КИЕВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ТАРАСА ШЕВЧЕНКО

На правах рукописи

АТАЕВ Гоша Амангельдыевич

МЕТОД СЕТОК ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ В КЛАССАХ ОБОБЩЕННЫХ РЕШЕНИЙ

Специальность 01.01.07 — вычислительная математика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Киев — 1995

Работа выполнена на кафедре численных методов математической физики Киевского национального университета им. Тараса Шевченко.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор **Макаров В. Л.**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор **Капшивый А. А.** кандидат физико-математических наук **Яковлев М. Ф.**

Ведущее предприятие: Институт математики НАН Украины (г. Киев).

Защита состоится ____________________ 1995 г. в ____ часов в ауд. __________ на заседании специализированного совета __________ в Киевском национальном университете им. Тараса Шевченко (252127, Киев, Проспект Глушкова, 6, факультет кибернетики).

С дессертацией можно ознакомиться в библиотеке Киевского национального университета им. Тараса Шевченко.

Автореферат разослан ______________ 1995 г.

Ученый секретарь специализированного совета — **Шевченко Владимир Петрович**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В последнее время все больший интерес исследователей вызывают задачи математической физики с нелокальными краевыми условиями. Классическим примером такого рода задач является задача Ионкина-Самарского, описывающая процес распространения тепла в тонком нагретом стержне, когда на одном конце стержня поддерживается нулевая температура и потоки тепла на концах стержня равны. Данная задача имеет большое значение также и в физике плазмы, ибо является математической моделью процесса диффузии частиц в турбулентной плазме. Другим примером нелокальных краевых задач является задача Бицадзе-Самарского, которая возникает при решении задач теории упругости и теории оболочек, например, при исследовании уравнения статики однородного, изотропного тела, при нахождении упругого равновесия тела и т.д. Особенностью указанных выше краевых задач является их несамосопряженность. Отсюда следуют трудности теоретического изучения этих задач и их дискретных аналогов /разностных схем/. Результаты общей теории разностных схем и дифференциальных уравнений не переносятся на эти задачи. Трудности связанные с несамосопряженностью усугубляются в случае, когда коэффициенты в исходных уравнениях являются разрывными, а правые части обобщенными функциями, что нередко бывает на практике. Надо отметить, что результатов исследований нелокальных краевых задач математической физики в классах обобщенных функций опубликовано сравнительно мало, и целый ряд важных вопросов оставались до последнего времени открытыми. Поэтому проблема исследования нелокальных краевых задач математической физики в обобщенной постановке и построения эффективных разностных схем для численного решения этих задач является актуальной.

Целью настоящей работы является: получение теорем существования и единственности обобщенных решений для квазилинейных уравнений параболического типа с интегральным условием в пространствах обобщенных функций (стационарный и нестационарный случаи); построение и обоснование разностных схем для квазилинейных уравнений параболического типа (стационарный и нестационарный случаи) с интегральным условием в классе обобщенных решений; построение устойчивых алгоритмов для реализации предложенных разностных схем.

Общая методика исследований. Стационараная задача с интегральным условием исследована с помощью принципа сжатых отображений и функции Грина. Нестационарная задача теплопроводности с интегральным условием исследована с помощью функции источника и метода энергетических неравенств, использующего специальные весовые нормы. Основой для построения и исследования разностных схем являются работы А. А. Самарского, В. Л. Макарова и их учеников по применению точных разностных схем для основных уравнений математической физики с самосопряженными краевыми условиями и решениями из Соболевских классов.

Научная новизна результатов состоит в следующем:

предложен метод исследования существования и единственности решения краевой задачи для квазилинейного уравнения параболического типа с интегральным условием в классе обобщенных функций; проведено теоретическое исследование разностных схем: доказаны теоремы о существовании и единственности решения, установлены оценки скорости сходимости в классе обобщенных решений.

На защиту вносятся: результаты исследования краевой задачи для квазилинейного уравнения параболического типа с интегральным краевым условием в классе обобщенных функций, а также результаты по обоснованию разностных схем для указанной выше краевой задачи.

Апробация работы. Основные результаты докладывались на международном конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения» / г. Ашгабат, 1993 г. /, на Республиканский межвузовской конференции молодых ученых и специалистов Туркменистана /Чарджоу, 1991 г. /, на кафедре численных методов математической физики Киевского национального университета им. Тараса Шевченко.

Публикации. По результатам исследований опубликовано 5 работ.

Структура и объем работы. Диссертация содержит 83 страницы компьютерного набора. Библиография содержит 73 наименования. Диссертация написана на русском языке.

Содержание работы

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав и списка цитированной литературы.

Во введении дан краткий обзор литературы, относящейся к тематике исследований и охарактеризовано основное содержание работы.

В §1.1. главы I, которая носит название «Существование и единственность решения обыкновенного квазилинейного уравнения второго порядка с интегральным условием в классах обобщенных функций», рассматривается уравнение

$$-u''(x)+q(x)u(x) = f_0(x)+\frac{df_1(x)}{dx}+f(x,u), \quad x\in(0,1), \quad (1)$$

К уравнению (1) присоединяются краевые условия

$$\alpha u(0)=\beta\int_0^1 P(x)u(x)dx+r, \qquad u(1)=0, \quad \alpha^2+\beta^2\neq 1. \quad (2)$$

Сделаем замену

$$v(x)=u(x)-(1-x)u(0) , \quad (3)$$

которая с учетом (2) приводит к соотношению

$$u(0)=\left[r+\beta\int_0^1 P(x)\ v(x)dx\right] \Big/ \left[\alpha-\beta\int_0^1 (1-x)P(x)dx\right]$$

имеющему смысл при условии

$$\mu=\alpha-\beta\int_0^1 P(x)(1-x)dx \neq 0. \quad (4)$$

В результате от задачи (1)-(2) приходим к следующей

$$Lv \equiv -v''(x)+q(x)v(x)=-(1-x)q(x)\frac{1}{\mu}\left[r+\beta\int_0^1 P(x)\ v(x)dx\right]+$$

$$+ f_0(x)+\frac{df_1(x)}{dx}+f(x,v(x)+(1-x)u(0)) , \quad (5)$$

$$v(0)=v(1)=0,$$

которая уже имеет обычные условия Дрихле.

Для доказателства существования и единственности обобщенного решения задачи (1)-(2) из пространств $W_2^1(0,1)$ и $W_2^2(0,1)$ использована функция Грина $G(x,\xi,q(\cdot))$, с помощью которой о нахождении обобщенного решения задачи (1)-(2) сведена к решению интегрального уравнения

$$v(x)=-\int_0^1 (1-\xi)q(\xi)G(x,\xi,q(\cdot))d\xi \quad \frac{1}{\mu}\left[r+\beta\int_0^1 \mathcal{P}(x)v(\xi)d\xi\right]+ \tag{6}$$

$$+\int_0^1 f_0(\xi)G(x,\xi,q(\cdot))d\xi-\int_0^1 f_1(\xi)\frac{\partial G(x,\xi,q(\cdot))}{\partial\xi}d\xi+$$

$$+\int_0^1 f(\xi,v(\xi)+(1-\xi)u(0))\;G(x,\xi,q(\cdot))d\xi,$$

которое можно записать в операторной форме

$$v=A\,v\;. \tag{7}$$

Имеет место

Лемма 1.1.1. Пусть выполнены условия

1) $q(x)\geq 0,\ \int_0^1 q(\xi)(1-\xi)d\xi<\infty$,

2) $f_i(x)\in L_2(0,1),\quad i=0,1,$

3) $\mathcal{P}(x)\in L_2(0,1),$ (8)

4) $\mu\neq 0$ (условие (4)) .

5) $\left|f(x,u)-f(x,v)\right|\leq L|u-v|,\ \forall x\in[0,1],\ u,v\in R^1,$

$$б)\ \frac{1}{4}\int_0^1 (1-\xi)q(\xi)d\xi\ \left|\frac{\beta}{\mu}\right|\left[\int_0^1 \vartheta^2(\xi)d\xi\right]^{1/2} + \frac{L}{4}\left\{1+\frac{1}{2}\left|\frac{\beta}{\mu}\right|\right.$$

$$\left.\left[\int_0^1 \vartheta^2(\xi)d\xi\right]^{1/2}\right\} \le q_0 < 1,$$

тогда будет иметь место неравенство

$$\|Av-A\bar{v}\|_{0,2,(0,1)} \le q_0\|v-\bar{v}\|_{0,2,(0,1)},\ \forall\ v,\bar{v}\in L_2(0,1),$$

т.е. оператор A будет сжимающим оператором на $L_2(0,1)$.
Доказаны следующие теоремы

<u>Теорема 1.1.3.</u> Пусть выполнены условия леммы 1.1.1, тогда решение задачи (1)-(2) $u(x)$ в классе $W_2^1(0,1)$ существует единственно и может быть получено методом последовательных приближений

$$u_n(x)=v_n(x)+\frac{1-x}{\mu}\left[r+\beta\int_0^1 \vartheta(\xi)v_n(\xi)d\xi\right], \qquad (9)$$

$$v_n=A\,v_{n-1},\quad n=1,2,\ldots, \qquad (10)$$

начиная с любого $v_0\in L_2(0,1)$, который сходится к $u(x)$ со скоростью

$$\|u_n-u\|_{0,2,(0,1)}\le \frac{q_0^n}{1-q_0}\|Av_0-v_0\|\left\{1+\left|\frac{\beta}{\mu}\right|\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\int_0^1 \vartheta^2(\xi)d\xi\right]^{1/2}\right\}. \quad (11)$$

<u>Теорема 1.1.5.</u> Пусть выполнены условия теоремы 1.1.3, $q(x)\in L_2(0,1)$, $\bar{f}(x)=f_0+df_1(x)/dx\in L_2(0,1)$, тогда решение задачи (1.1.15)-(1.1.17) в классе $W_2^2(0,1)$ существует и единственно.

Следующий параграф диссертационной работы посвящен исследованию краевой задачи для линейного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}+f_0(x,t)+\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial x}, \qquad (x,t)\in Q_T, \quad (12)$$

с нелокальным условием

$$\alpha u(0,t)=\beta\int_0^1 \mathcal{P}(x)u(x,t)dx+g(t), \qquad t\in(0,T), \tag{13}$$

$$u(1,t)=0, \tag{14}$$

и начальным условием

$$u(x,0)=\varphi(x), \tag{15}$$

где $Q_T\equiv\left\{(x,t):\ x\in(0,1),\ t\in(0,T)\right\}$.

Сделаем замену

$$v(x,t)=u(x,t)-(1-x)u(0,t), \tag{16}$$

которая с учетом (13) приводит к соотношению

$$u(0,t)=\frac{g(t)+\beta\int_0^1 \mathcal{P}(x)v(x,t)dx}{\alpha-\beta\int_0^1 (1-x)\mathcal{P}(x)dx}, \tag{17}$$

имеющему смысл при условии

$$\mu=\alpha-\beta\int_0^1 (1-x)\mathcal{P}(x)dx\neq 0. \tag{18}$$

В результате от задачи (12)-(14) приходим к задаче вида

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}+(1-x)\frac{\partial u(0,t)}{\partial t}+f_0(x,t)+\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial x},$$

$$(x,t)\in Q_T, \tag{19}$$

$$v(0,t)=v(1,t)=0, \tag{20}$$

$$v(x,0)=\varphi(x)-(1-x)\varphi(0), \tag{21}$$

где согласно (17)

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left[\beta'(t)+\beta\int_0^1 \rho(x)\,\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}\,dx\right]. \qquad (22)$$

Запишем решение задачи (19)-(21) через функцию источника $G(x,\xi,t-\eta)$ в виде

$$v(x,t)=\int_0^1 G(x,\xi,t)\left[\varphi(\xi)-(1-\xi)\varphi(0)\right]d\xi+\int_0^t\int_0^1 G(x,\xi,t-\eta)\left\{(1-\xi)\,\frac{\partial u(0,\eta)}{\partial\eta}+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial f_1(\xi,\eta)}{\partial\xi}+f_0(\xi,\eta)\right\}d\xi\,d\eta. \qquad (23)$$

Доказана следующая

Теорема 1.2.1. Пусть при $\mu\neq 0$ 1) $1-\frac{\beta}{\mu}\int_0^1 \rho(x)(1-x)\,dx\neq 0$,

2) в правой полуплоскости комплексной переменной найдется прямая $Im\ S=K$ параллельная мнимой оси, на которой

$$1+\frac{\beta}{x\mu}\int_0^1 \rho(x)\,\frac{sh\sqrt{s}\,(1-x)}{sh\frac{\sqrt{s}}{\pi}}\,dx\neq 0,\ Res>0,\ Im\ s=K, \qquad (24)$$

3) $f_0(x,t)\in L_{2,1}(Q_T)$, $f_1(x,t)\in L_2(Q_T)$

4) $\varphi(x)\in L_2(0,1)$

5) $\frac{\partial u(0,t)}{\partial t}=\frac{1}{2\pi i}\int_{k-i\infty}^{k+i\infty}\frac{\tilde F(s)}{1-\tilde K(s)}\,e^{st}\,ds$ существует и принадлежит $L_1(0,T)$.

Тогда решение задачи (19)-(21), а вместе с ней и задачи (12)-(15) существует и единственно в классе $\overset{\circ}{W}{}_2^{1,0}(Q_T)$.

Имеет место следующая

Теорема 1.2.4. Пусть выполнены условия теоремы 1.2.1 и

$$f_0(x,t)+\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial x}\equiv F(x,t)\in L_2(Q_T). \qquad (25)$$

$$\varphi(x)\in W_2^1(0,1),\ \varphi(1)=0,\ \varphi(0)=\int_0^1 \mathcal{K}(x)\varphi(x)dx+g(0), \qquad (26)$$

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial t}=\frac{1}{2\pi i}\int_{k-i\infty}^{k+i\infty}\frac{\tilde F(s)}{1-\tilde K(s)}e^{st}ds\in L_2(0,T). \qquad (27)$$

Тогда существует единственная функция $u(x,t)$, являющаяся обобщенным решением краевой задачи (12) -(15) из пространства $W_2^{2,1}(Q_T)$.

§1.3 , который носит название «Квазилинейное уравнение параболического типа с интегральным условием».

Рассматривается краевая задача для квазилинейного уравнения теплопроводности с интегральным условием следующего вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f_0(x,t)+\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial x}+f(x,t,u), \quad (x,t)\in Q_T, \qquad (28)$$

$$u(1,t)=0, \quad \alpha u(0,t)=\beta\int_0^1 \mathcal{K}(x)u(x,t)dx+g(t), \qquad (29)$$

$$u(x,0)=\varphi(x), \qquad 0<x<1, \qquad (30)$$

где $Q_T\equiv\left\{(x,t)\ |\ 0<x<1,\ 0<t<T\right\}$. Как уже отмечалось, из-за нелокальности краевых условий нельзя применить результаты общей теории дифференциальных уравнений к задаче (28)-(30). Поэтому для изучения вопроса существования и единственности обобщенных решений краевой задачи (28)-(30) применяется итераионный метод (последовательных приближений).

Установлена

<u>Теорема 1.3.2.</u> Пусть выполнены условия

$$\mu\neq 0, \quad \mu_1=\frac{\mu}{\beta}-\int_0^1 \mathcal{K}(x)(1-x)dx\neq 0,$$

$g(t)\in L_p(0,T)$,

$\mathcal{K}(x)\in W_1^1(0,1)$,

$$\bar f(x,t)\equiv f_0(x,t)+\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial x}\in L_p(Q_T).$$

$$|f(x,t,u)-f(x,t,\bar{u})| \le L|u-\bar{u}|,\ \forall (x,t)\in Q_T,\ u,\bar{u}\in R^1,$$

$$f(x,t,0)\in L_p(Q_T), \tag{31}$$

$$\frac{2T^{1/p}}{(q_T^2)^{1/q}}\left[2\|\mathfrak{P}\|_{L_\infty(0,1)}+\int_0^1|\mathfrak{P}(x)|dx\right]\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2/q}}=q_3<1,$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1,\quad p\ge 4,\ q_2=L\,T\exp\left\{\frac{T}{2}\left[\int_0^1\frac{\mathfrak{P}^2(x)}{x}dx+1\right]\right\}<1,$$

$$\varphi(x)\in W_2^1(0,1),\ \varphi(1)=0,\ \alpha\varphi(0)=\beta\int_0^1\mathfrak{P}(x)\varphi(x)dx+g(0).$$

Тогда задача (28)-(30) в классе $W_2^{2,1}(Q_T)$ имеет единственное решение.

Надо отметить, что существования и единственность обобщенного решения задачи (28)-(30) в классе $W_2^{1,0}(Q_T)$ не удается. Этот факт удалось установить для класса $W_2^{2,1}(Q_T)$. Следует также указать, что аналогичным образом нетрудно получить однозначную разрешимость для квазилинейного уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами как в одномерном случае, так и в многомерном. Поскольку эти результаты не содержат принципиально новых идей мы их в диссертации не приводим. Хочется также отметить, что выбор Соболевских пространств $W_2^{1,0}(Q_T,x)$ и $W_2^{2,1}(Q_T)$, не случаен. Так как при решении краевых задач в обобщенной постановке ключ к успеху - в выборе подходящего пространства. Задача естественным образом «укладывается» в определенное Соболевское пространство функций, удовлетворяющих сравнительно слабым требованиям гладкости, и тот факт, что это пространство гильбертово существенно упрощает анализ.

Во второй главе изучаются разностные схемы, построенные для численного решения дифференциальных задач, рассмотренных в главе I. Как уже отмечалось выше, что общая теория разностных схем здесь неприменима. В основу исследования соответсвующих разностных схем положена идея построения дискретного аналога методики, использованной при изучении дифференциальных задач из главы I. В § 2.1 построены разностные схемы, обладающие первым и вторым порядком точности для краевой задачи (1)-(2), когда решение исходной задачи принадлежит соответственно пространствам $W_2^1(0,1)$ и $W_2^2(0,1)$. Разностная схема для дифференциальной задачи (1)-(2) имеет вид

$$-y_{\bar{x}x}+d(x)y=F(x)+T^x[f(\xi,\hat{y}(\xi))], \qquad x\in\omega_h,$$

$$y_{2N}=0, \quad \alpha y_0=\beta\frac{h}{2}\left[\bar{\mathcal{P}}_0 y_0+\sum_{i=1}^{2N-1}\bar{\mathcal{P}}_i y_i\right]+r, \tag{32}$$

где

$$d(x)=T^x(q), \quad \bar{\mathcal{P}}_0=\frac{1}{h}\int_0^{x_1}\mathcal{P}(x)dx, \quad \bar{\mathcal{P}}_i=\frac{1}{h}\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}}\mathcal{P}(x)dx,$$

$$F(x)=T^x\left[f_0(\xi)+\frac{df_1(\xi)}{d\xi}\right], \quad \hat{y}(\xi)=y(x_i)+(\xi-x_i)y_{\bar{x}}(x_i),$$

$$\xi\in[x_{i-1},x_i], \quad i=\overline{1,2N}.$$

Доказано существование и единственность решения разностной схемы (32). Исследована сходимость решения разностной схемы (32) к решению дифференциальной задачи (1)-(2). Для нее имеет место оценка

$$\left\{\left[x^{(-1/2)}z_{\bar{x}},\ z_{\bar{x}}\right]+\varkappa(xz,z)\right\}^{1/2}\le Mh^2\|u\|_{2,2,(0,1)},$$

где постоянная M не зависит от h и $u(x)$.

А также теорема 2.1.3, утверждающая справедливость следующей оценки

$$\left\{\left[x^{(-1/2)}z_{\bar{x}},\ z_{\bar{x}}\right]+\varkappa(xz,z)\right\}^{1/2}\le Mh\ \|u\|_{2,1,(0,1)}.$$

где постоянная M не зависит от h и $u(x)$.

Следующий параграф посвящен построению и исследованию разностных схем для дифференциальных задач (12)-(15) и (28)-(30). Для краевой задачи (12)-(15) построена чисто неявная разностная схема вида

$$y_{\bar t} = y_{\bar x x} + S_0 T^x\left[f(\xi,\eta)\right], \quad (x,t)\in\omega_{h\tau}, \tag{33}$$

$$y^j_{2N_1}=0, \quad \alpha y^j_0 = \beta\frac{h}{2}\left[\bar\rho_0 y^j_0 + \sum_{i=1}^{2N_1-1}\bar\rho_i y^j_i\right] + S_0^{t}\,\text{б}, \tag{34}$$

$$y^{(0)}_i = T^{x_i}(\varphi(\xi)), \tag{35}$$

где

$$S_0^t u \equiv S_0(x,\eta) = \begin{cases} T^x(\varphi(\xi)), & t=0\\ \dfrac{1}{\tau}\displaystyle\int_{t-\tau}^{t} u(x,\eta)\,d\eta, & t\in\omega_\tau,\ x\in\omega_h\end{cases}$$

$$S_0^{t_0}(\text{б}) = \alpha T_0^{x_0}\left[\tilde\varphi(\xi)\right] - \beta\frac{h}{2}\left[\bar\rho_0 T_0^{x_0}\left[\tilde\varphi(\xi)\right] + \sum_{i=1}^{2N_1-1}\bar\rho_i T^{x_i}\left[\varphi(\xi)\right]\right],$$

$\tilde\varphi(\xi)$ - функция, получающаяся из $\varphi(\xi)$ путем четного продолжения через точку $\xi=0$, если $\varphi(0)\neq0$, и нечетного продолжения через точку $\xi=0$, если $\varphi(0)=0$.

$$\omega_{h\tau} = \omega_h\times\omega_\tau,$$

$$\omega_h = \left\{x_i = ih:\ i=\overline{1,2N_1-1},\quad h=1/N_1\right\},$$

$$\omega_\tau = \left\{t_j = j\tau:\ j=\overline{1,N_2},\quad \tau=T/N_2\right\}.$$

Установлено /терема 2.2.4, 2.2.5/, что разностная схема (33)-(35) имеет точность $O(h)$ в негативной нормах.

Далее исследована разностная схема для квазилинейного случая. Она имеет вид

$$y_{\bar t} = y_{\bar x x} + S_0 T^x\left[F(\xi,\eta)\right] + S_0 T^x\left[f(\xi,\eta,\hat y(\xi,t))\right],\ (x,t)\in\omega_{h\tau},$$

$$y(1,t)=0,\quad \alpha y(0,t) = \beta\frac{h}{2}\left[\bar p_0 y(0,t) + \sum_{i=1}^{2N_1-1}\bar p_i y(x_i,t)\right] + S_0^t(g(h)),\ (36)$$

$$y(x,0) = T^x(\varphi(\xi)),$$

где $F(x,t)=f_0(x,t)+\dfrac{\partial_1(x,t)}{\partial x}$.

Доказано, что будет иметь место утверждение

<u>Теорема 2.2.6.</u> Пусть выполнены условия теоремы 2.2.2 и постоянная Липшица в условии

$$|f(x,t,u)-f(x,t,v)|\le L|u-v|\ ,\quad \forall(x,t)\in Q_T, \forall u,v\in R^1$$

удовлетворяет неравенству

$$\frac{13}{3}L < 1.$$

Тогда существует $h_0>0$, что $\forall h\in(0,h_0)$ решение разностной схемы (36) существует, единственно и может быть найдено методом последовательных приближений.

Исследована также сходимость решения разносной схемы (36) к решению дифференциальной задачи (28)-(30). Доказано

<u>Теорема 2.2.8.</u> Пусть выполнены условия теорем 1.3.3, 2.2.3 , постоянная Липшица L удовлетворяет неравенству

$$\frac{4L^2}{(1-2M_1)^2}\exp\left\{\frac{1+2M_1}{1-2M_1}T\right\} < 1,\ M_1<\frac{1}{2} .$$

Тогда при достаточно малом h и $\tau=O(h^2)$ точность разностной схемы (2.2.34),(2.2.31),(2.2.32) будет характеризоваться оценкой

$$\max_{t\in\omega_\tau}\|\sqrt{x}\,z(x,t)\|_{0,2,\omega_h} + \left\{\sum_{t=t_1}^{T}\tau\left\|\sqrt{x^{(-1/2)}}\,z_{\bar x}(x,t)\right\|^2\right\}^{1/2} \le$$

$$\le Mh\|u\|_{V_2^{2,1}(Q_T)}\ ,$$

где постоянная M не зависит от h и τ, а M_1 имеет тот же смысл, что и в теореме 2.2.3.

В приложении к главе II приведены результаты численных расчетов, проведенных для модельных задач, из которых следует,что установленные в работе теоретические оценки скорости сходимости разностных схем близкие к неулучшаемым.

Полученные в работе могут быть реализованы в форме следующих выводов.

1. Доказано существование и единственность обобщенных решений для обыкновенного квазилинейного уравнения второго порядка с интегральным условием в пространствах $W_2^1(0,1)$ и $W_2^2(0,1)$.

2. Доказано существование и единственность решения линейного и квазилинейного уравнения параболического типа с интегральным условием в классе обобщенных решений.

3. С помощью операторов точных разностных схем построены и исследованы разностные схемы первого и второго порядка тосности для обыкновенного квазилинейного уравнения второго порядка с интегральным условием в классе обобщенных решений.

4. Для квазилинейного уравнения параболического типа с интегральным условием ,построены и исследованы разностные схемы,а также получены оценки их скорости сходимости.

Результаты,полученные в диссертации могут быть использованы как при теоретическом исследовании более общих нелокальных краевых задач ,так и при решении практичеких задач из физики плазмы ,теории теплообмена,теории оболочек ,теории упругости и др.

Основные результаты работы опубликованы в следующих статьях

1. Кулыев Д.Т.,Аразмырадов Т.,Атаев Г.А.Метод сеток для обыкновенного квазилинейного дифференциального уравнения второго порядка с интегральным условием в классе обобщенных решений.№243-Ту от 19.05.92.20 с.

2. Кулыев Д.Т.,Атаев Г.А.Решение одной краевой задачи для квазилинейного уравнения параболического типа с интегральным условием в классах обобщенных функции.Известия АН Туркменистана (в печати).

3. Аразмырадов Т.,Атаев Г.А.Решение одной краевой задачи для теории теплопроводности с интегральным условием.Труды научно-практической конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения«,г.Ашгабат,часть I,с.41-44.

4. Кульев Д. Т., Аразмырадов Т., Атаев Г. А. Получение априорных оценок для решения уравнения теплопроводности с интегральным условием. Математикадан билим бермеклигин узнуксиз системасыны гурмак боюнча ылмы-методики конференцияның материаллары. ТДПИ. Чарджев, 1993, с. 19-20.

5. Атаев Г. А. Создание ППП для численного решения уравнения теплопроводности с нелокальными краевыми условиями. Математикадан билим бермеклигин узнуксиз системасыны гурмак боюнча ылмы-методики конференцияның материаллары. ТДПИ. Чарджев, 1993, с. 42.

Л—00691
Подп. к печати 03. 11. 1995 г. Формат 60x84 1/16. Тираж 100. Заказ № 4708.

Типография Лебапского велаята. Индекс 746100,
ш. Чарджев, пр. Ниязова. 18.

4. Худиев Я.Т., Арказмедов Т., Атаев Г.А. Получение априорных оценок для решения уравнения теплопроводности с нелокальными условиями. Математикадан билим бермегиң ыгм үзүксиз системасыны гурмак боюнча ылмы-методики конференциянын материаллары. ТДПИ. Чарджев, 1999, с.

5. Атаев Г.А. Создание ППП для численного решения уравнения теплопроводности с нелокальными краевыми условиями. Математикадан билим бермегиң ыгм үзүксиз системасыны гурмак боюнча ылмы-методики конференциянын материаллары. ТДПИ. Чарджев, 1999, с. 42.