

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ МОНОКРИСТАЛІВ

На правах рукопису

Яновський Володимир Володимирович

УДК 532.517; 531.19

ІНВАРІАНТНІ ВЛАСТИВОСТІ НЕЛІНІЙНИХ НЕРІВНОВАЖНИХ СЕРЕДОВИЩ

Спеціальність 01.04.02

Теоретична фізика

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора фізико-математичних наук

Харків - 1995



Офіційні опоненти: академік АН України, доктор фізико-математичних наук, професор С.В. Пелетмінський  
член-кореспондент АН України, доктор фізико-математичних наук, професор К.М. Степанов  
доктор фізико-математичних наук,  
професор В.І. Лапшин

Провідна організація - Інститут теоретичної фізики НАН України, м.Київ

Захист відбудеться "24" листопада 1996р. о 14<sup>00</sup> год. на засіданні спеціалізованої ради Д.02.11.01 при Інституті монокристалів НАН України, за адресою: 310001, Харків, пр., Леніна, 60.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту монокристалів НАН України.

Автореферат розісланий "22" гесабря 1995р.

Вчений секретар спеціалізованої ради  
Д.02.11.01

кандидат технічних наук

Л.В. Атрощенко

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Добре відомо, що для нелінійних середовищ турбулентні стани, пов'язані з нелінійністю та сильною нерівноважністю, є найбільш типовими. Величезне значення у дослідженні таких станів відіграють інваріантні властивості. Зараз розуміння інваріантності значно розповсюджено і використовується при дослідженні найбільш глибоких властивостей різноманітних середовищ. Зміни в розумінні інваріантності викликали не тільки розповсюдження відомих фактів на нові галузі фізики, а і появу нових, сучасних характеристик, які дозволили сформулювати нові інваріантні властивості у процесах, що раніше не пов'язувались з існуванням будь-яких інваріантів. Наприклад, виникли такі важливі поняття, як фрактальні та мультифрактальні розмірності, які дозволяють виявити інваріантні, кількісні характеристики різних хаотичних об'єктів і процесів. Зокрема, атракторів, існуючих в динамічних дисипативних системах загального положення.

З загальної точки зору існуючі інваріанти умовно можуть бути віднесені до одного з трьох класів. Це динамічні, топологічні та статистичні інваріанти. Існування динамічних інваріантів пов'язано з специфічними властивостями динаміки середовища або системи, що вивчається. Прикладами такого типу інваріантів є закони збереження енергії, імпульсу та моменту імпульсу різноманітних середовищ. Природа існування топологічних інваріантів більш глибока і менш пов'язана з динамічними рівняннями, які описують еволюцію рухів цих середовищ. Прикладами відомих топологічних інваріантів можуть бути як вище згадані фрактальні розмірності, так і закон збереження

спіральності у магнітній ідеальній гідродинаміці, пов'язаний з коефіцієнтом зачеплення силових ліній магнітного поля.

Прикладом статистичного інваріанту є добре відоме збереження потоку енергії по спектру у інерційному інтервалі, яке дозволяє з'ясувати характер колмогорівського спектру енергії турбулентності. Окремі приклади різних типів інваріантів у нелінійних гідродинамічних системах були відомі досить давно. Незалежно від того, що не була з'ясована загальна природа цих інваріантів і які їх типи взагалі існують у гідродинамічних середовищах, вони відігравали величезне значення у дослідженні гідродинамічних задач. Перш за все вони використовувались для побудови розуміння якісної картини явищ у гідродинамічних системах. Крім цього велике значення інваріантів у проблемі пошуку критеріїв нелінійної стійкості різноманітних гідродинамічних рухів, стало очевидним після розповсюдження методу Ляпунова на гідродинаміку ідеальної рідини (Арнольд В.І.). Вивчення стійкості гідродинамічних течій по сьогодні займає провідне місце серед гідродинамічних досліджень. Ще одним з напрямків ефективного використання інваріантів є пошук квазічастинок у нелінійних гідродинамічних середовищах. Найбільш відомими прикладами таких квазічастинок є кражкові вихори у ідеальній рідині. Природа цих вихорів повністю ґрунтується на існуванні інтегралу вимороженості у ідеальній рідині. Іншими прикладами є вортони, локальні області постійного ротору швидкості -  $w$  - стани, та топологічні солітони. Останній тип 3-х вимірних, локалізованих гідродинамічних вихорів (топологічні солітони), базується на існуванні саме топологічних інваріантів. До цього цікавого класу вихорів належать катастрофічні вихори типу тайфунів. Інтенсивне дослідження топологічних солітонів проводиться як у теорії поля, так і в гідродинаміці і плазмі, завдяки

збільшеній стійкості таких локалізованих утворень внаслідок топологічних правил заборони перебудови їх топологічної структури. Ще більше значення інваріантні властивості набувають для нерівноважних, турбулентних станів різноманітних середовищ. За останній час вивчення структуроутворення в нерівноважних турбулентних середовищах склалося переконання, що велике значення для розуміння природи та механізмів генерації структур має існування різноманітних топологічних законів збереження. Наявність топологічних інваріантів у таких середовищах веде до більш тонкої класифікації самих турбулентних станів, що в свою чергу дозволяє сформулювати критерії зародження великомасштабних структур в турбулентних середовищах.

Мета роботи - дослідження головних інваріантних властивостей нелінійних середовищ гідродинамічного типу та фізичних явищ, пов'язаних з існуванням або порушенням різноманітних типів інваріантності.

#### Наукова новизна.

1. Запропоновано новий універсальний метод побудови законів збереження у гідродинамічних середовищах. Одержані універсальні співвідношення між різними типами інваріантів, які виконуються у усіх гідродинамічних середовищах. Знайдено нові закони збереження у ідеальній рідині, рідині що стискується у магнітній гідродинаміці та у двофазній гідродинаміці плазми. Виявлено новий тип топологічних інваріантів у гідродинамічних середовищах і знайдені такі інваріанти у головних гідродинамічних моделях.
2. Вперше запропоновано новий метод пошуку гідродинамічних інваріантів як суперінваріантів окремої супергамільтонової системи. Побудована супералгебра Лі гідродинамічних інваріантів.

3. Доведено існування крапкових вихорів у рідині, що стискується і побудована теорія впливу потенціальних хвиль на еволюцію взаємодіючих вихорів. Знайдено нові ефекти, зокрема динамічного та хаотичного колапсу вихорів, виникаючі завдяки існуванню спеціальної інваріантності такої оборотної системи.
4. Досліджені нові явища у оборотних системах, виникаючі при взаємодії головних елементів дисипативних динамічних систем (атракторів) з головними елементами гамільтонових систем (резонансами). Побудована біфуркаційна діаграма перебудови резонансів під впливом атракторів.
5. Виявлено ефект впливу топологічно нетривіальних, випадкових полів на еволюцію функції розподілу часток у кінетичній теорії. Побудовано кінетичне рівняння, яке містить члени нового типу і знайдено функцію розподілу часток у таких полях.
6. Запропоновано новий метод побудови універсальних замкнених рівнянь для кореляційних моментів у задачах статистичної гідродинаміки та динамічних систем, який базується на ренормгрупі динамічних рівнянь.
7. Знайдено ефект негативної в'язкості у дрейфовій турбулентності, побудовано критерій здійснення цього ефекту, на нелінійній стадії знайдено солітонні рішення (дисипативні солітони) і нелінійні періодичні структури.
8. Запропоновано кінетичну теорію фрагментації, яка ґрунтується на загальних законах збереження. Знайдено універсальні асимптотичні функції розподілу фрагментів по розмірах, які підтверджуються експериментальними спостереженнями.

9. Доведено, що структурна складність та сильна мінливість забруднення домішками після переносу у турбулентній атмосфері пов'язана з перемежаємністю атмосферної турбулентності, яка володіє персистентністю. Знайдено фрактальні розмірності плями забруднення поверхні  $^{137}\text{Cs}$  та її межі, яка утворилась внаслідок Чорнобильської аварії.

Наукова і практична цінність. Виконані у дисертації теоретичні дослідження розширюють найбільш загальні уявлення про інваріантні властивості нелінійних, нерівноважних середовищ та фізичних явищ, пов'язаних з існуваннями або руйнуванням різноманітних типів інваріантності. Розроблені у дисертації методи можуть застосовуватись до широкого кола питань, пов'язаних з теорією турбулентності, гідродинамікою різноманітних рідин, фізикою плазми, нерівноважною кінетичною теорією, стохастичністю динамічних систем. Знайдені у дисертації нові ефекти відіграють важливе значення для розуміння і використання деяких природних явищ. Наприклад, фрактальна структура плям забруднення радіонуклідами, що випали у результаті аварії на ЧАЕС, відіграє значну роль з екологічної точки зору і потребує зміни та удосконалення критеріїв ризику, знаходження на таких територіях.

На захист виносяться такі положення:

1. Геометричний метод побудови законів збереження у гідродинамічних середовищах, який базується на теорії диференціальних форм. Універсальні співвідношення між різними типами локальних законів збереження. Нові закони збереження у ідеальній рідині, рідині що стискується, у магнітній гідродинаміці і двофазній гідродинаміці плазми. Новий тип топологічних законів

збереження і приклади таких законів збереження у головних гідродинамічних середовищах.

2. Метод пошуку гідродинамічних інваріантів, як суперінваріантів особливої супергамільтонової системи. Теорема Пуассона для гідродинамічних інваріантів, супералгебра гідродинамічних інваріантів.
3. Теорія впливу потенціальних хвиль на еволюцію двох взаємодіючих крапкових вихорів. Доведено, що різноманітні режими поведінки цієї системи пов'язані з оборотною інваріантністю, внаслідок якої у фазовому просторі співіснують і взаємодіють головні елементи дисипативних систем (атрактори) та головні елементи гамільтонових систем (резонанси).
4. Явище детермінованого та стохастичного колапсу вихорів, критерії детермінованих та стохастичних режимів еволюції вихорів.
5. Нові явища, виникаючі при взаємодії головних елементів дисипативних систем (атракторів) з головними елементами гамільтонових систем (резонансами), ефекти блокування та зитискання сепаратрис резонансів аттрактором і біфуркаційна діаграма перебудови резонансу під впливом аттрактора.
6. Режим співіснування різних асимптотик у інерційному інтервалі у сильно нерівноважній кінетичній системі. Режим перебудови - витискання колмогорівської асимптотики з інерційного інтервалу другої асимптотики з збільшенням потужності джерела енергії. Критерій існування інерційного інтервалу у сильно нерівноважній кінетичній теорії.
7. Ефект впливу топологічних властивостей хаотичних полів на еволюцію функції розподілу часток у кінетичній теорії. Нове

кінетичне рівняння та гідродинаміка системи у топологічно нетривіальних випадкових полях.

8. Метод побудови універсальних замкнених рівнянь для кореляційних моментів у задачах статистичної гідродинаміки і динамічних систем, який базується на ренормгрупі динамічних рівнянь.
9. Ефект зменшення ефективного коефіцієнту дифузії, у нелінійних системах він викликає генерацію структур.
10. Ефект негативної в'язкості у дрейфовій турбулентності, критерій виникнення цього ефекту, нелінійні солітонні рішення (дисипативні солітони) та нелінійні періодичні структури.
11. Кінетична теорія фрагментації, яка базується на загальних законах збереження. Універсальні асимптотики функції розподілу фрагментів по розмірах. Узагальнення на кінетичну теорію еволюції випадкових фракталів.
12. Значення фрактальних розмірностей плями забруднення поверхні  $^{137}\text{Cs}$  та її межі, яка утворилась внаслідок Чорнобильської аварії.

#### Особистий внесок дисертанта.

У роботах [6],[22],[23] дисертантом запропоновано геометричний метод побудови гідродинамічних законів збереження, доведена теорема про інваріантні форми, знайдені нові закони збереження у гідродинамічних середовищах, в тому числі новий тип гідродинамічних топологічних інваріантів.

У роботі [10] автором дисертації знайдена супералгебра Лі гідродинамічних законів збереження.

У роботі [16] дисертантом побудовані топологічні солітони, які є точними рішеннями системи рівнянь ідеальної магнітогідродинаміки.

Доведено, що силові лінії магнітного поля у таких річкових зачепленні одні з однією  $n$  разів ( $n=1,2,3,\dots$ ).

У роботах [4], [21], [26] автором дисертації одержані рівняння, які описують еволюцію крапкових вихорів під впливом потенціальних хвиль у рідині, що стискується. Аналітично досліджені усі можливі режими еволюції вихорів, доведено що різноманітність режимів пов'язана з оборотною інваріантністю цієї системи і співіснуванням у фазовому просторі головних елементів Гамільтонових систем (резонансів) з головними елементами дисипативних систем (атрактором). Знайдена діаграма перебудови резонансів під впливом атрактора, та явища детермінованого і стохастичного колапсу вихорів.

У роботі [8] дисертантом досліджено у простій оборотній системі взаємодію резонансу з атрактором. Побудована біфуркаційна діаграма перебудови резонансу і знайдено явище блокування сепаратрис атрактором.

У роботах [13], [17], [19] автором дисертації методом ВКБ знайдені стаціонарні рішення кінетичного рівняння Компанйця у сильно нерівноважному випадку. Доведено, що між джерелом та стоком співіснують дві степенні асимптотики, одна з них має коймогорівську природу і з зростанням потужності джерела витискає другу з інерційного інтервалу.

У роботі [14] дисертантом знайдені загальні критерії існування інерційного інтервалу у сильно нерівноважних станах кінетичного рівняння Больцмана.

У роботі [9] дисертантом виведено кінетичне рівняння для часток у випадкових топологічно нетривіальних полях, знайдені точні рішення

цього рівняння і доведено появу нового ефекту у таких полях спірального прискорення.

У роботі [3] автором дисертації знайдено рівняння, яке описує процес дифузії у середовищах з флуктуаціями коефіцієнту дифузії, доведено зменшення ефективного коефіцієнту дифузії в порівнянні з його середнім значенням. У випадку нелінійних середовищ, як показано дисертантом у роботі [2], для акустичної турбулентності, це може привести до виникнення нестійкостей. У цій роботі знайдені інкременти та критерії виникнення нестійкостей.

У роботі [5] автором дисертації методом багатьох масштабів знайдено рівняння, яке описує еволюцію великомасштабних збуджень у дрейфовій турбулентності. Знайдено критерії нестійкості, пов'язаний з появою негативної в'язкості, на нелінійній стадії знайдено точні рішення - дисипативні солітони та періодичні структури.

У роботах [12], [18] дисертантом запропоновано метод побудови замкнутих рівнянь для кореляційних моментів і одержано замкнуте універсальне рівняння для моментів акустичної турбулентності.

У роботі [13],[20] автором дисертації одержано кінетичне рівняння для функції розподілу по розмірам у процесах фрагментації і знайдені універсальні асимптотики функції розподілу.

У роботі [24] аналогічні результати одержані дисертантом для випадкових фракталів.

У роботі [7],[25] автором дисертації знайдені фрактальні розмірності плями забруднення, яка випала внаслідок Чорнобильської аварії.

Апробація роботи. Основні результати роботи доповідались на міжнародній конференції "Ренормгрупа - 1986", Дубна, на міжнародній

конференції по "Фізиці плазми", Київ 1986р, на Міжнародній робочій групі по нелінійним та турбулентним явищам у фізиці, Київ 1987р, та УІ Горьківській школі по нелінійним хвилям, Горький 1981, на міжнародній конференції по генерації велико-масштабних структур у безперервних середовищах, Пермь-Москва 1990р, на Всесоюзній конференції "Взаємодія електромагнітних коливань з плазмою, Душанбе 1991р, на Всесоюзній конференції "Сучасні проблеми статистичної фізики", Харків 1991р, на міжнародній робочій групі "Турбулентність і нелінійні процеси у плазмі, Київ 1992р, на міжнародній конференції "Фізика в Україні", Київ 1993р, на міжнародній конференції "Турбулентність та когерентність", Київ 1994р.

Публікації. Головний зміст дисертації надруковано у 26 роботах, перелік яких подано в кінці автореферату.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновку, переліку цитованої літератури з 189 найменувань. Обсяг дисертації вміщує 246 сторінок головного тексту, 15 сторінок цитованої літератури і 28 малюнків.

## ЗМІСТ РОБОТИ.

У вступі обґрунтовано актуальність теми, виконано огляд проблеми та коротко викладено зміст дисертації і приведено перелік по розділам нових результатів та положень, що висувуються на захист.

Глава I присвячена загальним інваріантним властивостям ідеальних гідродинамічних середовищ. У цій главі запропоновано природний опис локальних гідродинамічних інваріантів у термінах диференційних форм. Показано, що 4 типи принципово різних інваріантів, визначаються одним

універсальним рівнянням для інваріантних диференційних форм. Класифікація цих типів пов'язана з існуванням у 3-х вимірному просторі тільки 4-х типів форм. Запропоновано геометричний метод побудови співвідношень між різними типами інваріантів, такими як лагранжеві інваріанти, інваріанти вмероженості, s-інваріанти. Знайдені універсальні співвідношення між гідродинамічними інваріантами, що виконуються у всіх бездисипативних гідродинамічних середовищах. Ці співвідношення дозволили запропонувати у параграфі 3 геометричний метод побудови локальних гідродинамічних інваріантів, який використовує невелику кількість початкових інваріантів, окремі приклади яких були відомі у різних гідродинамічних середовищах. З допомогою цього методу були побудовані нові інваріанти або закони збереження у головних гідродинамічних середовищах. Кількість таких законів збереження, які можуть бути побудовані запропонованим методом, не обмежена. Важлива роль інваріантних форм стає помітна при побудові інтегральних інваріантів у параграфі 4. У цьому параграфі пояснено як інтегральні інваріанти пов'язані з локальними гідродинамічними інваріантами. Побудовані різні типи інтегральних інваріантів. Особлива увага зосереджується на топологічних законах збереження. Запропоновано метод їх побудови у термінах інваріантних форм і обговорюється їх геометричний зміст. Доведено, що замкнуті інваріантні двохформи приводять до існування топологічного інваріанту  $\Gamma$ , який для беззарядових вмерожених полів пов'язаний з числом зачеплення силових ліній цих полів, тобто з топологічним інваріантом Хопфа. Зовсім інша інтерпретація виникає для цього інваріанту у термінах s - полів, як міри неінтегруємості поля площин, ортогонального у кожній точці до векторного поля  $\vec{S}(x, t)$ , котре є векторним потенціалом вмероженого

поля. Якщо таке поле є інтегруєме, тобто існують інтегральні поверхні, дотичні до поля площин, то такий топологічний інваріант перетворюється на нуль. Як доведено у параграфі 4, з цього випадку виникає новий тип топологічного інваріанту  $I^9$  у всіх гідродинамічних середовищах. Цей інваріант характеризує тип інтегральних поверхностей. У цьому розумінні, новий топологічний інваріант  $I^9$  є додатковим до інваріанту  $I^7$  і розрізняє різні стани з  $I^7 \neq 0$ . Приклади інваріантів  $I^9$  знайдені у рідині, яка стискується та в магнітній гідродинаміці. У параграфі 5 розглянута можливість використання інваріантів при пошуку точних рішень гідродинамічних рівнянь. Виявляється, що такі рішення простим способом пов'язані з гамільтоновими потоками на многовиді. Наприклад, локалізовані вихори пов'язані з гамільтоновими потоками на сфері  $S^3$ . Знайдено рівняння для відповідних гамільтоніанів, які породжують точні рішення у ідеальній магнітогідродинаміці. Знайдено приклади топологічних вихорів з різними значеннями топологічного інваріанту  $I^7$ , які є точними рішеннями рівнянь магнітогідродинаміки. У §6 першої глави, запропоновано новий підхід до гідродинамічних інваріантів, найбільш близький до підходу, який використовується у класичній механіці. У цьому параграфі була запропонована супергамільтонова система (з гамільтоніаном спеціального виду) з дужкою Бютан, та встановлено зв'язок гідродинамічних інваріантів з звичними інваріантами супергамільтонової класичної системи. У цій системі чотири типи гідродинамічних інваріантів поєднуються у єдиний суперінваріант. Усі універсальні співвідношення між гідродинамічними інваріантами, як виявилось, є наслідок з теореми, що дужка Бютан від суперінваріантів також інваріант. Іншими словами була знайдена і доведена теорема Пуасона для гідродинамічних інваріантів. Прямим наслідком цієї

теорема, є знайдена супералгебра Лі гідродинамічних інваріантів. Такий підхід до гідродинамічних інваріантів дозволяє використати деологію та методи класичної механіки у широкій і більш складній області гідродинамічних задач та відкриває нові можливості до взаємного розвитку цих галузей фізики.

Глава 2. У цій главі, використовуючи гідродинамічні інваріанти, досліджується вплив потенціальних хвиль на еволюцію взаємодіючих крапкових вихорів. Природа існування крапкових вихорів, як квазічастинок у рідині яка стискується, тісно пов'язана з існуванням інтегралу змороженості і аналізується у §7 цієї глави. Виведені рівняння, які описують вплив потенційних хвиль на систему взаємодіючих крапкових вихорів. Доведено, що така система рівнянь інваріантна відносно зміни знаку частини змінних і тому є оборотною системою. Такі системи займають проміжну ланку між гамільтоновими та дисипативними системами, оскільки при різних значеннях параметрів в них спостерігаються явища, характерні як для гамільтонових так і дисипативних систем. У §8,9 розглянуто вплив потенціальної хвилі на пару крапкових вихорів як одного так і протилежних знаків завихреності. Доведено, що вплив потенціальної хвилі на еволюцію таких взаємодіючих вихорів, призводить до якісних змін навіть при її малих амплітудах. Виявилось, що для вихорів протилежної завихреності під впливом хвилі виникають три режими еволюції: колапс, виникнення "квантової" відстані між вихорами та режим коливань відстані між ними з додатковим зносом вихорів. Умови реалізації цих режимів детально проаналізовані. Випадок вихорів одного знаку завихреності значно складніший. Саме в цьому випадку спостерігаються стандартні елементи гамільтонових та дисипативних систем і вся множина режимів, які

реалізуються, пов'язані з взаємодією головних елементів гамільтонових систем (резонансів) з головними елементами дисипативних систем (атракторами). Детальний аналіз детермінованих і стохастичних режимів поведінки вихорів, критерії їх реалізації, та нові явища виникаючі в цих режимах, проведено у §8. У §10 досліджено більш загальний випадок впливу широкого пакету хвиль на взаємодіючі вихори. Доведено, що при цьому виникають якісні відмінності у їх еволюції в порівнянні з вище згаданим випадком. При малих амплітудах хвиль реалізується 3 можливості: колапс вихорів, "квантування" відстані між ними та необмежене зростання відстані між вихорами. Знайдені критерії цих режимів, а також механізми стохастизації рухів вихорів. Знайдено явище стохастичного колапсу, при якому стохастизується фаза обертання вихорів. Головним елементом, який визначає специфічну поведінку розглянутих фізичних систем є співіснування резонансів і атракторів у фазовому просторі. З формальної точки зору оборотні системи визначаються додатковими симетріями, з фізичної у таких системах можлива взаємодія між головними елементами гамільтонової динаміки (резонансами) та головними елементами дисипативних систем (атракторами). Взаємодія між цими елементами повинна приводити до існування нових явищ у динаміці такого типу систем. У §11 досліджується така взаємодія у рамках простої моделі, одержаної при дослідженні взаємодії вихорів з потенціальною хвилею. Ця модель узагальнює відоме зображення Чірикова на випадок оборотних систем. У запропонованому зображенні співіснують система резонансів і атрактор типу стійкого циклу, що дозволило вивчити їх взаємодію. Доведено, що взаємодія атрактора з резонансом приводить до якісної зміни резонансу. Знайдено систему біфуркацій резонансу при

проходженні через нього атрактора. Вивчено стохастичне поведіння у такій системі і виникаючі якісно нові елементи динаміки при взаємодії атрактора з резонансами. Виявлено сильну стохастичність у цій системі, яка означає непередбаченість навіть асимптотичних режимів (тобто прямування у  $\pm \infty$  або на атрактор). Одержані результати поширюють уявлення про можливі сценарії і явища, виникаючі у динамічних системах і можуть бути виявлені у широкому класі фізичних систем, які відносяться до оборотних систем.

У главі 3 розглянуто головні механізми руйнування інваріантності у сильно нерівноважних станах статистичної гідродинаміки та кінетики. У загальному випадку руйнування інваріантності у теорії турбулентності може бути пов'язано з кількома глибокими причинами. По-перше, з руйнуванням масштабової інваріантності або скейлінгу, що пов'язано з існуванням інерційного інтервалу і збереженням потоку у цьому інтервалі. По-друге, з топологічними властивостями турбулентних рухів або випадкових полів. Так наприклад, при появі відмінної від нуля спіральності однородної, ізотропної турбулентності (тобто топологічного заряду) руйнується відбиткова інваріантність турбулентних рухів. І нарешті, виникнення великомасштабних структур руйнує однорідність та ізотропність турбулентних станів. Таким чином, це зводиться до руйнування усіх загальних симетрій притаманних найбільш простим турбулентним станам, тобто масштабової інваріантності, відбиткової інваріантності та інваріантності відносно зсуву її обертання у фізичному просторі. У §12 обговорюється скейлінг і механізми його руйнування у сильної турбулентності і кінетики, труднощі та можливості їх подолання у аналогічних задачах сильно нерівноважної кінетики. На приклади нерівноважного стану фотонів, взаємодіючих з вільними електронами,

досліджено детально вплив джерела енергії на сильно нерівноважні стани. В цьому параграфі стаціонарна функція розподілу фотонів знайдена у всій області енергії методом ВКБ. При цьому знайдені можливі асимптотики функції розподілу та області їх існування в залежності від потужності джерела. Знайдені рішення не тільки демонструють відхилення від простого скейлінгу, але і приводять до нового явища, яке в певному змісті означає нерівноважний фазовий перехід. Дійсно, при неперервній зміні потужності джерела у нерівноважній системі відбувається якісна перебудова функції розподілу, яка полягає в наступному. При достатній потужності джерела в області між джерелом та стоком формується стаціонарна функція розподілу, яка має два інтервали з різними степенними асимптотиками. З зростанням потужності джерела одна з цих асимптотик "витискає" другу з інерційного інтервалу. В результаті асимптотика що виникає, має колмогоровіську природу і може бути знайдена аналогічно спектром сильної турбулентності, тобто ця асимптотика виникає внаслідок збереження потоку числа часток (фотонів) у інерційному інтервалі. Фізична причина перебудови функції розподілу і руйнування звичайного скейлінгу полягає в тому, що при відсутності джерела та стоку у кінетичній системі виникає нетривіальний рівноважний розподіл. Таким чином, у нерівноважній ситуації виникає конкуренція між двома тенденціями до утворення рівноважної функції розподілу та виходу на стаціонар. Співвідношення між характерними часами цих тенденцій і дає критерій вище згаданого фазового переходу. У заключній частині цього параграфа розглянута можливість існування інерційних інтервалів сильно нерівноважних станів у найбільш загальних кінетичних рівняннях (рівняння Больцмана), знайдено критерій існування інерційних інтервалів і

показано, що головний механізм руйнування скейлінгу у таких задачах — це відсутність таких інтервалів. В § 13 розглянуто другий механізм руйнування скейлінгу у нерівноважній кінетичній теорії, пов'язаний з порушенням відбиткової симетрії. У цьому параграфі показано, як нетривіальна топологія зовнішніх випадкових полів впливає на кінетику часток. Знайдено нове кінетичне рівняння типу Фокера-Планка, яке містить члени принципово нового типу, пропорційні спіральності зовнішньої сили (топологічному заряду). Доведено, що такий вплив приводить до нових ефектів для анізотропних розподілів. Так, під впливом таких полів для моноімпульсного пучка з неоднорідним профілем швидкості, виникає додатковий потік часток у поперечному напрямку. Такий ефект спірального прискорення виявлено з аналізу точних рішень знайденого рівняння. В заключних параграфах цієї глави розглянуто механізми генерації структур. Так у §15 проаналізовано вплив флуктуацій дисипації на генерацію структур і акустичній турбулентності. Показано, що рівняння для усередненої швидкості відносяться до типу рівняння Курamoto-Сівашинського. Знайдено критерії на властивості флуктуації дисипації, при яких можуть виникати великомасштабні структури або дрібномасштабні фрактальні структури у акустичній турбулентності. Далі розглянуто інший механізм виникнення великомасштабних структур у дрейфовій турбулентності з врахуванням дисипації. Застосовуючи метод багатьох масштабів одержані рівняння, які описують поведінку головних характеристик дрейфової турбулентності на великих часах. Доведено, що з зростанням амплітуди дрейфової хвилі виникає нестійкість, фізичний зміст якої пов'язано з появою негативної в'язкості. Знайдено критерії нестійкості дрейфових хвиль. Досліджено нелінійну стадію її розвитку і

знайдено точні рішення, які описують як нелінійні періодичні структури так і солітони. Ураховуючі, що існування таких солітонів тісно пов'язано з наявністю в'язкості, такі солітони природно назвати дисипативними дрейфовими солітонами. Ефекти негативної в'язкості мають відігравати важливу роль у багатьох турбулентних середовищах.

У главі 4 розглянуто прояв інваріантних властивостей, які зараз привертають увагу у різних галузях фізики. Вони пов'язані з новими геометричними і топологічними властивостями реальних об'єктів і процесів, які об'єднуються під назвою фрактальні та мультифрактальні характеристики (Мальдеброт В.В.). Нові ідеї, пов'язані з цими властивостями, вже стали популярними, перш за все у теорії турбулентності для уточнення каскадного характеру передачі енергії по спектру. Раніше спроба уточнення каскадного процесу була здійснена у рамках дослідження процесу фрагментації (Колмогоров А.Н.). Така модель відображає головні якості багатьох каскадних процесів, але має принципові труднощі, які не дозволили досягти розуміння у фізиці цього процесу. Головна трудність полягає у відсутності динамічних рівнянь, пристосованих до опису процесу фрагментації. У §17 запропоновано фізичний підхід до теорії фрагментації, який базується на найбільш загальних законах збереження. Це дозволяє обійти головну трудність - відсутність будь-яких динамічних рівнянь для процесу фрагментації, які напевно визначаються за рахунок законів збереження. Використовуючи закон збереження маси при фрагментації і баланс енергії, втраченої при руйнуванні на утворення нової поверхні фрагментів, побудовано кінетичний опис процесу фрагментації. Аналіз кінетичного рівняння дозволило одержати універсальні асимптотики функції розподілу фрагментів по розмірах. При цьому можливі два випадки, відповідуючі

еволюційній та нееволюційній великомасштабній компоненті. Знайдено вид асимптотики функції розподілу по розмірам  $f-R^{-4}$  та  $f-R^{-5}$  у цих випадках. Одержані результати добре узгоджуються з відомими експериментальними даними. Так у технічних цехах широко використовуються установки, пристосовані до створення дрібних фракцій. Процеси, які використовуються в них, підібрані так, щоб великомасштабна компонента обов'язково руйнувалась. Після довготермінової роботи таких установок формується стаціонарний розподіл фрагментів по розмірах. Установлено експериментально, що емпіричний "закон фрагментації" тип у таких установках відповідає функції розподілу  $f-R^{-4}$ , що співпадає з знайденою асимптотикою для еволюційної великомасштабної компоненти. Другий приклад може дати розподіл метеоритів по розмірах (експериментально встановлено, що  $f-R^{-v}$  де  $v=4\pm 0,9$ ) який є результатом руйнування великих астероїдів при зіткненнях або руйнуванні у складі регаліту малих планет. Запропонована теорія фрагментації у наступному параграфі узагальнюється на кінетичну теорію росту випадкових фракталів. Одержано кінетичне рівняння для функції розподілу по масштабах фрактальних кластерів і знайдено його точне рішення. Порівняння теоретичних результатів з результатами чисельного моделювання у §15 вказує на добре їх узгодження. У заключних параграфах цієї глави досліджено аномалії, які виникають у випадкових флуктуаційних середовищах. Головна увага зосереджена на поясненні причин структурно-складного характеру забруднення радонуклідами, які випали внаслідок Чорнобильської аварії після перекосу у турбулентній атмосфері. У §20 проведено аналіз експериментальних даних про розподіл  $^{137}\text{Cs}$ . Доведено, що такий розподіл має фрактальну природу і

знайдена фрактальна розмірність плями забруднення  $D_f = 1,68 \pm 0,02$  і її межі  $D_g = 1,37 \pm 0,04$ . Ці характеристики несуть важливу кількісну інформацію не тільки про структурно-складний характер забруднення, а і про властивості атмосферної турбулентності. Звичайно для дослідження переносу домішок у турбулентних середовищах використовують різні форми осереднених рівнянь для концентрації домішок, але для опису структурно-складних забруднень такі методи мало ефективні. Причина полягає у згладженні флуктуацій концентрації і визначенні тільки середньої концентрації. Тому була запропонована проста модель, яка зберігає флуктуації концентрації за рахунок випадковості поля швидкості атмосферної турбулентності. У рамках такої моделі було доведено, що причина структурно-складного, фрактального забруднення є великомасштабна переважає турбулентності. При цьому вона повинна мати персистентний характер і фрактальна розмірність плями забруднення залежить від показника Херста випадкового поля швидкості. Для антиперсистентної турбулентності структурні елементи у відповідній плямі відсутні. Для персистентної турбулентності з зростанням показника Херста структурність плями збільшується, а її фрактальна розмірність зменшується. З допомогою чисельного моделювання побудовані відповідні плями забруднення, які мають таку ж фрактальну розмірність, як і радіонукліди, які випали внаслідок Чорнобильської аварії при відповідному показнику Херста. Фрактальний характер забруднення антропогенними домішками має важливе значення для багатьох екологічних проблем і потребує поліпшення критеріїв екологічного ризику на забруднених територіях.

## Основні результати та висновки.

1. Запропоновано загальний геометричний метод побудови законів збереження у гідродинамічних середовищах, який базується на теорії диференціальних форм. Одержані універсальні співвідношення між різними типами локальних законів збереження, які виконуються у всіх гідродинамічних середовищах. Знайдено нові закони збереження у рідині, яка стискується, у магнітній гідродинаміці, у дворідинній гідродинаміці плазми. Знайдено новий тип топологічних законів збереження і одержані приклади таких інваріантів у головних гідродинамічних середовищах.
2. Запропоновано метод пошуку гідродинамічних інваріантів як суперінваріантів спеціальної супергамільтонової системи. Доведена теорема Пуасона для гідродинамічних інваріантів і знайдено супералгебру Лі гідродинамічних законів збереження.
3. Досліджено вплив потенціальних хвиль на динаміку двох взаємодіючих крапкових вихорів. Показано, що система рівнянь яка описує такий вплив "хвиля-частка" у гідродинаміці володіє інваріантністю відносно відбиття частини змінних і відповідає оборотній системі. У цій оборотній системі виявлено співіснування у фазовому просторі головних елементів гамільтонової динаміки (резонансів) і головних елементів дисипативних систем (атракторів).
4. Досліджено детерміновані і стохастичні режими еволюції вихорів та знайдено критерії їх реалізуємості. Знайдено явище детермінованого та стохастичного колапсу вихорів, неможливе за відсутності хвиль.
5. Досліджені нові явища, виникаючі у оборотних системах при взаємодії резонансів з атрактором. Виявлено ефект блокування та

вितискання сепаратрис резонансу атрактором і знайдена біфуркаційна діаграма перебудови резонансів під впливом атрактора. Вивчені особливості стохастичної динаміки у таких системах.

6. Знайдено режим співіснування різних асимптотик функції розподілу в інерційному інтервалі у сильно нерівноважній кінетичній теорії. Виявлено новий тип перебудови - витискання колмогорівською асимптотикою з інерційного інтервалу другу асимптотикою з збільшенням потужності джерела енергії. Побудований критерій існування інерційного інтервалу у сильно нерівноважній кінетичній теорії.
7. Знайдено ефект впливу топологічних властивостей зовнішніх випадкових полів на еволюцію функції розподілу у кінетичній теорії. Побудовано кінетичне рівняння, яке містить члени нового типу і знайдена функція розподілу у таких полях. Побудовано гідродинамічний опис системи у топологічно нетривіальних випадкових полях.
8. Запропоновано метод побудови універсальних замкнутих рівнянь для кореляційних моментів у задачах статистичної гідродинаміки і динамічних систем, який ґрунтується на ренормгрупі динамічних рівнянь. Одержано замкнуте рівняння для моментів акустичної турбулентності.
9. Досліджено вплив просторово-часових флуктуацій коефіцієнту дифузії на дифузійні процеси. Виявлено ефект зниження ефективного коефіцієнту дифузії. У нелінійних задачах на прикладі акустичної турбулентності показано, що ці процеси можуть приводити до генерації структур.

10. Знайдено ефект негативної в'язкості у дрейфовій турбулентності та критерій реалізуємості цього ефекту, на нелінійній стадії одержані солітонні рішення (дисипативні солітони) і нелінійні періодичні структури.
11. Запропонована кінетична теорія фрагментації, яка базується на загальних законах збереження. Знайдено універсальні асимптотики функції розподілу фрагментів по розмірах, які підтверджуються експериментальними спостереженнями. Побудовано узагальнення, яке описує кінетичну теорію еволюції випадкових фракталів.
12. Знайдено експериментальні значення фрактальної розмірності плями забруднення поверхні  $^{137}\text{Cs}$  і його межі, яка випала внаслідок Чорнобильської аварії. Доведено, що головна причина складності і сильної мінливості забруднення пов'язана з великомасштабною переважаючістю атмосферної турбулентності, яка володіє персистентністю.

Основні результати дисертації надруковані у наступних роботах:

1. Sagdeev R.Z., Moiseev S.S., Tur A.V., Yanovsky V.V., Problems of the theory of strong turbulence and topological solitons, in Nonlinear Phenomena in Plasma and Hydrodynamics, M., Mir, 1986, p.137-182.
2. Tur A.V., Yanovsky V.V., The role of dissipation fluctuations on the generation of structures and the Kuramoto-Sivashinsky equation. Phys. Fluids A 3(8), 1991, p.1969-1971.
3. Dubinko V.I., Tur A.V., Turkin A.A., Yanovsky V.V., Diffusion in fluctuative medium, Rad. Eff. and Defects in Solid, v.11, 1990, p.233-243.

4. Gonchar V.Yu., Ostapchuk P.N., Tyr A.V., Yanovsky V.V., Dynamics and stochasticity in reversible system describing interaction of point vortices with a potential wave, *Phys. Lett. A* 152, 1991, p. 287-292.
5. Chechkin A.V., Tur A.V., Yanovsky V.V., Negative viscosity and generation of dissipative solitons and zonal dissipative structures by drift waves, *Phys. Fluids, B* 4(11), 1992, p.3513-3523.
6. Tur A.V., Yanovsky V.V., Invariants in dissipationless hydrodynamic media, *J. Fluid Mech.* v. 248, 1993, p. 67-106.
7. Баряхтар В.Г., Гончар В.Ю., Яновский В.В., Природа сложной структуры Чернобыльского пятна загрязнений радионуклидами, *У.Ф.Ж.*, 7, 1993, с.967-975.
8. Gonchar V.Y., Svirinovskaya E.Y., Tur A.V., Yanovsky V.V., The interection between resonances and an attractor in a reversible dynamic system, *Phys. Lett. A*, 174, 1993, p.241-246.
9. Chechkin A.V., Tur A.V., Yanovsky V.V., Kinetic effects in stochastic topologically nontrivial field, *Phys. A* 208, 1994, p.501-522.
10. Volkov D.V., Tur A.V., Yanovsky V.V., Hidden supersymmetry of classical systems (hydrodynamics and conservation laws), *Phys. Lett A*; 203, 1995, p.357-361.
11. Монсеев С.С., Новиков В.Е., Тур А.В., Яновский В.В., Универсальные неравновесные распределения фотонов и динамика их образования, *ЖЭТФ*, т.86, в.3, 1984, с.920-928.
12. Тур А.В., Яновский В.В., Проблема замыкания в теории турбулентности и ренормгруппа, *ДАН СССР*, т.292, №6, 1987, с.1368-1372.

13. Сагдеев Р.З., Тур А.В., Яновский В.В., Формирование и универсальные свойства распределений по размерам при дроблении, ДАН СССР, 294, 5, 1987, с.1105-1110.
14. Болотов В.Н., Новиков В.Е., Тур А.В., Яновский В.В., Универсальные условия образования стационарных неравновесных распределений, Письма ЖТФ, т.13, в. 21, 1987, с.1331-1334.
15. Тур А.В., Яновский В.В., Флуктуации потока и колмогоровская турбулентность в несжимаемой жидкости, У.Ф.Ж., т.33, №8, 1988, с.1263-1270.
16. Tur A.V., Yanovsky V.V., Topological solitons in hydrodynamical models, Nonlinear and turbulent Processes in Physics, ed. R.Z. Sagdeev, New York, Gordon and Breach, 1984, p.1079-1083.
17. Моисеев С.С., Новиков В.Е., Тур А.В., Яновский В.В., Скейлинг в турбулентности и кинетике, в кн. Проблемы теоретической физики, Киев, Наукова Думка, 1986, с.164-173.
18. Tur A.V., Yanovsky V.V., Closed equations for correlation moments in strong turbulence, Proceedings, Int. Conf. on Plasma Physics, v.2, Kiev, 1987, p.75-80.
19. Moiseev S.S., Tur A.V., Yanovsky V.V., Scaling in strong turbulence and kinetics, "Renormgroup-88" Dubna, 1987, p.122-133.
20. Sagdeev R.Z., Tur A.V., Yanovsky V.V., A theory of fragmentation of regolith, "Phobos", М., 1988, p.186-194.
21. Gonchar V.Yu., Ostapchuk P.N., Tur A.V., Yanovsky V.V., Sound wave effects in evolution of point vortices, Nonlinear world, v.2, Kiev, Naukova Dumka, 1989.

22. Tur A.V., Yanovsky V.V., Invariants in dissipationless hydrodynamic media in nonlinear dynamics of structure, World Scientific, 1990, p.187-211.
23. Sagdeev R.Z., Tur A.V., Yanovsky V.V., Construction of Frozen-in integrals Lagrangian and topological invariants in hydrodynamical models, in: Topological Fluids Mechanics, Cambridge Univ. Press, 1990, p.421-432.
24. Гончар В.Ю., Тур А.В., Яновский В.В., Кинетика случайных фракталов, В кн: Проблемы твердого тела, Киев, Наукова думка, 1991, с.118-129.
25. Bar'yakhtar V.G., Gonchar V.Yu., Yanovsky V.V., Origin of complex structure of the Chernobyl spot of the radionuclides contamination, Preprint ITP-92-37E, Kiev, 1992, 17p.
26. Гончар В.Ю., Остапчук П.Н., Тур А.В., Яновский В.В., Эволюция точечных вихрей в поле широкого пакета волн, Препринт ХФТИ 95-5, 1995, с.1-15.

V.V. Yanovsky. Invariant properties of nonlinear nonequilibrium media. The Dissertation on scientific degree-doctor of Physics-mathematics sciences, speciality: 01.04.02 - Theoretical Physics, Institute for Single Crystals, Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, 1995.

In the dissertation main invariant properties of hydrodynamic media are studied. New method for the derivation of hydrodynamic conservation laws is proposed which is based on the universal Lee superalgebra. The invariants of all hydrodynamic media obey this superalgebra. New dynamical and topological hydrodynamic invariants are obtained. New features arising due to the existence of additional invariants as well as due to their violations are studied. The methods developed and the dissertation results are applicable to the broad class of phenomena existing in nonlinear nonequilibrium media.

В.В. Яновский. Инвариантные свойства нелинейных неравновесных сред. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности: 01.04.02 -теоретическая физика. Институт монокристаллов НАН Украины, Харьков, 1995.

В диссертации исследованы основные инвариантные свойства гидродинамических сред. Предложен новый метод получения гидродинамических законов сохранения, основанный на универсальной супералгебре Ли, которой удовлетворяют инварианты во всех гидродинамических средах. Получены новые динамические и топологические гидродинамические инварианты. Изучены основные явления, возникающие в следствии как существования дополнительных инвариантов, так и при их нарушениях. Разработанные методы и результаты диссертации применимы к широкому классу явлений, реализующихся в нелинейных неравновесных средах.

**Ключеві слова:** Інваріанти, топологічні закони збереження, спіральність, теорія турбулентності, вихори, атрактор, структури, фрактали.

Підписано до друку 22.11.95. Формат 60x84/16. Офсетний друк.  
Умовних друкованих аркушів 2,0. Тираж 100. Замовлення 153.

Харків-108, ротапринт ННЦ ХФІІ

45321

AB 33806

**AB 33.806**