

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

На правах рукописи
УДК 681.3.06

ВЫЖИКОВСКИ Роман
(Республика Польша)

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
И СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ
ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОРНЫХ МАТРИЦ,
АДАПТИРУЕМЫХ К ЗАДАЧАМ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ
(НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ)**

Специальность: 05.13.08 — Вычислительные машины,
системы и сети, элементы и устройства
вычислительной техники и систем управления

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Киев — 1995

04.03
Диссертация является рукописью.

Работа выполнена на кафедре вычислительной техники
технического университета Украины

ЛНБ України ім.В.Стефаніка



00754285 (V)

Научные консультанты: - чл.-корр. НАН Украины, д.т.н.,
проф. САМОФАЛОВ К.Г.
- д.т.н., проф. КАНЕВСКИЙ Ю.С.

Официальные оппоненты: - чл.-корр. НАН Украины, д.т.н.,
проф. МАЛИЦОВСКИЙ Б.Н.
- д.т.н., проф. ВАЛЬКОВСКИЙ В.А.
- д.т.н., проф. ХАДЖИНОВ В.В.

Ведущая организация: Институт проблем моделирования в энергетике НАН Украины

Защита состоится "18" марта 1996 г. в 14³⁰ часов
на заседании специализированного совета Д 01.02.06 в Национальном
техническом университете Украины, ауд.306, корп.18.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью
учреждения, просим направлять по адресу: 252056, г. Киев-56, прос-
пект Перемоги, 37, НТУ Украины "КПИ", Ученому секретарю.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НТУ Украины.

Автореферат разослан "9" февраля 1996 г.

Ученый секретарь
специализированного совета Д 01.02.06,
д.т.н., проф.

Бузовский
О.В. Бузовский

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

АННОТАЦИЯ

Целью работы является теоретическое обоснование и реализация возможностей повышения эффективности структурного проектирования параллельных процессорных матриц, адаптируемых к задачам пользователя по формальным описаниям численных алгоритмов, включая синтез новых, более эффективных структурно-функциональных организаций (СФО) для локально связанных параллельных систем (ЛСПС), решающих основные задачи линейной алгебры (ЛА) плотных и разреженных матриц

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- исследование новых возможностей структурного синтеза ЛСПС по формальным описаниям численных алгоритмов;
- теоретическое обоснование и разработка формализованных методов синтеза, обеспечивающих целенаправленное преобразования структурных свойств численного алгоритма и детерминированный переход от математического описания алгоритма, характеризующегося регулярным графом, к структурно-функциональному описанию ЛСПС с ограниченными ресурсами и оптимизированными аппаратно-временными затратами на реализацию алгоритма;
- исследование на базе предложенных методов пространства допустимых параллельных схем реализации алгоритмов для локально связанных систем (ОВС, транспьютерных, транспьютероподобных, систолических, волновых и т. п.) на примере решения базовых задач ЛА плотных матриц; разработка на этой основе новых, более эффективных СФО;
- модификация предложенных методов для проектирования многофункциональных ЛСПС и эффективной организации локальных вычислений при реализации алгоритмов обработки разреженных матриц.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Метод получения и процедуры генерации множества компактных матрично-графовых описаний (МГО) регулярного алгоритма преобразования информации, каждая из которых соответствует своему варианту регулярного графа алгоритма.
2. Менее трудоемкие метод и процедуры формализованного перехода от варианта МГО численного алгоритма к множеству компактных описаний схем его параллельной реализации, оптимизированных по заданной совокупности критериев.
3. Новый этап структурного синтеза процессорных матриц (ПМ) по формальному описанию численного алгоритма, который заключается в преобразования его базисного графа (БГ) и позволяет получать более широкий спектр оптимизированных проектов ПМ, допускаемых алгоритмом; процедуры генерации множества вариантов МГО численного алгоритма по

его БГ с сохранением свойств регулярности и локальности дуг графа.

4. Способ характеристики множества операторов пространственного отображения, позволяющий исключить избыточность в результирующем множестве структур ПМ; метод поиска по заданному графу алгоритма минимизированного множества пространственных распределений вычислений в ПМ, удовлетворяющих требованию локальности связей в результирующей структуре ПМ.

5. Метод синтеза временной развертки вычислений в ПМ, позволяющий более эффективно решить проблему согласования фиксированной размерности представления решетчатого графа (РГ) алгоритма с размерностью решаемого поля.

6. Метод синтеза параллельных схем реализации численных алгоритмов, масштабированных по отношению к размерам решаемого поля, базирующийся на обобщенной стратегии декомпозиции вычислительного процесса на графовом уровне.

7. Способы распределения вычислений и процедуры синтеза временных разверток при применении указанного метода для алгоритмов с регулярными и преимущественно локальными зависимостями между операторами, позволяющие адаптировать масштаб параллелизма к особенностям архитектур реальных ЛСПС.

8. Способ синтеза регулярных локально связанных организаций для эффективного решения задач ЛА разреженных матриц.

9. Новый вариант ортогонального алгоритма Жордана-Гаусса для решения СЛАУ и обращения матриц, характеризующийся уменьшенной вычислительной сложностью и расширенной областью применения.

10. Новый вариант ортогонального алгоритма Фаддеева с уменьшенной операционной сложностью и равномерным распределением вычислительной нагрузки по этапам.

11. Структурно-функциональные организации одно- и двухмерных ПМ, адаптированных к следующим базовым задачам ЛА плотнозаполненных и разреженных матриц: умножение, LU, QR, LL^t, SVD-разложения, обращение и псевдообращение различных матриц, решение СЛАУ, симметричная проблема собственных значений, проблема наименьших квадратов. Полученные схемы защищены 37 авторскими свидетельствами и патентами.

12. Усовершенствованный подход к проектированию многофункциональных ПМ, на основе которого синтезирована архитектура линейной ПМ, адаптированная ко всем базовым задачам ЛА и реализующая их набор при заданном числе ЛЭ и объеме их ЛЗУ.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Организация параллельных вычислений является предметом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований для дальнейшего повышения производительности, достижения высоких показателей надежности и живучести, а также существенного улучшения других технико-экономических показателей.

Достижения в производстве СБИС, содержащих миллионы элементов на кристалле, открыли новые возможности в построении высокопроизводительных ВС с массовым параллелизмом, способных обеспечить применение все более сложных алгоритмов для целей математического моделирования и повысить уровень интеллектуального интерфейса между человеком и ЭВМ. Однако на пути осуществления этих новых возможностей появились и новые трудности, например, резкое усложнение адекватного преобразования математического описания задачи пользователя в архитектуру параллельных технических средств. Сущность такого преобразования, как первоначального этапа синтеза вычислительных устройств (ВУ) на базе СБИС, состоит в распределении вычислений в пространстве и времени, а также в поиске компромисса между максимально допустимым параллелизмом алгоритмов решения исходной задачи и техническими возможностями или требованиями к ее реализации. Применительно к СБИС первостепенное значение приобретают такие требования как локальность и регулярность информационных и управляющих потоков, однородность процессорных элементов (ПЭ), минимизация ширины каналов ввода-вывода и обмена данными между ПЭ, высокая эффективность использования оборудования и т. п. Для достижения приемлемого компромисса необходимы формализованные процедуры распараллеливания алгоритмов для изменения степени параллельности вычислений и варьирования свойствами проектных решений, т. е. средства для корректного пространственно-временного отображения алгоритмов в архитектуры ВУ, адекватно отражающие функциональные и структурно-топологические свойства задач пользователя в соответствии с требованиями технологии СБИС.

При отображении алгоритмов в архитектуру ВУ центральными вопросами являются: 1) определение способов и языковых средств описания задач, а также форм представления исходных алгоритмов и адекватных им архитектур; 2) разработка процедур и средств, обеспечивающих для различных классов задач и актуального состояния ВТ и микровоздушной технологии наилучший компромисс между двумя противоречивыми критериями - качеством решения и сложностью методов его получения. При этом очень важный класс задач образуют те из них, которые допускают эффективную реализацию на так называемых ПМ с систолической

организацией вычислений. Указанные ПМ представляют собой одно- или двумерные структуры из регулярно и локально связанных ПЭ одного или нескольких типов, которые ритмически обрабатывают взаимодействующие потоки как исходных данных, поступающих на граничные ПЭ структуры так и промежуточных результатов, образуя соответствующие потоки результатов задачи, выводимые также через граничные ПЭ.

Среди задач данного класса, алгоритмы решения которых характеризуются, как правило, регулярными, квазирегулярными или кусочно-регулярными графами, особое место занимают задачи вычислительной ЛА. Их решение положено в основу использования математических моделей в различных областях науки и техники. Большая вычислительная сложность базовых задач ЛА, которыми являются матрично-векторное умножение (МВУ), матрично-матричное умножение (ММУ) со сложением, обращение матриц, решение СЛАУ, факторизация матриц (LU- и QR-разложения, сингулярное разложение) и решение проблемы собственных значений, а также высокие требования к точности и времени их выполнения обуславливают целесообразность разработки ПМ, решающих основные задачи ЛА плотных и разреженных матриц.

Настоящая работа посвящена: 1) разработке формализованных методов синтеза, обеспечивающих целенаправленное преобразование структурных свойств численного алгоритма и детерминированный переход от математического описания алгоритма, характеризующегося регулярным графом, к структурно-функциональному описанию ЛСПС с ограниченными ресурсами и оптимизированными аппаратно-временными затратами на реализацию алгоритма; 2) модификации разработанных методов для эффективной реализации задач обработки разреженных массивов данных и проектирования многофункциональных структур; 3) синтезу, в соответствии с предложенными методами, новых, более эффективных СФО ПМ для решения задач ЛА плотнозаполненных и разреженных матриц.

Методы исследования базировались на теориях множеств и графов, общей алгебре, комбинаторике, численном анализе и линейной алгебре, линейном и целочисленном программировании, на современных теориях ВС и ЭВМ, систем обработки сигналов, теории алгоритмов.

Экспериментальная проверка научных положений, предложений и полученных результатов осуществлялась путем моделирования на ЭВМ в рамках разработанной системы автоматизированного проектирования ПМ по формальным описаниям исходных алгоритмов.

Научная новизна работы заключается в развитии единого матрично-графового подхода к проектированию локально связанных параллельных систем, теоретическом обосновании и реализации новых возможностей

решения проблем адаптации процессорных матриц к задачам пользователя по формальным описаниям численных алгоритмов. При этом необходимо выделить следующие результаты:

1. Для получения более широкого, по сравнению с известными методами, альтернативного многообразия проектных решений впервые предложено ввести этап преобразования базисного графа алгоритма, который непосредственно предшествует этапу собственно проектирования СФО ПМ с использованием пространственно-временного отображения (ST-отображения) графов алгоритмов. Разработаны процедуры трансформации базисных графов алгоритмов различного типа, позволяющие использовать внутренний параллелизм алгоритма для построения ПМ с требуемыми, а в ряде случаев с уникальными свойствами, и получить существенно расширенное множество оптимизированных проектных решений, допускаемых алгоритмом.

2. Существенно усовершенствован этап собственно проектирования СФО ПМ за счет разработки новых методов синтеза по графам алгоритмов пространственного распределения и временной развертки вычислений в ПМ. Указанные методы позволяют уменьшить трудоемкость процедур поиска ST-отображений, гарантирующих получение структурных решений, оптимизированных по количеству ПЭ и связей между ними, времени реализации алгоритма, объему ЗУ и загрузенности ПЭ.

3. Разработан метод структурного синтеза ЛСПС с учетом ограничений на их ресурсы, в основу которого положены предложенные процедуры декомпозиции алгоритмов на графовом уровне их представления, что позволило унифицировать подход к учету ограниченного параллелизма реальных ВС при ST-отображении графа алгоритма в структурно-функциональную схему его параллельной реализации, масштабированную по отношению к размерам решающего поля, предоставляемого пользователю.

4. Теоретически исследовано пространство допустимых параллельных схем вычислений для локально связанных систем (ОВС, транспьютерных, транспьютероподобных, систолических и т.п.) на примере решения основных задач ЛА плотных и разреженных матриц, что позволило синтезировать новые СФО ПМ, адаптированные к задачам пользователя по размерам решающего поля, организации ввода-вывода, структуре межпроцессорных связей и отличающиеся от известных более высокой эффективностью реализации как регулярной, так и нерегулярной матричной обработки.

Практическая ценность работы заключается в создании математического, информационного и методического обеспечения средств проектирования параллельных ВУ или параллельных форм реализации численных алгоритмов и погружения их в ПМ, адаптируемые к задачам пользователя, а также в разработке более эффективных модификаций алгоритмов

и новых структур для решения задач ЛА плотнозаполненных и разреженных матриц. Полученные результаты могут быть также эффективно использованы для создания аппаратных средств обработки сигналов и изображений в системах реального времени.

Внедрение результатов работы. Основные результаты диссертационной работы использованы при выполнении госбюджетных научно-исследовательских работ кафедры вычислительной техники НТУУ "КПИ": Государственной научно-технической программы 6.3.1 "Высокопроизводительные профессиональные ЭВМ и проблемно-ориентированные комплексы широкого назначения" в рамках темы № 4113 "Супермикро-ЭВМ"; программы Министерства образования Украины "Методы проектирования и создание интегрированных и компьютеризованных систем и технологий" в рамках темы № 2710 "САПР параллельных и конвейерных вычислительных схем и процессоров", а также в учебном процессе на кафедре по курсам "Специализированные ЭВМ" и "Технология параллельных вычислений".

Апробация работы. Результаты работы были представлены и докладывались на XVII-м Международном симпозиуме EURO MICRO по микропроцессорам и микропрограммированию (Париж, 1992), Международном симпозиуме IEEE по теории цепей и электронных систем (Сан Диего, 1992), Международной конференции "Технология параллельных вычислений РАСТ-91" (Новосибирск, 1991), Международной конференции "Обработка сигналов" LSPIC-90 (Рига, 1990), Международном симпозиуме по оптимальным алгоритмам (Варна, 1989), Международных симпозиумах по применению микропроцессоров и микрокомпьютеров (Будапешт, 1987, 1989), IV-м и VI-м Международных симпозиумах по параллельной обработке на клеточных автоматах и массивах PARCELLA-88 и -94 (Берлин, 1988, 1994), Национальных конференциях "Теория цепей и электронных систем" (Варшава, 1991; Гданьск, 1987), Всесоюзной конференции "Методы и микроэлектронные средства цифрового преобразования и обработки сигналов" (Рига, 1989), 1-й Всесоюзной конференции "ОБС и систолические структуры" (Львов, 1990), Всесоюзных совещаниях "Конвейерные ВС" (Киев, 1985, 1988), Региональном семинаре "Теория и практика создания систем технического зрения" (Москва, 1990), Научно-технических семинарах по ОБС и систолическим структурам (Львов, 1989-1992), 1-й Международной конференции по параллельным вычислениям и прикладной математике PRAM-94 (Ченстохова, 1994), 1-й Международной конференции IEEE по вычислительным системам с массовым параллелизмом MIPS-94 (Италия, 1994), Международной конференции по обработке данных в реальном времени RTD-94 (Дубна, 1994), Международных семинарах по проекту РАСТ-WP.5 стран Центральноевропейской инициативы (Смоленце,

Словакия, 1994, Сорренто, Италия, 1995), Международном совещании по программе РАСТ (Вена, 1994), 5-й Международной конференции по параллельным вычислениям PARCO-95 (Гент, Бельгия, 1995), 6-й Международной конференции по цифровой обработке сигналов (Бостон, США, 1995) и др.

Публикации. По результатам исследований опубликовано 105 научных работ, в том числе получено 37 авторских свидетельств.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы из 404 наименований и приложений. Основной материал изложен на 249 страницах машинописного текста, иллюстрированных 77 страницами графического материала.

В первой главе сформулированы требования к численным алгоритмам и параллельным процессорам, адаптируемым к задачам пользователя, при их реализации на базе СБИС. Исследованы свойства основных задач и методов вычислительной ЛА, особенности их параллельной реализации. Выполнены анализ и классификация известных параллельных СБИС-ориентированных процессоров для решения задач ЛА. На основе анализа состояния методологического обеспечения структурного синтеза ЛСПС сформулированы пути совершенствования указанного обеспечения.

Во второй главе, базируясь на матрично-графовой модели синтеза параллельных СБИС-ориентированных процессоров, анализе и классификации РГ алгоритмов решения задач пользователя, выполненных на примере алгоритмов ЛА, предложено ввести этап преобразования БГ алгоритма и разработаны процедуры трансформации РГ, которые, совместно с предложенными методами синтеза пространственного распределения и временной развертки вычислений в ПМ, позволяют выявить и в максимальной степени использовать внутренний параллелизм алгоритма для построения локально связанных структур с требуемыми свойствами.

В третьей главе описаны разработанные метод и процедуры синтеза параллельных процессоров с учетом ограничений на их ресурсы, основанные на декомпозиции алгоритмов на графовом уровне, которая предшествует ST-отображению полученных графовых представлений в параллельные схемы реализации алгоритмов, масштабированные по отношению к размерам решаемого поля.

В четвертой главе на основе разработанных в главах 2 и 3 методов, а также предложенного способа регуляризации РГ алгоритмов обработки разреженных матриц, исследовано пространство параллельных схем вычислений для локально связанных систем, реализующих следующие базовые задачи ЛА плотных и разреженных матриц: умножение и обращение, вычисление треугольных разложений, решение СЛАУ прямыми и итерационными

методами, решения проблемы собственных значений. Рассмотрены также вопросы организации управления вычислительным процессом в ПМ.

В пятой главе рассмотрено проектирование многофункциональные ПМ для решения задач ЛА плотных матриц. В частности, на основе алгоритма Фаддева синтезированы параллельные ПМ, адаптированные к задачам пользователя по размерам решаемого поля, организации ввода-вывода и структуре межпроцессорных связей. Исследованы также способы расширения класса задач, решаемых на полученных ПМ.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Приведем сокращения, часто используемые ниже: БГ - базисный граф, ВП - внешняя память, ГП - гиперплоскость, КМО - компактное матричное описание, ЛЗУ - локальное ЗУ, ПС - пропускная способность, РГ - решетчатый граф, СФО - структурно-функциональная организация, ФО - функциональный оператр, ЯВУ - язык высокого уровня.

Для максимально полной реализации возможностей как параллельно-конвейерной обработки данных, так и технологии СБИС, необходимы соответствующие алгоритмы решения задач предметных областей, корректная методология проектирования и новые СФО вычислительных средств. В связи с этим сформулированы требования, предъявляемые технологией СБИС к алгоритмам и параллельным процессорам, адаптируемым к задачам пользователя, на основании которых установлено, что, с одной стороны, первостепенное значение для СБИС имеет регулярность алгоритма, а затем уже его вычислительная сложность. С другой стороны, обоснована целесообразность ограничения связей между ПЭ топологией преимущественно ближайших соседей. При этом на основе изучения возможных подходов к проблеме адаптации параллельных ВС к задачам предметных областей с учетом ограниченности ресурсов реальных вычислительных структур и их унификации, конвейеризации вычислений и минимизации накладных расходов на реконфигурацию вычислительных средств обоснована перспективность применения для ее решения функционально-ориентированных регулярных организаций на базе ЛСПС, выполненных на основе стандартных и заказных СБИС и способных реализовать параллельные алгоритмы решения задач пользователя адекватно их структурам. Указанные системы должны базироваться на: 1) модульном принципе наращивания количества ПЭ и объединения отдельных структурных образований в единое целое; 2) близости (подобии) структур связей между операторами различных алгоритмов предметной области; 3) возможности параметрической настройки одного и того же алгоритма на решение некоторого набора задач при различных размерах обрабатываемых массивов

данных; 4) локальности взаимодействий в регулярной структуре; 5) организации ввода-вывода данных через граничные ПЭ ВУ.

Методами конечных разностей и конечных элементов, методом граничных элементов и другими методами дискретизации очень многие прикладные задачи, а по некоторым оценкам, даже их большинство, можно свести к следующим основным задачам вычислительной математики: 1) решению СЛАУ с плотными, ленточными или разреженными матрицами; 2) нахождению собственных значений и собственных векторов матриц; 3) решению систем нелинейных алгебраических или трансцендентных уравнений; 4) решению дифференциальных уравнений и их систем. Ряд прикладных задач сразу же можно описать с помощью указанных основных задач, две первые из которых являются непосредственно задачами ЛА, а при решении двух остальных в качестве промежуточного и, как правило, наиболее трудоемкого этапа возникает потребность в решении СЛАУ.

Для современного состояния алгоритмического обеспечения вычислительной ЛА характерны: 1) ограниченный набор базовых задач при большом количестве методов их решения; 2) потребность в выполнении большого объема периодически повторяющихся вычислений (до 10^{20} оп/сек), в которых отсутствуют условные ветвления; 3) высокая степень внутреннего параллелизма и регулярность связей между операторами алгоритма; 4) возможность уменьшения издержек на обмены данными и достижения более высокой степени загрузки оборудования и распараллеливания вычислений при переходе от среднемасштабного параллелизма на уровне векторных операций к крупномасштабному на уровне матричных операций.

На основе анализа известных как прямых, так и итерационных методов и алгоритмов решения базовых задач ЛА выделены те из них, которые являются наиболее подходящими для параллельной реализации в СБИС-ориентированных структурах.

Для сравнительной оценки эффективности существующих и разрабатываемых организаций параллельных СБИС-ориентированных процессоров с локальными взаимодействиями (или ПМ с систолической организацией вычислений) в работе выполнена их классификация по наличию ЛЗУ в ПЭ, количеству реализуемых ВУ задач, размерности сети ПЭ и топологии межпроцессорных связей, способу синхронизации вычислений, количеству выполняемых ПЭ функций, степени однотипности ПЭ, разрядности и формату обрабатываемых данных, а также сформирована система критериев качества, включающая характеристики: производительности, аппаратной и структурной сложности, сложности управления вычислениями, функциональных возможностей, точности вычислений и сложности организации

обменов с системной средой.

Изменчивость приоритетности отдельных критериев, а также большое разнообразие как самих критериев, так и алгоритмов решения задач ЛА и их свойств, приводят к чрезвычайно большому пространству возможных решений для СФО локально связанных систем, адаптируемых к задачам ЛА. Поэтому несмотря на усилия исследователей и разработчиков, далеко не исчерпаны те богатые резервы для совершенствования указанных организаций, которые скрыты в свойствах алгоритмического обеспечения ЛА. Анализ известных решений из этого пространства позволил сформулировать следующие основные пути повышения их эффективности:

1. Разработка новых методов структурного синтеза ПМ, позволяющих выявить и в максимальной степени использовать внутренний параллелизм численных алгоритмов для построения СБИС-ориентированных структур с требуемыми свойствами, оптимизированными аппаратно-временными затратами и масштабированных по отношению к размерам решаемого поля, предоставляемого пользователю.

2. Использование в качестве отправной точки процедур синтеза подходящих, возможно соответствующим образом преобразованных, алгоритмов решения задач предметной области, в максимальной степени удовлетворяющих требованиям технологии СБИС.

3. Преимущественная ориентация на ПМ с одномерной (линейной) структурой связей, лучше чем двумерные отвечающие требованиям технологии СБИС, позволяя минимизировать требования к ПС каналов связи между подсистемами памяти и обработки, а также обеспечивая ее независимость от количества ПЭ и простое наращивание объема оборудования.

4. Минимизация аппаратно-временных затрат на реализацию алгоритмов обработки разреженных матриц благодаря учету их структуры.

Основная часть работы посвящена реализации первого из указанных путей как базового. При этом этап структурного синтеза ПМ в соответствии с подходом "сверху-вниз" трактуется как преобразование математического описания численного алгоритма в структурно-алгоритмическое описание схем его параллельной реализации, отождествляемых с описанием параллельных ВУ, адекватно реализующих исходный алгоритм и удовлетворяющих заданным технико-экономическим ограничениям.

Ввиду NP-сложности общей проблемы отображения численных алгоритмов на параллельные ВС, создание сколь-нибудь эффективного метода синтеза параллельных вычислительных средств требует установления ограничений как на вид результирующей ВС, так и на класс реализуемых на ней алгоритмов. Это позволяет минимизировать количество переборов вариантов решений путем разработки формализованных или даже

аналитических процедур проектирования параллельных ВУ.

В работе выполнен анализ известных методов структурного синтеза ПМ по формальным описаниям численных алгоритмов. Указанные методы отличаются друг от друга широтой класса реализуемых алгоритмов, степенью формализации, наличием средств автоматизированного проектирования (АП), а также способами реализации следующих итерационно выполняемых этапов: 1) задания и внутреннего представления численного алгоритма в процессе разработки ПМ, 2) выявления информационных связей между операторами алгоритма, 3) реализации отображения алгоритма в структурно-функциональный проект и поиска вариантов указанного отображения, 4) оценки и верификации получаемых решений. Это позволило, во-первых, обосновать целесообразность введения матрично-графовых форм описания алгоритмов и структурных схем параллельных ВУ для обеспечения компактности записи, простоты, удобства и наглядности процедур синтеза ПМ. Во-вторых, сформулированы основные направления совершенствования методов структурного проектирования ПМ за счет: 1) введения нового этапа преобразования БГ численного алгоритма для получения существенно расширенного множества оптимизированных проектных решений, допускаемых алгоритмом; 2) уменьшения трудоемкости процедур поиска СТ-отображений графа алгоритма в структурно-функциональные проекты ПМ при одновременном расширении возможностей указанных процедур; 3) применения декомпозиции алгоритмов на графовом уровне их представления для унификации подходов к учету ограниченного параллелизма реальных ВУ.

Универсальный подход к отображению безусловного алгоритма А вычисления сложной функции в параллельное ВУ состоит в гомоморфном преобразовании графа $G_A = (V, E)$ алгоритма, которое основано на разбиении множества V вершин, соответствующих операторам алгоритма, на непересекающиеся подмножества P_i вершин и отождествлении каждого подмножества с i -м ПЭ. Если при этом корректно определить расписание моментов выполнения операторов алгоритма и пересылок переменных между ПЭ, то в результате будет получена структурная схема $S = \langle S, T, \Phi \rangle$ параллельного ВУ, реализующего алгоритм А, где $S = (V_S, E_S)$ - оргграф, называемый структурой ВУ (вершины V_S соответствуют самим ПЭ, а дуги E_S описывают связи между ними), T - функция синхронизации вычислений и обменов, Φ - множество алгоритмов функционирования ПЭ.

Поскольку при реализации на базе СБИС нерегулярные алгоритмы уступают, как правило, регулярным, то именно исследование последних представляет огромный теоретический и практический интерес. В частности, для каждой базовой задачи ЛА можно найти такой способ ее

решения, при котором алгоритм будет не только линейным, но и регулярным (квазирегулярным или кусочно-регулярным). При этом строго регулярным будем называть граф, в котором каждая вершина описывается одинаковым набором r переменных, а любой переменной каждой вершины соответствует одна входящая в нее и одна выходящая из нее дуги.

Для регулярного графа естественным является расположение его вершин в узлах регулярной целочисленной решетки $K^n \times Z^n$. Такие графы получили название решетчатых. РГ регулярных алгоритмов допускают удобные для проектирования КМО в виде, например, характеристических матриц D , описывающих топологию связей (дуг) между вершинами РГ.

Определение 1. Любой вершине строго- или квазирегулярного РГ, расположенной в узле $\bar{K} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]^t$ области задания K^n , соответствует ΦO следующего вида:

$$x_i(\bar{K}) = f_i(x_1(\bar{K}-\bar{d}_{j_1}), x_2(\bar{K}-\bar{d}_{j_2}), \dots, x_r(\bar{K}-\bar{d}_{j_r})), \quad (1)$$

где $i \in R = \{1, 2, \dots, r\}$; $\bar{d}_{j_q} \in D$, $j_q \in \{1, 2, \dots, l\}$; причем $D = [\bar{d}_1 \ \bar{d}_2 \ \dots \ \bar{d}_l]$ - матрица, столбцами которой являются все векторы \bar{d} непосредственной информационной зависимости между ΦO алгоритма.

Утверждение 1. Характеристическая матрица D квазирегулярного РГ является объединением регулярной D^* и нерегулярной D^{**} компонент (подматриц), первая из которых состоит из r вектор-столбцов, описывающих дуги между внутренними вершинами РГ, а вторая - из $l-r$ столбцов, соответствующих дугам, которые инцидентны граничным вершинам РГ.

К соотношению (1) приводит, например, запись численного алгоритма на ЯВУ в виде n -мерного гнезда циклов или представление в виде следующей однородной системы линейных рекуррентных уравнений, связывающей индексированные переменные (элементы массивов) алгоритма:

$$\forall \bar{K} \in K^n \left\{ \begin{aligned} & \{x_i(A_{x_i} * \bar{K} + \bar{E}_{x_i}), x_j(A_{x_j} * \bar{K} + \bar{E}_{x_j}), \dots\} = \\ & = \Phi(x_p(A_{x_p} * \bar{K} + \bar{E}_{x_p}), x_v(A_{x_v} * \bar{K} + \bar{E}_{x_v}), \dots) \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где Φ -функция - базовая операция (БО), задающая способ вычисления результатов ΦO по его аргументам, а A_x обозначает индексную матрицу, с точностью до вектора констант $\bar{E}_x = [e_x^1, e_x^2, \dots, e_x^g]^t$ задающую целочисленные индексы $f_x^1, f_x^2, \dots, f_x^g$ переменной x согласно уравнению:

$$[f_x^1, f_x^2, \dots, f_x^g]^t = A_x * \bar{K} + \bar{E}_x.$$

Направления возрастания индексов по каждой i -й переменной можно задать матрицей $H = [H_i^j]$ приращений индексов, направления возрастания индексов на границах - матрицей D_B граничных векторов $\bar{d}_{B,i}^j$, а сами границы области K^n - с помощью матрицы A^* и вектора B^* , причем

$$\forall \bar{K} \in K^n \quad A^* \bar{K} \leq B^*.$$

Преимущества КМО алгоритмов используются в максимальной степени при синтезе гомоморфного преобразования графа G_A в виде линейного отображения пространства $Z^n \rightarrow K^n$ на m -мерную гиперплоскость графа S структуры. Тогда для определения структурной схемы $C = \langle S, T, \Phi \rangle$ ПМ, реализующей алгоритм A , на решетке K^n достаточно задать линейную, инъективную и монотонную функцию F вида

$F: K^n \rightarrow K^{m+1}$, $F(\bar{K}) = [k_1^F, k_2^F, \dots, k_m^F, t]^T$, $\bar{K} \in K^n$, $m+1 \leq n$, называемую ST-отображением, поскольку она состоит из пространственной F_S и временной F_T компонент. Компонента F_S приписывает любую вершину графа конкретному ПЭ структуры, а F_T компонента определяет момент ее выполнения. Обе компоненты допускают интерпретацию в виде одноименных целочисленных матриц, имеющих по n столбцов и соответственно m строк и одну строку. Вместе взятые F_S, F_T образуют $(m+1) \times n$ матрицу F ST-отображения, т. е.

$$F = \begin{bmatrix} F_S \\ F_T \end{bmatrix} = [f_{ij}], \quad i = 1, 2, \dots, m+1; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

В силу линейности F имеем в матричной форме:

$$\Delta = F \cdot D = \begin{bmatrix} \Delta_S \\ \Delta_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_S \cdot D \\ F_T \cdot D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1^S & \delta_2^S & \dots & \delta_n^S \\ \delta_1^T & \delta_2^T & \dots & \delta_n^T \end{bmatrix}.$$

Структура межпроцессорных связей определяется матрицей Δ_S , а задержки Δ_T , согласующие информационные потоки во времени, - сохраняющим инъективность функции F целочисленным решением системы неравенств $\Delta_T = F_T \cdot D \geq [1 \ 1 \ \dots \ 1]$, соответствующей условию монотонности отображения. Таким образом, первая компонента ST-отображения определяет структуру S , вторая - функцию синхронизации T , а обе вместе взятые - множество Φ алгоритмов функционирования ПЭ. При этом все конструктивно-технические характеристики синтезируемых ПМ находятся, исходя из компактных форм представления РГ и указанных составляющих.

Глобальной модели параллельных ВС в виде структурных схем ПМ соответствует локальная модель обобщенного ПЭ, состоящего из многовходового коммутатора, операционного устройства (ОУ) и ЛЗУ в виде набора буферов типа FIFO или ОЗУ. Для задач ЛА, алгоритмы решения которых отличаются достаточно сложными операторами, для построения ПЭ можно использовать микропроцессоры общего или специального назначения (например, современные сигнальные процессоры).

Учитывая изложенное, решаемая далее в работе задача отображения алгоритмов, которые характеризуются строго регулярными (квазирегулярными или кусочно-регулярными) графами, в структурные схемы ПМ сведена к разработке следующих формализованных процедур: 1) преобразования исходной записи численного алгоритма в виде математических

соотношений, на ЯВУ или в виде графа, в конечное множество матрично-графовых описаний, каждое из которых удовлетворяет условиям, накладываемым систолической организацией вычислений; 2) декомпозиции этих описаний на подпроцессы с целью учета ограниченного параллелизма реальных ВУ; 3) выделения на основе полученных описаний множества допустимых пространственных распределений вычислений по ПЗ; 4) синтеза оптимизированных временных разверток вычислений в выделенных структурах.

Ввиду важности РГ для структурного синтеза ПМ, на примере алгоритмов ЛА выполнены анализ и классификация РГ численных алгоритмов с учетом наиболее важных с точки зрения их параллельной СБИС-реализации критериев, а именно: 1) размерности n пространства Z^n задания графа; 2) формы области K^n размещения его вершин; 3) длины связей между вершинами; 4) расположения дуг графа в пространстве Z^n ; 5) степени регулярности связей между вершинами и 6) однородности ФО, соответствующих этим вершинам; 7) внутреннего строения ФО; 8) степени вершин по входу и выходу; 9) длины критического пути.

Выполненная классификация позволила уточнить направления развития методологии синтеза ПМ и, в частности, сделать вывод о том, что при синтезе по заданному алгоритму процессорных матриц, особенно с конкретными свойствами, актуальной становится задача преобразования структурных свойств алгоритмов с целью получения РГ, например, с определенной топологией связей, минимизированной длиной критического пути, определенной формой области K^n и топологией расположения вершин, соответствующих неосновным ФО, и т. п.

Пусть численный алгоритм задан на ЯВУ в виде последовательности n операторов цикла типа FOR (DO), вложенных один в другой, т. е. в виде совершенного или составного гнезда циклов размерностью n . Для первого из них справедливо следующее выражение:

$$\text{for } \bar{I} \in I^n \text{ (по порядку } \succ \text{) do} \\ \bar{F}(x_1(\bar{f}_1(I)), x_2(\bar{f}_2(I)), \dots, x_r(\bar{f}_r(I))),$$

где \bar{F} - безусловная операция тела цикла, аргументами которой являются индексированные переменные $x_1(\bar{f}_1(I)), \dots, x_r(\bar{f}_r(I))$, причем $\bar{f}_j(I)$ - индексная функция, определяющая индексы при переменной x_j ($j = 1, 2, \dots, r$), а \succ обозначает отношение лексикографического порядка.

Определение 2. Множество \forall_A всех ФО алгоритма, упорядоченных в том лексикографическом порядке, который определен в исходной программе, порождает БГ $G_B = \langle V, E \rangle$ алгоритма, где V - множество вершин, каждой из которых соответствует ФО с координатами $\bar{k} = I$, причем $I \in I^n$; E - множество дуг, каждой из которых поставлена в соответствие пе-

редача некоторой индексированной переменной (при фиксированных значениях индексов) из одного Φ_0 в другой.

Существующие методы структурного проектирования ПМ оперируют, как правило, только с БГ; поиск новых структурных решений осуществляется главным образом за счет соответствующих ST-отображений БГ в архитектуру технических средств. Однако ввиду того, что значение ST-отображения F принципиально не может выйти за пределы области параллельных интерпретаций исходной программы, допускаемых соответствующим ей БГ, для получения более широкого, по сравнению с известными методами, спектра решений ПМ, в работе предложено ввести этап преобразования БГ, используя: 1) произвол в способе рассылки неперечисляемых переменных между Φ_0 ; 2) возможность изменения порядка формирования перечисляемых переменных нестроого типа для преобразования структуры информационных зависимостей алгоритма; 3) возможность изоморфного вложения (погружения) одного варианта регулярного РГ с локальными дугами в другие регулярные РГ с локальными дугами.

С учетом NP-сложности задачи генерации полного множества РГ алгоритма по его БГ в процедуру генерации введены ограничения в виде регулярность и локальность взаимодействий между Φ_0 , учитывающие особенности систолической организации вычислений. При этом сама процедура генерации сводится к установлению инъективного соответствия между множеством Ψ_A Φ_0 алгоритма и узлами \bar{K} решетки K^n , что эквивалентно заданию отображения координат \bar{I} вершин БГ в координаты \bar{K} этих вершин в результирующем РГ, где $\bar{I} \in I^n$, $\bar{K} \in K^n$. Любой из получаемых РГ может быть представлен повторяющимся фрагментом, который описывается состоящей из r $(0, \pm 1)$ -векторов регулярной компонентой D^* матрицы D .

Определение 3. Любая подсистема из n линейно независимых вектор-столбцов матрицы D^* образует ее базис B в пространстве Z^n .

Утверждение 2. При заданном базисе B остальные вектор-столбцы \bar{d}_k матрицы D^* являются целочисленной комбинацией столбцов базиса, т.е. $\bar{d}_k = B \cdot \bar{v}_k$.

Утверждение 3. Количество Ω_n всех несимметричных $(0, \pm 1)$ -базисов n -мерного пространства не превышает $\Omega_n = C_{\omega}^n$, где $\omega = (3^n - 1)/2$.

Первый этап итеративной процедуры генерации множества графовых представлений численного алгоритма по его БГ сводится к получению всевозможных $(0, \pm 1)$ -базисов n -мерного пространства, задающих структуры бесконечных регулярных графов с требуемыми свойствами, причем для малых значений $n \leq 3$, свойственных большинству реальных алгоритмов, можно ограничиться перебором указанных базисов. На втором этапе вы-

полняется установление соответствия любого из полученных регулярных графов описанию численного алгоритма таким образом, что вершинам будут соответствовать конкретные Ф0, а дугам - информационные зависимости, порождаемые индексированными переменными этих Ф0. Для этого множество Ψ всех Ф0 алгоритма разбивается на пересекающиеся подмножества $\Psi(X_j, (f_j, \bar{I}))$, элементы каждого из которых используют одну и ту же переменную X_j с фиксированными значениями индексов при ней. Корректность получаемых графовых представлений алгоритма обеспечивается благодаря выбору соответствующей системы базисных векторов, сохранению требуемого порядка формирования перевычисляемых переменных, проверки условия ацикличности РГ вида $\sum_{i \in \Lambda} \bar{d}_i \neq 0$, где Λ - любое подмножество множества $\{1, 2, \dots, 1\}$, а также за счет того, что после назначения нового Ф0 некоторой вершине регулярного графа проверяется существования непустого пересечения подмножеств $\Psi(X_j, (f_j, \bar{I}))$, порождаемых переменными уже зафиксированных Ф0.

Для каждого из полученных матрично-графовых представлений численного алгоритма находятся все пространственные операторы F_S (распределения вычислений в ПМ), удовлетворяющие требованию локальности связей в результирующей структуре S , размерностью m , а затем для любой из них с помощью вектора F_r определяется оптимальная функция синхронизации T (временная развертка). Для построения более эффективных, по сравнению с известными, методов синтеза ST-отображения в работе решаются следующие проблемы: 1) разработки способа характеристики множества отображений F_S , обеспечивающего отсутствие избыточности в результирующем множестве структур ПМ; 2) формулировки в конструктивной и достаточно общей форме условия инъективности оператора F , гарантирующего отсутствие конфликтов при распределении вычислений в ПМ в пространстве и времени.

При поиске множества всех допустимых отображений F_S решается система диофантовых уравнений

$$F_S \cdot D = \Delta_S \quad (3)$$

с различными правыми частями в виде $\xi = |\Sigma_m|^1$ всевозможных $m \times 1$ матриц Δ_S , столбцы которых принадлежат множеству Σ_m допустимых связей между ПЭ, причем $\Sigma_1 = \{0, \pm 1\}$, а

$$\Sigma_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \pm \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \pm \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \pm \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \pm \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Утверждение 4. Различные линейные операторы F_S могут приводить к изоморфным структурам S с одинаковым распределением Ф0 по ПЭ.

Определение 4. Отображения F_S (и порождаемые ими структуры S), о которых говорится в утверждении 4, будем называть эквивалентными.

Именно наличие эквивалентных отображений F_S приводит к большим

значениям ξ (например, при $m=2, l=3$ имеем $\xi=729$, а при $m=2, l=4$ получаем уже $\xi=6561$). Поэтому первостепенное значение для уменьшения трудоемкости поиска приобретает редукция числа переборов вариантов решений для F_S .

Определение 5. Две целочисленные матрицы A_1 и A_2 полного ранга будем называть конгруэнтными, что записывается как $A_1 \approx A_2$, если $PA_1 = A_2$ для некоторой унимодулярной целочисленной матрицы P .

Утверждение 5. Бинарное отношение конгруэнтности матриц является отношением эквивалентности, т. е. из $A_1 \approx A_2$ следует $A_1 = A_2$.

Благодаря привлечению аппарата нормальных эрмитовых форм для исследования свойств целочисленных матриц получен конструктивный критерий верификации эквивалентности структур S .

Утверждение 6. Пространственные отображения F_S^1 и F_S^2 строго или квазирегулярного РГ с областью задания K^n в структуры S_1 и S_2 процессорных матриц PM_1 и PM_2 соответственно являются эквивалентными в смысле определения 1 (что записывается как $F_S^1 = F_S^2$) тогда и только тогда, когда F_S^1 и F_S^2 - конгруэнтны матрицы, т. е. $F_S^1 \approx F_S^2$.

Следствие. Структуры S_1 и S_2 также эквивалентны, а описывающие их матрицы Δ_S^1 и Δ_S^2 являются конгруэнтными.

Пусть $D = [D_1 \ D_2]$, где D_1 - базисная подматрица порядка n . Указанное представление (оно всегда возможно) порождает аналогичное разбиение матрицы $\Delta_S = F_S \cdot D$ на подматрицы Δ_S^1 и Δ_S^2 .

Утверждение 7. Пусть матрицы $\Delta_S = [\Delta_S^1 \ \Delta_S^2]$ и $\tilde{\Delta}_S = [\tilde{\Delta}_S^1 \ \tilde{\Delta}_S^2]$ являются представителями двух различных классов эквивалентности факториального множества $\Sigma_{m,1}^c$, порождаемого отношением конгруэнтности на множестве всех $m \times 1$ матриц Δ_S , столбцы которых принадлежат множеству Ξ_m , причем Δ_S^1 и $\tilde{\Delta}_S^1$ - матрицы полного ранга m . Тогда из конгруэнтности матриц Δ_S^1 и $\tilde{\Delta}_S^1$ следует, что при решении равенства (3) ими будут порождаться эквивалентные отображения F_S .

Следствие 1. Для строго регулярного РГ с матрицей D число неэквивалентных матриц F_S не превышает $\xi_m^c = |\Sigma_m^c|$, где Σ_m^c - факториальное множество, порождаемое отношением конгруэнтности на множестве всех $m \times n$ матриц полного ранга m , столбцы которых принадлежат множеству Ξ_m .

Следствие 2. Для представляющего наибольший практический интерес случая $n=3$ получаем $\xi_m^c = 25$ при $m=2$ и $\xi_m^c = 13$ при $m=1$.

На базе утверждения 7 разработана формальная процедура поиска альтернативного множества отображений F_S , пригодна как для алгоритмов со строго регулярными РГ, так и для наиболее часто встречающейся на практике разновидности алгоритмов с квазирегулярными РГ. Предложены также способы как уменьшения трудоемкости процедуры при наличии в

матрице D координатных векторов (ортов), так и расширения сферы ее применения на остальные алгоритмы с квазирегулярными ПГ.

При разработке метода синтеза временной развертки вычислений, позволяющего более эффективно решать проблему согласования фиксированной размерности n алгоритма с заданной размерностью m структуры, для получения в конструктивной и достаточно общей форме условия инъективности ST-отображения предложено применить переход от представления алгоритма в стандартном базисе пространства Z^n к представлению в "новом" базисе, лучше отражающему специфику решаемой задачи.

Определение 6. Под ортогональным базисом структуры будем понимать следующую ортогональную систему целочисленных векторов:

$$V = [\bar{f}_1^* \bar{f}_2^* \dots \bar{f}_m^* \quad \bar{v}_1 \bar{v}_2 \dots \bar{v}_\rho], \quad (4)$$

где вектор-столбцы $\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*, \dots, \bar{f}_m^*$ получены из векторов-строк матрицы F_S путем их ортогонализации, а векторы $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_\rho$ образуют ортогональный базис ядра $\text{Ker } F_S$ оператора F_S .

Переход от стандартного к ортогональному базису приводит также к трансформации линейного оператора F_T в оператор F_T^B вида

$$F_T^B = [f_{m+1,1}^B \quad f_{m+1,2}^B \quad \dots \quad f_{m+1,n}^B] = F_T \cdot V. \quad (5)$$

Для нахождения матриц перехода В разработана процедура, основанная на процессе ортогонализации Грама-Шмидта и формуле перехода вида

$$V = E - \sum_{i=1}^m \frac{\bar{f}_i^* \cdot (\bar{f}_i^*)^t}{(\bar{f}_i^*)^t \cdot \bar{f}_i^*} \bar{f}_i^*.$$

Определение 7. Под итеративным множеством некоторого ПЭ с координатами $\bar{K}_{B1} = V_1^t \cdot \bar{K}$ (где $\bar{K} \in K^n$; V_1 - подматрица матрицы V, образована ее первыми m столбцами) будем понимать множество

$$\hat{\Pi}(\bar{K}_{B1}) = \{ \bar{K}_B = [k_1^B \ k_2^B \ \dots \ k_n^B]^t \mid [k_1^B \ k_2^B \ \dots \ k_n^B] = V_1^t \cdot \bar{K} = \text{const} \}$$

такое, что

$$g_i \leq k_i^B \leq h_i, \quad i = m+1, m+2, \dots, n, \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} g_i &= \min((\bar{v}_{i-m})^t \cdot \bar{K}), \\ h_i &= \max((\bar{v}_{i-m})^t \cdot \bar{K}), \end{aligned} \right\} \bar{K} \in K^n. \quad (7)$$

$$\text{НОД}(v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1n}) = 1, \quad \text{где } \bar{v}_1 = [v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1n}]^t. \quad (8)$$

Определение 8. Приведенным итеративным множеством (ПИМ) ПЭ будем называть множество Π , состоящее из всех векторов $\bar{K}_{BR} = [k_{m+1}^B \ k_{m+2}^B \ \dots \ k_n^B]^t$, координаты которых удовлетворяют соотношениям (6-8).

Множеству Π , образованному $\rho = n - m$ последними координатами множеств $\hat{\Pi}(\bar{K}_{B1})$, соответствует приведенный оператор F_T^{BR} , который образован ρ последними компонентами оператора F_T^B (5).

Утверждение 8. Пусть ПП с нормалью $F_T^{BR} = [f_{m+1, m+1}^B \quad f_{m+1, m+2}^B \quad \dots$

$f_{m+1, n}^B$] при любом своем положении содержит не более одного элемента множества Π . Если при этом ранг матрицы F равен $m+1$, то тогда для любых двух вершин графа G_A с координатами $\bar{K}_1, \bar{K}_2 \in K^n$ такими, что $F_S(\bar{K}_1) = F_S(\bar{K}_2)$, будет выполняться $F_T(\bar{K}_1) \neq F_T(\bar{K}_2)$, где $F_T = F_T^B \cdot B^T$.

На основе утверждения 8 получены конструктивные условия инъективности не только для хорошо исследованного случая $\rho = n - m = 1$, но и для представляющих большой практический интерес значений $\rho = 2, 3$. Указанные условия связывают составляющие вектора F_T^B , выраженные в "новом" базисе. Для получения ограничений для искомой компоненты F_T выполняется обратный переход от "нового" базиса к "старому", выражая составляющие F_T^B через коэффициенты формы F_T . Это позволило разработать метод синтеза оптимальной при заданных критериях (время реализации алгоритма, системная задержка, сложность ЛЗУ) компоненты F_T по известным строго- или квазирегулярному РГ и компоненте F_S . Ввиду резкого усложнения критерия инъективности при переходе от $\rho = 2$ к $\rho = 3$, что ставит под сомнение целесообразность поиска указанного условия для $\rho > 3$, в достаточно редких случаях, когда все же приходится использовать такую возможность, рекомендовано ограничиться поиском по координатным временным разверткам, соответствующих лексикографическому порядку выполнения вершин ПИМ. Предложен также способ расширения области применения метода на суперпозицию РГ.

Определение 9. РГ с областью задания K^n будем называть суперпозицией q связанных друг с другом РГ G_i , если их области задания K_i^n являются подобластями решетки K^n .

Представление РГ алгоритма в виде суперпозиции подграфов допускает применение ФО со сложным строением, позволяя: 1) учитывать в процессе синтеза ПМ внутреннюю структуру ПЭ, например, использование конвейерных ОУ; 2) значительно расширить класс рассматриваемых численных алгоритмов. Для задач ЛА появляется, например, возможность рассматривать вычисления на основе исключения Гаусса с частичным выбором ведущего элемента и отражений Хаусхольдера.

Ввиду того, что архитектуры реальных параллельных ВС характеризуются рядом ограничений на их ресурсы, наиболее существенные из которых определяются количеством ПЭ и объемом их ЛЗУ, а также ПС каналов обмена как между ПЭ, так и с ВП, в предложенную методологию структурного синтеза ПМ введены модификации, позволяющие учитывать ограниченный параллелизм реальных ПМ. Указанные модификации основаны на декомпозиции виртуального вычислительного процесса больших размеров на множество взаимосвязанных подпроцессов меньших размеров, каждый из которых согласован с характеристиками целевой ЛСПС, а их выполне-

ние организовано последовательным или частично параллельным образом.

На основе анализа преимуществ и недостатков применения процедур разбиения на различных уровнях представления вычислительного процесса (исходных алгоритмов, графов и параллельных схем их реализации) установлено, что не отказываясь от использования клеточных алгоритмов, с чем, однако, связана необходимость создания для каждой предметной области своей подсистемы декомпозиции, наиболее целесообразно разрабатывать автоматизированные процедуры разбиения на графовом уровне, что позволяет унифицировать подход к учету ограниченного параллелизма реальных ВУ при ST-отображении графа алгоритма в схему его параллельной реализации.

Изучены свойства двух частных стратегий установления соответствия между вершинами подграфов (получаемых после декомпозиции) и ПЭ, а именно: локально параллельной глобально последовательной (ЛПРГПс) и локально последовательной глобально параллельной (ЛПсГПр). В первой из них за счет обменов с ВП удается избежать дополнительной локальной памяти ПЭ, в то время как вторая с учетом расходов на ЛЗУ ПЭ позволяет избежать обменов промежуточными данными с какой-либо ВП и уменьшить требования к ПС каналов связи ПЭ, а также, в отличие от предыдущей, может быть поименена к графам любого вида. Поэтому предложена обобщенная иерархическая стратегия декомпозиции и разработан метод синтеза параллельных процессоров, сочетающий ЛПсГПр и ЛПРГПс стратегии на соответственно первом (нижнем) и втором (верхнем) уровнях иерархии проектирования, позволяющий синтезировать схемы реализации алгоритмов с изменяющейся в широких пределах степенью распараллеливания (или зернистостью) вычислений.

На нижнем уровне иерархии прямоугольная решетка K^n с помощью $n-1$ семейств $(n-1)$ -мерных ГП G_i^j , параллельных координатным ГП, разбивается на одинаковые прямоугольные n -мерные подрешетки, размеры которых для j -го способа разбиения задаются следующим образом:

$$q_j = M_j, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$1 \leq q_i \leq M_i, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad i \neq j,$$

где M_i, M_j - размеры решетки K^n вдоль одноименных координатных осей пространства Z^n . Каждой подрешетке ставится в соответствие укрупненная B -вершина, а их совокупность для данного способа разбиения образует B -граф G_B^j , вершины которого расположены в узлах подрешетки $K_{B,j}^{n-1}$, а дуги порождаются проекцией дуг графа G_A вдоль j -й координатной оси. Поскольку все Φ_0 , соответствующие некоторой B -вершине, должны выполняться в одном и том же ПЭ, то путем перебора вариантов ориентации пересекающих ГП, а также выбора размеров подрешеток и временных

микроразверток, задающих как последовательный порядок выполнения ФО внутри В-вершин, так и параллельный порядок выполнения различных В-вершин, обеспечивается компромисс между объемом ЛЗУ и требуемой ПС каналов связи ПЭ.

На верхнем уровне каждая из полученных решеток $K_{B,J}^{n-1}$ с помощью m семейств параллельных $(n-2)$ -мерных ГП C_{n-1}^m способами разбивается на одинаковые прямоугольные $(n-1)$ -мерные подрешетки, каждой из которых ставится в соответствие подграф графа G_B^J , называемый В-кластером. Для каждого способа разбиения все В-кластеры отображаются в результирующую одно- ($m=1$) или двумерную ($m=2$) СФО с фиксированным количеством ПЭ. В качестве допустимых пространственных отображений F_S применяются проекции кластеров на координатные оси пространства $Z_{B,J}^{n-1} \subset K_{B,J}^{n-1}$. Поэтому путем выбора размеров кластеров и перебора вариантов оператора F_S можно варьировать количество ПЭ и их функции, а также топологию межпроцессорных связей и организацию обменов с ВП.

Установлено, что главными особенностями применения предложенного метода при синтезе параллельных схем вычислений для алгоритмов с регулярными и преимущественно локальными зависимостями между ФО являются: 1) определенная свобода выбора ориентации семейств рассекающих ГП на нижнем уровне декомпозиции параллельно либо координатным ГП пространства Z^n , либо векторам $\vec{d}_i \in D^n$; 2) возможность использования линейной или кусочно-линейной в Z^n модели микроразверток.

С целью уменьшения трудностей получения аналитических процедур для определения В-графов при втором способе построения рассекающих ГП, обеспечивающем минимизацию требований к ПС каналов связи ПЭ для более широкого класса алгоритмов чем первый способ, который позволяет оптимизировать загрузенность ПЭ для алгоритмов с прямоугольной или близкой к ней областью K^n , предложено выполнять переход от представления РГ алгоритма в стандартном базисе к представлению в новом ортогональном базисе, который связан с векторами \vec{d}_i , определяющими ориентацию ГП.

Доказан ряд утверждений, доказывающих, что кусочно-линейная модель (КЛМ) в отличие от линейной, характеризующейся меньшей трудоемкости процедур синтеза, позволяет без потери загрузенности ПЭ гибко изменять функцию синхронизации вычислений на нижнем уровне декомпозиции с целью согласования во времени процессов выработки и использования переменных с учетом ограничений на ПС при условии выделения в ПЭ портов ввода-вывода, поддерживаемых очередями ввода-вывода и обеспечивающих передачу переменных алгоритма между ПЭ на фоне вычислений. Для обеих моделей получены в конструктивной форме

условие корректности результирующих ST-отображений. Ниже приведено условие инъективности для КЛМ.

Утверждение 9. Монотонная микроразвертка вычислений, описываемая линейной формой $F_T^{E,J}$ $2n-1$ переменных, будет при $n=2$ или $n=3$ удовлетворять условию инъективности ST-отображения, если соответственно выполняется следующая система неравенств:

$$|f_{T,i_2}^{E,J}| > |(q^{\beta^{j,i_1-n+1}} - 1) f_{T,i_1}^{E,J}|, \quad i_1, i_2 \in \{n, \dots, 2n-1\}, \quad i_1 \neq i_2;$$

или

$$\left\{ \begin{array}{l} |f_{T,i_2}^{E,J}| > |(q^{\beta^{j,i_1-n+1}} - 1) f_{T,i_1}^{E,J}|, \\ |f_{T,i_3}^{E,J}| > |(q^{\beta^{j,i_2-n+1}} - 1) f_{T,i_2}^{E,J}|, \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} i_1, i_2, i_3 \in \{n, \dots, 2n-1\}, \\ i_3 \neq i_2 \neq i_1. \end{array}$$

Для КЛМ найдены также выражения для основных критериев качества (ПС, объема ЛЗУ, загруженности ПЗ) генерируемых решений и предложены способы уменьшения трудоемкости их получения. Это позволило разработать формализованные процедуры синтеза как временных микроразверток вычислений на нижнем уровне декомпозиции, так и макроразверток на верхнем уровне, использующие преимущества КЛМ для получения отображений алгоритма во временной области, оптимизированных по загруженности ресурсов целевой ВС и учитывающих ограничения на ПС каналов связи ее ПЗ, а также объем и организацию ЛЗУ. Наиболее характерные особенности предложенных процедур продемонстрированы на примере алгоритмов линейной свертки и важного с прикладной точки зрения класса алгоритмов, описываемых координатными РГ общего вида, которыми описываются алгоритмы умножения матриц, разложения Гивенса и т. п.

Далее в главах 4-5 на основе разработанных в главах 2-3 методов отображения численных алгоритмов исследовано пространство допустимых параллельных схем вычислений для локально связанных систем, предназначенных для решения базовых задач ЛА плотных и разреженных матриц.

На примерах синтеза ПМ для решения задач ЛА плотных матриц (треугольного разложения, МВУ и ММУ, решения СЛАУ прямыми и итерационными методами, решения симметричной проблемы собственных значений) показано, что разработанные методы синтеза позволяют оценить структурные и функциональные характеристики исходных алгоритмов и получаемых оптимизируемых ПМ, а также выделить их нежелательные свойства с целью последующей трансформации конкретного численного алгоритма и порождаемого им проектного решения для обеспечения требуемых структурных и функциональных параметров результирующего ВУ.

На основе разработанных в главе 2 формализованных методов синтеза структурных схем ПМ по БГ регулярного алгоритма, спроектирован ряд оригинальных структурных схем одномерных ПМ, реализующих с мини-

мизированными аппаратно-временными затратами численно устойчивую версию метода исключения Гаусса с частичным выбором и не уступающих по производительности и загруженности ПЭ, а также сложности ПЭ и связей между ними, известным ПМ, соответствующим хорошо исследованному случаю численно неустойчивого исключения Гаусса без какого-либо выбора ведущего элемента.

Предложен способ и процедура изоморфного преобразования РГ треугольной формы, к которому могут быть сведены БГ целого класса алгоритмов ЛА, в граф другой структуры, позволяющий использовать внутренний параллелизм исходных алгоритмов для получения существенно расширенного множества оптимизированных параллельных схем вычислений, допускаемых указанными алгоритмами, и на этой основе синтезировать ряд оригинальных схем одномерных ПМ, реализующих, например, численно устойчивые методы Жордана-Гаусса (с частичным выбором) для решения СЛАУ и Холецкого для LL^T разложения. Полученные схемы позволяют, в частности, сократить вдвое количество ПЭ по сравнению с известными при том же времени реализации алгоритма и обеспечить на фоне вычислений подкачку данных и вывод результатов.

В результате совместного использования для алгоритмов МВУ и ММУ разработанных ранее процедур трансформации БГ алгоритма и свободы в порядке передачи и формирования его переменных синтезированы новые организации ПМ, реализующих с минимизированными аппаратно-временными затратами на организацию как ввода-вывода, так и собственно вычислений, операции умножения двух и трех матриц, а также итерационные алгоритмы решения СЛАУ на основе как МВУ, так и ММУ. В частности, были получены два решения линейных ПМ, которые при минимально возможном количестве ПЭ обеспечивают в реальном времени обработку непрерывного потока пар сомножителей, поступающих из внешнего источника, связанного только с первым ПЭ структуры. Обобщение полученных решений на случай умножения трех матриц позволило синтезировать ПМ, которые при минимальном количестве ПЭ и полной их загруженности отличаются естественным порядком как ввода матриц-аргументов, так и вывода матрицы-результата.

Для максимального раскрытия внутреннего параллелизма метода последовательной верхней релаксации (SOR-метода), не сводящегося полностью к цепочке МВУ, которому на первый взгляд соответствует почти последовательный вычислительный процесс, предложено применить трансформации базисного РГ с привлечением свойств ассоциативности и коммутативности операции сложения. С учетом более быстрой сходимости и несколько меньшего объема требуемых аппаратных затрат это позволи-

ло обосновать вывод о предпочтительности применения SOR-метода для итерационного решения СЛАУ в линейных ПМ перед методами простой итерации. Учитывая, однако, более широкие функциональные возможности структурных схем, выполняющих цепочку МВУ, которые могут быть использованы для высокопараллельной реализации таких важных численных процессов, как, например, решение симметричной проблемы собственных значений по степенному методу с исчерпыванием и реализация нейронных сетей на основе модели Хопфилда, синтезирована линейная ПМ с фиксированным числом ПЭ, позволяющая при низких накладных расходах настраиваться на эффективное выполнение как цепочки МВУ, так и SOR-метода.

Для расширения сферы применения разработанных в главах 2 и 3 методов проектирования на характеризующиеся существенно нерегулярными графами вычисления с разреженными матрицами (РМ) предложен способ регуляризации РГ алгоритмов обработки указанных матриц, основанный на отображении исходных индексных множеств, связанных с хранением РМ в неупакованном виде, в индексные множества, соответствующие представлению РМ в одном из выделенных, как наиболее перспективные, упакованных форматов. Предложенный способ обеспечивает получение регулярных локально связанных организаций для эффективного решения таких задач ЛА как, например, умножение РМ и умножение РМ на вектор, LU-разложение и решение разреженных СЛАУ.

Утверждение 10. Для алгоритмов обработки РМ, которые в случае плотных матриц описываются трехмерными координатными РГ, предложенный способ регуляризации при разреженном строчном или столбцовом формате обеспечивает получение линейных ПМ, содержащих $O(N_r)$ ПЭ (где N_r - один из размеров обрабатываемых матриц) и выполняющих исходный алгоритм (без учета ввода и вывода) за время $k_q + O(N_r)$ тактов, где k_q - количество ненулевых элементов в одной из обрабатываемых РМ.

На примере задач ЛА исследованы способы решения проблемы сохранения оптимального соотношения между максимально широкими функциональными возможностями параллельных ВУ и обеспечивающими эти возможности затратами на основе принципов структурной и параметрической адаптации ПМ к решаемым задачам, что позволяет путем настройки жесткой сети локально связанных ПЭ создавать в ней специализированные структуры, адекватно отражающие свойства и оптимальным образом ориентированные на решение конкретных задач из некоторого набора при минимальной избыточности сети коммуникации и аппаратно-программных средств решающего поля.

Предложен новый вариант многофункционального ортогонального алгоритма Фаддеева, использующий отражения Хаусхолдера и исключения

Гаусса вместо известной до сих пор комбинации вращений Гивенса и гауссова исключения. Это позволило не только существенно уменьшить операционную сложность алгоритма по количеству операций умножения и извлечения квадратного корня, но и добиться равномерного распределения вычислительной работы по этапам для достижения высокой загрузки технических средств параллельного ВУ. Использование указанной комбинации методов вместо известной позволило также получить оригинальный вариант ортогонального алгоритма Жордана-Гаусса для решения СЛАУ различного вида и обращения матриц, характеризующийся уменьшенной более чем в два раза по сравнению с известными вариантами операционной сложностью и/или расширенной на решение задачи наименьших квадратов областью применения.

На основе разработанных методов проектирования параллельных СБИС-ориентированных процессоров получен ряд новых архитектур ПМ с заранее заданными числом ПЭ и объемом их ЛЗУ, реализующих набор задач ЛА путем параметрической адаптации ортогонального алгоритма Фаддеева.

Разработан усовершенствованный подход к проектированию многофункциональных ПМ, реализующих группы близких по структуре информационных связей и характеру ФО алгоритмов, который обеспечивает получение СФО, оптимально ориентированной на выполнение всего набора алгоритмов. Для этой цели используются сначала целенаправленные изоморфные и/или гомоморфные преобразования РГ требуемого набора алгоритмов к виду, близкому по топологии связей к ведущему РГ набора на выбранном уровне представления. Лишь затем применяется характерное для известного подхода наложение РГ всех алгоритмов друг на друга с целью получения объединенного графа, который отображается в альтернативное множество структурных схем с привлечением графовой декомпозиции вычислительного процесса для предотвращения зависимости получаемых схем от размеров решаемых задач.

На основе предложенного подхода синтезирована архитектура многофункциональной ПМ, способной при заранее заданных числе ПЭ и объеме их ЛЗУ реализовать набор всех базовых задач ЛА, включающий решение СЛАУ различного вида, треугольное разложение, умножение, обращение и псевдообращение матрицы, а также решение задачи наименьших квадратов и проблем собственных и сингулярных значений. Полученная архитектура с кольцевой топологией связей между однотипными модулями характеризуется оптимизированными как аппаратными затратами на построение ПЭ и их загруженностью, так и шириной каналов обмена, и может программироваться на реализацию любой задачи набора при минимизированных накладных расходах на перенастройку ПЭ и связей между ними.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработаны метод получения и процедуры генерации множества компактных (матрично-графовых) форм описания регулярного алгоритма преобразования информации, каждая из которых соответствует своему варианту регулярного графа алгоритма.

2. Предложен новый, менее трудоемкий метод формализованного перехода от варианта матрично-графового описания регулярного алгоритма к множеству компактных описаний аппаратно-программных схем его реализации или компактных структурно-функциональных описаний адекватных ему ПМ, оптимизированных по заданной совокупности критериев.

3. Для получения более широкого, по сравнению с известными методами синтеза, альтернативного многообразия оптимизированных проектов ПМ, допускаемых численным алгоритмом, впервые предложено ввести этап преобразования базисного графа алгоритма. Разработаны процедуры генерации конечного множества вариантов графового представления численного алгоритма по его базисному графу с сохранением свойств регулярности и локальности связей между ФО.

4. Для алгоритмов со строго- и квазирегулярными РГ предложен способ характеристики множества операторов пространственного отображения алгоритма, обеспечивающий отсутствие избыточности в результирующем множестве структур ПМ. Это дало возможность впервые получить верхние оценки количества неэквивалентных операторов отображения, удовлетворяющих условию локальности связей в структуре ПМ, и разработать метод синтеза минимизированного множества пространственных распределений вычислений в ПМ.

5. Разработан метод синтеза временной компоненты СТ-отображения, позволяющий для строго- и квазирегулярных РГ, а также их суперпозиции, более строго формализовать процедуру поиска временной развертки вычислений в ПМ, оптимальной при заданных критериях, и более эффективно решить проблему согласования размерности представления РГ исходного алгоритма с размерностью решающего поля.

6. Предложена обобщенная иерархическая стратегия декомпозиции вычислительного процесса на графовом уровне и на ее основе разработан метод, позволяющий синтезировать масштабируемые алгоритмы, т.е. схемы реализации численных алгоритмов с изменяющейся в широких пределах степенью распараллеливания вычислений, оптимизированные по загруженности ПЗ при соблюдении ограничений на количество ПЗ, пропускную способность каналов связи, объем и организацию ЗУ.

7. В рамках предложенного метода для алгоритмов с регулярными и преимущественно локальными зависимостями между ФО конкретизированы

способы распределения вычислений в ПМ и разработаны процедуры синтеза как временных микроразверток вычислений на нижнем уровне декомпозиции, так и макроразверток на верхнем уровне, что позволяет использовать преимущества кусочно-линейной модели функции синхронизации для адаптации масштаба параллелизма алгоритма к размерам структуры и другим особенностям архитектуры ВС.

8. Для расширения области применения разработанных методов проектирования ПМ на вычисления с разреженными матрицами, характеризующимися существенно нерегулярными графами, предложен способ регуляризации РГ алгоритмов обработки указанных матриц.

9. Предложен новый вариант ортогонального алгоритма Жордана-Гаусса решения СЛАУ и обращения матриц, характеризующийся уменьшенной более чем в два раза операционной сложностью и расширенной на решение СЛАУ с прямоугольными матрицами областью применения.

10. Получен новый вариант ортогонального алгоритма Фаддеева с существенно уменьшенной операционной сложностью и равномерным распределением вычислительной нагрузки по этапам, что сократило время реализации алгоритма, в том числе и за счет высокой загруженности ПЭ параллельных ВУ.

11. На основе разработанных методов исследовано пространство допустимых параллельных схем вычислений для локально связанных систем, реализующих базовые задачи ЛА плотных и разреженных матриц. Это позволило синтезировать оригинальные одно- и двумерные ПМ, адаптированные к задачам умножения, LU, QR, LL^t , SVD-разложения, обращения и псевдообращения различных матриц, решения СЛАУ, симметричной проблемы собственных значений, проблемы наименьших квадратов. Полученные решения защищены 37 авторскими свидетельствами.

12. Разработан усовершенствованный подход к проектированию многофункциональных ПМ, на основе которого синтезирована архитектура линейной ПМ, адаптированная ко всем базовым задачам ЛА и реализующая их набор при заданном числе ПЭ и объеме их ЛЗУ.

ОСНОВНЫЕ РАБОТЫ, ОПУБЛИКОВАННЫЕ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Выкиковски Р., Каневский Ю.С. Проектирование систолических процессоров для численно устойчивого решения систем линейных уравнений методом Гаусса // Электронное моделирование. -1990. -№2. -С. 29-36.

2. Wyrzykowski R. Synteza architektur systolicznych na przykladzie rozkladu trojkatnego macierzy symetrycznych // Zeszyty Nauk. Politechn. Czestoch. Elektrotechnika. - 1990. - № 14. - s.129-143.

3. Wyrzykowski R. Komputerowo wspomagane projektowanie architektury specjalizowanych wspolbieznych systemow komputerowych ukierun-

kowanych na implementacje w technologii VLSI // Там же. - С.145-163.

4. Wyrzykowski R. On the synthesis of systolic architectures for the Cholesky decomposition // Advances in Modelling and Simulation, AMSE Press. - 1990. - № 2. - P.19-31.

5. Выжиковски Р., Каневский Ю.С. Формализованный синтез систолических процессоров на примере вычислителей для треугольного разложения симметричных матриц // Кибернетика. - 1990. - № 3. - С. 41-48.

6. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Масленников О.В. Отображение алгоритма исключения Гаусса с частичным выбором ведущего элемента на архитектуру систолических массивов // Электронное моделирование. - 1991. - № 2. - С. 14-20.

7. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Лепеха В.Л. Параллельные структуры для решения симметричной проблемы собственных значений // Электронное моделирование. - 1991. - № 4. - С. 37-46.

8. Wyrzykowski R. Processor arrays for matrix triangularisation with partial pivoting // IEE Proc. E, Digit. Comput. Tech. - 1992. - № 2. - P.165-169.

9. Wyrzykowski R., Ovramenko S.G. A flexible systolic architecture for VLSI FIR filters // Там же. - С. 170-172.

10. Wyrzykowski R., Kanevski Ju.S. Dependence graph transformations in the design of processor arrays for matrix multiplications // Microproces. & Microprogram. - 1992. - V.135. - P.534-539.

11. Wyrzykowski R., Kanevski J.S., Lepcha V.L., Piech H. New algorithms for the multiplication of series of rectangular matrices and their parallel implementations // J. Appl. Math. & Comput. Sci. - 1993. - Vol.3. - No.4. - P.777-790.

12. Выжиковски Р., Елфимова Л.Д., Каневский Ю.С. Реализация на систолических массивах некоторых итерационных алгоритмов решения систем линейных алгебраических уравнений // Кибернетика. - 1992. - № 5. - С. 145-158.

13. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Лепеха В.Л. Алгоритмы и параллельное устройство для умножения последовательности прямоугольных матриц // Электронное моделирование. - 1993. - № 2. - С. 41-45.

14. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Лепеха В.Л., Овраменко С.Г. Параллельное устройство для умножения разреженных матриц // Электронное моделирование. - 1993. - № 3. - С. 28-34.

15. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Масленников О.В. Решение одного класса задач линейной алгебры на линейных систолических структурах // Электронное моделирование. - 1993. - № 4. - С. 26-33.

16. Wyrzykowski R., Kanevski J.S., Piech H. One-dimensional

processor arrays for linear algebraic problems // IEE Proc. E, Digit. Comput. Tech. - 1995. - No.1. - P.1-3.

17. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Лозинский В.И. О синтезе параллельных вычислительных структур // Вестник КПИ, серия "Автоматика и электроприборостроение", 1986, Вып. 23. - С. 12-17.

18. Выжиковски Р., Янкевич А.В. Сравнительный анализ эффективности алгоритмов цифровой фильтрации // Prace Naukowe Inst. Cybern. Tech. Politech. Wroclawskiej, No.74, 1986. - P.255-258.

19. Выжиковски Р. Структурный синтез параллельных вычислительных систем для ортогонального разложения матриц // Prace Nauk. Inst. Techn. Cierl. Mech. Plynow Politech. Wrocl., 1988, No.31.-P.371-375.

20. Выжиковски Р., Каневский Ю.С. Синтез систолического процессора для LU-разложения ленточных матриц // Вестник КПИ, серия "Автоматика и электроприборостроение", 1989, Вып. 26. - С. 40-46.

21. Wyrzykowski R. Method of designing specialized parallel systems and its application for the synthesis of FIR filter structural schemes // Proc. 5th Symp. on Microcomputer and Microprocessor Applications. - Budapest, 1987. - P.623-631.

22. Wyrzykowski R. Synteza schematów strukturalnych filtrow cyfrowych typu SOI zorientowanych na implementacje w technologii ukladow VLSI// X Kraj. Konf. "Teoria obwodow i układy elektroniczne". Gdansk, 1987. - P.493-498.

23. Выжиковски Р. Проектирование проблемно-ориентированных систолических вычислителей для решения задач линейной алгебры // Тез. докл. 11 Всесоюзн. совещ. "Конвейерные вычислительные системы". - Киев, 1988. - С. 77-78.

24. Wyrzykowski R. Linear algebra algorithms on systolic arrays with active data // Proc. Int. Symp. Optimal Algorithms. - Varna, 1989. - P.115-116.

25. Wyrzykowski R. An approach to the CAD system for the architectural design of special-purpose VLSI array processors// Proc. 6th Symp. Microcomput. Microproces. Applicat.-Budapest, 1989.-P.113-123.

26. Wyrzykowski R. Systolic architectures for arbitrarily large linear algebra problems// Proc. Latvian Signal Processing Int. Conf. - Riga, 1990. - P.178-182.

27. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Масленников О.В. Реализация алгоритма исключения Гаусса с частичным выбором на систолических процессорах // Тез. докл. 1-я Всесоюзн. конф. "Однородные вычислительные среды и систолические структуры. - Львов, 1990. - С. 35-40.

28. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Лепеха В.Л. Систолические

процессоры с активным управлением для LU-разложения матриц // Там же. - С.41-47.

29. Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Масленников О.В. Систематические процессоры с активным управлением для решения систем линейных алгебраических уравнений / Матер. семинара "Теория и практика создания систем технического зрения". - Москва, 1990. - С.88-92.

30. Wyrzykowski R. Toroid systolic architectures for VLSI FIR filters // Proc. XIII National Conf. "Circuit Theory and Electronics Syst.". - Warszawa, 1991. - P.477-482.

31. Wyrzykowski R. On the design of systolic array architectures for the iterative solution of linear systems // Proc. Int. Conf. "Parallel Computing Technologies". - Novosibirsk, 1991.- P.109-118.

32. Wyrzykowski R., Kanevski J.S., Maslennikov O.V. Systolic-type implementation of matrix computations based on the Faddeev algorithm // Proc. IEEE Int. Conf. MPCS'94.- Italy, 1994.- P.31-42.

33. Wyrzykowski R., Elfimova L.D., Kanevski J.S. A fast toroidal systolic array for matrix operations // Proc. Sixth Int. Workshop "PARCELLA'94". - Berlin, 1994. - P.237-245.

34. Wyrzykowski R. A colouring-based dependence graph transformations in the design of VLSI processor arrays // Proc. First Int. Conf. "PPAM 94". - Czestochowa, 1994. - P.110-122.

35. Wyrzykowski R., Piech H., Kanevski J.S. On the design of a parallel multiplier for sparse matrices // Там же. - P.294-304.

36. Wyrzykowski R. Mapping recursive algorithms into processor arrays // Proc. Int. Workshop "Parallel Numerics 94". - Smolenice (Slovakia), 1994. - P.169-191.

37. Piech H., Wyrzykowski R. The application of parallel structures in stochastic conversion // Там же. - P.203-211.

38. Wyrzykowski R., Kanevski J.S., Maslennikov O.V. A method for deriving dependence graphs of recursive algorithms for processor array design // Proc. Int. Workshop "Parallel Numerics 95". - Napoli (Italy), 1995. - P.263-280.

39. Wyrzykowski R., Kanevski J.S., Maslennikova N.N., Maslennikov O.V. Algorithm-based fault tolerant matrix triangularization on VLSI processor arrays // Там же. - P.281-295.

40. Wyrzykowski R., Kanevski J.S., Maslennikov O.V. Systolic-type implementation of matrix computations based on the orthogonal Faddeev algorithm // Proc. 6-th Int. Conf. on Parallel Computing "PARCO'95". - Gent (Belgium), 1995. - P.101-105.

41. А.с. 1226484 СССР. Устройство для умножения матрицы на век-

- тор / Р. Выжиковски, В.И. Лозинский, Ю.С. Каневский. - БИ № 15, 1986.
42. А.с. 1354206 СССР. Устройство для разбиения матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, С.Э. Котов. - БИ № 43, 1987.
43. А.с. 1417652 СССР. Устройство для умножения матриц на вектор / Р. Выжиковски, В.И. Лозинский, Ю.С. Каневский. - БИ № 15, 1988.
44. А.с. 1520542 СССР. Устройство для LL^t -разложения матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, О.В. Масленников. - БИ № 41, 1989.
45. А.с. 1587540 СССР. Устройство для треугольного разложения ленточных матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, О.В. Масленников. - БИ № 31, 1990.
46. А.с. 1705836 СССР. Устройство для перемножения матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, С.Г. Овраменко. - БИ № 2, 1992.
47. А.с. 1735868 СССР. Устройство для операции над матрицами / Р. Выжиковский, Ю.С. Каневский, О.В. Масленников. - БИ № 19, 1993.
48. А.с. 1741153 СССР. Устройство для выполнения операций над матрицами / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, М.К. Клименко, О.В. Масленников. - БИ № 22, 1992.
49. А.с. 1777154 СССР. Устройство для матричных операций / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, О.В. Масленников. - БИ № 43, 1992.
50. А.с. 1784997 СССР. Устройство для операций над матрицами / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, О.В. Масленников. - БИ № 48, 1992.
51. Патент 1790785 России. Устройство для умножения матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, С.Г. Овраменко. - БИ № 3, 1993.
52. Патент 1790786 России. Устройство для умножения матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, С.Г. Овраменко. - БИ № 3, 1993.
53. Патент 1790787 России. Устройство для решения задач на собственные значения / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, В.Л. Лепеха. - БИ № 3, 1993.
54. Патент 1800463 России. Устройство для треугольного разложения матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, О.В. Масленников. - БИ № 9, 1993.
55. Патент 18299043 России. Устройство для решения систем линейных алгебраических уравнений / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, О.В. Масленников. - БИ № 27, 1993.
56. Патент 1832301 России. Устройство для решения систем линейных алгебраических уравнений / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, М.К. Клименко, О.В. Масленников. - БИ № 29, 1993.
57. Патент 1835548 России. Устройство для умножения матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, М.К. Клименко. - БИ № 31, 1993.
58. Патент 1839262 России. Устройство для перемножения матриц / Р. Выжиковски, Ю.С. Каневский, С.Г. Овраменко. - БИ № 2, 1994.

РЕЗЮМЕ

Выжиковски Роман

Основы теории проектирования и структурно-функциональная организация процессорных матриц, адаптируемых к задачам пользователя (на примере задач линейной алгебры).

Работой является рукопись на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.08 - Вычислительные машины, системы и сети, элементы и устройства вычислительной техники и систем управления.

Целью диссертации является теоретическое обоснование и реализация возможностей повышения эффективности структурного проектирования параллельных процессорных матриц, адаптируемых к задачам пользователя по формальным описаниям численных алгоритмов, включая синтез новых, более эффективных структурно-функциональных организаций для локально связанных параллельных систем, решающих основные задачи линейной алгебры плотнозаполненных и разреженных матриц

Abstract

Wyrzykowski Roman

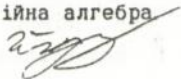
Theory of the design and organization of parallel computations in processor arrays adapted to user problems (on the example of linear algebraic problems).

Key words: parallel computing, mapping of algorithms, systolic and processor arrays, linear algebra, numerical methods.

Thesis for obtaining the degree of Doctor of Technical Sciences on speciality 05.13.08 - Computers, Computing Systems and Networks, Elements and Devices of Computing and Control Systems; National Technical University of Ukraine, Kiev, 1995.

In this dissertation, a methodology for mapping numerical algorithms onto regular, locally connected parallel architectures is proposed. The methodology enables transforming structural properties of algorithm dependence graphs, and transition from the formal description of a numerical algorithm to scalable architectures with the optimized hardware/time cost of implementing the algorithm. Using the proposed methods, VLSI parallel algorithms for solving linear algebraic problems are designed, for both dense and sparse matrices.

Ключові слова: паралельні обчислення, відображення алгоритмів, сістолічні процесори, процесорні матриці, локально зв'язані паралельні системи, методи структурного проектування, лінійна алгебра



Ав 34.048