+(Bz_k)(t), \tag{11}$$

$$U_s(x_k)=\gamma_s,\ \Phi_r(x_k)=\nu_r,\ s=\overline{0,m-1},\ r=\overline{1,\ell}, \tag{12}$$

де

$$z_k(t)=x_{k-1}(t)+d_k(t),\ \mu_k=\lambda_{k-1}+\theta_k, \tag{13}$$

$$d_k(t)=\sum_{j=0}^{n}a_j^k\varphi_j(t),\quad \theta_k=\sum_{j=0}^{n}a_j^k\nu_j,\ k\in N. \tag{14}$$

Невідомі коефіцієнти a_j^k визначаємо з умови

$$\left(\mathbb{L} z_k\right)(t_i) - f(t_i) - c(t_i)\mu_k = 0, \quad i = \overline{0,n}, \tag{15}$$

де $\{t_i\}_{i=0}^{n}$ - вузли колокації.

Система функцій $\{z_j(t)\}_{j=0}^{n}$ і система векторів $\{\nu_j\}_{j=0}^{n}$ зв"язані співвідношеннями

$$(A z_j)(t) + b(t)\nu_j = \varphi_j(t), \tag{16}$$

$$U_s(z_j) = 0, \quad \Phi_r(z_j) = 0, \quad s = \overline{0,m-1}, \quad r = \overline{1,l}, \tag{17}$$

де $\{\varphi_j(t)\}_{j=0}^{n}$ - система лінійно-незалежних, неперервних на $[a,b]$ функцій, зокрема система алгебраїчних або тригонометричних поліномів чи B-сплайнів.

Реалізація методу (11)-(15) зводиться до виконання ітерації та розв"язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Метод (11)-(15) зводиться до колокаційно-ітеративного методу розв"язування інтегрального рівняння (10),

$$u_k(t) = \ell(t) + \int_a^b \mathcal{K}(t,s)\left(u_{k-1}(s) + w_k(s)\right)ds, \tag{18}$$

$$u_k(t_i) - u_{k-1}(t_i) - w_k(t_i) = 0, \tag{19}$$

$$w_k(t) = \sum_{j=0}^{n} a_j^k \varphi_j(t) \tag{20}$$

Ввівши позначення

$$\delta_k(t) = u_k(t) - u_{k-1}(t), \quad \nu_k(t) = \delta_k(t) - w_k(t) \tag{21}$$

та виконавши певні перетворення, показується, що алгоритм (18)-(20) рівносильний наступним співвідношенням:

$$\delta_k(t) = \int_a^b M_n(t,s)\nu_{k-1}(s)ds, \quad \nu_k(t) = \int_a^b L_n(t,s)\nu_{k-1}(s)ds, \tag{22}$$

де $M_n(t,s)$ і $L_n(t,s)$ - ядра операторів переходу, які обчислюються за даними задачі (1)-(2), координатними функціями і вузлами колокації.

Нехай $\forall v \in \overset{\circ}{L}_2([a,b])$ виконуються нерівності

$$\int_a^b \left\{ \int_a^b M_n(t,s) v(s) ds \right\}^2 dt \le p_n^2 \int_a^b v^2(s) ds,$$

$$\int_a^b \left\{ \int_a^b L_n(t,s) v(s) ds \right\}^2 dt \le q_n^2 \int_a^b v^2(s) ds$$

Теорема 2.1. Якщо $q_n < 1$, то задача (1)-(2) має єдиний розв"язок $x^*(t)$, λ^* і послідовності $\{x_k(t)\}$, $\{\lambda_k\}$, побудовані згідно методу (11)-(15), збігаються до цього розв"язку, тобто

$$\lim_{k\to\infty} \| x^* - x_k \| = 0, \quad \lim_{k\to\infty} \| \lambda^* - \lambda_k \|_0 = 0 .$$

де $\|\cdot\|$ - норма в $L_2([a,b])$, $\|\cdot\|_0$ - евклідова норма.

Існування такого значення n, при якому $q_n < 1$, випливає з теореми

Теорема 2.2. Нехай задача (1)-(2) має єдиний розв"язок для кожної функції $f \in C([a,b])$, і нехай система функцій $\{\varphi_j(t)\}_{j=0}^n$ та вузли колокації $\{t_j\}_{j=0}^n$ підібрані таким чином, що

$$\lim_{n\to\infty} \int_a^b \int_a^b | \mathcal{K}(t,s) - \mathcal{H}_n(t,s) |^2 dt ds = 0,$$

де

$$\mathcal{H}_n(t,s) = \sum_{j=0}^{n} \varphi_j(t) \mathcal{K}(t_j, s).$$

Тоді існує такий номер n_0, що при всіх фіксованих $n \ge n_0$, послідовності $\{x_k(t)\}$, $\{\lambda_k\}$, побудовані згідно методу (11)-(15) збігаються до розв"язку $x^*(t)$, λ^* задачі (1)-(2).

При виконанні умови теореми 2.1 матимуть місце наступні оцінки:

$$\|x^*-x_k\| < \omega p_n q_n^{k-1} \|U^*-U_0\|,$$
$$\|\lambda^*-\lambda_k\|_0 \leq \gamma p_n q_n^{k-1} \|U^*-U_0\|,$$

які характеризують швидкість збіжності методу, і конструктивні оцінки

$$\|x^*-x_k\| \leq \omega p_n (1-q_n)^{-1} \|U_k - U_{k-1} - \omega_k\|,$$

$$\|\lambda^*-\lambda_k\|_0 \leq \gamma p_n (1-q_n)^{-1} \|U_k - U_{k-1} - \omega_k\|,$$

де ω , γ - деякі сталі.

Виходячи з того, що рівняння (I) записується у вигляді (3), де оператор A має вид (4), а оператор B визначається за допомогою формули

$$(Bx)(t) := \sum_{j=0}^{m-r-1} g_{m-j}(t)\, x^{(j)}(t), \quad 1 \leq r \leq m-1, \tag{26}$$

в якій коефіцієнти $g_{m-j}(t)$, $j=\overline{0, m-r-1}$ - визначені, неперервні на відрізку $[a, b]$ і мають неперервні похідні до r - го порядку включно; вектор-функція $d(t) = (d_1(t), \ldots, d_e(t))$, r- раз неперервно диференційована, отримаємо оцінку, яка характеризує швидкість збіжності методу (II)-(I5) в залежності від гладкості розв"язку задачі (I)-(2), а саме:

$$\left\|\frac{d^\ell}{dt^\ell}(x^*-x_k)\right\| \leq d_\ell C_r \left[\frac{A}{n^r}\right] \|U^{*(r)} - U_0^{(r)}\|_C,$$
$$\ell = \overline{0, m}, \quad 1 \leq r \leq m-1, \tag{27}$$

де d_ℓ, C_r, A - деякі сталі.

В §3 дано обгрунтування одного варіанту модифікованого колокаційно-ітеративного методу стосовно крайової задачі для диференціальних рівнянь з малою нелінійністю.

В другому розділі досліджується нестаціонарний варіант колокаційно-ітеративного методу.

В §4 описано алгоритм і встановлено достатні умови збіжності та оцінки похибки нестаціонарного колокаційно-ітеративного методу розв"язування інтегрального рівняння Фредгольма другого роду.

В §5 нестаціонарний колокаційно-ітеративний метод застосовується до знаходження наближених розв"язків крайової задачі (1)-(2). Ідея методу полягає в тому, що послідовні наближення до шуканого розв"язку знаходимо за допомогою формул

$$(\bar{A}x_k)(t)+b(t)\lambda_k = v_k(t), \tag{28}$$

$$U_s(x_k)=\gamma_s,\ \Phi_r(x_k)=\nu_r,\ s=\overline{0,m-1},\ r=\overline{1,\ell}, \tag{29}$$

де

$$v_k(t)=\sum_{j=0}^{n_k} c_j^k \varphi_j(t),\ n_k>n_0=n,\ n_{k_1}<n_{k_2},\ k_1<k_2,\ k=1,2,\dots, \tag{30}$$

а невідомі коефіцієнти c_j^k знаходимо з умови

$$\int_a^b (v_k(t)-u_k(t))\varphi_i(t)\,dt=0,\ i=\overline{0,n_k}, \tag{31}$$

в якій

$$u_k(t)=f(t)+d(t)\mu_k+(Bz_k)(t), \tag{32}$$

функції $z_k(t)$ і вектор μ_k визначаються співвідношеннями (13), (14), а невідомі параметри a_j^k визначаються в цьому випадку з умови

$$u_k(t_i)-u_{k-1}(t_i)=(\bar{A}\alpha_k)(t_i)+b(t_i)\Theta_k. \tag{33}$$

Для методу (28)-(33) отримано умови його збіжності і оцінки похибки.

Теорема 5.1. Якщо виконуються умови

1) $q_n<1$,

2) $\lim\limits_{k\to\infty}\int_a^b\left\{g(t)-\int_a^b P_k(t,s)g(s)\,ds\right\}^2 dt=0,\ \forall g\in L_2([a,b])$,

то крайова задача (1)-(2) має единий розв"язок $x^*(t)$, λ^* і послідовності $\{x_k(t)\}$, $\{\lambda_k\}$, побудовані згідно методу (28)-(33), збігаються до цього розв"язку, де

$$P_k(t,s)=\sum_{i=0}^{n_k}\sum_{j=0}^{n_k}\alpha_{ij}\varphi_i(t)\varphi_j(s).$$

В третьому розділі роботи досліджується застосування колокаційно-ітеративного методу для побудови розв"язків крайової задачі для диференціальних рівнянь з імпульсним впливом і параметрами

$$(Lx)(t):=p_m(t)x^{(m)}(t)+p_{m-1}(t)x^{(m-1)}(t)+\ldots+p_0(t)x(t)=$$
$$=f(t)+c(t)\lambda,\ t\neq\tau_i,\ t\in(0,T),\ i=\overline{1,n-1},\qquad(34)$$
$$\Phi(x)=\alpha,\ \alpha\in R^p,\ p=m+\ell,\qquad(35)$$
$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij}x^{(j)}(\tau_i+0)+d_{ij}x^{(j)}(\tau_i-0))=B_i,\ i=\overline{1,n-1},\qquad(36)$$

де $c(t)\lambda$ - скалярний добуток вектора $\lambda=(\lambda_1,\ldots,\lambda_\ell)$ і кусково-неперервної вектор-функції $c(t)=(c_1(t),\ldots,c_\ell(t))$ з можливими розривами першого роду при $t=\tau_i$, $i=\overline{1,n-1}$; $f(t)$, $p_k(t)$, $k=\overline{0,m}$ - кусково-неперервні функції з можливими розривами першого роду при $t=\tau_i$, $i=\overline{1,n-1}$, причому $p_m(t)>0$; $\tau_i\in(0,T)$- фіксовані моменти часу імпульсного впливу; $\Phi(x)=(\Phi_1(x),\Phi_2(x),\ldots,\Phi_p(x))$, $p=m+\ell$- вектор, компоненти якого - лінійні обмежені функціонали на класі кусково-неперервних функцій з можливими розривами першого роду при $t=\tau_i$, $i=\overline{1,n-1}$.

В §6 рівняння (34) представляється у вигляді

$$(\bar{A}x)(t)+b(t)\lambda=f(t)+d(t)\lambda+(Bx)(t),$$

де $(\bar{A}x)(t)-(Bx)(t)=(Lx)(t)$, а кусково-неперервна вектор-функція $b(t)$ підбирається таким чином, шоб однорідна крайова задача

$$(\bar{A}v)(t)+b(t)\mu=0,\ \Phi(v)=0,$$
$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij}v^{(j)}(\tau_i+0)+d_{ij}v^{(j)}(\tau_i-0))=0,\ i=\overline{1,n-1}.$$

мала тільки тривіальний розв"язок $\bar{v}(t)=0$, $\mu=0$ і викладається метод зведення задачі (34)-(36) до рівносильної їй системи інтегральних рівнянь виду

$$U_i(\xi)=\ell_i(\xi)+\sum_{j=1}^{n}\int_a^{\ell}\mathcal{K}_{ij}(\xi,s)U_j(s)ds, \quad i=\overline{1,n}. \tag{38}$$

Встановлено умови існування розв"язку вихідної задачі.

В §7 до задачі (34)-(36) застосовується колокаційно-ітеративний метод, згідно якого наближені розв"язки задачі (34)-(36) визначаються із допоміжної задачі

$$(Ax_k)(t)+b(t)\lambda_k=f(t)+a(t)\mu_k+(Bz_k)(t),$$

$$t\neq\tau_i,\ t\in(0,T),\ i=\overline{1,n-1}, \tag{39}$$

$$\Phi(x_k)=\alpha,\quad \alpha\in R^p, \tag{40}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij}x_k^{(j)}(\tau_i+0)+d_{ij}x_k^{(j)}(\tau_i-0))=B_i,\quad i=\overline{1,n-1}, \tag{41}$$

де

$$z_k(t)=x_{k-1}(t)+\alpha_k(t),\quad \mu_k=\lambda_{k-1}+\theta_k, \tag{42}$$

$$\alpha_k(t)=\sum_{j=1}^{N}a_j^k\eta_j(t),\quad \theta_k=\sum_{j=1}^{N}a_j^k\vartheta_j,\quad k\in N. \tag{43}$$

Невідомі параметри a_j^k визначаємо із умови

$$(Lz_k)(t_j)-c(t_j)\mu_k-f(t_j)=0,\quad j=\overline{1,N}, \tag{44}$$

де $\{t_j\}_{j=1}^{N}$ - вузли колокації, причому $t_j\neq\tau_i$, $i=\overline{1,n-1}$, $j=\overline{1,N}$.

Координатна система функцій $\{\eta_j(t)\}_{j=1}^{N}$ та система векторів $\{\vartheta_j\}_{j=1}^{N}$ - задовольняють співвідношення

$$(A\eta_j)(t)+b(t)\vartheta_j=\psi_j(t),\quad \Phi(\eta_j)=0,\quad j=\overline{1,N}. \tag{45}$$

$$\sum_{\ell=0}^{m-1}(c_{i\ell}\eta_j^{(\ell)}(\tau_i+0)+d_{i\ell}\eta_j^{(\ell)}(\tau_i-0))=0,\quad i=\overline{1,n-1}, \tag{46}$$

$\{\varphi_j(t)\}_{j=1}^{N}$ – система лінійно-незалежних, кусково-неперервних функцій з можливими розривами першого роду при $t=\tau_i$, $i=\overline{1,n-1}$.

Метод (38)-(44) зводиться до колокаційно-ітеративного методу розв"язування системи інтегральних рівнянь (38)

$$u_i^k(\xi)=f_i(\xi)+\sum_{j=1}^{n}\int_a^b K_{ij}(\xi,s)(u_j^{k-1}(s)+w_j^k(s))ds, \quad (47)$$

$$u_i^k(\xi_j^i)-u_i^{k-1}(\xi_j^i)-w_i^k(\xi_j^i)=0, \quad i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,N_i} \quad (48)$$

$$w_i^k(\xi)=\sum_{j=1}^{N}a_j^k\varphi_{ji}(\xi), \quad (49)$$

де $\xi_j^i\in[a,b]$.

В §8 дано обгрунтування запропонованого методу (38)÷(44). Ввівши позначення

$$\delta_i^k(\xi)=u_i^k(\xi)-u_i^{k-1}(\xi),\quad v_i^k(\xi)=\delta_i^k(\xi)-w_i^k(\xi), \quad (50)$$

та виконавши певні перетворення, показується, що алгоритм (38)-(44) рівносильний наступним співвідношенням:

$$\delta_i^k(\xi)=\sum_{m=1}^{n}\int_a^b M_{im}(\xi,s)\,v_m^{k-1}(s)ds,\quad i=\overline{1,n}, \quad (51)$$

$$v_i^k(\xi)=\sum_{m=1}^{n}\int_a^b L_{im}(\xi,s)\,v_m^{k-1}(s)ds,\quad i=\overline{1,n}, \quad (52)$$

де ядра операторів переходу $M_{im}(\xi,s)$, $L_{im}(\xi,s)$, $i,m=\overline{1,n}$, обчислюються за даними задачі (34)-(36), координатними функціями і вузлами колокації.

Нехай для будь-якої функції $v_i\in L_2([a,b])$, $i=\overline{1,n}$ виконуються нерівності

$$\int_a^b\Big\{\sum_{m=1}^{n}\int_a^b M_{im}(\xi,s)\,v_m(s)ds\Big\}^2d\xi\le p_i^2\sum_{m=1}^{n}\int_a^b v_m^2(s)ds, \quad (53)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\int_a^b\Big\{\sum_{m=1}^{n}\int_a^b L_{im}(\xi,s)v_m(s)ds\Big\}^2 d\xi \leq q_N^2\sum_{m=1}^{n}\int_a^b v_m^2(s)ds \quad (54)$$

Теорема 8.I. Якщо $q_N<1$, то крайова задача (34)-(36) має єдиний розв"язок $x^*(t)$, λ^*, і послідовності $\{x_k(t)\}$, $\{\lambda_k\}$, побудовані згідно методу (39)-(44), збігаються до цього розв"язку.

Теорема 8.2. Нехай крайова задача (34)-(36) має єдиний розв"язок $x^*(t)$, λ^* і нехай система вектор-функцій $\varphi_j(\xi)=\{\varphi_{j1}(\xi),\dots,\varphi_{jn}(\xi)\}$, $j=\overline{1,N}$ і вузли колокації підібрані таким чином, що

$$\lim_{N_i\to\infty}\int_a^b\int_a^b|\mathcal{K}_{il}(\xi,s)-\mathcal{H}_{il}^{(N_i)}(\xi,s)|^2 d\xi ds=0,\ i,l=\overline{1,n}, \quad (55)$$

де

$$\mathcal{H}_{il}^{(N_i)}(\xi,s)=\sum_{j=1}^{N_i}\varphi_{ji}(\xi)\mathcal{K}_{il}(\xi_j^i,s).$$

Тоді існує такий номер $N_0=\min\{N_i^0\}$, $i=\overline{1,n}$, що при всіх фіксованих $N\geq N_0$ послідовності $\{x_k(t)\}$, $\{\lambda_k\}$, побудовані згідно методу (39)-(44), збігаються до розв"язку $x^*(t)$, λ^* задачі (34)-(36).

При виконанні умови теореми 8.I. справедливі наступні оцінки:

$$\|x^*-x_k\|\leq\gamma\rho_N q_N^{k-1}\sum_{l=1}^{n}\|U_l^*-U_l^0-\beta_l^0\|, \quad (56)$$

$$\|\lambda^*-\lambda_k\|_0\leq\rho\rho_N q_N^{k-1}\sum_{l=1}^{n}\|U_l^*-U_l^0-\beta_l^0\|, \quad (57)$$

які характеризують швидкість збіжності методу, і конструктивні оцінки

$$\|x^*-x_k\|\leq\gamma\rho_N(1-q_N)^{-1}\sum_{l=1}^{m}\|U_l^k-U_l^{k-1}-w_l^k\|, \quad (58)$$

$$\|\lambda^*-\lambda_k\|_0\leq\rho\rho_N(1-q_N)^{-1}\sum_{l=1}^{n}\|U_l^k-U_l^{k-1}-w_l^k\|, \quad (59)$$

де $\beta_l(\xi)$ - інтерполяційний поліном функції $U_l^*(\xi)-U_l^0(\xi)$, γ, ρ - деякі сталі.

Крім цього, в дисертаційній роботі наведені приклади, які ілюструють ефективність запропонованого методу. Деякі приклади паралельно розв"язуються декількома методами, а потім здійснюється порівняльний аналіз одержаних результатів.

Основні результати дисертації опубліковано в наступних роботах:

I. Поселюжна В.Б. Колокаційно-ітеративний метод розв"язування крайової задачі для диференціальних рівнянь з параметрами //Доп. АН України.- I993.-№9.- С.2I-26.

2. Поселюжна В.Б. Застосування нестаціонарного колокаційно-ітеративного методу для інтегральних рівнянь //Доп. АН України.- I994.-№3.- С.I5-I9.

3. Поселюжна В.Б. Колокаційно-ітеративний метод розв"язування крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь з імпульсним впливом і параметрами //Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения.- Киев: Ин-т математики НАН Украины, I994.- С.I62-I63.

4. Поселюжна В.Б. Застосування одного варіанту проекційно-ітеративного методу до розв"язування крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь з імпульсним впливом і параметрами //Тези доп. Четвертої Міжнар. наук. конференції ім. академіка М.Кравчука, Київ, II-I2 трав. I995 р.- Київ, I995.- С.200.

5. Поселюжна В.Б, Розв"язування крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь з імпульсним впливом і параметрами колокаційно-ітеративним методом //Доп. НАН України.- I995.- №5.- С.I4-I7.

Поселюжна В.Б. Коллокационно-итеративный метод решения краевой задачи для дифференциальных уравнений с параметрами и импульсным воздействием.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности: 0I.0I.02 - дифференциальные уравнения. Институт математики, Киев, I995.

Защищаются результаты теоретических исследований, изложенные в диссертации, в 5 опубликованных работах.

Разработан коллокационно-итеративный метод решения краевой задачи для дифференциальных уравнений с параметрами и импульсным воздействием. Установлены условия существования и единственности решения рассматриваемых задач. Получены условия сходимости метода, а также оценки, характеризирующие скорость сходимости.

V.P. Posselyuzna Collocational-projective method for solving boundary problem for differential equations with parameters and impulse effects.

Thesis for Ph.D degree of physical and mathematical sciences on speciality 01.01.02.-differential equations ,Insaitute of mathematics,Kiev,1995.

Thesis, 5 scientific articles are defended.

An algorithm of collocational-projective method concerning the boundary problem for differential equations with an impulse effect and with parameters is b uilt.Conditions of solution existence and uniqueness are established,convergence of methods and error estimates are obtained.

Ключові слова: крайова задача, інтегральне рівняння, колокаційно-ітеративний метод.

Підп. до друку 09.10.95. Формат 60х84/16. Папір друк. Офс. друк. Ум. друк. арк. 0,93. Ум. фарбо-відб. 0,93. Обл.-вид. арк. 0,8. Тираж 100 пр. Зам. 220 Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики НАН України
252601 Київ 4, ГСП, вул. Терещенківська, 3