

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

імені Тараса Шевченка

На правах рукопису

КУЦЕНКО Ігор Анатолійович

УДК 618.3: 621.384.64

**ОЦІНКИ В ЗАДАЧАХ ПРАКТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ  
ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ ТА ЇХ ОПТИМІЗАЦІЯ**

01.05.02 - математичне моделювання та  
обчислювальні методи в наукових дослідженнях

**А в т о р е ф е р а т**

**дисертації на здобуття вченого ступеня  
кандидата фізико-математичних наук**

Київ - 1995



Роботу виконано на кафедрі моделювання складних систем  
Київського національного університету ім. Тараса Шевченка.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор  
ГАРАЩЕНКО Ф.Г.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук  
БОЙЧУК О.А.

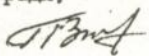
кандидат фізико-математичних наук  
ВЕРЧЕНКО П.І.

Провідна установа: Інститут кібернетики  
імені В.М.Глушкова НАН України

Захист відбудеться " 22 " листопада 1996р. о 14.00  
на засіданні спеціалізованої ради Д 01.01.20 в Київському  
національному університеті імені Тараса Шевченка за адресою:  
252127, м.Київ-127, пр.Академіка Глушкова, 6, факультет  
кібернетики, ауд. 40.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці університету.

Автореферат розіслано " 22 " січня 1996 р.

Вчений секретар спеціалізованої ради,  
кандидат фізико-математичних наук  П.М. Зінько

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

## Актуальність теми

В процесі математичного моделювання динамічних систем велика увага приділяється дослідженню стійкості розв'язків відносно збурень початкових умов, правих частин та параметрів. Такі дослідження є актуальними для багатьох предметних областей. При створенні теорії стійкості руху А.М.Ляпунов для систем звичайних диференціальних рівнянь запропонував загальний метод, що пов'язаний з ідеями Пуанкаре.

Більшість прикладних задач потребують досліджень технічної або практичної стійкості руху. Поняття практичної стійкості було введено в результаті досліджень М.Г.Четаєва, М.М.Моїсєєва, Ж.Ла-Салля, С.Лефшеця. В роботах Д.І.Мартинюка, В.Д.Фурасова та інших отримані досить загальні теореми стійкості систем різницевих рівнянь як на обмежених, так і необмежених проміжках дискретної змінної часу. Багато ж практичних задач вимагають знаходження конкретного виду такої множини початкових умов, виходячи з якої дискретні траєкторії процесу не порушують заданих фазових обмежень. Це обумовлює необхідність подальшого розвитку досліджень властивостей практичної стійкості систем різницевих рівнянь в напрямку, розвинутому М.Ф.Кириченком і Ф.Г.Гарашенком для різних систем диференціальних рівнянь.

При розв'язуванні інженерних задач виникають, як правило, проблеми оптимізації отриманих оцінок областей практичної стійкості. А це, в свою чергу, приводить до мінімакських траєкторних оптимізаційних задач, в яких функція максимуму шукається як за початковими умовами, так і за дискретною змінною. Останні досліджувались у роботах Ф.Кларка, В.Ф.Дем'янова, Л.В.Васильєва, В.М.Малозємова, Ф.П.Васильєва, В.Г.Болтянського, Р.П.Федоренка, Б.Т.Поляка, Н.З.Шора, Ф.Г.Гарашенка та інших. Для розв'язування класу таких задач, що описуються системами різницевих рівнянь, доцільно використовувати властивості субградієнту та є - субградієнту недиференційовних функцій. Розвинуті методи

застосовуються для оптимізації обвідної пучка траєкторій.

Створене алгоритмічне та, особливо, програмне забезпечення орієнтовано, насамперед, для розв'язування актуальних задач оптимального проектування систем прискорення та фокусування.

#### Мета і основні завдання роботи

Мета роботи полягає в отриманні оцінок, як в заданих структурах, так і екстремальних за об'ємом, для аналізу практичної стійкості руху, що описується системою різницевих рівнянь та оптимізації даних оцінок.

Для досягнення поставленої мети необхідно:

1. Дослідити властивості практичної стійкості систем різницевих рівнянь при різних фазових обмеженнях.
2. Для деяких класів систем різницевих рівнянь розробити критерії, що дозволяють оцінювати початкові множини стійкості.
3. З ціллю оптимізації отриманих оцінок за керуючими параметрами створити обгрунтовані чисельні алгоритми мінімізації функції максимуму як за початковими умовами, так і за дискретною змінною.
4. На основі розробленого алгоритмічного забезпечення розв'язати ті задачі оптимального керування пучками заряджених частинок, що виникають при проектуванні різних систем прискорення та фокусування.

#### Наукова новизна

В процесі досліджень отримані такі нові результати:

- сформульовані та доведені загальні теореми аналізу практичної стійкості та критерії оцінки початкової множини стійкості систем різницевих рівнянь;
- на базі властивостей субградієнту та  $\epsilon$ -субградієнту приведені чисельні алгоритми мінімізації недиференційовних функцій, що використовувались при оптимізації отриманих оцінок;
- запропоновані алгоритми розв'язування задач стабілізації до заданого вигляду практичної стійкості;
- на основі розробленої методики створено

алгоритмічне і програмне забезпечення для аналізу, оцінки та оптимізації динаміки руху пучків, які описуються системами різницевих рівнянь;

створене алгоритмічне і програмне забезпечення апробоване при розв'язуванні задач, що виникають в процесі проектування різних пристроїв прискорення та фокусування.

### **Теоретична і практична цінність**

Розроблено методика для аналізу властивостей практичної стійкості систем різницевих рівнянь. Для лінійних систем різницевих рівнянь отримано критерії оцінки початкових множин стійкості.

На основі властивостей субградієнту та  $\epsilon$  - субградієнту представлено алгоритмічне забезпечення мінімізації функції максимуму як за початковими умовами, так і за дискретною змінною.

Застосування розробленої в дисертаційній роботі методики побудови оптимальних оцінок для аналізу практичної стійкості руху, що описується системами різницевих рівнянь, дозволило розв'язувати задачі оптимізації області захвату частинок у процес прискорення та фокусування за радіальними координатами.

Запропоновані методи мінімаксної оптимізації систем з дискретною динамікою руху при заданих обмеженнях на фазові змінні можуть бути застосовані при проектуванні оптимальних технічних пристроїв, в яких процеси описуються системами різницевих рівнянь.

### **Апробація роботи**

Основні результати роботи доповідались і обговорювались на Всесоюзній науково-технічній конференції "Актуальні проблеми моделювання і управління системами з розподіленими параметрами" / Одеса, 1987 /, науково - практичному семінарі "Моделювання, ідентифікація, синтез систем управління в хімічному виробництві" /Донець, 1991/, на Українській конференції "Моделювання і дослідження стійкості процесів" /Київ, 1992/, на наукових семінарах кафедри моделювання складних систем Київського

національного університету імені Тараса Шевченка / 1987-1995 /.

### Публікації

Основні результати проведених досліджень опубліковані в семи роботах [1-7].

### Структура та обсяг дисертації

Дисертація складається з вступу, трьох розділів, висновку, переліку використаної літератури та додатку. Обсяг роботи складає 136 сторінок машинописного тексту, що включає 6 малюнки. Перелік літератури налічує 111 найменувань.

На захист виносяться такі положення:

- загальні теореми аналізу практичної стійкості та критерії оцінки початкової множини стійкості систем різницевих рівнянь;
- алгоритми побудови екстремальних за об'ємом множин стійкості лінійних систем різницевих рівнянь як зі збуреннями, так і без них з допомогою поняття стійкості за напрямком;
- чисельні алгоритми мінімізації недиференційовних функцій, що використовувались при оптимізації отриманих оцінок;
- алгоритми розв'язування задач стабілізації до заданого вигляду практичної стійкості;
- алгоритмічне і програмне забезпечення для аналізу, оцінки та оптимізації динаміки руху пучків, які описуються дискретними математичними моделями;
- результати чисельних розрахунків задач практичної стійкості та оптимального керування, що виникають при проектуванні трьох систем прискорення та фокусування:
  - 1) лінійних прискорювачів з автофазозмінним фокусуванням;
  - 2) систем відбору потужності;
  - 3) індукційних систем прискорення.

Особистий вклад автора полягає в поширенні методики аналізу практичної стійкості динамічних систем на дискретні процеси, узагальненні критеріїв оцінок початкових множин стійкості, розробці алгоритму оптимізації даних оцінок та застосуванні отриманих результатів для розв'язування задач оптимального проектування систем прискорення та фокусування.

#### Методи досліджень

В роботі застосовувались методи теорії практичної стійкості руху, методи теорії нелінійного програмування та теорії недиференційовної оптимізації.

#### ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі приводиться короткий огляд літератури з питань практичної стійкості та оптимального керування з недиференційовними критеріями якості, що стосується даної роботи. Обґрунтовується актуальність теми дисертації та викладено основний зміст отриманих результатів.

В першому розділі розглядаються основні теореми та критерії практичної стійкості систем різницевих рівнянь відносно фазових обмежень на динаміку процесу.

Перший параграф містить допоміжні відомості. Вводяться поняття додатньо постійних та додатньо означених послідовностей функцій  $\{V_t(x), x \in G_t, t \in I\}$  для систем різницевих рівнянь

$$x^{(t+1)} = f^{(t)}(x^{(t)}), \quad t \in I_1 = \{p_0, p_0+1, \dots, p-1\}. \quad (1)$$

Нехай  $\{\bar{x}^{(t)}, t \in I\}$  - заданий розв'язок системи різницевих рівнянь і такий, що  $\bar{x}^{(t)} \in G_t$ , де  $G_t$  - задані множини допустимих станів на кожному кроці  $t$ ,  $t \in I = \{p_0, p_0+1, \dots, p\}$ .

Послідовність функцій  $\{V_t(x), x \in G_t, t \in I\}$  назвемо додатньо постійною, якщо  $V_t(x) \geq 0$  для  $x \in G_t$ , а також для неї існує такий розв'язок системи різницевих рівнянь

$\{ \bar{x}^{(t)}, t \in I \}$ , що  $V_t(\bar{x}^{(t)}) = 0, t \in I$ .

Послідовність функцій  $(V_t(x), x \in G_t, t \in I)$  назвемо додатньо означеною, якщо  $V_t(x) > 0$  для  $x \neq \bar{x}^{(t)}, x \in G_t, V_t(\bar{x}^{(t)}) = 0, t \in I$ .

Для формулювання теорем і критеріїв стійкості розглядались такі типи фазових обмежень:

$$G_t \triangleq \Gamma_t = \{ x: |z_s^{*(t)} x| \leq d_s^{(t)}, s=1,2,\dots,N_t, t \in I, \quad (2)$$

$$G_t \triangleq \bar{\Gamma}_t = \{ x: |z_s^{*(t)} x| \leq 1, s=1,2,\dots,N_t, t \in I, \quad (3)$$

$$G_t \triangleq \tilde{\Gamma}_t = \{ x: |z_s^{*(t)} x| \leq 1, s=1,2,\dots,N_t, t \in I, \quad (4)$$

$$G_t \triangleq \Phi_t = \{ x: \psi^{(t)}(x-h^{(t)}) \leq 1, s=1,2,\dots,N, t \in I. \quad (5)$$

Вводяться означення практичної стійкості для системи різницевих рівнянь

Означення 1.1. Будемо говорити, що система (1) має властивість  $(D, G_t, P_0, P)$  - стійкості, якщо із умови  $x^{(P_0)} \in D$  для дискретної траєкторії системи випливає співвідношення  $x^{(t)} \in G_t, t \in I$ .

Якщо конкретизувати вид множини початкових умов у вигляді  $D \triangleq \bar{D} = \{ x: \beta(x) \leq c^2 \}$ , тоді назвемо систему (1), згідно означенню 1.1,  $(\bar{D}, G_t, P_0, P)$  - стійкою. А для  $\beta(x) = (x-b)^* B(x-b)$  систему (1) назвемо  $(c, B, d, G_t, P_0, P)$  - стійкою. При  $B = E$  і  $c = \lambda$  назвемо систему (1)  $(\lambda, d, G_t, P_0, P)$  - стійкою.

Поряд з системою (1) розглядалась система різницевих рівнянь з постійно діючими збуреннями:

$$x^{(t+1)} = f^{(t)}(x^{(t)}) + \varphi^{(t)}, \quad t \in I_1, \quad (6)$$

де  $\varphi^{*(t)} = (\varphi_1^{(t)}, \varphi_2^{(t)}, \dots, \varphi_n^{(t)}) \in \Omega_t$  - постійно діючі збурення із заданих областей  $\Omega_t$ .

Означення 1.2. Будемо вважати, що система (6) має властивість  $(D, G_t, P_0, P, \Omega_t)$  - стійкості, якщо із умов  $x^{(P_0)}$

$\in D$  та  $\varphi^{(t)} \in \Omega_t, t \in I$ , для дискретної траєкторії системи впливає співвідношення  $x^{(t)} \in G_t, t \in I$ .

Розглянемо випадок, коли в системі (6) початкові умови і постійно діючі збурення задовольняють на момент  $p_1$  ( $p_0 \leq p_1 \leq P$ ) такі ж умови

$x^{(p_0)}, \varphi^{(t)} \in S_0(p_1) = (x^{(p_0)}, \varphi^{(t)} : x^{(p_0)} Q x^{(p_0)} + \sum_{t=p_0}^{p_1} \varphi^{*(t)} Q_t \varphi^{(t)} \leq c^2$ ), де  $Q$  і  $Q_t, t \in I$  - додатньо означені симетричні матриці розмірності  $n \times n$ .

Означення 1.3. Будемо говорити, що система (6) має властивість  $\{ S_0(t), G_t, p_0, P \}$  - стійкості, якщо  $x^{(t)} \in G_t, t \in I$  для всіх початкових умов та збурень із множини  $S_0(t)$ .

Щоб мати можливість конструктивно оцінити початкову множину в більш загальних структурах, вводиться означення стійкості в заданому напрямку.

Означення 1.4. Будемо називати систему (1)  $\{ k, l, \bar{x}^{(p_0)}, G_t, p_0, P \}$  - стійкою, якщо із умови  $x^{(p_0)} = \bar{x}^{(p_0)} + k, l, 0 \leq k, k < k$  для дискретної траєкторії системи впливає співвідношення  $x^{(t)} \in G_t, t \in I$  ( тут  $l$  -  $n$  - вимірний заданий вектор з одиничною нормою  $\|l\|=1$ , який визначає напрямок в початковій області відносно заданої точки цієї області  $\bar{x}^{(p_0)}$ ).

Для системи зі збуреннями (6) означення формулюються аналогічно.

Для порівняння приведено означення, які являються аналогами стійкості в околі розрахункової траєкторії систем різницевих рівнянь (1) для скінченного  $P < \infty$ .

Означення 1.5. Будемо говорити, що система (1) має властивість  $\{ \epsilon, \delta, \bar{x}^{(t)}, p_0, P \}$  - стійкості, якщо для будь-якого  $\epsilon > 0$  знайдеться таке  $\delta(\epsilon) > 0$ , що із умови  $|x^{(p_0)} - \bar{x}^{(p_0)}| < \delta$  для дискретної траєкторії системи впливає співвідношення  $|x^{(t)} - \bar{x}^{(t)}| < \epsilon, t \in I$ .

З ціллю перевірки: чи існує хоча б одна траєкторія, яка

не порушує фазових обмежень і задовольняє системі різницевих рівнянь (1), введено таке означення.

Означення 1.7. Система різницевих рівнянь (1) називається  $(G_t, p_0, P)$  - нестійкою, якщо не існує жодної точки  $x^{(p_0)} \in G_{p_0}$  такої, що розв'язок системи (1)  $\{x^{(t)}(x^{(p_0)}), t \in I\}$  задовольняє всім обмеженням на динаміку процесу  $G_t: x^{(t)} \in G_t, t \in I$ .

В другому параграфі наведено ряд основних теорем, які дозволяють досліджувати властивості практичної стійкості різних систем різницевих рівнянь.

Теорема 2.1. Якщо для системи (1) існує додатньо постійна послідовність функцій  $\{V_t(x), t \in I\}$  та послідовність обмежувачих дійсних чисел  $\{c_t, t \in I\}$  для яких виконуються умови

$$\{x: V_t(x) \leq c_t^2\} \subset G_t, t \in I, \quad (8)$$

$$\Delta V_t(x) = V_{t+1}(f^{(t)}(x))/c_{t+1}^2 - V_t(x)/c_t^2 \leq 0, \quad (9)$$

$$x \in \{x: V_t(x) \leq c_t^2\}, t \in I_1,$$

$$D \subset \{x: V_{p_0}(x) \leq c_{p_0}^2\}, \quad (10)$$

то система (1) має властивість  $(D, G_t, p_0, P)$  - стійкості.

Показана зворотність цієї теореми для двох випадків:

1) коли фазові обмеження

$$G_t = \{x: \phi^{(t)}(x) \leq c^2\}, t \in I, \quad (11)$$

де  $\phi^{(t)}(x)$  - скалярні неперервні додатньо постійні функції і такі, що  $G_t$  є опуклими;

2) коли  $G_t$  опуклі, замкнені та обмежені,  $D \triangleq \bar{D} = \{x: \beta(x-b) \leq c^2\}$ , де  $\beta(x-b)$  - додатньо постійна функція, а вектор-функції  $f^{(t)}(x)$  є взаємно однозначними.

Теорема 2.2. Якщо система (1) є  $(D, G_t, p_0, P)$  - стійкою з обмеженнями (11), то існує додатньо постійна послідовність функцій  $\{V_t(x), t \in I\}$  та послідовність обмежувачих чисел

$\{c_t, t \in I\}$  таких, що виконуються умови (8)-(10), які забезпечують властивість  $\{D_t, G_t, P_0, P\}$  - стійкості, де  $D_t = D \cap \{x: V_{P_0}(x) \leq c_t^2\}$  (якщо  $D$  - множина всіх допустимих початкових умов, тоді  $D_t = \{x: V_{P_0}(x) \leq c_t^2\}$ ).

В доведенні наводиться конкретний вид додатньо постійних функцій  $V_t(x)$  та обмежуючих чисел  $c_t, t \in I$ , які забезпечують системі (1) властивість  $\{D_t, G_t, P_0, P\}$  - стійкості.

Теорема 2.3. Якщо система (1) є  $\{\bar{D}, G_t, P_0, P\}$  - стійкою, тоді існує додатньо постійна послідовність функцій  $\{V_t(x), t \in I\}$  та послідовність чисел  $\{c_t, t \in I\}$  таких, що виконуються умови (8)-(10).

Теорема 2.4. Для  $\{c, B, b, G_t, P_0, P\}$  - стійкості системи (1) необхідно та достатньо, щоб існувала додатньо постійна послідовність функцій та послідовність обмежуючих чисел, які задовольняють умовам (8)-(10).

Достатність умов теореми впливає із теореми 2.1, а необхідність із теореми 2.3 за рахунок підстановки  $\beta(x) = (x-b)^* B(x-b)$ . При  $B = E$  і  $c = \lambda$  отримуємо наслідок теореми 2.4 про  $\{\lambda, b, G_t, P_0, P\}$  - стійкість системи (1).

Наведемо теорему, яка демонструє той факт, що стійкість в околі розрахункової траєкторії систем різницевих рівнянь на скінченній послідовності  $t \in \{P_0, P_0+1, \dots, P\}$ ,  $P < \infty$  тотожна неперервності вектор-функцій  $f^{(t)}(x)$ .

Теорема 2.5. Для стійкості системи (1) в околі розв'язку  $\{\bar{x}^{(t)}, t \in I\}$  необхідно та достатньо, щоб в точках  $\bar{x}^{(t)}$  вектор-функції  $f^{(t)}(x)$ ,  $t \in I$ , були неперервні.

Аналогічною є теорема 2.8 в випадку стійкості системи (1) за заданим напрямком в околі розрахункової траєкторії.

Теорема 2.6. Якщо для системи (6) існує додатньо означена послідовність функцій  $\{V_t(x), t \in I\}$  та послідовність обмежуючих дійсних чисел  $\{c_t, t \in I\}$ , які задовольняють включенням (8), (10) і умові переходу

$$\Delta V_t(x) = [V_{t+1}(f^{(t)}(x)) + \tilde{V}_{t+1}(f^{(t)}(x))] / c_{t+1}^2 - V_t(x) / c_t^2 \leq 0,$$

$$\tilde{V}_{t+1}(f^{(t)}(x)) = \sup_{\varphi^{(t)} \in \Omega_t} V_{t+1}(f^{(t)}(x) + \varphi^{(t)}) - V_{t+1}(f^{(t)}(x)).$$

$$x \in \{x: V_t(x) \leq c_t^2\}, t \in I_1, \quad (12)$$

то система (6) має властивість  $\{D, G_t, P_0, P, \Omega_t\}$  - стійкості.

Якщо функції  $V_t(x)$  ще й опуклі, тоді в теоремі 2.6 змінюються умови переходу (12) на такі:

$$\Delta V_t(x) = 0.5 \cdot [V_{t+1}(2 \cdot f^{(t)}(x)) + \tilde{V}_{t+1}] / c_{t+1}^2 - V_t(x) / c_t^2 \leq 0,$$

$$x \in \{x: V_t(x) \leq c_t^2\}, \tilde{V}_{t+1} = \sup_{\varphi^{(t)} \in \Omega_t} V_{t+1}(2 \cdot \varphi^{(t)}(x)), t \in I_1,$$

і отримуємо теорему 2.7, в якій на кожному кроці  $t$ ,  $t \in I_1$ , потрібно знаходити  $\sup$  тільки один раз.

$$\varphi^{(t)} \in \Omega_t$$

В параграфі 3 представлений критерій практичної нестійкості та стійкості в заданих структурах лінійних систем різницевих рівнянь як зі збуреннями, так і без них.

Так, для лінійної системи різницевих рівнянь

$$x^{(t+1)} = A_t x^{(t)} + \varphi^{(t)}, \quad t \in I_1, \quad (13)$$

де  $\varphi^{*(t)} = (\varphi_1^{(t)}, \varphi_2^{(t)}, \dots, \varphi_n^{(t)}) \in \Omega_t$  - збурення із заданих замкнених областей  $\Omega_t$ , справедливі наступні критерії.

Критерій 3.3. Для того, щоб система лінійних різницевих рівнянь (13) була  $\{G_t, P_0, P, \Omega_t\}$  - нестійкою, необхідно і достатньо існування таких чисел  $t_{ts}, s=1, 2, \dots, N_t, t \in I$ , щоб для будь-якого вектора  $b \in E^n$  виконувались такі умови:

$$\sum_{t=p_0}^P \sum_{s=1}^{N_t} t_{ts} \bar{l}_s^{*(t)} b = 0, \quad \bar{l}_s^{*(t)} = l_s^{*(t)} X_{t, p_0},$$

$$\sum_{t=p_0}^P \sum_{s=1}^{N_t} t_{ts} (d_s^{(t)} - l_s^{*(t)} \alpha_t) < 0.$$

$$\text{де } \alpha_t = \sum_{k=p_0+1}^t X_{t, k} \varphi^{(k-1)}, \quad X_{t, t} = E, \quad X_{t, j} = X_{t, j+1} A_j,$$

$j=t-1, t-2, \dots, p_0+1$ .

Критерій 3.4. Для того, щоб система (13) була  $(c, B, d, \Gamma_t, p_0, P, \Omega_t)$  або  $(c, B, d, \Phi_t, p_0, P, \Omega_t)$  - стійкою, необхідно і достатньо, щоб задовольнялись умови  $l_s^{*(t)} x_{t, p_0} b \leq a_s^{(t)} - l_s^{*(t)} a_t, s=1, 2, \dots, N_t, t \in I$ , або  $\psi^{(t)}(x_{t, p_0} b - h^{(t)}) \leq 1, t \in I$  і виконувалась перша або друга нерівність відповідно:

$$c^2 \leq \min_{t \in I} \min_{\varphi^{(t)} \in \Omega_t} \min_{s=1, 2, \dots, N_t} (a_s^{(t)} - \bar{l}_s^{*(t)} b - l_s^{*(t)} a_t)^2 / l_s^{*(t)} L_t l_s^{(t)},$$

$$c^2 \leq \min_{t \in I} \min_{\varphi^{(t)} \in \Omega_t} \min_{x \in \Phi_t} [g^{*(t)}(x - h^{(t)})(x - a_t - x_{t, p_0} b)]^2 / g^{*(t)}(x - h^{(t)}) L_t g^{(t)}(x - h^{(t)}),$$

де  $L_{t+1} = A_t L_t A_t^*, t \in I_1, L_{p_0} = B^{-1}; \Phi_t$  - межа опуклої множини  $\Phi_t, g^{(t)}(x - h^{(t)}) = \text{grad}_x \psi^{(t)}(x - h^{(t)})$ .

Для лінійної системи без збурень

$$x^{(t+1)} = A_t x^{(t)}, t \in I_1, \quad (14)$$

легко отримуємо критерії 3.1 та 3.2 як частинні випадки критеріїв 3.3 та 3.4 при  $\varphi^{(t)} = \bar{0} = (0, 0, \dots, 0)^*$  - нуль - вектор розмірності  $n$ . Коли  $b = h^{(t)} = \bar{0}, t \in I$ , тоді легко отримуємо частинні випадки критеріїв 3.2 та 3.4 у вигляді властивостей  $(c, B, \Gamma_t, p_0, P), (c, B, \Phi_t, p_0, P)$  та  $(c, B, \bar{\Gamma}_t, p_0, P, \Omega_t), (c, B, \tilde{\Phi}_t, p_0, P, \Omega_t)$  - стійкості відповідно. З фазовими обмеженнями (2) і (3) умови в критеріях про  $(c, B, \bar{\Gamma}_t, p_0, P), (c, B, \tilde{\Gamma}_t, p_0, P)$  і  $(c, B, \bar{\Gamma}_t, p_0, P, \Omega_t), (c, B, \tilde{\Gamma}_t, p_0, P, \Omega_t)$  - стійкість найбільш спрощуться (тільки для  $\tilde{\Gamma}_t$  замість  $l_s^{*(t)} a_t$  береться  $|l_s^{*(t)} a_t|$ ).

Властивість  $(S_0(t), \Gamma_t, p_0, P), (S_0(t), \bar{\Gamma}_t, p_0, P)$  та  $(S_0(t), \tilde{\Gamma}_t, p_0, P)$  - стійкості лінійної системи (13) при

умовах (7) та системи

$$x^{(t+1)} = A_t(x^{(t)}, \varphi_2^{(t)}) + \varphi_1^{(t)}, \quad t \in I_1, \quad (15)$$

при умовах

$$x^{(p_0)}, \varphi_1^{(t)}, \varphi_2^{(t)} \in S_0(p_1) = \{x^{(p_0)}, \varphi_1^{(t)}, \varphi_2^{(t)} : x^{(p_0)}, Qx^{(p_0)} + \sum_{t=p_0}^{p_1} (\varphi_1^{*(t)} Q_1^{(t)} \varphi_1^{(t)} + \varphi_2^{*(t)} Q_2^{(t)} \varphi_2^{(t)}) \leq c^2\}, \quad (16)$$

де  $Q_1^{(t)}, Q_2^{(t)}$  - відомі додатньо означені симетричні квадратні матриці, визначаються за критеріями 3.5 та 3.6. Використовуючи апроксимацію множин  $\Phi_t$  гіперплощинами, записуються критерії  $(S_0(t), \Phi_t, p_0, P)$  - стійкості для системи (13) при умові (7) та системи (15) при умові (16).

В четвертому параграфі для побудови екстремальних множин стійкості використовується поняття стійкості систем різницевих рівнянь за деяким одиничним напрямком  $l$  в момент  $t=p_0$  відносно заданої точки  $\bar{x}^{(p_0)}$ .

Множина всіх початкових умов (екстремальна множина початкових умов), коли, відповідно, траєкторії системи (13) чи (14) в динаміці не порушують обмежень (2)-(5), визначається таким чином

$$D = \{x^{(p_0)} = \bar{x}^{(p_0)} + kl, \quad 0 \leq k \leq \bar{k}(l), \quad \forall l \in E^n, \quad \|l\| = 1\}. \quad (17)$$

Тут  $\bar{k}(l)$  визначається з відповідних критеріїв.

Критерій 4.3. Для  $\{k, l, \bar{x}^{(p_0)}, l_t, p_0, P, \Omega_t\}$  - стійкості системи (13) в напрямку  $l$  відносно точки  $\bar{x}^{(p_0)}$  при постійно діючих збуреннях достатньо, щоб задовольнялись умови:  $\forall \varphi^{(t)} \in \Omega_t \quad l_s^{*(t)} \chi_{t, p_0} \bar{x}^{(p_0)} \leq d_s^{(t)} - l_s^{*(t)} \alpha_t, \quad s=1, 2, \dots, N_t, \quad t \in I$  і виконувалось співвідношення:

$$k \leq \bar{k}(l) = \min_{t \in I} \min_{\varphi^{(t)} \in \Omega_t} \min_{s=1, 2, \dots, N_t} (d_s^{(t)} - l_s^{*(t)} \chi_{t, p_0} \bar{x}^{(p_0)} - l_s^{*(t)} \alpha_t) / |l_s^{*(t)} \chi_{t, p_0} l|.$$

Тут  $X_{t, P_0}$  - нормована фундаментальна матриця розв'язків системи (13) при  $\varphi^{(t)} = 0$ .

Критерій 4.4. Для того, щоб система (13) була  $\{k, l, \bar{x}^{(P_0)}, \Phi_{t, P_0, P, \Omega_t}\}$  - стійкою, необхідно і достатньо, щоб задовольнялись умови:  $\forall \varphi^{(t)} \in \Omega_t \quad \varphi^{(t)}(X_{t, P_0} \bar{x}^{(P_0)} + \alpha_t - h^{(t)}) \leq 1, t \in I$  і виконувалась нерівність:  $k \leq \bar{k}(l)$ ,

де  $\bar{k}(l) = \min_{t \in I} \min_{\varphi^{(t)} \in \Omega_t} m_t$ ,  $m_t$  - додатня скалярна величина,

що є розв'язком рівняння  $\varphi^{(t)}(d_t m_t + \bar{x}^{(t)} - h^{(t)} + \alpha_t) = 1, d_t = X_{t, P_0} l, \bar{x}^{(t)} = X_{t, P_0} \bar{x}^{(P_0)}$ .

Критерій 4.6. Для  $\{k, l, \bar{x}^{(P_0)}, \Phi_{t, P_0, P, \Omega_t}\}$  - стійкості системи (13) необхідно і достатньо, щоб задовольнялись умови:  $\forall \varphi^{(t)} \in \Omega_t \quad \varphi^{(t)}(X_{t, P_0} \bar{x}^{(P_0)} + \alpha_t - h^{(t)}) \leq 1, t \in I$  і виконувалась нерівність:

$$k \leq \bar{k}(l) = \min_{t \in I} \min_{\varphi^{(t)} \in \Omega_t} \frac{g^{*(t)}(x - h^{(t)})(x - \alpha_t - X_{t, P_0} \bar{x}^{(P_0)})}{|g^{*(t)}(x - h^{(t)}) X_{t, P_0} l|},$$

$x \in \Phi_t' \cap A, \Phi_t'$  - границя множини  $\Phi_t, A$  - промінь, що виходить із точки  $x^{(t)} = X_{t, P_0} \bar{x}^{(P_0)}$  в напрямку  $l$ ,

$$g^{(t)}(x - h^{(t)}) = \text{grad}_x \varphi^{(t)}(x - h^{(t)}).$$

Для системи без збурень (14) легко отримусмо критерії 4.1, 4.2 та 4.5 як частинні випадки критеріїв 4.3, 4.4 та 4.6 при  $\varphi^{(t)} = \bar{0}$ .

В другому розділі розглянуті ті мінімаксні задачі оптимального керування для дискретних процесів, які виникають при оптимізації отриманих в I розділі оцінок. Наводяться чисельні формули знаходження напрямку оптимізації в термінах субградієнтів та  $\epsilon$  - субградієнтів для мінімізації функції максимуму як за дискретною змінною, так і за початковими умовами. Розглянуті задачі стабілізації до

властивостей практичної стійкості лінійних систем різницевих рівнянь як зі збуреннями, так і без них шляхом визначення лінійного регулятора від вектору стану.

В п'ятому параграфі для системи різницевих рівнянь

$$x^{(i+1)} = f^{(i)}(x^{(i)}, u^{(i)}), \quad i \in I_1 \quad (18)$$

розглядається термінальна задача оптимального керування без обмежень на стани та з закріпленим лівим кінцем:

$$\min_{\tilde{u} \in \tilde{U}} \Phi(\tilde{u}), \quad (19)$$

$$\Phi(\tilde{u}) = F(x^{(P)}) \quad (20)$$

де  $\tilde{U} = U_{p_0} \times U_{p_0+1} \times \dots \times U_{p-1}$ ,  $x^{(p_0)}$  - заданий вектор початкових умов, а  $F(x^{(P)})$  - деяка диференційована функція.

Задача оптимального керування зводиться до задачі нелінійного програмування. Для цього вважаємо незалежними змінними лиш  $u^{(i)}$ , а  $x^{(i)}$  виражаємо через них з допомогою рівнянь стану. Тоді задача (18)-(20) записується у вигляді

$$\min_{\tilde{u} \in \tilde{U}} f(\tilde{u}), \quad (21)$$

де  $f(\tilde{u}) = F(x^{(P)})$ ,  $x^{(P)} = x^{(P)}(\tilde{u})$  знаходиться рекурентно із співвідношень (18), а  $x^{(p_0)}$  - задано.

Для диференційованої функції  $f(\tilde{u})$  знаходимо  $\nabla f(\tilde{u})$  як градієнт складної функції з припущенням неперервної диференційованості функції  $F(\cdot)$  та вектор-функцій  $f^{(i)}(\cdot, \cdot)$

$$\text{за своїми аргументами: } \nabla f(\tilde{u}) = \{ [f_{u^{(p_0)}}^{*(p_0)}(x^{(p_0)}, u^{(p_0)})] \times$$

$$[f_{x^{(p_0+1)}}^{*(p_0+1)}(x^{(p_0+1)}, u^{(p_0+1)})] \times \dots \times [f_{x^{(p-1)}}^{*(p-1)}(x^{(p-1)}, u^{(p-1)})] \times$$

$$[\nabla F(x^{(P)})]^*, [f_{u^{(p_0+1)}}^{*(p_0+1)}(x^{(p_0+1)}, u^{(p_0+1)})] \times$$

$$[f_{u^{(p_0+2)}}^{*(p_0+2)}(x^{(p_0+2)}, u^{(p_0+2)})] \times \dots \times [f_{x^{(p-1)}}^{*(p-1)}(x^{(p-1)}, u^{(p-1)})] \times$$

$$[\nabla F(x^{(P)})]^*, \dots, [f_{u^{(p-1)}}^{*(p-1)}(x^{(p-1)}, u^{(p-1)})] \nabla F(x^{(P)})]^* \}.$$

Введемо спряжену систему

$$s^{(t)} = f_x^{*t}(x^{(t)}, u^{(t)}) s^{(t+1)}, \quad s^{(t)} \in E^n, \quad t = P-1, P-2, \dots, P_0,$$

$$s^{(P)} = \nabla F(x^{(P)}).$$

Тоді

$$\begin{aligned} \nabla f(\tilde{u}) = & \{ [f_{u^{(P_0)}}^{*t(P_0)}(x^{(P_0)}, u^{(P_0)}) s^{(P_0+1)}]^*, \\ & [f_{u^{(P_0+1)}}^{*t(P_0+1)}(x^{(P_0+1)}, u^{(P_0+1)}) s^{(P_0+2)}]^*, \dots, \\ & [f_{u^{(P-1)}}^{*t(P-1)}(x^{(P-1)}, u^{(P-1)}) s^{(P)}]^* \}. \end{aligned} \quad (22)$$

В описаному підході розв'язування задачі (18)-(20) виникають труднощі при наявності фазових обмежень. Нехай множини обмежень на фазові координати  $G_t$  мають вигляд:  $G_t \stackrel{\Delta}{=} \Phi_t = \{ x: \psi^{(t)}(x) \leq 1 \}$ ,  $t \in I$ . В цьому випадку замість задачі (18), (21) доцільно розв'язувати таку

$$\min_{\tilde{u} \in \tilde{U}} \bar{\Phi}, \quad \bar{\Phi} = \rho_1 \bar{P} + \rho_2 \Phi_{k+1} \quad \text{де} \quad \bar{P} = \max_{l \in K} \Phi_l, \quad \tilde{U} = G_{P_0} \times \tilde{U},$$

$\Phi_l = \psi^{(j_l)}(x^{(j_l)}) - 1$ ,  $l \in K = \{ 1, 2, \dots, k \}$ ,  $j_l$  - ті індекси  $t \in I$ , для яких  $\psi^{(t)}(x) > 1$ ,  $j_1 < j_2 < \dots < j_k$ ,  $\Phi_{k+1} = F(x^{(P)})$ . Треба відмітити, що оптимізація  $\bar{\Phi}$  проводиться не тільки за керуваннями  $\tilde{u}^{(j_l)} = (u^{*(P_0)}, u^{*(P_0+1)}, \dots, u^{*(j_l-1)})$ ,  $l \in K$  але також і за початковим станом  $x^{(P_0)}$ . Вагові коефіцієнти відіграють роль штрафів і підбираються згідно методу штрафних функцій.

Для системи (1) знаходження екстремальної за об'ємом області практичної стійкості (17) зводиться до визначення її граничних точок. Кожна точка може бути представлена як розв'язок задачі мінімізації за початковим станом

$$\min_{x^{(P_0)} \in G_{P_0}} \bar{P}, \quad \bar{P} = \max_{l \in K} \Phi_l,$$

де  $\Phi_l = \psi^{(j_l)}(x^{(j_l)})$ ,  $l \in K = \{ 1, 2, \dots, k \}$ ,  $j_l$  - ті коефіцієнти  $t \in I$ , для яких  $\psi^{(t)}(x) > 1$ ,  $j_1 < j_2 < \dots < j_k$ .

Для системи  $x^{(t+1)} = A_t(u^{(t)})x^{(t)}$ ,  $t \in I_1$ , приймаючи до уваги формули критерію 3.4, максимінні задачі можна записати в такому вигляді:

$$Q_1 = \min_{\tilde{u} \in \tilde{U}} \min_{\tilde{u} \in \tilde{U}} (a_0^{(t)} - \lambda_0^{*(t)}) X_{t, p_0}(\tilde{u}^{(t)})^2 / \lambda_0^{*(t)} L_t(\tilde{u}^{(t)}) \lambda_0^{(t)},$$

$$Q_2 = \min_{t \in I} \min_{x \in \Phi} [g^{*(t)}(x - h^{(t)})(x - X_{t, p_0}(\tilde{u}^{(t)})b)]^2 / (23)$$

$$/ g^{*(t)}(x - h^{(t)}) L_t(\tilde{u}^{(t)}) g^{(t)}(x - h^{(t)}),$$

де  $X_{t+1, p_0}(\tilde{u}^{(t+1)}) = A_t(u^{(t)}) X_{t, p_0}(\tilde{u}^{(t)})$ ,  $t \in I_1$ ,  $X_{p_0, p_0} = E$ ,

$$L_{t+1}(\tilde{u}^{(t+1)}) = A_t(u^{(t)}) L_t(\tilde{u}^{(t)}) A_t^*(u^{(t)}), \tilde{u}^{(t)} \in \tilde{U}_t =$$

$$= U_{p_0} * U_{p_0+1} * \dots * U_{t-1}, t \in I_1, \text{ а всі інші позначення}$$

визначаються так, як для критерію 3.4.

В шостому параграфі розглядається субградієнтна методика розв'язування задачі мінімізації функції максимуму за дискретною змінною з критерієм якості

$$\Phi = \max_{t \in I} F_t(x^{(t)}), \quad (24)$$

де  $F_t(x^{(t)})$  - деякі неперервно диференційовні функції. Такий вигляд має задача (23).

Від опуклих функцій функція максимуму є опуклою і тому для дослідження її властивостей можна використовувати поняття субградієнту. В роботі наведено основні властивості субградієнту, які використовувались при розгляді поставлених задач.

В термінах субградієнтів виписані необхідні умови екстремуму.

Коли за системою (18) критерій (24) досягає свого значення в декількох моментах  $J_1 < J_2 < \dots < J_n$ , тоді напрямком субградієнтного спуску, на основі властивостей субградієнту та за рахунок введення додаткової змінної  $x_{n+1}$ , будемо шукати як градієнт такої термінальної задачі:

$$\min_{\tilde{u} \in \tilde{U}} F_1(x_{n+1}^{(P)}), F_1(x_{n+1}^{(P)}) = \sum_{t=p_0}^P f_0^{(t)}(x^{(t)}).$$

$$\begin{cases} x^{(t+1)} = f^{(t)}(x^{(t)}, u^{(t)}) \\ x_{n+1}^{(t+1)} = x_{n+1}^{(t)} + f_0^{(t)}(x^{(t)}), \quad t \in I_1. \end{cases}$$

$$f_0^{(t)}(x^{(t)}) = \begin{cases} 0, & t \neq j_1, \\ \lambda_1 F_{j_1}(x^{(j_1)}), & t = j_1, \quad t \in I, \quad l \in K. \end{cases}$$

Отримана задача є диференціювна і напрямок її мінімізації шукається за формулою (22).

В цьому параграфі розглядається субградієнтний підхід розв'язування задачі мінімізації функції максимуму за початковими умовами

$$\Phi = \max_{x^{(p_0)} \in G_{p_0}} F(x^{(P)}), \quad (26)$$

де  $F(x^{(P)})$  - деяка неперервно диференціювана функція. При цьому пошук напрямку мінімізації функції (26) провадився як на дискретній сітці множини  $G_{p_0}$ , так і без дискретизації  $G_{p_0}$ .

Наведено основні властивості  $\epsilon$  - субградієнту, які використовувались для побудови чисельних процедур розв'язування задач (24) та (26).

Для знаходження напрямку оптимізації функції

$$\Phi = \max_{x^{(p_0)} \in G_{p_0}} \max_{t \in I} F_t(x^{(t)}(x^{(p_0)})), \quad (28)$$

де  $F_t(x^{(t)}(x^{(p_0)}))$  - деякі неперервно диференціювані функції, будується множина:

$\Phi_\epsilon = \{x^{j_{1^*t}}(x^{p_0^*t}) : F_{j_{1^*t}}(x^{j_{1^*t}}(x^{p_0^*t})) \leq \Phi - \epsilon, x^{p_0^*t} \in G_{p_0}, t \in K_t, 1 \leq t \leq \bar{t}\}$ , що задає точки  $x^{p_0^*t}$  із різних  $\epsilon$  - локальних максимумів із  $G_{p_0}$  та відповідні їм індекси  $j_{1^*t}$ ,  $l \in K_t$ , в яких знаходиться  $F_{j_{1^*t}}(x^{j_{1^*t}}(x^{p_0^*t}))$ . Нехай  $K_t = (1, 2, \dots, k_t)$  - скінченна впорядкована по зростанню

множина індексів  $l$ , а  $J_1 < J_2 < \dots < J_{k_t} \mid J_{k_t+1} < J_{k_t+2} < \dots < J_{k_t+l}$ . Якщо  $\Phi$  є опуклою за  $\bar{u}$ , а  $\bar{t}$  - скінченне, тоді для мінімізації функції (28) можна використовувати ітераційну процедуру типу узагальненого градієнтного спуску. Для неї напрямки спадання знаходяться за властивостями  $\epsilon$  - субградієнту та субградієнту:

$$\partial\Phi(\bar{u}) = \sum_{t=1}^{\bar{t}} \lambda_t \partial \tilde{f}^{(t)}(\bar{u}).$$

Тут  $\lambda_t > 0$ ,  $1 \leq t \leq \bar{t}$ ,  $\sum_{t=1}^{\bar{t}} \lambda_t = 1$ , а  $\partial \tilde{f}^{(t)}(\bar{u}) = \sum_{l \in K_t} \lambda_{t,l} \cdot$

$\cdot P_{J_{l,t}}(\tilde{f}^{J_{l,t}}(x^{p_0,t}, u^{J_{l,t}-1}))$  і визначається за формулою:

$$\partial \tilde{f}^{(t)}(\bar{u}) = \nabla \tilde{f}^{(t)}(\bar{u}) = \left( [\tilde{f}_{u^{(p_0)}}^{j_0^{(p_0)}}(x^{p_0,t}, u^{(p_0)})] \tilde{s}^{p_0+1,t} \right)^*.$$

$$[\tilde{f}_{u^{(p_0+1)}}^{j_0^{(p_0+1)}}(x^{p_0+1,t}, u^{(p_0+1)}) \tilde{s}^{p_0+2,t}]^*, \dots$$

$$[\tilde{f}_{u^{(j_{k_t}-1)}}^{j_{k_t}^{(j_{k_t}-1)}}(x^{j_{k_t}-1,t}, u^{(j_{k_t}-1)}) \tilde{s}^{j_{k_t},t}]^*, (0,0,\dots,0),$$

$$\text{де } \tilde{x}^{t,t} = \begin{bmatrix} x^{t,t} \\ x_{n+1}^{t,t} \end{bmatrix}, \tilde{f}^{(t)}(\tilde{x}^{t,t}, u^{(t)}) = \begin{bmatrix} f^{(t)}(x^{t,t}, u^{(t)}) \\ x_{n+1}^{t,t} + f_0^{(t)}(x^{t,t}) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{x}^{t+1,t} = \tilde{f}^{(t)}(\tilde{x}^{t,t}, u^{(t)}), p_0 \leq t \leq j_t - 1,$$

$$f_0^{(t)}(x^{t,t}) = \begin{cases} 0, & t \neq j_{l,t}, p_0 \leq t \leq j_t, \\ \lambda_{t,l} P_{J_{l,t}}(x^{j_{l,t},t}(x^{p_0,t})), & t = j_{l,t} \end{cases}$$

$$\lambda_{t,l} > 0, l \in K_t, \sum_{l \in K_t} \lambda_{t,l} = 1, \tilde{s}^{t,t} = \tilde{f}_x^{j_0^{(t)}}(\tilde{x}^{t,t}, u^{(t)}) \tilde{s}^{t+1,t},$$

$$\tilde{s}^{t,t} \in E^{n+1}, t = j_{k_t} - 1, \dots, p_0, \tilde{s}^{j_{k_t}+1,t} = (0,0,\dots,0,1)^*.$$

$$\tilde{f}^{(j_{k_t})}(\tilde{x}^{j_{k_t},t}) = \begin{bmatrix} E \\ x_{n+1}^{j_{k_t},t} + f_0^{(j_{k_t})}(x^{j_{k_t},t}) \end{bmatrix}, 1 \leq t \leq \bar{t}.$$

$E$  - одинична матриця розмірності  $n+1$ .

У восьмому параграфі розглянуті задачі стабілізації

руху лінійних систем різницевих рівнянь як зі збуреннями, так і без них. На базі критеріїв практичної стійкості приведено критерії стабілізації, що визначають лінійний регулятор від вектору стану, який би забезпечував системі заданий вид практичної стійкості. Сформульована задача про оптимальне конструювання регуляторів.

В третьому розділі описано алгоритми та програмне забезпечення розв'язування практичних задач. Отримані в перших двох розділах результати були застосовані для знаходження оптимальних значень керуючих параметрів в трьох системах прискорення та фокусування: лінійному прискорювачі з автофазозмінним фокусуванням, системі відбору потужності та в індукційній системі прискорення.

В дев'ятому параграфі наведені рівняння руху заряджених частинок в кожній з трьох систем прискорення і фокусування та проведений аналіз фізичних задач.

В десятому параграфі на основі результатів I-о розділу приведені критерії оцінки області захвату частинок в процес прискорення за радіальними координатами. Область захвату задається як у вигляді еліпсоїду, так і в більш загальних структурах. Описано постановки оптимізаційних задач та алгоритми їх розв'язування.

Опису програм, які моделюють динаміку зміни координат частинок в кожній з трьох систем прискорення та фокусування і реалізують алгоритми розв'язування відповідних задач оптимального керування, присвячено одинадцятий параграф.

В трьох параграфах додатку представлені конкретні особливості реалізації алгоритмів розв'язування задач оптимального керування для задач, що виникають при проектуванні, відповідно, лінійного прискорювача з автофазозмінним фокусуванням, системи відбору потужності та індукційної системи прискорення. В кожному з параграфів подані конкретні чисельні формули реалізації ітераційного алгоритму оптимізації керуючих параметрів відповідної системи прискорення та фокусування. В кінці всіх параграфів приведені результати розрахунків у вигляді таблиць, графіків і малюнків.

## ОСНОВНІ ВИСНОВКИ РОБОТИ

1. Для систем різницевих рівнянь сформульовані та доведені загальні теореми про практичну стійкість.
2. На основі доведених теорем для широкого класу дискретних процесів отримані критерії практичної стійкості.
3. З допомогою поняття стійкості за напрямком приведені алгоритми побудови екстремальних з об'ємом множин стійкості лінійних систем різницевих рівнянь як зі збуреннями, так і без них.
4. Запропоновані алгоритми для розв'язування задач мінімізації функції максимуму як за початковими умовами, так і за дискретною змінною, які використовувались при оптимізації отриманих оцінок.
5. Отримано алгоритми для розв'язування задач стабілізації систем різницевих рівнянь до заданого вигляду практичної стійкості.
6. Створено алгоритмічне і програмне забезпечення для аналізу, оцінки, та оптимізації динаміки пучків, які описуються дискретними математичними моделями.
7. Розроблене алгоритмічне і програмне забезпечення апробовано при розв'язуванні задач, що виникають в процесі проектування таких пристроїв:
  - 1) лінійних прискорювачів з автофазозмінним фокусуванням;
  - 2) систем відбору потужності;
  - 3) індукційних систем прискорення.

## Роботи автора за темою дисертації

1. Гарашенко Ф.Г., Куценко И.А. Метод второго порядка в задачах структурно-параметрической оптимизации динамики пучков. // Вестник КГУ. Моделирование и оптимизация сложных систем. - 1987. - № 6. - С. 23-26.
2. Куценко И.А., Панталиенко Л.А. Расчёт оптимальных систем ускорения и фокусировки на основании дискретных моделей. // Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции

"Актуальные проблемы моделирования и управления системами с распределёнными параметрами". Одесса.- 1987.- С. 147.

3. Гаращенко Ф.Г., Куценко И.А. Исследование задач практической устойчивости и стабилизации движения дискретных систем. // Вычислительная и прикладная математика.- 1988.- № 65.

- С. 45-49.

4. Куценко И.А. Расчёт оптимальных параметров корректирующих элементов в системах индукционного ускорения. // Тезисы докладов научно - практического семинара "Моделирование, идентификация, синтез систем управления в химическом производстве". Донецк.- 1991.- С. 111.

5. Куценко И.А. Исследование практической устойчивости систем разностных уравнений и проектирование ускоряюще-фокусирующих систем. // Тезисы докладов Украинской конференции "Моделирование и исследование устойчивости процессов". Киев.- 1992.- С. 87.

6. Гаращенко Ф.Г., Куценко И.А. Исследование практической устойчивости дискретных систем и оптимизация динамики пучков. // Кибернетика и вычислительная техника.- 1993.- Вып. 97.- С. 38-44.

7. Гаращенко Ф.Г., Куценко И.А., Осипчук М.В. Оптимальное проектирование систем ускорения и фокусировки на основе дискретных математических моделей. // Кибернетика и вычислительная техника.- 1994.- Вып. 101.- С. 43-48.

#### **Куценко И.А.**

Оценки в задачах практической устойчивости дискретных систем и их оптимизация. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 - Математическое моделирование и вычислительные методы в научных исследованиях. Киевский национальный университет, Киев. 1995.

Диссертация содержит сведения, опубликованные в семи работах автора. Основными результатами диссертации являются критерии практической устойчивости системы разностных уравнений, что задают аналитические оценки областей практической устойчивости для линейных систем разностных уравнений. Для

задач недифференцируемой оптимизации дискретных систем при ограничениях на фазовые переменные предложены алгоритмы минимизации функции максимума как по начальным условиям, так и дискретной переменной.

Разработанное алгоритмическое и программное обеспечение применялось для решения задач оптимизации динамики пучков заряженных частиц.

**Кусенко І.А.**

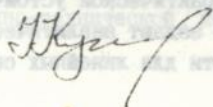
Estimates in the practical stability problems of the discrete systems and their optimization. Manuscript. Thesis on search the candidate degree of science (Ph.D.) in Physics and Mathematics, speciality 01.05.02 - mathematical modelling and calculation methods in research. Kyiv National University, Kyiv. 1995.

The thesis contains information published in seven author's papers. The main results of the thesis are the practical stability criteria for the system of discrete equations, which determined the analytical estimations of the practical stability regions for linear systems of difference equations. The algorithms of minimization the maximum function by initial conditions and with respect to discrete variable are suggested for the problems of nonsmooth optimization of discrete systems with the constrains on phase variables. The developed algorithms and software were used for solving the optimization problems of charged particles beams dynamic.

**Ключові слова**

система різницевих рівнянь, практична стійкість, недиференційовна оптимізація, оптимальна оцінка, системи прискорення та фокусування.

Автор висловлює щире подяку своєму науковому керівникові професору Ф.Г.Гарашенку за постановку задачі та постійну увагу до роботи.



Підписано до друку 29.12.1995 р. Об. 1, 2. Формат 60x84 1/16.

Друк офсетний. Тир. 100. Зам. 345. Безкоштовно.

ЛОД УДПУ ім. Драгоманова, Київ, Пирогова, 9.



HB 22,000

1871

AB 33.804