МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАІНИ
ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

На правах рукопису

ЯКОВЛЄВА Ірина Олександрівна

МАТЕМАТИЧНЕ ТА АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПОКРИТТЯ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

05.13.05 - Системи автоматизації проектування

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата технічних наук

Яков-

Харків 1995

Робота виконана в Харк[...]
університеті.

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент БУЗЬКО Ярослав Павлович

Офіційні опоненти: 1. Доктор технічних наук, професор
СЕМЕНЕЦЬ Валерій Васильович
2. Кандидат технічних наук, доцент
СТРУКОВ Володимир Михайлович

Провідна організація: Інститут проблем машинобудування
НАН України.

Захист відбудеться "25" грудня 1995 року о 13 годині
на засіданні спеціалізованої вченої ради К 02.25.03 в
Харківському державному технічному університеті радіоелектроніки (310726, м. Харків, просп. Леніна, 14).
Fax: (0572) 40-91-13.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського
технічного університету радіоелектроніки за адресою: 310726,
м. Харків, просп. Леніна, 14.

Автореферат розісланий "23" листопада 1995 року.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради В.В. БЕЗКОРОВАЙНИЙ

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність і ступень дослідженості теми роботи.

Одним із шляхів підвищення ефективності і якості проектуємих технічних систем є розробка математичного та алгоритмічного забезпечення відповідних САПР. Оптимізація структури і параметрів систем проектування дає можливість покращити характеристики систем, підвищити їх надійність і ефективність, скоротити час розробки, зменшити вартість науково-дослідницьких робіт по їх створенню.

При проектуванні широкого класу систем спостереження, діагностики та контролю доцільно здійснювати перетворення інформації про різноманітні по своїй фізичній природі об'єкти проектування в єдиний вид геометричної інформації. Це стосується, зокрема, задач синтезу оптимальних структур при проектуванні систем акустичної діагностики і контролю, радіолокаційних систем спостереження, систем виявлення рухомих цілей. При розв'язанні кожної з таких задач необхідно враховувати також реальні геометричні особливості елементів систем, їх тип, кількість, параметри розміщення тощо.

Клас задач проектування, пов'язаний з відображенням геометричної інформації, одержав назву задач геометричного проектування.

Задачі геометричного проектування досить широко описані в літературі. Це задачі оптимального розкрою матеріалів, задачі автоматизованого проектування генеральних планів промислових підприємств, об'ємно-планованого рішення цехів та виробництв, задачі конструкторського етапу проектування радіоелектронної і цифрової апаратури, розміщення джерел фізико-механічних полів. автоматизації компоновки обладнання та трасировки.

Зазначені задачі, їх математичні моделі та методи розв'язування стали основою створення відповідних автоматизованих систем геометричного проектування на базі загальної теорії САПР. Математичне забезпечення таких систем базується, як правило, на моделях та методах розв'язання задач розміщення геометричних об'єктів. Однак щодо розробки систем геометричного проектування, заснованих на моделюванні задач покриття, уваги приділялось недостатньо. Більш того, задачі проектування широкого класу об'єктів і систем взагалі не ставились та не досліджувались як задачі покриття. Це, можливо, було пов'язано із труднощами формалізації задач покриття, відсутністю відповідного математичного апарату та ефективних оптимізаційних методів розв'язування цього класу задач. Разом з тим результати сучасної теорії геометричного проектування дозволяють підійти до рішення цих питань.

Дисертаційну роботу виконано на протязі 1983 - 1995 р.р. на кафедрі вищої математики Харківського державного економічного університету відповідно до планів держбюджетних НДР: "Розробка математичних моделей та оптимізаційних методів розв'язання задач геометричного проектувння і впровадження результатів в навчальний процес" (N ДР 01860130224); "Розробка математичних методів геометричного проектування" (N ДР 01860049704); "Математичне моделювання складних технічних систем модульного типу" (N ДР 01900009448); науково-технічних програм Державного комітету України з питань науки і технологій: проект 06.04.01/004-92 "Інтегрована комп'ютерна технологія проектування складних систем", проект 06.04.01/005-92 "Компоновчий синтез складних технічних систем", проект 06.02.05/016-94 "Методи і засоби моделювання прийняття рішень на регіональному рівні".

Мета роботи та основні завдання наукового дослідження.

Метою дисертаційної роботи є розробка математичного і алгоритмічного забезпечення розв'язання задач нерегулярних покриттів при геометричному проектуванні технічних систем, створення комплексу прикладних програм.

Для досягнення мети були поставлені і вирішені такі основні завдання: 1)систематизація та аналіз теоретичних і практичних результатів в галузі розробки математичного, алгоритмічного та програмного забезпечення систем геометричного проектування; 2)класифікація задач покриття при проектуванні технічних систем; 3)дослідження методів перетворення фізичної інформації в геометричну та аналіз інформаційно-геометричних моделей основних класів задач покриття; 4)розвиток теорії геометричного проектування у напрямку розробки загальної концепції формалізації задач покриття; 5)побудова та аналіз математичних моделей основних класів задач покриття; 6)розробка та дослідження математичних методів розв'язання задач нерегулярних покриттів, їх програмна реалізація; 7)впровадження математичного та алгорітмичного забеспечення розв'язання задач покриття при проектуванні технічних систем.

Методи дослідження грунтуються на використанні теорії геометричного проектування, теорії систем підтримки прийняття рішень, теорії оптимизації; програмне забезпечення створено на принципах об'єктно-орієнтованого програмування.

Теоретична цінність дослідження та його наукова новизна.

Дисертація є закінченою науково-дослідною роботою, в якій розвиваються основні теоретичні положення теорії геометричного проектування в напрямку формалізації задач покриття, їх розв'язку та застосування.

Наукова новизна результатів роботи:

-виділено клас задач геометричного проектування технічних систем, математичними моделями яких є оптимізаційні задачі покриття області сукупностю об'єктів;

-запропоновано методи перетворення фізичної інформації про об'єкти проектування в геометричну для подальшого застосування теорії геометричного проектування;

-розроблено та досліджено математичні моделі оптимізаційних задач нерегулярних покриттів;

-сформульовані і доведені необхідні та достатні умови покриття області сукупністю об'єктів у дискретному та неперервному випадках;

-розроблено алгоритмічне забезпечення розв'язування задач покриття при проектуванні систем спостереження, діагностики та контролю.

Ступень достовірності результатів дисертаційного дослідження забезпечуються коректністю математичних доведень, застосуванням відомих та апробованих досягнень сучасної теорії автоматизованих систем проектування, зокрема теорії геометричного проектування. Теоретичні висновки підтверджено результатими чисельних експериментів при розв'занні тестових та модельних задач.

Практична цінність та впровадження наукових розробок.

Практична цінність дисертації полягає в доведенні теоретичних результатів до конкретних інженерних методик, а також в розробці комплексу прикладних програм, що забезпечує можливість його використання при створенні САПР галузей та підприємств різного рівня.

Розроблене в дисертації математичне та алгоритмічне забезпечення для проектування складних систем передано до Державного комітету України з питань науки і технологій і впроваджено в рамках науково-технічної програми 06.04.01 - "Інтегровані комп'ютерні технології проектування". Математичні моделі та оптимізаційні методи геометричного проектування, запропоновані в роботі, використовуються в Інституті проблем машинобудування НАН України, а також впроваджені в навчальний процес у Харківському державному економічному університеті, Харківському технічному університеті радіоелектроніки, Університеті внутрішніх справ.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи докладалися та обговорювалися на науково-технічних конференціях Харківського державного економічного університету (1983-1990 р.р.), на республіканських семінарах НАН України з проблем кібернетики "Математичні методи геометричного проектування" (1990-1995 р.р.),"Проблеми економічної кібернетики" (1988-1993 р.р.), на 3 робочій нараді "Статистичні методи в вугільній промисловості", на Українській науково-практичній конференції з проблем економіко-промислового розвитку (Харків, 1994 р.), на I Міжнародній конференції з нетрадиційних методів оптимізації (Дивногорськ, 1991 р.).

Публікації роботи. Основні результати роботи опубліковані у 7 наукових роботах.

Особистий внесок автора. Усі результати дисертаційної роботи отримано за особистою участю автора. У працях, написаних у співавторстві, дисертантові належить: [1] - формалізація задач k-кратного нерегулярного покриття, розробка математичних моделей та методів їх розв'язання; [2] - класифікація, способи формалізації та оптимізаційні методи розв'язання задач покриття області сукупністю об'єктів; [4] - розробка інформаційно - геометричних моделей задач побудови оптимальних структур систем спостереження, діагностики та контролю; [5,7]- теоретичний аналіз зображення структур даних в СУБД, розробка мови описування даних, прикладні аспекти; [6] - розробка структури пакету прикладних програм AICKTD, розробка основних програмних модулів.

Структура та обсяг роботи. Работа складається з вступу, п'яти розділів, заключної частини, списку використаної літератури з 107 назв, 9 малюнків, 5 таблиць, додатку - обсягом всього 112 стор. машинописного тексту.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі дано коротку характеристику об'єкту дослідження, обгрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, наведено огляд літератури з досліджуваної проблеми. Сформульовано мету, основні задачі наукового дослідження, обгрунтована наукова новизна та практична цінність отриманих результатів.

У першому розділі наведено змістовні постановки ряду практичних задач оптимального проектування технічних систем, математичною моделлю яких є задачі покриття. Дано загальну характеристику нерегулярних покриттів, наведено їх класифікацію.

При проектуванні систем спостереження, діагностики і контролю існує широкий клас задач, в яких критерій якості задається як оцінка характеристик об'єкту не безпосередньо, а за непрямими даними, наприклад, по сигнальній інформації. У такому випадку задача інтерпретації стеження є оберненою по відношенню до моделі процесу. Фізична модель, яка пов'язує характеристики об'єкту та спостерігаєму інформацію, повинна бути побудована так, щоб була можливість здійснювати контроль і діагностування властивостей об'єкту.

Вартість та складність проектуємих систем контролю та спостереження при дотримуванні вимог до імовірності виявлення сигналів залежать в основному від розмірів контрольованої площі або поверхні. Найголовніші вимоги щодо систем діагностики і контролю такі:

-система повинна виявляти джерела сигналів у кожній точці контролюємого об'єкту та визначати його місце знаходження;

-контроль за кожною точкою області повинен здійснюватися мінімальним числом контролюючих датчиків, приймачів, т.і.;

-вплив зовнішніх факторів та дублювання фіксацій сигналів різними приймачами мають бути зменьшені, тобто перекриття зон дії об'єктів повинно бути мінімальним.

В розділі розглянуто задачі проектування систем акустичної емісії, радіолокаційни систем, систем спостерігання небезпечних явищ, систем автоматизації вибухівних робіт тощо.

Показано, що при відповідному перетворенні фізичної інформації про об'єкт у геометричну ці задачі можуть бути сформульовані як задачі покриття контрольованої області системою об'єктів, геометрична форма яких відповідає конфігураціям зон впевненого прийому сигналів та зон виявлення, котрі визначаються типом приймачів, датчиків, станцій попередження, т.і.

В роботі проведено класіфікацію задач покриття за формою області, за формою покриваючих об'єктів, за властивостями метричних характеристик об'єктів, за критеріями якості покриття.

В другому розділі описано інформаційно-геометричні моделі задач покриття, засновані на поняттях геометричної інформації, її відображень та геометричних полів.

Для здійснення математичної постановки задач покриття необхідно здійснити перетворення фізичної інформації про проектуємний об'єкт в геометричну. Геометрична інформація може бути представлена у вигляді

$$g=\left(\left\{s\right\},\ \left\{m\right\},\ \left\{p\right\}\right),$$

де {s} - компонента просторової форми, {m} - метричні характеристики об'єкту, {p} - параметри розміщення, що задають місцезнаходження об'єкту в просторі.

Геометрична інформація $g=(\{s\},\{m\},\{p\})$ являється елементом простору геометричних інформацій G. Задача покриття, як задача геометричного проектування, полягає в відображенні просторів геометричних інформацій, що індикуються сукупністю об'єктів проектування.

Геометричну інформацію g назвемо параметричною, якщо її компоненти є функції деякого векторного параметру $x \in R^k$, тобто

$$g=g(x)=\left(\left\{s(x)\right\},\ \left\{m(x)\right\},\ \left\{p(x)\right\}\right)$$

Нехай $D \in R^k$. Під D розуміється k-мірний многовид, множина ізольованих точок тощо.

Позначимо $G(x)=\left\{g(x)/x \in D\right\}$. Відображення виду $D \xrightarrow{g} G$ назвемо геометричним полем, а сімейство G(x) - геометричною реалізацією поля. При завданні відповідної топології G(x) можна розглядати як простір параметричних геометричних інформацій.

Розглянемо деякі класи параметричних геометричних інформацій та індукованих ними геометричних полей.

Нехай компоненти геометричної інформації є функціями часу

$t \in D = R^1_+$. Таку інформацію назвемо нестаціонарною геометричною інформацією і позначимо

$$g(t) = \left[\{s(t)\},\ \{m(t)\},\ \{p(t)\}\right].$$

Інформація $g(t)$ породжує простір нестаціонарних геометричних інформацій $G(t)$ та індикує в кожний фіксований момент часу $t_0 \in R^1_+$ точкову множину $S(t_0) \subset R^1$.

Геометричне поле $R^1_+ \xrightarrow{g} G$ назвемо нестаціонарним геометричним полем. Так, нестаціонарною геометричною інформацією визначається параметризоване по часу сімейство поверхонь рівня нестаціонарного фізичного поля. Відображення, що індукується при цьому, є нестаціонарним геометричним полем.

Нехай під вектором x розуміються параметри розміщення $\langle p \rangle$ геометричної інформації $g = (\{s\}, \{m\}, \{p\})$

В цьому випадку

$$g = g(p) = \left[\{s(p)\},\ \{m(p)\},\ \{p\}\right].$$

Таку геометричну інформацію назвемо афінно-залежною. Якщо $\{p\} = \{p(t)\}$, то маємо нестаціонарну афінно-залежну геометричну інформацію тощо.

Геометричне поле $\{p\} \xrightarrow{g} G$, що індукується інформацією $g(p)$, назвемо афінно-залежним геометричним полем.

Відзначимо деякі властивості геометричних полів. Нехай $S = \{s\}$, $M = \{m\}$, $P = \{p\}$ - множини просторових форм, значень метричних характеристик і параметрів розміщення геометричної інформації $g = (\{s\}, \{m\}, \{p\})$.

Геометричне поле $D \xrightarrow{g_1} G$ мажорує геометричне поле $D \xrightarrow{g_2} G$ і позначається

$$D \xrightarrow{g_1} G \geq D \xrightarrow{g_2} G,$$

якщо для будь-яких $x \in D$

$$g_1(x)=\left[\left\{s_1(x)\right\}.\left\{m_1(x)\right\}.\left\{p_1(x)\right\}\right] \geq_G$$
$$\geq_G g_2(x)=\left[\left\{s_2(x)\right\}.\left\{m_2(x)\right\}.\left\{p_2(x)\right\}\right],$$

де $\geq_G$ - відношення часткового порядку на декартовому добутку $S\times M\times P$.

При заданому відношенні часткового порядку $\geq_G$ на множині D геометричне поле $D \xrightarrow{g} G$ являється монотонно неспадаючим (незростаючим), якщо для будь-яких x_1, $x_2 \in D$, таких що $x_1 \geq_D x_2$ має місце включення $S(g(x_1)) \supset S(g(x_2))$ $(S(g(x_2)) \supset S(g(x_1)))$.

Із врахуванням поняття геометричної інформації, геометричних полів та їх властивостей в роботі розглянуто основні класи інформаційно-геометричних моделей задач покриття при проектуванні систем спостереження і контролю.

Розглянемо точкову множину $S(x_i,t) \subset R^2$, обмежену поверхнею рівня нестаціонарного фізичного поля, яке описує в кожний момент часу t розподіл поширення відповідного процесу, виникненого в точці $x_i \in R^2$. Таким чином, реалізується нестаціонарне афінно-залежне геометричне поле

$$D_1 \times R^1_+ \xrightarrow{g} G,$$

де $D_1=\{x_1, x_2,\ldots, x_n\}$.

Це поле є монотонним по $t \in R^1_+$ і відповідно може бути задане у вигляді відображення $D_1 \xrightarrow{g} G$, яке реалізує параметричне по x сімейство геометричних інформацій

$$g_1 = g(x_1,t(x_1)) = (\{s(x_1)\},\{m(x_1)\},\{x_1\}),$$

де $t(x_1)$ - момент часу досягання зони контролю процксом, що виник в точці x_1.

Сімейство геометричних інформацій $(g_1,g_2,\ldots,g_n)$ індукує в просторі R^2 систему точкових множин

$$\{S_1\} = \{S(x_1,\ t(x_1))\}$$

і мінімальне над цією системою кільце $\sigma(\{S_i\})$. Розглянемо систему множин $\sigma'(\{S_i'\}) \subset \sigma(\{S_i'\})$, що задовільняє наступним умовам:

1. $\operatorname{int} S'_{j_1} \cap \operatorname{int} S'_{j_2} = \varnothing \;\; \forall\, j_1 \neq j_2$;

2. $\forall\, j \;\exists\, i:\; S'_j \subset S_j$;

3. $\bigcup_i S_i = \bigcup_i S_j$.

Ця система породжується сукупністю геометричних інформацій $\{g'_j\}$.

Задача проектування оптимальної по числу датчиків контролю системи спостереження може бути сформульована у термінах геометричних інформацій як задача визначення мінімальної по включенню підсистеми $\sigma'(\{S_i'\})$ точкових образів $S_j(g'_j)$.

Розв'язання задачи містить у собі такі етапи:

- моделювання нестаціонарного афінно-залежного поля

$$D_1 \times R^1_+ \xrightarrow{g(x,t)} G;$$

- визначення $t_i = t(x_i')$, $i=1,2,\dots,n$ та стаціонарних афінно-залежних геометричних інформацій $g_i = g(x_i, t(x_i))$;

- побудова підсистеми σ' точкових образів $S_j(g'_j)$, що еквівалентно формуванню одноточкових представників елементів цієї системи як класів еквівалентності;

- побудова дискретної моделі задачі на обмеженій системі класів еквівалентності;

- розв'язання задачі методами дискретного програмування.

Розглянемо інформаційно-геометричну модель класу задач покриття у випадку, коли метою проектування системи є контроль максимально можливої площі (поверхні) контролюємого об'єкту.

Необхідно спроектувати мережу об'єктів контролю таким чином, щоб

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^{n} S_i\right) \to \max,$$

де $\mu(.)$ - міра (площа) зони виявлення контролюючого об'єкту. Ця зона описується початковою геометричною інформацією $g=(g_1,\ldots,g_n)$ і залежить від вектора параметрів w, що визначає місцезнаходження контролюючого об'єкту, його діаграму направленості, потужність, т.і.

Таким чином, $g=g(w)$. Звернемо увагу на те, що вектор параметрів w, як правило, не включає в себе час t, тобто інформація $g(w)$ являється стаціонарною. Параметрами розміщення (p) при цьому виступають координати місцезнаходження контролюючого об'єкту, а компоненти (s) і (m) задають характеристики меж області виявлення.

Отже маємо параметричну афінно-залежну стаціонарну геометричну інформацію $g = g(p) = (\{s(p)\},\{m(p)\},\{p\})$, що індукує стаціонарне афінно-залежне поле.

Відзначимо, якщо область дії контролюючого об'єкту з параметрами розміщення p_i є підмножиною зони дії об'єкту з параметрами розміщення p_j, то геометричне поле індуковане інформацією $g(p_j)$ мажорує геометричне поле, індуковане інформацією $g(p_i)$.

Третій розділ присвячено дослідженню основної задачі покриття, побудові її математичної моделі, формалізації умов покриття із використанням апарату Ф-функцій та ω-функцій.

Сформулюємо основну задачу покриття області сукупністю геометричних об'єктів. Нехай геометричні об'єкти S_i, $i=0,1,\ldots,n$ індукуються геометричними інформаціями $g_i=(\{s_i\},\{m_i\},\{p_i\})$, де компоненти $\{p_0\}$, $\{s_0\}$, $\{s_i\}$, $\{m_i\}$, $i=1,2,\ldots,n$ - фіксовані. Припустимо $p_0=(0,\ldots,0)$ і позначимо через $S_i(p_i)$ об'єкти з параметрами розміщення $p_i \in R^t$, $i=1,2,\ldots,n$ відповідно. Потрібно визначити такі параметри розміщення $\{p_i\}$, $i=1,2,\ldots,n$, при яких виконуються умови покриття, тобто кожна точка множини $S(p_0)$

належить хоча б до однієї з множин $S(p_i)$, $i=1,2,\ldots,n$.

Область W допустимих рішень в основній задачі покриття формується таким чином:

$$W = \{(p_1,p_2,\ldots,p_n)/S_0(m_0) \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} S_i(p_i)\}=$$

$$= c\Pr_{R^{nt}} \{ \bigcup_{(p_1,p_2,\ldots,p_n)} [(p_1,p_2,\ldots,p_n)\times(\bigcap_{i=1}^{n} cS_i(p_i) \cap S_0(m_0))]\}=$$

$$= \Pr_{R^{nt}} \{ \bigcup_{(p_1,p_2,\ldots,p_n)} [(p_1,p_2,\ldots,p_n)\times(\bigcup_{i=1}^{n} S_i(p_i) \ominus S_0(m_0))] \cap$$

$$\cap R^{nt}\times\{0\}\},$$

де $\Pr_{R^{nt}}$ - оператор ортогонального проектування на простір R^{nt}, $\{0\}$- нуль простору R^{nt}, а c і $\ominus$ - символи операцій доповнення і різниці за Мінковським відповідно.

Оптимізаційна задача покриття формулюється як задача пошуку екстремума функції якості покриття на множині W допустимих параметрів розміщення покривних об'єктів, тобто

$$\operatorname*{extr}_{(p_1,\ldots,p_n)\in W} \eta\,(p_1,p_2,\ldots,p_n).$$

Таким чином маємо задачу математичного програмування, в якій область W може бути описана нерівністю

$$r(m_0,p_1,p_2,\ldots,p_n) \geq 0,$$

Для формалізації вигляду функції $r(m_0,p_1,p_2,\ldots,p_n)$ в роботі було використано апарат Ф-функцій. Маємо

$$\Phi(m_0,p_1,p_2,\ldots,p_n) \geq 0,$$

де $\Phi(m_0,p_1,p_2,\ldots,p_n)$ - Ф-функція об'єктів $S_0(m_0)$ і

$$S(p_1,p_2,\ldots,p_n) = R^l \setminus \bigcup_{i=1}^{n} S_i(p_i).$$

Використання Ф-функцій можливо лише в задачах з невеликим числом покривних об'єктів, інакше виникають труднощі з формуванням функції $\Phi(m_0,p_1,p_2,\ldots,p_n)$.

В загальному випадку для формалізації аналітичного вигляду функції $r(m_0,p_1,p_2,\ldots,p_n)$ пропонується клас ω-функцій.

Нехай геометрична інформація $g=(\{s_1,s_2,\ldots,s_n\}, \{m_1,m_2,\ldots,m_n\}, \{p_1,p_2,\ldots,p_n\})$ індукує в просторі R^l набір точкових множин $S_1,S_2,\ldots,S_n$. Здійснемо відображення B, що має бути суперпозицією теоретико-множинних операцій, і побудуємо множину

$$\Omega = B\ (S_1,S_2,\ldots,S_n) \in R^l,$$

яка задається геометричною інформацією

$$g_B=(B(s_1,s_2,\ldots,s_n),\ \{m_1,m_2,\ldots,m_n\},\ \{p_1,p_2,\ldots,p_n\}).$$

Розглянемо функцію

$$\omega(g_B)=\omega_B(m_1,m_2,\ldots,m_n,p_1,p_2,\ldots,p_n)=\mu(\Omega),$$

де $\mu(\cdot)$ - міра Лебега. Таку функцію назвемо ω-функцією.

В роботі наведені основні якості ω-функцій, що дозволяють використовувати їх при формалізації задач покриття. За допомогою ω-функцій умова покриття при фіксованих метричних характеристиках покривних об'єктів має вигляд

$$\omega_B(p_1,p_2,\ldots,p_n) = \omega_I(p_0),$$

де $B(S_1,S_2,\ldots,S_n) = S_0 \cap \left[\bigcup_{i=1}^{n} S_i\right]$, $I(S_0) = S_0$.

Якщо множина допустимих рішень в задачах покриття не пуста, то умову покриття можна представити в формі

$$\omega_B(p_1,p_2,\ldots,p_n) \to \max.$$

Таким чином, пошук параметрів розміщення об'єктів, задовольняючих покриття області, може бути зведений до задачі безумовної оптимізації.

У розділі наведено приклади розв'язання модельних задач покриття з використанням ω-функцій.

У четвертому розділі розглянуто питання формалізації умов покриття за допомогою структур нерівностей та пропонуються оптимізаційні методи розв'язування задач нерегулярного покриття, побудовані на загальній схемі послідовного аналізу та відсіву варіантів.

Структурою нерівностей $S(F(x), \Delta, m)$ назвемо упорядкований набір нерівностей $F(x) = \{f_i(x) \geq 0, \ i = \overline{1,m}, \ x \in R^k\}$ з визначеними для кожної пари нерівностей операціями кон'юнкції і диз'юнкції, зображеними у вигляді симетричної матриці $\Delta = [\delta_{ij}]_{m \times m}$. Операції кон'юнкції між i-ю і j-ю нерівностями відповідає $\delta_{ij} = 1$, а операції диз'юнкції – $\delta_{ij} = 0$; при цьому $\delta_{ii} = 1$, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,m}$.

Набір $\tilde{F}(x) \subset F(x)$ нерівностей структури $S(F(x), \Delta, m)$ назвемо повною системою нерівностей цієї структури, якщо усі нерівності набору $\tilde{F}(x)$ зв'язані між собою операцією кон'юнкції, а серед нерівностей набору $F(x)$ немає ні одного, зв'язаного одночасно операціями кон'юнкції з усіма нерівностями з $\tilde{F}(x)$.

Безліч значень $x \in R^k$, при яких сумісна хоча б одна повна система нерівностей структури $S(F(x), \Delta, m)$, назвемо множиною, заданою цією структурою.

На множині структур нерівностей визначені операції перерізу і об'єднання, відповідні перерізу і об'єднанню множин, заданих цими структурами. Якщо всі нерівності набору $F(x)$ лінійні, то структуру $S(F(x), \Delta, m)$ назвемо структурою лінійних нерівностей.

Позначимо через $S(F_i(x), \Delta_i, m_i)$ структури нерівностей, які задають у просторі R^k змінних $x = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$ множини $S_i(x^i)$, $i = 0, 1, \ldots, n$, а через $S(\bar{F}_i(x), \bar{\Delta}_i, \bar{m}_i)$ – структури, які задають множини $cS_i(x^i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Розглянемо множину

$$[\bigcap_{i=1}^{n} cS_i(x^i)] \cap S_0(0).$$

При фіксованих параметрах розміщення об'єктів $S_1, S_2, \dots, S_n$ вона задається перетином структур

$$S^*(F^*(x), \Delta^*, m^*) = S(F_0(x), \Delta_0, m_0) \cap [\bigcap_{i=1}^{n} S(\bar{F}_i(x-x^i), \bar{\Delta}_i, \bar{m}_i)].$$

Нехай елементи векторів $x=(x_1, x_2, \dots, x_k)$ та $x^i=(x_1^i, x_2^i, \dots, x_k^i)$, $i=1,2,\dots,n$ приймають довільні значення. Тоді ця структура нерівностей описує деяку множину W в просторі $R^{k(n+1)}$. Ортогональну проекцію множини W на простір R^{kn} з системою координат $Ox_1^1 \dots x_k^1\, x_1^2 \dots x_k^2 \dots x_1^n \dots x_k^n$ позначимо через V, тобто

$$V = Pr_{R^{kn}} W.$$

Покриття області $S_0(0)$ сукупністю об'єктів $S_i(x^i)$, $i=1,\dots,n$ має бути, коли

$$[\bigcap_{i=1}^{n} cS_i(x^i)] \cap S_0(0) = \varnothing.$$

Таким чином, область S_0 буде покрито тоді і тільки тоді, коли параметри $x^i=(x_1^i, x_2^i, \dots, x_k^i)$ покриваючих об'єктів S_i, $i=1,2,\dots,n$ задовольнятимуть умові

$$(x^1, x^2, \dots, x^n) \in R^{kn} \setminus \text{int } V.$$

Для формалізації області W припустимих покриттів необхідно послідовно провести наступні операції:

-сформувати структури $S(F_0(x), \Delta_0, m_0)$ та $S(\bar{F}_i(x-x^i), \bar{\Delta}_i, \bar{m}_i)$, що задають точкові множини $S_0(0)$, $cS_i(x^i)$, $i=1,2,\dots,n$;

-сформувати структуру $S^*(F^*(x), \Delta^*, m^*)$;

-побудувати множину V, як ортогональну проекцію множини, що задана структурою $S^*(F^*(x), \Delta^*, m^*)$, на простір R^{kn} змінних $x_1^1 \dots x_k^1$ $x_1^2 \dots x_k^2 \dots x_1^n \dots x_k^n$;

-знайти додаток множини $\mathrm{int}V$ до простору R^{kn}.

Нехай область покриття і покривні об'єкти являють собою многогранники у просторі R^k. Тоді вони описуються структурами лінійних нерівностей і множина V також задається структурою лінійних нерівностей $S^*(F^*(x),\Delta^*,m^*)$. Виділимо усі повні системи нерівностей структури $S^*(F^*(x),\Delta^*,m^*)$ і перенумеруємо їх. Нехай число повних систем дорівнює λ. Тоді

$$S^*(F^*(x),\Delta^*,m^*) = \bigcup_{j=1}^{\lambda} S(F_j^*(x),\Delta_j^1,m_j),$$

де Δ_j^1 - одиничні матриці, $j=1,2,\dots,\lambda$.

Сформуємо множину $W = R^{kn} \setminus \mathrm{int}\, V$. Розглянемо сукупність логічних змінних $z_1,\dots,z_{m^*}$, встановивши відповідність між номером нерівності з $F^*(x)$ і індексом логічної змінної. Тоді множині W відповідає к.н.ф.

$$D = \bigwedge_{j=1}^{\lambda} \big(\bigvee_{i\in E_j} \bar{z}_i \big),$$

де E_j - множина номерів нерівностей, що входять до набору $F_j^*(x)$, а логічній змінній $\bar{z}_i$ відповідає i-а нерівність набору, взята з протилежним знаком.

Перетворимо к.н.ф. у д.н.ф. і зобразимо $D = D_1 \vee D_2$, де D_1 і D_2 - диз'юнкції таких кон'юнкцій змінних, яким відповідають сумісні і несумісні системи нерівностей відповідно. При цьому множині допустимих рішень в задачах покриття відповідає д.н.ф. D_1. На k-му етапі перетворення і виключення кон'юнктів, що відповідають несумісним системам нерівностей, маємо д.н.ф.

$$Q = \bigvee_{j=1}^{t_k} \big(\bigwedge_{i\in I_j^k} \bar{z}_i \big) = \bigvee_{j=1}^{t_k} D_j^k,$$

де множини $I_j^k \subset \{1,2,\dots,m^*\}$, $j=1,2,\dots,t_k$ визначаються складом E_j.

Сформуємо дерево рішень задачі. На k-му рівні кожна вершина A_j^k дерева визначає множину W_j^k . яка описується системою нерівностей. маючих номери із L_j^k в наборі $F^*(x)$. Цій множині відповідає д. н. ф. D_j^k. Таким чином, процес побудови вершин дерева рішень визначається представленням Q^k, $k=1,2,\ldots\lambda$.

Множини W_j^k, $j=1,2,\ldots,t_\lambda$ назвемо допустимими множинами рішення. а множини W_j^k, $j=1,2,\ldots,t_k$, $k<\lambda$ - частковими множинами рішень. Множину W_j^k назвемо допустимою частковою множиною. якщо її родова множина непуста.

В роботі розглянуто питання формування часткових допустимих множин рішень. сформульовані правила, що дають можливість відсіву неперспективних варіантів на проміжних етапах рішення задачі. Запропонований процес формування множини допустимих покриттів. дозволяє подати її у вигляді об'єднання мінімального числа випуклих множин. для описування яких використовується мінімальне число нерівностей з набору $F^*(x)$.

Розроблено комплекс програм для розв'язування задач покриття із застосуванням структур лінійних нерівностей. Наведено результати рішення модельних задач.

П'ятий розділ присвячено формалізації дискретних оптимізаційних задач покриття, виникаючих при проектуванні систем попередження та контролю. Побудовано класичні моделі булевого покриття та нелінійні моделі з булевими змінними. Досліджено питання адекватності дискретних та неперервних моделей. Запропоновано метод квадратичної булевої оптимізації.

Розглянемо клас задач покриття, в яких параметри розміщення об'єктів $S_1,S_2,\ldots,S_n$ приймають кінцеву множину значень $p_1,p_2,\ldots,p_m$. Нехай K -кільце множин, що породжено множинами $S_0(0),S_i(p_j)$, $i=1,2,\ldots,n$; $j=1,2,\ldots,m$. Сформуємо систему $T\subset K$, $T=\{T_1,T_2,\ldots,T_t\}$, $t=\mathrm{card}\ T$, яка задовільняє умовам

$$\bigcup_{k=1}^{t} T_k = S_0(0), \quad \operatorname{int} T_i \cap \operatorname{int} T_j = \emptyset,\ i \neq j$$

В роботі приведено засоби формування системи множин $T=\{T_1, T_2, \dots, T_t\}$. Доведено, що замість формування всіх елементів кільця К можна розглядати їх одноточкові підмножини як класи еквівалентності. При цьому при достатньо малому $\varepsilon>0$ множина Т може бути ε-сіткою множини S_0

Введемо булеві змінні

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо об'єкт } S_i \text{ має параметри розміщення } p_j; \\ 0, & \text{в противному випадку.} \end{cases}$$

Визначимо константи

$$a_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } T_k \subset S_i(p_j); \\ 0, & \text{в противному випадку.} \end{cases}$$

Тоді об'єкт S_0 буде покрито сукупністю об'єктів $S_1, \dots, S_n$ при умові

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{ijk} z_{ij} \geq 1,\ k=1,2,\dots,t.$$

Якщо при розміщенні об'єктів $S_1, S_2, \dots, S_n$ виникає додаткове обмеження, щоб кожна точка області покриття належила не меньш, ніж r об'єктам, маємо умову

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{ijk} z_{ij} \geq r,\ k=1,2,\dots,t.$$

Оскільки на кожне місце призначається тільки один об'єкт і кожний об'єкт може призначуватись лише на одне місце, маємо наступні додаткові обмеження

$$\sum_{j=1}^{m} z_{ij} \leq 1,\ i=1,2,\dots,n,$$

$$\sum_{i=1}^{m} z_{ij} \leq 1,\ j=1,2,\dots,m.$$

Розглянемо задачу покриття області мінімальним числом покривних об'єктів. Тоді критерій якості покриття має вигляд

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} z_{ij} \to \min.$$

Таким чином, маємо класичну задачу лінійного цілочисельного програмування.

В розділі розглянуто клас задач максимізації площі покриття при фіксованій кількості покривних об'єктів.

Для кожного об'єкта S_i з параметрами розміщення p_j знайдемо міру (площу) тої його частини, яка належить області покриття, тобто $C^0_{ij}=\mu[S_i(p_j)\setminus S_0]$. Крім того, вичислимо міру (площу) попарного перетину об'єктів $C_{ijkl}=\mu[S_i(p_j)\cap S_k(p_l)]$. Тоді критерій якості покриття має вигляд

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{m} C_{ijkl} z_{ij} z_{kl} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} C^0_{ij} z_{ij} \to \min.$$

Сформульована задача належить до класу задач квадратичного програмування з булевими змінними. Для її розв'язування запропоновано методи оптимізації, побудовані на можливості описування області допустимих рішень у вигляді перетину гіперкулі і гіперкуба. Досліджено питання збігання та ефективності методів.

Розглянуто результати застосування розроблених моделей, методів і алгоритмів для розв'язання оптимізаційних задач покриття при розміщенні станцій контролю та попередження за критеріями мінімальної кількості станцій і максимальної площі контрольованої поверхні. Запропоновані в роботі методи та алгоритми реалізовано в вигляді комплексу програм на мові TURBO PASCAL, які орієнтовані на ПЕОМ.

Одержані результати підтверджують ефективність математичного та алгоритмічного забезпечення, що розроблено в роботі.

ВИСНОВКИ

Сформулюємо основні результати, здобуті в дисертаційній роботі.

1. На підставі перетворення фізичної інформації про об'єкт проектування в геометричну виділено класи задач покриттів в системах геометричного проектування. Наведено їх загальну характеристику, аналіз та класифікацію.

2. Досліджено засоби описування та відображення геометричної інформації в задачах покриття, побудовано та досліджено інформаційно-геометричні моделі цих задач.

3. Здійснено розвиток теорії геометричного проектування у напрямку розробки та реалізації загальної концепції формалізації задач покриття. Побудовано математичні моделі основних класів задач із застосуванням функцій спеціального типу (Ф-функцій та ω-функцій).

4. Розроблено методи конструювання області допустимих рішень в неперервних задачах нерегулярних покриттів у випадку, коли область та об'єкти покриття є многогранники. Методи грунтуються на використанні структур лінійних нерівностей.

5. Розроблено процедуру реалізації методів послідовного аналізу та відсіву варіанів в задачах покриття обмеженої області. Досліджено правила формування дерева рішень та критерії відсіву неоптимальних покриттів.

6. Побудовано дискретні моделі задач покриття. Здійснено дискретизацію області покриття в неперервних задачах, досліджено питання адекватності дискретних і неперервних моделей. Доведено, що при достатньо малому крокові дискретизації неперервна та дискретна моделі еквівалентні.

7. Розроблено методи оптимізації квадратичних функцій на

множині булевих змінних для класу задач покриття за критеріями спеціального виду.

8. Реалізовано програмне забезпечення на алгоритмічній мові TURBO PASCAL для розв'язування практичних задач покриття в системах спостереження, діагностики та контролю.

Надруковані праці за темою дисертації

І.Бузько Я.П., Яковлева И.А. Дискретная модель оптимизационной задачи k-кратного нерегулярного покрытия // Математическое и компьютерное моделирование. - Сб. научн.трудов. - Киев, 1994. - с.82-85.

2.Бузько Я.П., Шеховцов С.Б., Яковлева И.А. Задачи покрытия в технических системах: вопросы формализации //Математическое моделирование и оптимизация технических и информационных систем. - Сб. научн. трудов.- Киев, 1995. - с.63-67.

3.Яковлева И.А. Специфика реализации оптимизационного пакета для решения одного класса задач покрытия // Украинская научно-практическая конференция.- Тез.докл.- Харьков: ХГЭУ, 1994. - с.2І.

4.Бузько Я.П., Яковлева И.А. Задачи покрытия области и их экономическая интерпретация // Украинская научно-практическая конференция. Тез. докл.- Харьков: ХГЭУ, 1994. - с.22.

5.Кудрявцев В.А., Яковлева И.А. Об одном подходе к рациональному размещению информации в системах управления базами данных // АСУ и приборы автоматики. - Харьков: Вища школа.- 1985. - Вып.74.- с.71-77.

6.Кудрявцев В.А.,Яковлева И.А. Разработка пакета прикладных программ автоматизированной информационно-поисковой системы AICKTD // Материалы республиканской научно-технической конференции молодых ученых. - Харьков, 1983 . - с.25-27.

7.Бузько Я.П., Кудрявцев В.А., Яковлева И.А. Технология обработки запросов в автоматизированных информационно-поисковых системах // 3-е рабочее совещание "Статистические методы в угольной промышленности". -.Тез. докл.- Кемерово, 1984. - с.9-10.

Summary

Yakovleva I.A. Mathematical and algoritmic support for solution of covering problems in designing technical systems.

The thesis is presented for the candidate science degree in technology. The speciality code is 05.13.05 - automatic design systems. Kharkov State Technical University of Radioelectronics. Kharkov, 1995.

The dissertation work investigates theoretical foundations fo formalizing the problems of covering in geometrical design systems, proposes information-geometrical and mathematical simulation of the problems, describes new optimization methods of their solution. The research results have been put in practice in the form of an applied programs set for IBM PC.

Аннотация

Яковлева И.А. Математическое и программное обеспечение решения задач покрытия при проектировании технических систем.

Диссертация является рукописью,представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.05 - системы автоматизации проектирования. Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники. Харьков, 1995.

В диссертационной работе рассматриваются теоретические вопросы формализации задач покрытия в системах геометрического проектирования, исследуются информационно-геометрические и математические модели задач, предлагаются оптимизационные методы их решения. Практическая реализация осуществляется с помощью комплекса программ для ПЭВМ.

Ключові слова: геометричне проектування, задачі покриття, математичні моделі, оптимізаційні методи, алгоритмічне забезпечення.

Відповідальний за випуск Безкоровайний В.В.

Підписано до друку 20.II.95. Формат 60 х 92 I/16.

Ум.друк.арк. I,00 Папір друк. N I Обл.-друк.арк. I,00

Тираж I00 пр. Зам.N 65

Ротапринт Університету внутрішніх справ

3I0080, Харків, просп. 50-річчя СРСР, 27