

ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ НАН УКРАЇНИ

На правах рукопису

ІЛЬГЕ ІГОР ГЕНРІХОВИЧ

МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ОПТИМАЛЬНОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ  
В РОЗРАХУНКАХ ЕЛЕМЕНТІВ БУДІВЕЛЬНИХ І МАШИНОБУДІВНИХ  
КОНСТРУКЦІЙ

05.02.07 - Механіка деформівного твердого тіла

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата технічних наук



Харків - 1995

37.3  
76 33. 900  
Дисертацією є рукопис

ЛНБ України ім.В.Стефаника

Робота виконана в  
університеті буді



00761586 (X)

Науковий керівник.

БРЕМЕНКО СЕРГІЙ ЮРІЙОВИЧ

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, професор  
МОРАЧКОВСЬКИЙ ОЛЕГ КОСТЯНТИНОВИЧ  
кандидат технічних наук,  
старший науковий співробітник  
ЗАЙЦЕВ БОРИС ПИЛИПОВИЧ

Провідна організація - Харківський авіаційний інститут  
Міністерства освіти України  
(Харків)

Захист відбудеться "14" серпня 1995 р. о 14 годині  
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 02.18.01  
в Інституті проблем машинобудування НАН України  
в аудиторії N 1112, що на 11 поверху інституту  
за адресою: 310046, Харків, вул.Пожарського, 2/10.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту  
проблем машинобудування НАН України за адресою: 310046,  
Харків, вул.Пожарського, 2/10.

Автореферат розісланий "13" листопада 1995 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради

Воробйов В.С.

ЛНБ ім. В. Стефаника  
АН України

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Суспільно-економічний розвиток України потребує зниження матеріалоемності конструкцій, що використовуються у будівництві та машинобудуванні. Для досягнення цієї мети необхідна точна оцінка напружено-деформованого стану (НДС) конструкцій шляхом раціонального використання наявної обчислювальної техніки за рахунок удосконалення використовуваних розрахункових методів. Одним із найбільш універсальних і широко розповсюджених чисельних методів рішення крайових задач механіки деформівних тіл є метод скінченних елементів (МСЕ).

В розробку ефективних варіантів МСЕ значний внесок зробили дослідження Баженова В.Г., Городецького О.С., Григолюка Э.І., Кантора Б.Я., Литвина О.М., Немчинова Ю.І., Піскунова В.Г., Підгорного А.М., Рассказова О.О., Савули Я.Г., Сахарова О.С., Уманського С.Є., Шевченка Ю.М., Атлурі С.Н., Галлагера Р., Зенкевича О., Лі С.В. і Піана Т.Х., Мітчела Э. і Уейта Р., Морозова Є.М. і Нікішкова Г.П., Мяченкова В.І., Образцова І.Ф., Одена Дж., Постнова В.О., Рікардса Р.Б., Стренга Г. і Фікса Дж., Шайдурова В.В. та інших вчених.

Разом з тим при розв'язанні задачі за допомогою МСЕ необхідно зробити серію розрахунків для того, щоб переконатися у збіжності рішення. При цьому найчастіше використовуються методики ступення сітки, які призводять до небажаного збільшення числа ступеней вільності моделі і, як наслідок, до збільшення часу розрахунку.

В той же час уточнення рішень МСЕ можливо досягти не за рахунок збільшення густоти сітки, а за рахунок оптимального, в тому чи іншому розумінні, розташування вузлів. Актуальність розвитку цього варіанту МСЕ пов'язана з його економіч-

ністю, що дозволяє розраховувати конструкцію на сітках з одним і тим же числом вузлів з найбільшою точністю.

Питанням оптимізації сітки в МСЕ при фіксованому числі вузлів моделі присвячено роботи Феліппи К., Педерсена П., Діаса А., Бонга С. і Стенго Р., Мак-Нейса Г. і Маршалла П., Турке Д., Хоріна І.І., Фріда І. Однак пропонувані в них методики досить важко використовувати при розрахунку елементів реальних конструкцій.

Дисертацію виконано в період 1988-1993 років на кафедрі автоматизації виробництва та проектування, а в період 1993-1995 років на кафедрі інформатики Харківського державного університету будівництва та архітектури (ХДТУБА) у відповідності до цільової комплексної програми Міністерства вищої освіти УРСР "Створення і розвиток систем автоматизованого проектування (САПР) і їх підсистем" на 1986-1990 роки, республіканської цільової комплексної науково-технічної програми "Матеріаломіцність" Р.Н.55.08.Ц.07.08. (завдання РН.55.08.Ц.02.05.Т6), а також госпдоговірної тематики з ВО атомного турбобудування "Харківський турбінний завод" на 1988 рік і Запорізьким ВО "Моторобудівник" на 1990 рік.

Метою дисертації є розробка МСЕ з оптимальною дискретизацією (МСЕОД) при блочній генерації сітки і його використання для розрахунку пружних і непружних елементів будівельних та машинобудівних конструкцій.

Для досягнення цієї мети в дисертації були поставлені такі задачі:

1. Розробити засоби оптимізації сітки, алгоритми і програми МСЕОД для розв'язання статичних задач теорії пружності.

2. Дослідити осесиметричний НДС гарячого обертаючогося

диска газової турбіни в пружній і в пластичній постановці.

3. Оцінити вплив геометричних характеристик плоских панелей з композитних матеріалів на розподіл кутів армування при рішенні задачі оптимального армування.

4. Дослідити тривимірний НДС шатуна педалі та гальма спортивного велосипеда.

Наукова новизна дисертації полягає в наступному:

1. Розроблено МСЕ з оптимальною дискретизацією при блочній генерації сітки для розв'язку статичних задач теорії пружності.

2. Кількісно досліджений ефект концентрації пружних напружень у обертаючомуся диску газової турбіни з врахуванням нерівномірного поля температур і залежності термопружних характеристик від температури.

3. Досліджений НДС диску газової турбіни з врахуванням появи пружно-пластичних деформацій в режимі зростання обертів, коли виконуються гіпотези деформаційної теорії пластичності.

4. Кількісно оцінена ефективність оптимізації сітки при дослідженні НДС периферійної частини диску газової турбіни.

5. Оцінений вплив відносної довжини нерівномірно розтягнутої вуглепластикової пластини на раціональний розподіл кутів армування.

6. Досліджений вплив концентраторів напружень на тривимірний НДС шатуна педалі і скоби гальма спортивного велосипеда.

Методи дослідження. В роботі використано метод скінченних елементів в переміщеннях, алгоритми багатопараметричної оптимізації та алгоритми генерації сітки на основі ізопараметричних відображень.

Вірогідність одержаних результатів підтверджується:

- використанням процедур оптимізації сітки, заснованих на подавленні похибки апроксимації потенційної енергії скінченно-елементної (СЕ) моделі;
- використанням для розрахунку таких типів скінченних елементів (СЕ), для яких доведено збіжність;
- гарною відповідністю отриманих МСЕОД рішень з точними рішеннями, а також з рішеннями, що отримані іншими авторами;
- збіжність результатів при використанні сітки з більшою кількістю СЕ;
- контролем за виконанням граничних умов;
- прямим експериментальним підтвердженням деяких розрахованих характеристик.

Теоретична цінність полягає в використанні алгоритмів багатопараметричної оптимізації сітки при розв'язанні крайових задач механіки МСЕ. Методика оптимізації сітки може бути застосована і для інших класів задач, що розв'язуються сітковими методами.

Практична цінність роботи полягає в тому, що:

- розроблений метод і комп'ютерні програми оптимізації сітки можна адаптувати до різноманітних комплексів програм МСЕ;
- розроблено і впроваджено в виробництво автоматизоване робоче місце конструктора дисків газових турбін на базі програмуєчої системи АСТРА і комп'ютерів ІВМ РС АТ;
- одержані розподіли компонент НДС дисків газових турбін, армованих плоских панелей, деталей велосипедів виявляють особливості деформування конструкцій, дозволяють кількісно і якісно оцінити оптимальність проекту конструкції за мінімальними та жорсткісними характеристиками.

Впровадження. Прикладні програмні комплекси для САПР

впроваджені на ВО атомного турбобудування " Харківський тур-  
бінний завод " у 1988 р. з пайовою участю автора в створенні  
економічного ефекту 28 500 крб./р. МСЕОД та пакети приклад-  
них програм для САПР елементів газотурбінних двигунів впро-  
ваджено на Запорізькому ВО "Моторобудівник" у 1990 р. з  
пайовою участю автора в створенні економічного ефекту  
49 600 крб./р. Методики та програми розрахунку елементів буд-  
івних конструкцій використані в учбовому процесі ХДТУБА у  
1991-1992 та 1994-1995 учбових роках.

Публікації. Результати дисертації опубліковано в 9 ро-  
ботах, у тому числі 1 стаття у журналі, 1 стаття в збірці  
наукових статей, 7 тез доповідей.

Особистий вклад здобувача полягає у наступному:

Усі основні наукові результати, викладені в дисертації,  
отримані автором особисто. Здобувачем розроблено МСЕ з опти-  
мальною блочною дискретизацією для розв'язання статичних  
крайових задач механіки, алгоритми та програми їх реалізації  
на ЕОМ, розв'язані тестові задачі, розраховані розглянуті в  
дисертації елементи конструкцій.

Вклад здобувача в роботах з співавторами: в [1] викона-  
но генерацію SE-моделі і розрахований НДС диска турбіни з  
врахуванням пластичності; в [2] розраховано НДС розглянутих  
об'єктів; в [5] реалізовано методику пошуку оптимальних ку-  
тів армування для плоских панелей із композиційних матеріа-  
лів та проведено розрахунки за цією методикою; в [6] запро-  
поновано алгоритм МСЕОД та розв'язано тестову задачу; в [9]  
розрахований НДС елементу трубопроводу за МСЕОД.

Апробація роботи. Дисертація у повному обсязі доповіда-  
лась, обговорювалась і була ухвалена на таких семінарах: на  
сумісному семінарі Інституту прикладних проблем механіки та

математики НАН України, кафедри прикладної математики Львівського політехнічного інституту і кафедри математичного моделювання Львівського університету ім. І.Франка під керівництвом чл.-кор. НАН України Буряка Я.И. (Львів, 1992); на семінарі кафедри опору матеріалів Київського автодорожнього інституту під керівництвом проф. Піскунова В.Г. (Київ, 1992); на засіданні науково-технічної проблемної ради по статичній міцності Інституту проблем машинобудування НАН України під керівництвом проф. Кантора Б.Я. (Харків, 1995); на семінарі кафедри прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії під керівництвом проф. Литвина О.М. (Харків, 1995).

Окремі частини дисертації гоповідались на республіканській науково-технічній конференції "Математичне моделювання та експеримент для вдосконалення енергетичних та транспортних турбоустановок у процесі дослідження, проектування, діагностування і безпечного функціонування" (Зміїв, 1991); на конференції "Технологія виробництва деталей з композиційних матеріалів (Київ, 1992); на 10-й школі-семінарі "Методи скінченних та граничних елементів у будівельній механіці - МСЕ - 92" (Одеса, 1992); на 2-му міжнародному симпозиумі українських інженерів-механіків (Львів, 1995); науково-технічних конференціях професорсько-викладацького складу Харківського інженерно-будівельного інституту (Харків, 1991-1994).

Структура та обсяг дисертації. Дисертація містить вступ, 4 глави, заключну частину, бібліографію з 129 найменувань, 38 малюнків, 9 таблиць, 101 сторінку друкованого тексту, всього 151 сторінку.

#### ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

В першій главі зроблено огляд різних методів уточнення

СЕ-рішень. Проаналізовано методи, в яких уточнення рішення досягається модифікацією вигляду базисних функцій (сінгулярні СЕ, моментна схема МСЕ, структурний варіант МСЕ, метод рівноважних суперелементів, адаптивні процедури уточнення та інші), оптимальним вибором заздалегідь невідомих базисних функцій, цілеспрямованим згущенням сітки (багатосіточні варіанти МСЕ) і методи оптимальної дискретизації СЕ-сітки.

Не зменшуючи гідності інших методів уточнення, обґрунтовано актуальність розвитку МСЕ з оптимальною дискретизацією і особливо з локально-оптимальною дискретизацією.

В другій главі наведено опис МСЕ з оптимальною дискретизацією при блочній генерації сітки.

Внаслідок дії заданих об'ємних сил  $\vec{F} = \{ F_x F_y F_z \}^T$  в тілі об'єма  $V$  виникають напруження  $\sigma = \{ \sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} \}^T$ , деформації  $\epsilon = \{ \epsilon_x \epsilon_y \epsilon_z \gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{zx} \}$ , переміщення  $\vec{u} = \{ u_x u_y u_z \}$ , поверхневі зусилля  $\vec{p}^* = \{ p_x p_y p_z \}^T$ . Всередині тіла виконуються співвідношення:

$$\epsilon = Ru \quad (1), \quad \sigma = D\epsilon = DRu \quad (2), \quad R^T \sigma + F = 0 \quad (3),$$

а на дільницях межі  $S_1$  та  $S_2$  - граничні умови:

$$\vec{u}|_{S_1} = \vec{u}^* \quad (4) \quad \vec{p}|_{S_2} = C\sigma = CDR\vec{u} = \vec{p}^* \quad (5),$$

де  $D(6 \times 6)$  є матрицею пружних сталей анізотропного матеріалу,  $R$  - диференціальний оператор,  $C$  - матриця напрямних косинусів зовнішньої нормалі до межі тіла:

$$R^T = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 & \partial/\partial y & 0 & \partial/\partial z \\ 0 & \partial/\partial y & 0 & \partial/\partial x & \partial/\partial z & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (6) \quad C = \begin{bmatrix} n_x & 0 & 0 & n_y & 0 & n_z \\ 0 & n_y & 0 & n_x & n_z & 0 \\ 0 & 0 & n_z & 0 & n_y & n_x \end{bmatrix} \quad (7)$$

Крайова задача теорії пружності в переміщеннях визначається диференціальними рівняннями рівноваги та граничними умо-

вами:

$$[R^T DR] \dot{u} + F = 0 \quad (8), \quad \dot{u} = \dot{u}^* \text{ на } S_1 \quad (9), \quad \dot{p} = \dot{p}^* \text{ на } S_2 \quad (10),$$

З варіаційної точки зору розв'язання крайової задачі (8)-(10) зводиться до пошуку мінімуму потенційної енергії:

$$\Pi(u) = \int_V \left( \frac{1}{2} \epsilon^T D \epsilon - \dot{u}^T F \right) dv + \int_{S_2} \dot{u}^T \dot{p}^* ds \quad (11)$$

Згідно загальної процедури МСЕ тіло розглядається як сукупність СЕ простої форми, на кожному з яких провадиться апроксимація переміщень, деформацій, напружень і енергії:

$$\dot{u} = N(u) = N_1 \dot{u}_1 + \dots + N_m \dot{u}_m \quad (12) \quad \epsilon = RN(u) = B(u) \quad (13) \quad \sigma = D\epsilon = DB(u) \quad (14)$$

$$\Pi_e = \int_{V_e} \left( \frac{1}{2} \epsilon_e^T D_e \epsilon_e - \dot{u}_e^T F \right) dv - \int_{S_e} \dot{u}_e^T \dot{p}^* ds = \frac{1}{2} (u_e)^T K_e (u_e) - (u_e)^T (Q_e) \quad (15)$$

де  $N_1$  - базисні функції СЕ, що залежать від його форми,  $u_1$  - вузлові значення переміщень,  $N$  - матриця базисних функцій,  $\epsilon$  - матриця деформацій,  $K_e$  - матриця жорсткості,  $(Q_e)$  - вектор навантажень,  $(u_e)$  - вектор переміщень СЕ. Потенційна енергія СЕ-моделі, що є сумою енергій окремих СЕ, має вигляд:

$$\Pi = \sum_{e=1}^n \Pi_e = \sum_{e=1}^n \frac{1}{2} (u_e)^T K_e (u_e) - (u_e)^T (Q_e) = \frac{1}{2} U^T KU - U^T Q \quad (16)$$

де  $U$  - вектор вузлових переміщень моделі,  $K$  - матриця жорсткості усієї моделі, одержана об'єднанням відповідних матриць СЕ за допомогою відомого процесу ансамблювання. Умова мінімуму потенційної енергії приводить до системи лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення вузлових переміщень:

$$KU = Q \quad (17)$$

Як бачимо з (16) величина потенційної енергії залежить від матриць жорсткості СЕ і векторів навантажень, які визначаються координатами вузлів та взаємним розміщенням СЕ. Очевидно, існує оптимальне розміщення вузлів, при якому енергія

мінімальна.

Для пошуку оптимального розміщення вузлів СЕ-сітки необхідно до функціоналу потенційної енергії залучити в якості незалежних змінних нарівні з вектором переміщень вузлів радіус-вектори цих вузлів:

$$\Pi = \Pi(U_1, X_1) \quad (18)$$

Цей функціонал приймає мінімальне значення при виконанні таких умов:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial U_1} = 0; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial X_1} = 0; \quad (19)$$

які призводять до двох зв'язаних систем рівнянь. Безпосереднє рішення цих зв'язаних систем рівнянь є дуже трудоміською задачею за рахунок необхідності обчислення похідних від чисельно інтегрованих матриць жорсткості. Практична реалізація такого рішення пропонувалась Мак-Нейсом Г. та Маршаллом П. тільки для плоских задач з використанням сімплекс-елементів. Інший відомий підхід до оптимізації СЕ-сітки, запропонований С.Вонгом та Р.Стенго, полягає в здійсненні процедури прямого пошуку, при якій координати вузлів змінюються так, що відбувається безпосередня мінімізація повної потенційної енергії системи. Однак, якщо число вузлів, координати яких змінюються в процесі оптимізації, достатньо велике, то дана процедура буде неекономічною через величезні затрати комп'ютерного часу.

Таким чином, оптимізація розміщення усіх вузлів для досягнення глобального оптимуму дуже трудоміська задача. Тому в дисертації пропонується більш проста методика знаходження локального оптимуму, яка, однак, може бути реалізована і для знаходження глобального мінімуму шляхом збільшення числа параметрів оптимізації.

Суть методики полягає в тому, що об'єм тіла поділяється

на декілька регіонів (криволінійних чотирикутників у плоскому випадку та шестигранників у просторовому), у кожному з яких за допомогою відомого составного процесу, заснованого на ізопараметричному відображенні сітки на одиничному квадраті, генерується сітка СЕ (мал. 1). Характер стиснення сітки залежить від місцеположення (координат) базових вузлів (вузли 2,4,6,8 на мал. 1), які і пропонується використовувати як параметри оптимізації ( $P_1 \dots P_n$ ).

Тоді потенційна енергія тіла буде залежати від сукупності параметрів:

$$P = P(U_1, P_1 \dots P_n) \quad (20)$$

причому, очевидно, існує оптимальний набір параметрів, які повинні задовільнявати ряду наступних геометричних обмежень: - координати вузлів сусідніх регіонів  $V_i$  і  $V_{i+1}$ , що лежать на загальній межі  $\Gamma$ , повинні співпадати:

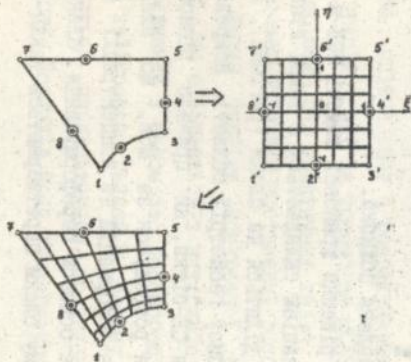
$$X_{V_i | \Gamma} = X_{V_{i+1} | \Gamma} \quad (21)$$

- співвідношення лінійних розмірів  $L_1, L_2, L_3$  кожного конкретного СЕ не повинно перевищувати наперед заданої величини  $\delta$ , тому що використання дуже витягнутих СЕ неприпустимо:

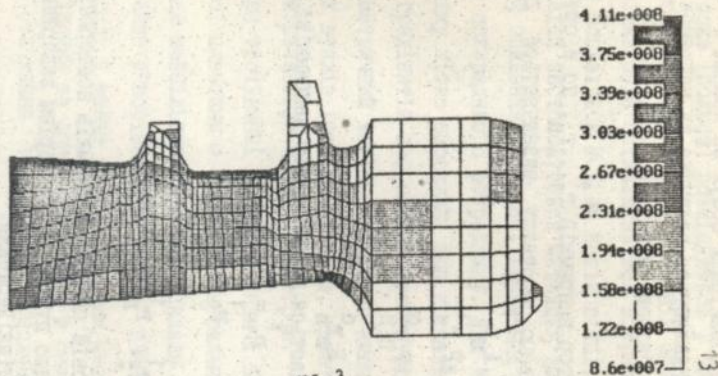
$$L_1 / L_2 \leq \delta, \quad L_2 / L_3 \leq \delta, \quad L_3 / L_1 \leq \delta, \quad (22)$$

Таким чином, для знаходження параметрів локально-оптимальної дискретизації  $P_1 \dots P_n$ , які мінімізують потенційну енергію (20) при обмеженнях (21)-(22), маємо задачу нелінійного програмування з обмеженнями. Для розв'язання цієї задачі пропонується використовувати методи прямого пошуку, а саме відомий алгоритм рекурентного перетворення координат з безперервним пошуком оптимального шляху, що був запропонований Розенбромом.

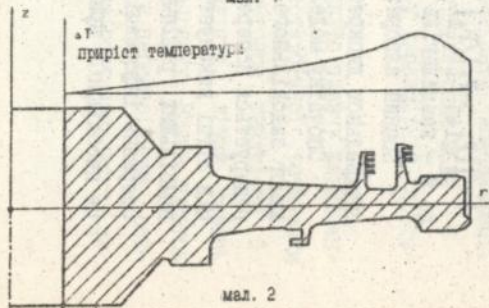
Суть використовуваного алгоритму стосовно до проблеми визначення локально-оптимальної сітки полягає в наступному:



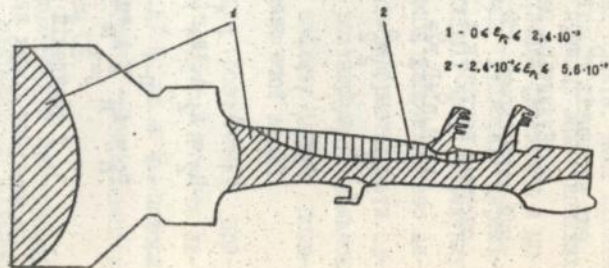
МВЛ. 1



МВЛ. 3



МВЛ. 2



МВЛ. 4

1 -  $0 < \epsilon_{\theta} < 2,4 \cdot 10^{-3}$   
 2 -  $2,4 \cdot 10^{-3} < \epsilon_{\theta} < 5,6 \cdot 10^{-3}$

1. Проводиться одновимірний пошук за кожним з параметрів. На його основі виявляється величина та напрямок успішних відносних змінень базових вузлів  $P_1 \dots P_n$  вздовж первісних напрямків  $r_1^0 \dots r_n^0$ .

2. Будується вектор напрямків  $r_1^1 \dots r_n^1$ , що є ортогональний первісному. Для цього спочатку визначається допоміжна система векторів  $A_1 \dots A_n$ :

$$\begin{aligned} A_1 &= P_1 r_1^0 + P_2 r_2^0 + \dots + P_n r_n^0 \\ A_2 &= P_2 r_2^0 + \dots + P_n r_n^0 \\ &\dots \\ A_n &= P_n r_n^0 \end{aligned} \quad (23)$$

Після того складається новий вектор напрямків:

$$\begin{aligned} B_1 &= A_1, & r_1^1 &= B_1 / |B_1| \\ B_2 &= A_2 - A_1 * r_1^1, & r_2^1 &= B_2 / |B_2| \\ &\dots \\ B_n &= A_n - \sum_{j=1}^{n-1} A_n * r_j^1, & r_n^1 &= B_n / |B_n| \end{aligned} \quad (24)$$

3. У знайденій новій системі напрямків повторюється одновимірний пошук згідно пункту 1. Критерієм завершення процесу оптимізації є співвідношення:

$$|(P_{1+1} - P_1) / P_1| \leq \epsilon \quad (25)$$

де  $\epsilon$  - заздалегідь задана похибка.

Повний алгоритм рішення крайової задачі МСЕ з локально-оптимальною дискретизацією складається з таких етапів.

Спочатку модель ділиться на блоки (регіони), виходячи з вимог задовільного опису геометрії області. Всередині блоків генерується попередня СЕ-сітка, як правило рівномірна. На цій сітці виконується розрахунок за МСЕ, що виявляє зони найбільших градієнтів деформацій та концентрації напружень. Одержана інформація є основою перетворення блоків (якщо це необхідно), причому блоки перетворюються таким чином, що

кути блока (полюси) розміщуються у вишеказаних зонах. Знайдене положення блоків у наступній оптимізації не змінюється, а SE-сітка буде оптимізуватися всередині блоків. Далі провадиться розрахунок MSE на новій сітці, причому для великих SE-моделей застосовується методика виділення фрагменту з моделі із завданням в якості граничних умов вузлових перемішень з попереднього розрахунку. Для економії часу розрахунку у випадку чітко виражених зон концентрації напружень або великих градієнтів деформацій пропонується використовувати однопараметричний варіант MSEОД, в якому розташування кількох базових вузлів (що, як правило, лежать поблизу одного полюсу), визначається одним параметром.

При тестуванні MSEОД на задачі Кірша (розтягнення прямокутної пластини з коловим центральним вирізом) похибка визначення найбільших напружень склала 0,67 %, що є в чотирі рази менше у порівнянні з MSE з рівномірною дискретизацією для моделі з майже втричі більшим числом SE.

Рішення за допомогою MSEОД в осесиметричній постановці задачі стискання торцевими зусиллями циліндру з вільною еліптичною порожниною дає величину коефіцієнту концентрації напружень, співпадаючи з розрахунками структурним MSE.

В третій главі за допомогою MSEОД у двовимірній постановці вирішено ряд практичних задач.

В осесиметричній постановці розглянуто задачу визначення НДС диску турбіни конкретної газотурбінної установки (мал. 2), що обертається з незмінною кутовою швидкістю  $\Omega$ . Диск з'єднаний з валом за допомогою шлиців, лівий торець ступиці зафіксовано гайкою в осевому напрямку. Вплив лопаток враховується навантаженням, що задане у периферійному розтині диску. Розподіл поля температури за розтином диску за-

дано на основі експериментальних даних. Враховується залежність пружних характеристик та коефіцієнтів лінійного розширення матеріалу від температури. SE-модель диску містить 684 чотиривузлових SE. Аналіз НДС на неоптимізованій сітці показав, що зони концентрації напружень знаходяться в галтелях біля полиць ущільнення, в галтелі біля ободу диску і поблизу посадки диску на вал. Для застосування методики оптимізації сітки периферійна частина диску, що містила зони з концентраторами, виділялась в окрему модель із 385 SE (мал.3).

Аналіз НДС показує, що найбільшу величину мають радіальні ( $\sigma_r^{\max} = 377$  МПа) та окружні напруження (72 % від  $\sigma_r^{\max}$ ). Осьові та дотичні напруження не перебільшують 25% від  $\sigma_r^{\max}$ . Розподіл інтенсивності напружень показано на мал.3. Найбільш навантаженою є зона в галтелі біля ободу диску. В той же час необхідно враховувати досить високий рівень інтенсивності напружень в галтелях поблизу третьої від осі обертання полиці ущільнення. За рахунок оптимізації SE-сітки інтенсивність напружень уточнено у найбільш небезпечній зоні на 14 % . Вірогідність результатів підтверджується тестуванням вживаних SE і доброю відповідністю результатів розрахунку на оптимізованій сітці та на рівномірній сітці з вчетверо більшим числом SE.

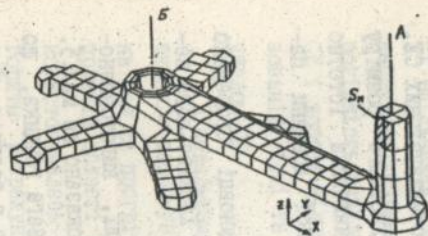
В подальшому цю задачу розв'язано з урахуванням пластичного деформування матеріалу, однак диск жорстко насаджено на вал та прогріто рівномірно. Деформування матеріалу в непружній області описано діаграмою з лінійним зміцненням. Використовувалась деформаційна теорія термопластичності. Алгоритм розрахунку описано в статті [1]. Обчислення провадились на сітці, оптимізованій для пружного розрахунку диску турбіни. Сітка містила 684 осесиметричних SE.

Аналіз результатів розрахунків показує, що перші пластичні деформації починають з'являтися при  $\Omega = 191,7 \text{ с}^{-1}$ . Найбільш напруженими є зони між двома полицями кільцевих ущільнень ( $\sigma_r = 498 \text{ МПа}$ ) та в ступиці ( $\sigma_\psi = 380 \text{ МПа}$ ). При збільшенні  $\Omega$  зони пластичних деформацій розширюються, при  $\Omega = 233,4 \text{ с}^{-1}$  в пластичному стані знаходиться весь диск. Найбільшими є радіальні деформації  $\epsilon_r$ , декілька меншими -  $\epsilon_\psi$ . Наприклад, при  $\Omega = 216,7 \text{ с}^{-1}$   $\epsilon_r^{\max} = 12,5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\epsilon_\psi^{\max} = 10,7 \cdot 10^{-3}$ , а при  $\Omega = 233,4 \text{ с}^{-1}$   $\epsilon_r^{\max} = 20,0 \cdot 10^{-3}$ ,  $\epsilon_\psi^{\max} = 16,4 \cdot 10^{-3}$ . На мал.4 показано деформовану модель диску при  $\Omega = 216,7 \text{ с}^{-1}$  із зображенням зон пластичних деформацій. Вірогідність результатів підтверджується збіжністю на мажоруючих сітках.

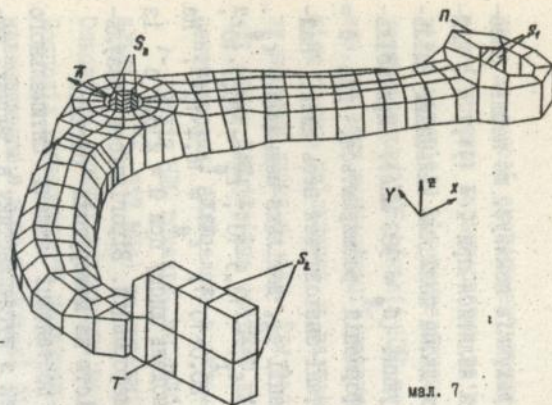
Розглянуто у двовірній постановці задачу оптимального армування прямокутних панелей з вуглепластику в умовах нерівномірного розтягнення. Один торець панелі жорстко закріплено, до другого прикладено змінване за лінійним законом розтягувальне зусилля. Модель містила 400 чотиривузлових СЕ. Розрахунковим шляхом виявлено зростання відносного розміру зони біля закріплення, армування в якій найбільш істотно впливає на НДС панелі, при зменшенні відносної довжини панелі.

У четвертій главі у тривірній постановці проведено розрахунки НДС деталей спортивних веломашин Харківського велосипедного заводу.

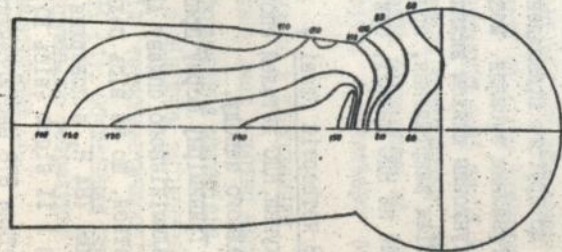
Тривірну форму правого шатуна педалі, виготовленого з алюмінієвого сплаву АКМ5М48 (В2617), показано на мал.5. Вважається, що на вісь педалі (вісь А) діє вага гонщика, що дорівнює 784 Н, а поверхня шатуна, що стична з ведучою шестернею і її віссю (вісь В), жорстко закріплена. Модель шатуна містила 878 шестиграних восьмивузлових СЕ. При оптиміза-



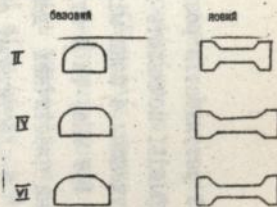
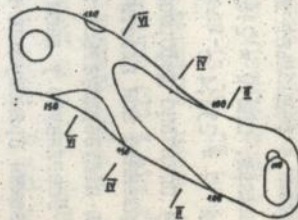
МВЛ. 5



МВЛ. 7



МВЛ. 6



МВЛ. 8

ції сітки частина шатуна з зоною концентрації напружень, що прилягає до осі педалі, виділялась в окрему модель. Було проведено 3 ітерації уточнення, при цьому величина інтенсивності напружень  $\sigma_1$  в найбільш небезпечній зоні була уточнена на 21 %. Аналіз результатів розрахунку показує, що найбільша концентрація напружень має місце на зовнішній поверхні стебла шатуна біля з'єднання з віссю педалі. Варіант конструкції шатуна з лапкою на стеблі забезпечує менший на 30 % рівень  $\sigma_1$  для частини стебла шатуна, що розміщена над лапкою, порівняно з базовим варіантом (мал.5), однак при цьому рівень концентрації напружень в стеблі біля осі педалі не знижується. Рівень  $\sigma_1$  у лапках приблизно в 3 рази нижчий, ніж в стеблі. Ізолінії  $\sigma_1$  на зовнішній поверхні стебла біля осі педалі для шатуна з лапкою на стеблі наведені на мал.6. Вірогідність результатів забезпечується: тестуванням СЕ, що використовуються; інтегральним виконанням граничних умов на вільній поверхні ( для СЕ у вільній поверхні нормальні напруження склали менше 3 % від максимальних); співставленням ряду отриманих результатів з даними експерименту, виконаного сумісно з Полонським В.Ю., Резніковим В.І. і Талалаєвим М.М. методом голографічної інтерферометрії.

Далі виконано розрахунок НДС великої скоби гальма велосипеда, зробленої з алюмінієвого сплаву В9. Форму скоби показано на мал.7. Припускається, що сила, яка діє зі сторони тросу на поверхню  $S_1$  провухини вздовж осі  $Y$  є рівною 1860 Н. Сила тertia діє зі сторони колеса на поверхню торця скоби  $S_2$  в напрямку осі  $Z$ , при чому припускається, що зміститися по осі  $X$  торець скоби не може. СЕ-модель великої скоби містила 732 шестигранних восьмивузлових СЕ. Уточнення рішення проводилось біля осі скоби та біля провухини. Застосування алго-

ритму оптимізації дозволило уточнити величину  $\sigma_1$  біля осі на 16 % за 2 ітерації, а біля провущини на 18 % за 3 ітерації.

Аналіз результатів розрахунку показав, що найбільш небезпечною є зона біля стовщення під вісь скоби ( у нижній твірній стовщення інтенсивність дорівнює 641 МПа, біля верхньої твірної - 348 МПа). В цілому скоба найбільш навантажена поруч твірних і розвантажена у середній частині, де інтенсивність напружень менше у 2-3 рази. Вірогідність підтверджується добрим збігом одержаних в результаті розрахунку переміщень з даними експерименту.

Виходячи з результатів дослідження НДС скоби пропонується більш раціональна форма поперечних перерізів скоби, посилена біля твірних за рахунок матеріалу середньої частини (мал.8). При цьому рівень  $\sigma_1$ , порівняно з базовим варіантом, знизився в середньому у 2 рази при збільшенні площини перерізу на 40 % .

У заключній частині сформульовано висновки дисертації.

#### ОСНОВНІ ВИСНОВКИ

1. Розроблено метод скінченних елементів з локально-оптимальною дискретизацією, у якому мінімізація функціоналу потенційної енергії проводиться як за вузловими переміщеннями, так і за координатами базових вузлів. За рахунок цього точність рішення, що оцінюється в енергетичній нормі, для МСЕОД гарантовано вища, ніж для МСЕ без оптимізації. Використання алгоритму оптимізації разом із способом виділення небезпечних зон об'єкта в окремій моделі, дозволяє побудувати економічний алгоритм оптимізації сітки, ефективність реалізації якого у програмній системі АСТРА підтверджено рішенням ряду тестових та практичних задач.

2. При пружному деформуванні гарячого обертаючогося

диску газової турбіни температурні напруження не грають істотної ролі. Найбільшими є колові та радіальні напруження, що концентруються в зоні галтели біля ободу диска та в галтелях поблизу третьої від осі полиці ущільнень. За рахунок оптимізації сітки величину інтенсивності напружень в зоні концентрації уточнено на 14 % .

3. При зростанні обертів в матеріалі диску газової турбіни перші пластичні деформації починають з'являтися при частоті обертання  $191,7 \text{ c}^{-1}$ . Найбільш напруженими є зони між двома полицями кільцевих ущільнень та в ступиці. При збільшенні числа обертів зони пластичних деформацій розширюються; при  $\Omega = 233,4 \text{ c}^{-1}$  в пластичному стані знаходиться весь диск.

4. Відносний розмір зони біля закріплення, де найбільш швидко змінюються кути укладки волокон при оптимізації армування нерівномірно розтягнутої прямокутної панелі з вуглепластика, зростає із зменшенням відносної довжини панелі.

5. Найбільша концентрація напружень в матеріалі шатуна спортивного велосипеду має місце на зовнішній поверхні стебла шатуна біля з'єднання з віссю педалі. Оптимізація дискретизації дозволила уточнити величину інтенсивності напружень у цій зоні на 21 % . Варіант конструкції шатуна з лапкою на стеблі забезпечує менший на 30 % рівень інтенсивності напружень для частини стебла шатуна, що розміщена над лапкою, порівняно з базовим варіантом, однак при цьому рівень концентрації напружень в стеблі біля осі педалі не знижується. Рівень інтенсивності напружень у лапках приблизно в 3 рази нижчий, ніж в стеблі шатуна.

6. Найбільш напружені зони скоби гальма спортивного велосипеду знаходяться біля її твірних, особливо поблизу осі скоби. Запропоновано раціональну форму поперечних перерізів

скоби, що забезпечує не менш ніж дворазове зниження інтенсивності напружень поблизу твірних при підвищенні площини перерізу на 40% .

#### ПРАЦІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Еременко С.Ю., Ильге И.Г. Расчет напряженно-деформированного состояния вращающегося диска газовой турбины с учетом пластичности и ползучести материала при повышенных температурах // Проблемы прочности.-1993.-N.5.-С.70-74.

2. Покусай В.В., Ильге И.Г. Экспериментально-расчетное исследование влияния формы обоймы радиального шарикоподшипника на его напряженно-деформированное состояние //Экспериментально-расчетные методы автоматизированного проектирования: Сб. науч. тр./ - Киев: УМК ВО, 1988.- С.10-17.

3. Ильге И.Г. Розрахунок напружено-деформованого стану шатуну веломашини методом скінченних елементів з оптимальною дискретизацією //2-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові, 4-6 травня 1995 р.: Тези доповідей: - Львів, 1995. - С.68-69.

4. Ильге И.Г. Расчет напряженно-деформированного состояния диска турбины газотурбинного двигателя по методу конечных элементов с оптимальной дискретизацией // Респ. науч.-техн. конф. "Математическое моделирование и вычислительный эксперимент для совершенствования энергетических и транспортных турбоустановок в процессе исследования, проектирования, диагностирования и безопасного функционирования", Киев, 18-20 сент. 1991 г.: Тез. докл.: В 2 ч./АН УССР и др.: -Харьков: Ин-т проблем машиностр. АН УССР, 1991.-ч.2. - С. 68-69.

5. Ильге И.Г., Олешко А.Н. Определение оптимальных траекторий укладки волокон плоской панели из композиционного материала //Технология производства деталей из композицион-

ных материалов: Тез. докл. конф. : / Общество "Знание" Украины и др.: Киев, - 1992. - С.10-11.

6. Ильге И.Г. Автоматизация проектирования строительных конструкций на основе определения напряженно-деформированного состояния по методу конечных элементов с оптимальной сетью // Тез. докл. 47-й науч.-техн. конф. "Повышение эффективности строительства". - Харьков: ХИСИ, 1992. - С.123.

7. Ильге И.Г., Лялюк В.Н. Метод конечных элементов с оптимизируемой дискретизацией и его применение для расчета элементов строительных конструкций // Тез. докл. 48-й науч.-техн. конф. "Повышение эффективности строительства". - Харьков: ХИСИ, 1993. - С. 162.

8. Ильге И.Г. Об одном методе поиска оптимальной дискретизации в методе конечных элементов (МКЭ) // Тез. докл. 49-й науч.-техн. конф. "Повышение эффективности строительства". - Харьков: ХИСИ, 1994. - С.149.

9. Ильге И.Г., Еременко С.Ю. МКЭ с оптимальной дискретизацией в осесимметричных задачах теории упругости с концентраторами напряжений. (Там же). - С.149

#### Summary

Ilge I.G. Finite element method with optimal discretization for calculations of building and machine-building construction elements.

The present thesis is a manuscript to complete for earning a candidate of technical sciences, the speciality: 05.02.07 -deformable solid mechanics, Institute for Problems in Machinery of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, 1995.

9 scientific works, contained theoretical researches on finite element method with optimal discretization allowing

404/89

to refine a solution in sense of energy approximation for an account of the best location of mesh's nodes at their fixed quantity, are defended. The method proposed has been realized in software, the efficiency of which has been confirmed by solution of a number of practical and test problems.

## Аннотация

Ильге И.Г. Метод конечных элементов с оптимальной дискретизацией в расчетах элементов строительных и машиностроительных конструкций. Диссертация является рукописью на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности: 05.02.07 - Механика деформируемого твердого тела, Институт проблем машиностроения НАН Украины, Харьков, 1995. Защищается 9 научных работ, которые содержат теоретические исследования по разработке метода конечных элементов, позволяющего уточнять решение за счет наилучшего в смысле аппроксимации энергии деформирования размещения узлов сети при фиксированном их количестве. Предлагаемый метод реализован в комплексе программ, эффективность которого подтверждена решением ряда практических и тестовых задач.

## Ключові слова:

метод скінченних елементів, оптимальна дискретизація, розрахунок конструкцій

Відповідальний за випуск \_\_\_\_\_ Суворова І.Г.  
 Підписано до друку 19.10.95. Формат 60x84 1/16. Папір для мн.зп.  
 Друк. офс. Ум. арк. 1. Облік.-вид. арк. 1,0. Зам. N 1262  
 Тираж 100 прим.

Ротапринт Харківського облстатуправління  
 310002, м.Харків, вул. Маршала Бажанова, 28