

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ  
Київський міжнародний університет  
цивільної авіації

На правах рукопису

АНДРОЩУК Людмила Вікторівна

УДК 539.3:533.6

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ВІСЕСИМЕТРИЧНИХ ТІЛ,  
ВЗАЄМОДІЮЧИХ З ГАЗОВИМ СТРУМЕНЕМ

05.02.07 - механіка деформівного  
твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Київ 1995

*Л. Андрощук*

539.3

ЛННБ України ім.В.Стефаніка



00344157 (O)

Дисертація є рукописом

Роботу виконано в Науково-дослідному інституті механіки швидкоплинних процесів Міністерства освіти України.

Науковий керівник - доктор технічних наук,  
ст.наук.сп. С.К.Нікітін

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук,  
професор Б.О.Галанов

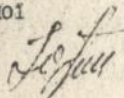
кандидат фізико-математичних наук,  
ст.наук.сп. А.П.Коваленко

Провідна організація - Міжгалузевий НІІ проблем механіки  
"Ритм" Міністерства освіти України, м.Київ

Захист відбудеться "2" лютого 1996 р. о 15-00 годині на  
засіданні спеціалізованої вченої ради К 01.35.06. в Київському  
міжнародному університеті цивільної авіації (252058, Київ - 58,  
проспект Комарова, 1, ауд.11.218).

З дисертацією можна ознайомитися в науковій бібліотеці  
Київського міжнародного університету цивільної авіації.

Автореферат розіслано "29" грудня 1995 року.

Вчений секретар спеціалізованої вченої  
ради, кандидат технічних наук  В.А.Лебедев

78-33.445

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність проблеми.** Аналіз зміни напружено - деформованого стану пружних конструкцій, взаємодіючих з струменем стискуваної рідини, є на теперішній час одним з найважливіших задач механіки суцільних середовищ, яка має місце в різних галузях сучасної техніки.

Складність рівнянь, відображуючих нестационарні процеси деформування пружних тіл, взаємодіючих з рідиною, призводить до того, що дослідники, в більшій своїй частині, орієнтуються на підходи, які призводять до максимального спрощення рівнянь, що обмежує досліджувані явища і виключає з поля зору деякі важливі механічні і фізичні процеси. Крім того, в більшості робіт розглядаються тіла спрощеної форми (циліндр, сфера) сталої товщини.

Однак, взаємодія пружного тіла з рідиною (газом) характеризується складними просторовими хвильовими процесами і супроводжується наявністю нелінійних властивостей взаємодіючих середовищ. Тому подібні дослідження доцільно виконувати на основі розв'язання загальних рівнянь руху суцільних середовищ. При цьому необхідно розробити загальний алгоритм розв'язання задачі, придатний для аналізу об'єктів різноманітної форми.

Із вивчення сучасного стану проблеми випливає, що тема дисертаційної роботи, присвячена чисельному аналізу напружено - деформованого стану пружних тіл обертання довільної форми, взаємодіючих з газовим струменем, на основі загальних рівнянь руху суцільних середовищ, є актуальною проблемою механіки деформівного твердого тіла і має важливе

значення для народного господарства.

Таким чином, метов дисертаційної роботи є:

- розробка математичної моделі "пружне тіло - оточуюче його газове середовище", яка ґрунтується на загальних рівняннях руху суцільних середовищ, придатної для дослідження об'єктів різноманітної форми;
- розробка ефективного чисельного підходу до розв'язання задач динаміки пружного тіла, взаємодіючого з газом;
- розв'язання складних задач аналізу нестационарних процесів взаємодії пружних вісесиметричних тіл з газом і визначення кількісних і якісних особливостей змін полів напружень і деформацій в просторі і часі;
- застосування розробленої методики до розв'язання складних задач, що мають прикладне значення в розрахунках напружено-деформованого стану елементів машинобудівних конструкцій під дією нестационарних навантажень.

Наукова новизна і значимість результатів полягає в побудові модифікованої моделі руху системи "пружне тіло - оточуючий його струмінь газу" на базі рівнянь руху пружного і газового середовищ у довільній системі криволінійних координат, що дало змогу врахувати хвильові процеси, та нелінійні властивості взаємодіючих елементів системи в конструкціях довільної форми; в узагальненому формулюванні граничних умов на поверхні розподілу взаємодіючих середовищ для довільних криволінійних систем координат; у розробці ефективної чисельної методики для розв'язання нестационарних задач взаємодії пружних тіл різноманітної конфігурації із стінками змінної товщини з оточуючим їх струменем газу з урахуванням особливостей взаємодіючих середовищ, що різко

відрізняються за своїми властивостями; у рішенні складних задач динаміки пружних тіл обертання з газовим струменем і вивченні кількісних і якісних особливостей зміни полів напружень і деформацій в часі і просторі; у застосуванні розробленої методики до обчислення напружено-деформованого стану елементів машинобудівних конструкцій під дією нестационарних навантажень.

**Вірогідність** отриманих результатів забезпечується адекватністю прийнятої математичної моделі реальному процесу динамічної взаємодії в розглянутих процесах, а саме відмовою від спрощувачих гіпотез для пружного тіла і газового струменя і прийняттям за основу загальних рівнянь руху суцільних середовищ; обґрунтуванням точності розв'язання дискретної задачі і сходимістю її до рішення початкової диференційної задачі; перевіркою практичної сходимості числових результатів в конкретних задачах; порівнянням деяких з отриманих результатів з опублікованими.

**Практична цінність роботи** полягає у створенні ефективного чисельного методу аналізу процесів нестационарної взаємодії пружних тіл різноманітної форми із струменем газу. Результати досліджень можуть бути використані при проектуванні різних конструкцій в авіа- та ракетобудуванні, оборонній техніці та інших галузях машинобудування. Слід зазначити, що спрощені методи, в тому числі теорії оболонок, акустична модель рідини і т.п., розроблялися і застосовувалися з метою економії ресурсів ЕОМ. В певній мірі саме через це і не застосовувалися загальні рівняння руху суцільних середовищ. Сучасний розвиток комп'ютерної техніки іде набагато швидше ніж

розробка будь яких методів. Це надає змогу зосередити увагу на наближенні моделі до реального процесу і розв'язувати задачі, в яких будь яке спрощення веде до суттєвої втрати точності, наприклад, при дослідженні порожнистих тіл із змінною товщиною стінки.

Апробація роботи. Викладені в роботі результати докладалися на XIII Міжреспубліканській конференції по чисельним методам розв'язання задач теорії пружності і пластичності (Новосибірськ, 1993р.), на II Міжнародній конференції "Газодинаміка в народному господарстві" (Севастополь, 1993р.), на семінарі Науково-дослідного інституту механіки швидкоплинних процесів (Київ, 1994р.), у повному об'ємі дисертаційна робота докладалася на семінарі Науково-дослідного інституту механіки швидкоплинних процесів (Київ, 1995р.) та на розширеному засіданні кафедри КМУГА "Опір матеріалів" (Київ, 1995р.).

Публікації. Основні результати, викладені в дисертації, опубліковані в чотирьох наукових роботах.

Особистий внесок дисертанта полягає у розробці математичної моделі у довільній криволінійній системі координат, узагальненому формулюванні граничних умов, розробці чисельної методики і рішенні складних задач взаємодії пружних елементів конструкцій із струменем газу. Визначено типи конструкцій, для яких доцільно застосовувати розроблену методику з урахуванням взаємодії середовищ, і типи конструкцій, де процес взаємодії можна не враховувати. Створений чисельний алгоритм та комплекс програм для ПЕОМ типу IBM PC що відповідає сучасним вимогам до прикладного програмного забезпечення.

Структура дисертації. В роботі систематично викладені питання, зв'язані з розробкою єдиного підходу до рішення задач нестационарної динаміки пружних тіл обертання, взаємодіючих з газом, і розв'язанням на його основі задач дослідження напружено - деформованого стану порожнистих вісесиметричних тіл різноманітної форми в умовах впливу навантажень, що швидко змінюються в просторі і часі. Викладення матеріалу в дисертації ведеться по схемі: опис розробленої моделі і обчислювального підходу до рішень зазначених проблем, у тому числі питання вірогідності результатів рішень по запропонованому підходу; побудова рішень задач динаміки пружних тіл, газу і їх взаємодії для тіл циліндричної, конічної, сферичної, еліпсоїдальної та інших складних форм із стінками сталого та змінної товщини; викладення результатів розв'язання цих задач, зв'язаних з визначенням фізичних полів системи і впливом газового середовища на зміну напружено-деформованого стану тіл зазначеної форми.

Обсяг дисертації. Дисертація складається з вступу, шести розділів, основних висновків та списку використаної літератури з 132 найменувань та додатку. Робота викладена на 178 сторінках друкарського тексту і має 83 малюнків і 3 таблиці.

#### ЗАГАЛЬНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі на основі огляду досліджень, що стосуються аналізу задач динаміки пружних тіл, газу і їх взаємодії, формулюється мета роботи, її наукова новизна, вірогідність і практична цінність.

У науковій літературі міститься деяка кількість робіт,

присвячена безпосередньо досліджуваній темі, однак, відомо багато робіт, в яких розглядаються споріднені задачі нестационарної аеропружності. Значний внесок в рішення проблеми нестационарної аеропружності і окремих її аспектів зробили вчені Р.Л.Бісплінгхофф, А.С.Вольмір, Ш.У.Галієв, О.Г.Горшков, Є.І.Григолюк, О.М.Гузь, М.А.Ільгамов, М.О.Кільчевський, В.Д.Кубенко, І.О.Луковський, Б.І.Рабінович, І.Т.Селезов, В.А.Троценко, Г.Фершинг, Я.Ц.Фин та інші.

Задачі аналізу нестационарних процесів деформування пружних тіл, що є необхідним першим етапом в дослідженні питань про взаємодію деформованих тіл з газом ґрунтуються на рівняннях теорії пружності і рівняннях теорії оболонок і пластин. Відомо, що класична теорія оболонок для задач динаміки досить точно визначає тільки інтегральні характеристики процесу і не окреслює хвильові процеси, що виникають при згинних деформаціях оболонок.

Проблема взаємодії призводить до рішення складної крайової задачі, де нелінійними є рівняння рідини. Складність чисельного інтегрування задач взаємодії в значній мірі пов'язана з тим, що необхідно задовольняти умовам на поверхні розподілу середовищ, що різко відрізняються механічними властивостями.

У першому розділі розроблена математична модель руху системи "пружне тіло - газ" і підхід до рішення задачі. Враховуючи, що розглядаються пружні вісесиметричні тіла, на форму мерідионального перетину яких, у загальному випадку, не накладаються ніякі обмеження, за основу прийняті рівняння динаміки суцільного пружного середовища в довільній системі

криволінійних координат  $x^i$ , вибраних таким чином, що границі тіла співпадали з координатними поверхнями.

Для вісесиметричного тіла система рівнянь руху пружного тіла в переміщеннях має вигляд:

$$(\lambda + \mu) g^{ki} \left( \frac{\partial^2 u^j}{\partial x^i \partial x^j} + \Gamma^j_{ii} \frac{\partial u^i}{\partial x^i} + u^i \frac{\partial \Gamma^j_{ii}}{\partial x^i} \right) + \mu g^{ij} \left( \frac{\partial^2 u^k}{\partial x^i \partial x^j} - \Gamma^j_{ii} \frac{\partial u^k}{\partial x^i} \right) = \rho \frac{\partial^2 u^k}{\partial t^2}, \quad (1)$$

де  $u^k$  - контраваріантні компоненти вектора перемішень,  $g^{ki}$  - компоненти метричного тензора,  $\Gamma^k_{ij}$  - символи Кристофеля другого роду,  $\lambda$  і  $\mu$  - коефіцієнти Ламе,  $t$  - час,  $\rho$  - густина матеріалу тіла.

Для обчислення компонент метричного тензора вводяться декартові координати  $X, Y, Z$ , а геометрія певного досліджуваного об'єкту окреслюється співвідношеннями між декартовою  $X, Y, Z$  і криволінійною системами координат  $x^i$ :

$$X = X(x^i); \quad Y = Y(x^i); \quad Z = Z(x^i).$$

Тоді значення коваріантних  $g_{ij}$  і контраваріантних  $g^{ij}$  компонент метричного тензора і його фундаментального визначника записуються формулами:

$$g_{ij} = \frac{\partial X}{\partial x^i} \frac{\partial X}{\partial x^j} + \frac{\partial Y}{\partial x^i} \frac{\partial Y}{\partial x^j} + \frac{\partial Z}{\partial x^i} \frac{\partial Z}{\partial x^j}.$$

Компоненти тензора напружень визначаються відповідно до закону Гука:  $\sigma^{ij} = \lambda \theta g^{ij} + 2\mu c^{ij}$ , де  $\theta = g_{11} c^{11} + g_{22} c^{22} + g_{33} c^{33}$ ,

$c^{ij}$  - компоненти тензора деформацій

$c^{ij} = 1/2 (g^{ij} \nabla_i u^j + g^{ji} \nabla_j u^i)$ ,  $\nabla_i u^j$  визначається за формулою:

$$\nabla_i u^j = \frac{\partial u^j}{\partial x^i} + u^k \Gamma^j_{ik}.$$

Граничні умови визначені на незакріплених поверхнях тіла умовами силової рівноваги:  $\sigma^{*ij} = p^{ij}$ , де  $p^{ij}$  - величини відповідних компонентів зовнішнього силового поля;  $\sigma^{*ij}$  - фізичні компоненти тензора напружень. На закріплених поверхнях відповідні компоненти вектора переміщень дорівнюють нулю. Знаком \* тут і далі відмічені фізичні компоненти тензорів.

Щоб окреслити нестационарний рух рідини в загальному випадку необхідно розглядати систему нелінійних рівнянь газової динаміки в частинних похідних. Досліджується рух трансзвукового струменя нев'язкого газу, для якого система рівнянь в довільних криволінійних координатах в диференціальній формі для вісесиметричних задач має вигляд:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{A}} \frac{\partial}{\partial y^i} (\gamma v^i \sqrt{A}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\gamma v_{,k}^*)}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{A}} \frac{\partial}{\partial y^i} (\gamma v_{,k}^* v^i \sqrt{A} + b_{,k}^i p + b_{,k}^i \gamma C (v_{,k}^* | v_{,k}^* | \sqrt{A})) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{A}} \frac{\partial}{\partial y^i} \left[ (E_p v^i + v^i p + \gamma C v_{,n}^* | v_{,n}^* | v^i) \sqrt{A} \right] = 0, \quad (4)$$

$$e = e(p, \gamma), \quad (5)$$

де  $e$  - внутрішня енергія газу зв'язана з повною енергією  $E_p$  виразом  $E_p = \gamma(v^2/2 + e)$ ;  $v_{,k}^*$ ,  $v^i$  - компоненти вектора швидкості в декартовій  $X, Y, Z$  і криволінійній  $y^1, y^2, y^3$  системах координат;  $A$  - фундаментальний визначник метричної форми рідини;  $b_{,k}^i$  - алгебраїчне доповнення якобіана  $J^{-1}$  перетворення декартової системи координат до криволінійної, що відповідає члену  $j_{,k}$ ;  $C$  - параметр штучної в'язкості;  $\gamma$  - густина середовища;  $p$  - тиск;  $t$  - час.

Введення штучної в'язкості надає змогу врахувати ударні хвилі, які можуть виникати при обтіканні пружного тіла газом, і застосувати чисельний метод для розв'язання наведеної системи рівнянь. Вводячи штучну в'язкість, розглядаємо тензор напружень як суму тензору тиску і тензору штучної в'язкості  $\sigma = (p + w)$ , де  $w = \nu c |v_k^*| v_k^* \sqrt{\Delta}$ .

Система гіперболічних рівнянь (2) - (4) записана в дивергентній формі. Зв'язок між декартовими  $v_k^*$  і контраваріантними  $v^i$  компонентами вектора швидкості  $\bar{v}$  визначається співвідношенням  $v_k^* = J^{-1} v^i$ .

Геометрія досліджуваного об'єму, зайнятого газом, визначена рівняннями переходу від декартової системи координат до криволінійної:

$$X = X(y^i), \quad Y = Y(y^i), \quad Z = Z(y^i).$$

Визначимо граничні залежності для швидкостей на жорстких поверхнях обтічного тіла, враховуючи, що розглядається нев'язкі рідини. Тоді умови непроникності границі та вільного ковзання записуються таким чином:  $\partial v^i / \partial n = 0$ ,  $\partial p / \partial n = 0$ , тут  $\partial / \partial n$  - похідна по нормалі до границі. Для вісесиметричної задачі в криволінійній системі координат отримуємо:  $a^{11} \partial v^3 / \partial y^1 + a^{13} \partial v^3 / \partial y^3 = 0$ . Це рівняння використовується для визначення швидкостей. Умова на граничних поверхнях для тиску у випадку відсутності масових сил має вигляд:  $a^{11} \partial p / \partial y^1 + a^{13} \partial p / \partial y^3 = 0$ .

Рух системи "пружне тіло вісесиметричної форми оточує його газове середовище" окреслюється рівняннями руху пружного тіла, рівняннями руху рідини та граничними умовами.

Ця задача містить в собі дві взаємозв'язаних проблеми: визначення зовнішніх гідродинамічних сил при заданих законах руху газу і розрахунок характеристик напружено-деформованого стану пружного тіла при відомому навантаженні. Тобто задача полягає в знаходженні рішення системи розв'язуючих диференціальних рівнянь, окреслюючих рух елементів конструкції і взаємодіючого з ними газу, яке б задовольняло краєвим умовам на межі розподілу середовищ. Використання тензорної символіки в математичній моделі системи "пружне тіло - газовий струмінь" надає змогу досліджувати геометрію тіл різноманітної форми.

Граничні умови на поверхні розподілу взаємодіючих середовищ містять в собі рівність нормальних до поверхні розподілу складових векторів швидкості пружного тіла і рідини:  $\bar{v} \cdot \bar{n} = \bar{w} \cdot \bar{n}$ , де  $\bar{v}$  - вектор швидкості точок граничної поверхні газу,  $\bar{w}$  - вектор швидкості граничної поверхні пружного тіла,  $\bar{n}$  і  $\bar{n}$  - одиничні вектори нормалей до поверхні розподілу.

Таким чином, розглянуті дві задачі: роз'єднана, де границі газової області вважаються жорсткими; та задача взаємодії, де враховуються пружні властивості границі розподілу взаємодіючих середовищ. Відмінність граничних умов задачі взаємодії і роз'єднаної задачі полягає в тому, що компонента вектора швидкості газового струменя, нормальна до поверхні розподілу середовищ, в роз'єднаній задачі дорівнює нулю, а в задачі взаємодії ця компонента визначається відповідно до швидкості граничної поверхні пружного тіла в кожен момент часу.

Отж, тиск газу на поверхні розподілу в роз'єднаній

задачі не залежить від напружено-деформованого стану пружного тіла, в той час, як у задачі взаємодії тиск газу, а відповідно, і навантаження на пружне тіло в кожен момент часу обчислюється з урахуванням напружено-деформованого стану пружного тіла.

Таким чином рух системи "пружне тіло вісесиметричної форми - оточуючий його газ" окреслюється рівняннями руху пружного тіла (1), газу (2-4) і граничними умовами. Початкові умови визначаються значеннями  $u^0$ ,  $w^0$ ,  $v^0$  в момент часу  $t=0$ . Запропонована модель дозволяє окреслювати в загальному вигляді поведінку систем різноманітної форми.

Для розв'язання задачі в роботі використовується підхід, що ґрунтується на методі кінцевих різниць, що дозволяє побудувати єдиний алгоритм розв'язання задач для вісесиметричних тіл довільної форми.

Для розв'язання рівнянь, окреслюючих динаміку газового середовища використовується явна різницева схема Мак-Кормака. За цієї схемою виконується попередній розрахунок функцій (крок предиктор) і уточнюючий розрахунок (крок коректор).

Вірогідність отриманих результатів підтверджується адекватністю прийнятої математичної моделі реальному процесу динамічної взаємодії в досліджуваних системах, сходиність крайової задачі та порівнянням рішення тестових задач з контрольними прикладами, наведеними в опублікованих роботах інших авторів. Оцінювалась сходиність і точність як окремих етапів методики так і всього алгоритму в цілому.

Застосування розробленого підходу дозволяє розв'язувати на основі єдиного алгоритму класи задач нестационарної

взаємодії пружних тіл різноманітної конфігурації з газовим струменем. Крім того, запропонований алгоритм може бути розділений на незалежні частини, які використовуються для аналізу нестационарних процесів деформування пружних тіл обертання і руху газового струменя навколо тіл з жорсткими стінками.

Порівнювалися результати рішення сумісної задачі, де границя розподілу середовищ вважалась пружною, з результатами рішення роз'єднаної задачі, де границя розподілу середовищ вважалась жорсткою. Результати досліджень отримані у безрозмірних величинах. Як результат рішення задач знайдені величини і характер змін компонент вектору переміщень і тензору напружень деформованого тіла, а також характеристики газового струменя.

У другому розділі аналізується напружено - деформований стан порожнистого циліндру із стінкою сталюї товщини, взаємодіючого з нестационарним газовим струменем в його порожнині.

У третьому розділі розглядається вплив газового струменя на напружено-деформований стан порожнистого конусу із змінною товщиною стінки  $h_1/h_2 = 2$ , в порожнині якого рухається струмінь газу.

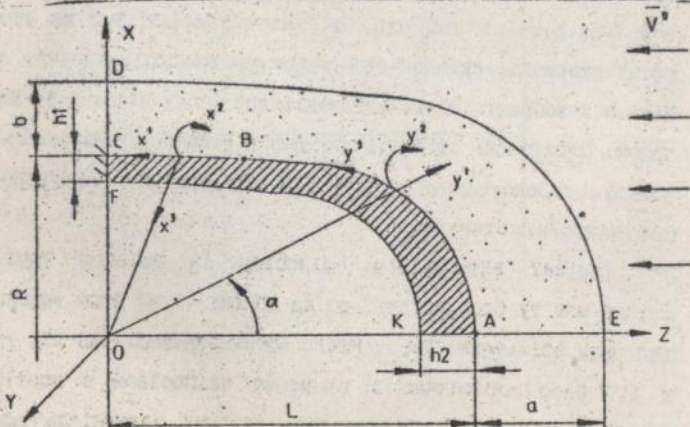
У четвертому розділі досліджується залежність параметрів напружено-деформованого стану тіла складної форми, що відповідає конфігурації сопла Лавалю з вхідним радіусом  $R_1$ , вихідним радіусом  $R_2$ , радіусом мінімального перетину  $R_{np}$ , довжиною  $L$ , товщиною стінки на вході та виході  $h_1$  та  $h_2$ . Струмінь газу в порожнині тіла нестационарний.

Досліджуване тіло має такі безрозмірні параметри:

$R = 1$ ;  $R_{k,p} = 0,38$ ;  $R_b = 0,71$ ;  $L = 2$ ;  $h_1 = 0,0125$ ;  $h_2 = 0,025$ .

Тіло, особливо в його мінімальному перерізі, проявляє високу чутливість до ефекту взаємодії пружної стінки з струменем газу в його порожнині, і найбільший ефект взаємодії у цьому перерізі досягає 30% для функції  $\sigma^{*2,2}$  при  $h=0,0125$ . Хоч із збільшенням товщини стінки ефект взаємодії значно зменшується, однак складає значну величину. Так із збільшенням товщини стінки у два рази ефект взаємодії зменшився і складає 16%. Такі результати призводять до висновку, що при розрахунках напружено-деформованого стану пружних тіл складної форми доцільно враховувати взаємодію пружного та газового середовищ.

У п'ятому розділі аналізується процес взаємодії пружного еліпсоїду із зовнішнім струменем газу (мал.5.1), де  $X, Y, Z$  - декартові координати;  $x^1, x^2, x^3$  - криволінійні координати, зв'язані з пружним еліпсоїдом;  $y^1, y^2, y^3$  - криволінійні координати зв'язані з газом.



Мал. 5.1

Досліджені еліпсоїди витягнутий  $L < R$ , сплющений  $L > R$  і сфера  $L=R$  з сталою і змінною товщиною стінки при  $h_2/h_1=2$ . Газове середовище окреслюється областю ACDE. Вивчалися сталні еліпсоїди при наступних безрозмірних параметрах. Еліпсоїди з постійною товщиною стінки  $h = 0,025$ :

- сфера  $R = 1, L = 1, b = 15, a = 25$ ;
- витягнутий  $R = 1.5, L = 1, b = 15, a = 25$ ;
- сплющений  $R = 1, L = 1.5, b = 15, a = 25$ ;

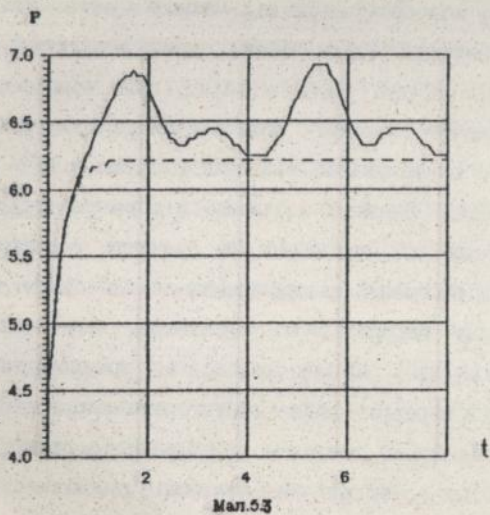
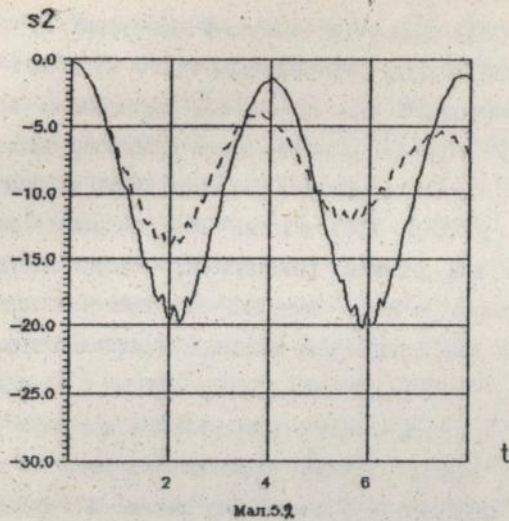
Витягнутий еліпсоїд із змінною товщиною стінки:

$$h_1 = 0.025, h_2 = 0.05, R = 1.5, L = 1, b = 15, a = 25.$$

Деякі результати зображені на мал. 5.2, 5.3. На цих малюнках суцільними кривими зображені результати рішення сумісних задач, а штриховими - роз'єднаних задач.

На характер і величину ефекту взаємодії суттєвий вплив мають форма еліпсоїду і товщина стінки. Найбільш чутливим до взаємодії пружного і газового середовищ виявився витягнутий еліпсоїд з постійною товщиною стінки, особливо його полюс в точці А, де ефект взаємодії для функції  $S_2 = \sigma^{*22}(t)$  досягає 40% (мал.5.2), в той час, як для сфери при тих же умовах ефект взаємодії складає 18% а для сплющеного еліпсоїду 12%. Мал. 5.3 зображує ефект взаємодії для тиску в точці В. Таким чином, сплющений еліпсоїд проявляє найменшу чутливість до впливу газового середовища на параметри напружено - деформованого стану.

Варіант витягнутого еліпсоїду із змінною товщиною стінки має ту особливість, що на полюсі (т.А) його товщина у два рази збільшена. Це зменшило ефект взаємодії до 7%, тобто у 5,7 рази порівнянно з таким же еліпсоїдом з постійною товщиною стінки. Це підтверджує суттєву залежність ефекту



взаємодії від товщини стінки елемента конструкції.

У шостому розділі розв'язується задача взаємодії моделі кожуха атомного реактора з газовим середовищем під час вибуху. Кожух атомного реактора можна приблизно змодельовати як конструкцію, що складається з циліндричної та гофрованої частин. У розділі представлені два можливих варіанти розрахунків при різному розташуванні центру вибуху. Ця задача частково моделює ситуацію на Чорнобильській АЕС. Досліджувана конструкція має наступні значення безрозмірних параметрів:

$$R = 1; L = 1,2; h = 2,1 \times 10^{-3}; K = 2,7 \times 10^{-2}.$$

У цій задачі суттєве значення має те, що газове середовище знаходиться у замкненому об'ємі і газові хвилі багаторазово відображаються від стінок кожуха, нижньої та верхньої поверхонь. Таким чином, пружна конструкція працює при складній системі навантажень. У свою чергу гофрована частина кожуху виконує роль компенсатора напружень. Бивляється, що кількісне значення напруження  $\sigma^{*22}$  менше в зоні гофрованої частини, незалежно від розташування центру вибуху, в той час як кількісне значення напруження  $\sigma^{*11}$  залежить від положення центру вибуху, і має більше значення у поперечному перерізі, що проходить через центр.

Що стосується ефекту взаємодії, то для точок, що знаходяться в перерізі центру вибуху, він може досягати 40%. Тому при дослідженні напружено-деформованого стану подібних конструкцій бажано враховувати взаємодію пружного і газового середовищ.

В основних результатах та висновках дисертації сформульовані загальні висновки наукового характеру, що

випливають з проведених досліджень. На базі загальних рівнянь динаміки пружного і газового середовищ розроблена модель руху системи "пружне тіло обертання - оточуюче його газове середовище", що містить в собі рівняння руху в переміщеннях порожнистих пружних тіл обертання, рівняння руху газового середовища, а також граничні умови на поверхнях контакту пружного тіла довільної форми з газом.

Створений ефективний обчислювальний підхід до рішення задач аналізу напружено - деформованого стану пружних тіл, взаємодіючих з нестационарним газовим струменем. Розроблено єдиний алгоритм рішення поставленої задачі, придатний для аналізу об'єктів різноманітної форми.

На основі розробленого підходу розв'язані задачі нестационарної взаємодії порожнистих пружних тіл циліндричної, конічної, сферичної, еліпсоїдальної та інших складних форм сталої і змінної товщини із струменем газу.

Визначено, що найбільший ефект взаємодії елементів системи спостерігається в конструкціях складної форми при безрозмірній товщині стінки  $h \leq 0,025$ . У таких випадках ефект взаємодії може досягати 40% залежно від умов навантаження пружного тіла газовим струменем. Із збільшенням величини  $h$  ефект взаємодії зменшується, але залишається значним і складає приблизно 10% при  $h = 0,125$ . При  $h > 0,125$  ефект взаємодії швидко зменшується і для деяких інженерних задач не має практичного значення.

Таким чином, отримані результати в цілому можна кваліфікувати як рішення наукової задачі, що має важливе значення для народного господарства.

Основний зміст дисертаційної роботи викладений в наступних публікаціях:

1. Анализ нестационарных процессов деформирования стволов артиллерийских систем // Научн. тр. ИНФП АН Украины. Т.І. -Киев, 1993. -С.193-205 (соавт. Никитин С.К.).
2. Динамічна взаємодія вісесиметричних пружних тіл з газовим струменем /Рукопис деп. в ДНТБ України 25.07.95., №1853 - Укр95.
3. Численное исследование переходных процессов движения газа в трубе произвольной конфигурации // II Международная конференция " Газовая динамика в народном хозяйстве". Тезисы докладов. -Севастополь. -1993. -С.57. (соавт. Никитин С.К.).
4. Нестационарное взаимодействие осесимметричных упругих тел с потоком газа// IV -я научная конференция ученых России, Белоруссии и Украины "Прикладные проблемы механики жидкости и газа". Тезисы докладов. -Севастополь. -1995г. -С.92.

Л.В. Андручук. Напряженно - деформированное состояние осесимметричных тел, взаимодействующих с газовым потоком. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.02.07 - механика деформированного твердого тела, Киевский международный университет гражданской авиации, Киев, 1995.

Защищается модифицированная математическая модель системы, численная методика и результаты исследования напряженно - деформированного состояния упругих осесимметричных тел, взаимодействующих с потоком сжимаемой жидкости в задачах механики сплошных сред. Разработана модифицированная математическая модель системы "упругое тело - окружающая его

газовая среда" на основе общих уравнений движения сплошных сред; разработан эффективный численный подход к решению задач динамики упругого тела, который применен в области исследования напряженно - деформированного состояния элементов машиностроительных конструкций, взаимодействующих с газовым потоком.

Ключові слова: Пружне тіло, напружено - деформований стан, газовий струмінь, нестационарна взаємодія, різнищеві методи.

L.V. Androshchuk. Stress - strain state of the axial - symmetrical bodies, interacting with a gas stream. Thesis for competition candidate's degree of technical science on speciality 05.02.07 - Mechanics of elastic hard body, Kiev International University of Civil Aviation, Kiev, 1995.

The modified mathematical model of system, numerical method and scientific results of research the stress-strain state of the elastic axial - symmetrical bodies, interacting with a compressible liquid stream in problems of mechanics of solid surroundings are defended. "Elastic body - surrounding gas" modified mathematical model of system is worked out on basis of the general equations of movement of the solid surroundings; the efficacious numerical method for solving the problems of dynamics of elastic body is worked out and applied in the area of research the stress-strain state of mechanical engineering construction elements, interacting with a gas stream.

---

Підписано до друку 05.12.95. Формат 60х64/16. Папір друкарський.  
Сфсетний друк. Ум.фарбовідб.6. Ум.друк.арк. 1,16. Обл.вид.арк.1,25.  
Тираж 100 прим. замовлення № 224-І. Ціна . Вид. № 272/Ш.

---

Видавництво КМУДА.

262058. Київ-58, проспект Космонавта Комарова, І.



AB 33.775