НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

МУРАЧ Олександр Олександрович

ЕЛІПТИЧНІ ОПЕРАТОРИ В ПОВНИХ ШКАЛАХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ПРОСТОРІВ

01.01.01 — математичний аналіз

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ — 1995

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано у відділі диференціальних рівнянь в частинних похідних Інституту математики НАН України

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор МИХАЙЛЕЦЬ В.А.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор ЕЙДЕЛЬМАН С.Д.,

доктор фізико-математичних наук, професор РОЙТБЕРГ Я.А.

Провідна організація: Інститут прикладної математики і механіки НАН України.

Захист відбудеться "26" грудня (XII) 1995 р. о 15 год. на засіданні спеціалізованої ради Д.01.66.01 при Інституті математики НАН України за адресою: 252601, Київ-4, МСП, вул. Терещенківська, 3.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці інституту.

Автореферат розіслано "23" листопада 1995 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради ГУСАК Д.В.

АБ-33,835

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

__Актуальність теми__. Починаючи з 60-х років було досягнуто значного успіху в теорії еліптичних крайових задач в узагальнених функціях. Ж.-Л.Ліонс, Е.Мадженес, Ю.М.Березанський, С.Г.Крейн, Я.А.Ройтберг дослідили розв"язність таких задач в повних шкалах функціональних просторів типу соболевських і довели теореми про повний набір ізоморфізмів, що встановлює еліптичний оператор. Ці теореми знайшли застосування в теорії диференціальних рівнянь, математичній фізиці, спектральній теорії диференціальних операторів, до задач оптимального управління, до нелінійних задач.

В зв"язку з цим природно постало питання про дослідження еліптичних крайових задач в повних шкалах просторів, відмінних від соболевських. В роботах С.М.Нікольського, О.В.Бесова, Л.Н.Слободецького, Н.Н.Ароншайна, А.П.Кальдерона, Е.Гальярдо, П.І.Лізоркіна, Г.Трібеля та інших було введено і вивчено функціональні простори, тісно пов"язані з теорією диференціальних рівнянь і теорією апроксимації. Зокрема, було доведено, що простори Соболева, їх дробові аналоги та простори Нікольського-Бесова охоплюються двома шкалами $F^{s}_{p,q}$ і $B^{s}_{p,q}$.

Важливість цих шкал як для теорії, так і для застосувань не викликає сумнівів. Зокрема, Г.Трібелем було встановлено теореми про розв"язність регулярної еліптичної крайової задачі у відповідних просторах шкал $F^{s}_{p,q}$ і $B^{s}_{p,q}$, якщо s достатньо велике. Тому природно виникло питання про поширення результатів Г.Трібеля на випадок довільних дійсних s. При цьому виявилось, що припущення про регулярність еліптичної крайової задачі пов"язано не з суттю справи, а з використаним Г.Трібелем методом дослідження. Застосований в роботі підхід дозволяє, крім того, розглядати систему крайових умов локально, тобто окремо на кожній зв"язній компоненті краю. Аналізу цих питань присвячений перший розділ дисертації. В ньому також досліджено локальну регулярність узагальнених розв"язків загальної крайової задачі поблизу точок її еліптичності. Це питання є змістовним, оскільки для такої задачі може не виконуватися відповідна теорема про розв"язність.

В другому розділі дисертації розглядається широкий клас нелокальних еліптичних граничних задач. В цих задачах граничні умови пов"язують значення шуканих функцій та їх похідних на границі області з їх значеннями усередині області. Після відомої статті А.В.Біцадзе, О.А.Самарського такі задачі вивчали Я.А.Ройтберг, З.Г.Шефтель, М.В.Житарашу, С.Д.Ейдельман, О.Л.Скубачевський, Б.П.Панеях та інші. В їх роботах нелокальні задачі досліджувалися або в класах достатньо гладких функцій, або в повній шкалі просторів типу беселевих потенціалів, але у випадку нормальних граничних умов. Відкритим залишалося питання про доведення теорем про розв"язність нелокальної еліптичної граничної задачі в повних шкалах функціональних просторів без додаткових обмежень на граничні умови. Його вирішено стосовно шкал $F^s_{p,q}$ і $B^s_{p,q}$.

Мета роботи.

I. Довести теореми про нетеровість операторів локально еліптичної крайової задачі в повних шкалах банахових просторів типу Лізоркіна-Трібеля $F^s_{p,q}$ і Нікольського-Бесова $B^s_{p,q}$.

2. Встановити твердження про локальну регулярність узагальнених розв"язків загальної крайової задачі поблизу точок її еліптичності.

3. Довести теореми про нетеровість операторів нелокальної еліптичної граничної задачі в повних шкалах просторів типу $F^s_{p,q}$ і $B^s_{p,q}$.

Методи дослідження. В роботі застосовано теорію розподілів та функціональних просторів, теорію інтерполяції, теореми про мультиплікатори Фур"є, загальну теорію еліптичних крайових задач, методику Я.А.Ройтберга модифікації повних шкал функціональних просторів.

Наукова новизна. Всі основні результати роботи є новими. Побудовано повні шкали просторів типу $F^s_{p,q}$ і $B^s_{p,q}$. В цих шкалах доведено теореми про нетеровість операторів локально еліптичної крайової задачі. Досліджено також локальну регулярність узагальнених розв"язків загальної крайової задачі поблизу точок її еліптичності. В повних шкалах просторів типу $F^s_{p,q}$ і $B^s_{p,q}$ встановлено теореми про нетеровість операторів нелокальної еліптичної граничної задачі. Узагальнено відомі результати Ж.-Л.Ліонса, Е.Мадженеса, Я.А.Ройтберга, З.Г.Шефтеля, Г.Трібеля про нетеровість еліптичних операторів.

Теоретична і практична цінність. Результати роботи розвивають загальну теорію еліптичних крайових задач. Вони можуть бути застосовані в теорії диференціальних рівнянь, математичній фізиці, спектральній теорії диференціальних операторів, до задач оптимального управління, нелінійних задач.

Апробація роботи. Результати дисертації доповідались на семінарі з диференціальних рівнянь у частинних похідних при Інституті математики НАН України /1991, 1994/, на семінарах кафедри математичного аналізу Чернігівського педагогічного інституту /1991, 1992/, на науково-технічній конференції "Пам"яті академіка М.П.Кравчука" /Київ, травень, 1992/, в першій українсько-американській школі "Диференціальні рівняння та їх застосування" /Судак, червень, 1993/, на Міжнародній конференції по функціональних диференціальних рівняннях /Москва, серпень, 1994/, на Міжнародній конференції "Нелінійні диференціальні рівняння" /Київ, серпень, 1995/.

Публікації. Основні результати дисертації опубліковано в 7 роботах.

Обсяг роботи. Дисертація складається з вступу, двох розділів, восьми параграфів та списку цитованої літератури, що містить 99 найменувань. Обсяг роботи - 151 сторінка машинописного тексту.

КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

В першому розділі вивчаються необхідні функціональні простори та локально еліптичні крайові задачі. Він складається з п"яти параграфів.

В §1 вивчено простори $F^s_{p,q}$ і $B^s_{p,q}$ та побудовано і досліджено їх модифікації.

Нехай $\bar{G}$ - компактний орієнтовний нескінченно гладкий многовид розмірності $n \geq 2$ з краєм Γ, що складається з $m \geq 1$ непорожніх зв"язних компонент $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_m$. Наведемо необхідні означення для шкали $F^s_{p,q}$ у випадку, коли $G := \bar{G} \setminus \Gamma$ - область в $\mathbb{R}^n$. Нехай $s \in \mathbb{R}$; $p, p', q, q' \in]1, \infty[$; $1/p + 1/p' = 1/q + 1/q' = 1$. Позначимо через $F^s_{p,q}(G)$ банахів простір Лізоркіна-Трібеля на G. Відомо, що $F^s_{p,2}(G) = H^s_p(G)$ і $F^s_{p,p}(G) = B^s_{p,p}(G)$, де $H^s_p(G)$ - простір беселевих потенціалів, а $B^s_{p,p}(G)$ - простір Бесова. Позначимо через $F^s_{p,q}\langle G\rangle$ простір $F^s_{p,q}(G)$ у випадку $s \geq 0$, або простір, спряжений до $F^{-s}_{p',q'}(G)$, у випадку $s < 0$.

Нехай вектор $\vec{\varkappa} := (\varkappa_1, \ldots, \varkappa_m)$, а $\varkappa^\circ := \max\{\varkappa_1, \ldots, \varkappa_m\}$, де $\varkappa_1, \ldots, \varkappa_m$ - невід"ємні цілі числа. Припустимо, що $\varkappa^\circ > 0$, $s \in \mathbb{R} \setminus \{1/p, \ldots, \varkappa^\circ - 1 + 1/p\}$ і позначимо через $\tilde{F}^{s,\vec{\varkappa}}_{p,q}(G)$ поповнення множини $C^\infty(\bar{G})$ за нормою

$$\|v, F^s_{p,q}\langle G\rangle\| + \sum_{j=1}^{m} \sum_{1 \leq r \leq \varkappa_j} \|(D^{r-1}_\nu v)\restriction\Gamma_j, B^{s-r+1-1/p}_{p,p}(\Gamma_j)\|.$$

Тут $D_\nu := i \cdot \partial/\partial\nu$, $\partial/\partial\nu$ - оператор похідної вздовж орта внутрішньої нормалі до Γ; $B^t_{p,p}(\Gamma_j)$ - простір Бєсова на Γ_j. Для $\varkappa^\circ > 0$, $s \in \{1/p, \ldots, \varkappa^\circ - 1 + 1/p\}$ простір $\tilde{F}^{s,\vec{\varkappa}}_{p,q}(G)$ будуємо за допомогою комплексної інтерполяції. Якщо $\varkappa^\circ = 0$, $s \in \mathbb{R}$, то $\tilde{F}^{s,\vec{\varkappa}}_{p,q}(G) := F^s_{p,q}\langle G\rangle$. З відомої теореми про сліди випливає, що

$$\tilde{F}^{s,\vec{\varkappa}}_{p,q}(G) = F^s_{p,q}(G) \quad \text{для } s > \varkappa^\circ - 1/p'. \qquad /1/$$

У випадку $q = 2$, $\varkappa_1 = \ldots = \varkappa_m = \varkappa$ простори $\tilde{F}^{s,\vec{\varkappa}}_{p,q}(G)$ було введено Я.А.Ройтбергом і позначено ним через $\tilde{H}^{s,p,(\varkappa)}(G)$.

В §2 розглянуто локально еліптичну крайову задачу на G та введено оператори, пов"язані з нею.

Нехай задано лінійні диференціальні вирази $L = L(x, D)$, $x \in \bar{G}$, $\operatorname{ord} L = 2l$ - парне число, та $M^{(r)}_j = M^{(r)}_j(x, D)$,

де $j=1,\dots,m$; $r=1,\dots,l$; $x\in\Gamma_j$, $\operatorname{ord} M_j^{(r)}=m_j^{(r)}$.
Коефіцієнти цих виразів вважаємо нескінченно гладкими на відповідних множинах. Покладемо $M_j:=(M_j^{(1)},\dots,M_j^{(l)})$,
$\varkappa_j:=\max\{2l, m_j^{(1)}+1,\dots,m_j^{(l)}+1\}$ для $j=1,\dots,m$;
$\Lambda:=(L,M_1,\dots,M_m)$, $\vec{\varkappa}:=(\varkappa_1,\dots,\varkappa_m)$, $\vec{l}:=(l,\dots,l)$.
Тоді /лема 2.1/ відображення $C^\infty(\bar G)\ni v\mapsto\Lambda v$ продовжується за неперервністю до лінійних обмежених операторів

$$\Lambda_{s,p,q}:\tilde F^{s,\vec\varkappa}_{p,q}(G)\to\tilde F^{s-2l,\vec\varkappa-2\vec l}_{p,q}(G)\times\prod_{j=1}^{m}\prod_{r=1}^{l}B^{s-m_j^{(r)}-1/p}_{p,p}(\Gamma_j),$$

$s\in\mathbb R$, $p,q\in\,]1,\infty[$.

З рівності /1/ випливає,що у випадку $s>\varkappa^0-1/p'$ оператор $\Lambda_{s,p,q}$ діє в просторах Лізоркіна-Трібеля.

Далі припустимо,що Λ - локально еліптична крайова задача на $\bar G$,тобто L - власно еліптичний вираз на $\bar G$,і для довільного $j=1,\dots,m$ система M_j накриває L на Γ_j .

В §3 побудовано та досліджено модельну задачу,що відповідає набору Λ в достатньо малому околі точки $x\in G$.

В §4 доведено кілька теорем про нетеровість операторів задачі Λ .

<u>Теорема 1 /4.1/</u>. Для довільних $s\in\mathbb R$, $p,q\in\,]1,\infty[$ оператор $\Lambda_{s,p,q}$ є нетеровим ,його ядро та коядро не залежать від індексів s , p , q .

Сформульована теорема поширює твердження Я.А.Ройтберга на шкалу $F^s_{p,q}$. Вона також узагальнює відомий результат Г.Трібеля на випадок нерегулярної еліптичної крайової задачі і довільних дійсних s .

Покладемо $\mathcal F^s_{p,q}(G):=F^s_{p,q}(G)$,якщо $s\geq 0$. У випадку $s<0$ позначимо через $\mathcal F^s_{p,q}(G)$ простір,спряжений до замикання множини $C_0^\infty(G)$ в топології простору $F^{-s}_{p',q'}(G)$.
Тоді для кожного $s\in\mathbb R$ неперервно $\mathcal F^s_{p,q}(G)\subset F^s_{p,q}(G)$ і,якщо додатково $s\notin\{-1+1/p,-2+1/p,\dots\}$,то $\mathcal F^s_{p,q}(G)=F^s_{p,q}(G)$.

<u>Теорема 2 /4.5/</u>. Нехай $s \in \mathbb{R}$, $p,q \in]1,\infty[$, $m_j^{(r)} < 2l$ для усіх $j = 1,\dots,m$; $r = 1,\dots,l$ і дано банахів простір $X(G)$, неперервно вкладений в простори $\mathcal{D}'(G)$ і $F^{s-2l}_{p,q}(G)$, такий, що множина $C^\infty(\bar G) \cap X(G)$ щільна в $X(G)$. Тоді

а/ множина $D^\infty(\bar G) := \{ v \in C^\infty(\bar G) : Lv \in X(G) \}$ щільна в банаховому просторі $D(G) := \{ v \in \mathcal{F}^s_{p,q}(G) : Lv \in X(G) \}$ з нормою $\| v, \mathcal{F}^s_{p,q}(G)\| + \| Lv, X(G)\|$.,

б/ відображення $D^\infty(G) \ni v \mapsto \Lambda v$ продовжується за неперервністю до обмеженого нетерового оператора

$$\mathcal{L}^{s,p,q} : D(G) \to X(G) \times \prod_{j=1}^{m} \prod_{r=1}^{l} B^{s-m_j^{(r)}-1/p}_{p,p}(\Gamma_j).$$

В дисертації наведено приклади просторів $X(G)$ таких, що з теореми 2 випливають відомі твердження Ж.-Л.Ліонса, Е.Мадженеса про розв"язність регулярної еліптичної крайової задачі. Доведено також відповідні аналоги теорем І,2 для повної шкали просторів типу $B^s_{p,q}$.

В §5 досліджено локальну регулярність узагальнених розв"язків загальної крайової задачі поблизу точок її еліптичності. Наведемо один результат з цього параграфу. Припустимо, що набір $\Lambda = (L, M_1, \dots, M_m)$ є еліптичною крайовою задачею на деякій компактній множині $\Omega \subset \bar G$, $\Omega \cap \Gamma \neq \emptyset$, тобто вираз L є еліптичним на Ω, власно еліптичним на $\Omega \cap \Gamma$, і для довільного $j = 1,\dots,m$ такого, що $\Omega \cap \Gamma_j \neq \emptyset$, система M_j накриває L на $\Omega \cap \Gamma_j$.

<u>Теорема 3 /5.4/</u>. Нехай $s,t \in \mathbb{R}$; $p,q,\rho,\theta \in]1,\infty[$, $v \in \tilde F^{t,\vec{\varkappa}}_{\rho,\theta}(G)$ і для деякої функції $\varphi \in C^\infty(\bar G)$, що дорівнює одиниці в околі множини Ω, виконується

$$\varphi \Lambda_{t,\rho,\theta} v \in \tilde F^{s-2l,\vec{\varkappa}-2l}_{p,q}(G) \times \prod_{j=1}^{m} \prod_{r=1}^{l} B^{s-m_j^{(r)}-1/p}_{p,p}(\Gamma_j).$$

Тоді існують такий окіл V множини Ω і така функція $\psi \in C^\infty(\bar G)$, $\psi(x) = 1$, $x \in V$, що $\psi v \in \tilde F^{s,\vec{\varkappa}}_{p,q}(G)$.

В другому розділі дисертації вивчається клас нелокальних еліптичних граничних задач.

В §6 дано означення нелокальної еліптичної граничної задачі і введено відповідні оператори.

Нехай G, G_1 - обмежені відкриті множини в $\mathbb{R}^n$ з границями Γ і γ класу C^∞. Множини G і G_1 розташовані локально по один бік відносно своїх границь. Припустимо, що $\bar{G}_1 \subset G$ та існує нескінченно гладкий дифеоморфізм $\alpha : \Gamma \leftrightarrow \gamma$. Покладемо $G_2 := G \setminus \bar{G}_1$.

Нехай задано лінійні диференціальні вирази $L_r = L_r(x,D)$, $r=1,2$; $x \in \bar{G}_r$, $\operatorname{ord} L_r = 2l_r$ - парне число, $\lambda := l_1 + 2l_2$, $l_3 := l_2$, та $M_{j,r} = M_{j,r}(x,D)$, $j = 1,\dots,\lambda$; $r=1,2,3$; $x \in \gamma$ /якщо $r=1,2$/, або $x \in \Gamma$ /якщо $r=3$/; $\operatorname{ord} M_{j,r} \le \sigma_j + 2l_r$, де $\sigma_1,\dots,\sigma_\lambda$ - деякі цілі числа. Коефіцієнти усіх виразів вважаємо нескінченно гладкими на відповідних множинах. Для $j=1,\dots,\lambda$; $v=(v_1,v_2) \in C^\infty(\bar{G}_1)\times C^\infty(\bar{G}_2)$ задамо функцію $M_j v$:
$(M_j v)(x) := (M_{j,1} v_1)(\alpha x) + (M_{j,2} v_2)(\alpha x) + (M_{j,3} v_2)(x)$, $x \in \Gamma$.
Нехай $\sigma_0 := \max\{0, \sigma_1+1,\dots,\sigma_\lambda+1\}$. У випадку $\vec{\kappa} = (\kappa,\dots,\kappa)$ позначимо $\tilde{F}^{s,(\kappa)}_{p,q}(G_r) := \tilde{F}^{s,\vec{\kappa}}_{p,q}(G_r)$. Тоді /лема 6.I/ відображення $C^\infty(\bar{G}_1)\times C^\infty(\bar{G}_2) \ni v = (v_1,v_2) \mapsto (L_1 v_1, L_2 v_2, M_1 v,\dots,M_\lambda v)$ продовжується за неперервністю до лінійних обмежених операторів

$$\mathcal{L}_{s,p,q} : \prod_{r=1}^{2} \tilde{F}^{s+2l_r,(\sigma_0+2l_r)}_{p,q}(G_r) \to \prod_{r=1}^{2} \tilde{F}^{s,(\sigma_0)}_{p,q}(G_r) \times \prod_{j=1}^{\lambda} B^{s-\sigma_j-1/p}_{p,p}(\Gamma),$$
$$s \in \mathbb{R},\ p,q \in]1,\infty[.$$

Далі припустимо, що набір $(L_1, L_2, M_1,\dots,M_\lambda)$ є нелокальною еліптичною граничною задачею, тобто L_1 і L_2 - власно еліптичні вирази на $\bar{G}_1$ і $\bar{G}_2$, а на Γ виконуються відповідні умови накриття.

В §7 побудовано і досліджено системи на $\mathbb{R}^n_+$, що відповідають нелокальній граничній задачі у випадку точки $x \in \Gamma$.

В §8 доведено різні теореми про нетеровість операторів задачі $(L_1, L_2, M_1,\dots,M_\lambda)$. Наведемо одну з них.

Теорема 4 /8.I/. Для довільних $s \in \mathbb{R}$, $p, q \in]1, \infty[$ оператор $\mathcal{L}_{s,p,q}$ є нетеровим; його ядро та коядро не залежать від індексів s, p, q.

На закінчення автор висловлює щиру подяку В.А.Михайлецю за постановку задачі і керівництво роботою.

Основні результати дисертації опубліковано в наступних роботах:

I. Мурач А.А. Нелокальные эллиптические задачи в обобщенных функциях // Докл. АН Украины. - 1991. - № 12. - С. 8-II.

2. Мурач А.А. О нелокальных эллиптических граничных задачах в шкалах функциональных пространств // Науково-технічна конференція "Пам"яті академіка М.П.Кравчука" /до 100-річчя з дня народження/, Київ, 12-15 трав. 1992 р. - Київ, 1992. - С. 33.

3. Михайлець В.А., Мурач А.А. Смешанные эллиптические граничные задачи в полных шкалах пространств типа Никольского-Бесова // Тези Першої українсько-американської школи "Диференціальні рівняння та їх застосування"; Україна, Крим, Судак, I-10 черв. 1993 р. Ч. I. - Київ, 1993. - С. 30.

4. Мурач А.А. Нелокальные эллиптические граничные задачи для систем типа Дуглиса-Ниренберга // Дифференц. уравнения. - 1994. - 31, № 12. - С. 2180-2182.

5. Мурач А.А. Эллиптические краевые задачи в полных шкалах пространств типа Лизоркина-Трибеля // Докл. АН Украины. - 1994. - № 12. - С. 36-39.

6. Мурач А.А. Эллиптические краевые задачи в полных шкалах пространств типа Никольского // Укр. мат. журн. - 1994. - 46, № 12. - С. 1647-1654.

7. Murach A.A. A nonlocal boundary value problem in the scales of banach functional spaces. - International Conference on Functional Differential Equations and Applications; Moscow, Russia, August, 14-21, 1994; Abstracts. - Moscow, 1994. - P. 61-62.

Мурач А.А. Эллиптические операторы в полных шкалах функциональных пространств. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - математический анализ.- Национальная Академия Наук Украины, Институт математики, Киев, 1995 г.

Диссертация посвящена некоторым вопросам математического анализа, связанным с современной теорией дифференциальных уравнений в частных производных. Рассмотрены эллиптические задачи с локальными и нелокальными краевыми условиями. Доказаны теоремы о нетеровости операторов, отвечающих этим задачам в полных шкалах функциональных пространств типа Лизоркина-Трибеля и Никольского-Бесова. Эти теоремы содержат как частный случай известные результаты Ж.-Л.Лионса, Э.Мадженеса, Я.А.Ройтберга, Х.Трибеля для краевых задач и результаты Я.А.Ройтберга, З.Г.Шефтеля для нелокальных граничных задач. Кроме того, исследована локальная регулярность обобщенных решений краевых задач в окрестности точек их эллиптичности.

Murach A.A. Elliptic operators in complete scales of function spases. Manuscript. Thesis for a degree of candidate of Science (Ph.D.) in Physics and Mathematics, speciality 01.01.01- Mathematical Analisis.-National Academy of Science of Ukraine, Mathematical Institute, Kyiv, 1995.

The thesis is devoted to certain questions connected with the morden theory of partial differential equations. Elliptic problems with local and nonlocal boundary value conditions are consedered. We prove the theorems on Fredholm propetry of the operators, corresponding to these problems in the complete scales of the Lizorkin-Triebel and the Nikolsky-Besov types. As a particular case, these theorems containe the known results of J.-L.Lions, E.Magenes, Ya.A.Roitberg, H.Triebel for boundary value problems and the results of Ya.A.Roitberg, Z.G.Sheftel for nonlokal boundary value problems. In additions, we investigate the local regularity of generalized solutions of boundary value problems in a neighbourhood of the points, in which the problem is elliptic.

К л ю ч о в і с л о в а : Еліптична крайова задача; локальні та нелокальні крайові умови; шкали функціональних просторів; простори Лізоркіна-Трібеля і Нікольського-Бесова; локальна регулярність узагальнених розв'язків.

Підп. до друку 14 11 95 . Формат 60х84/16. Папір друк. Офс. друк.
Ум. друк. арк. 0,7. Ум. фарбо-відб. 0,7. Обл.-вид. арк. 0,5.
Тираж 100 пр. Зам. 249 . Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики НАН України
252601 Київ 4, МСП, вул. Терещенківська, 3