

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

На правах рукопису

Шишканова Світлана Федорівна



УДК 539.3

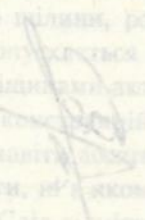
РОЗРОБКА І ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ  
ТЕОРІЇ ПОТЕНЦІАЛУ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ  
ДИНАМІКИ ТА МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ  
МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ

05.02.07 - Механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня

доктора технічних наук



Київ - 1996

Дисертацією є рукопис

Роботу виконано в Запорізькому державному технічному університеті

Офіційні опоненти : доктор технічних наук, професор  
ВАСИЛЕНКО М.В.

доктор технічних наук, професор  
БОРОДАЧОВ М.М.

доктор фізико-математичних наук, професор  
ГОРОШКО О.О.

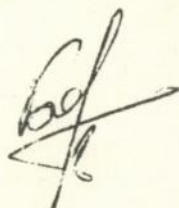
Провідна організація : Інститут проблем міцності  
НАН України

Захист дисертації відбудеться "12" лютого 1996 р. о  
15 годині на засіданні спеціалізованої Ради Д 01.02.18  
Національного Технічного Університету України "Київський  
політехнічний Інститут" 252056, Київ-56, проспект Перемоги,  
37, НТУУ КПІ - І201, Корп.І, ауд. 166

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці НТУУ КПІ

Автореферат розіслано "10" січня 1996 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої Ради  
кандидат технічних наук  
доцент



Боронко О.О.

ЛННБ України ім.В.Стефаніка



00754820 (Q)

## Загальна характеристика роботи

Актуальність теми дослідження. У зв'язку з активним розвитком сучасної техніки, особливо в світлі її модифікації, економічності, надійності, довговічності підвищується роль точних розрахунків елементів різного роду конструкцій та споруд. До аналогічних питань приводить визначення осідання та крену основ і фундаментів для ґрунту з різними пружними характеристиками в зв'язку з проблемами сейсмостійкості.

Сучасні машино- і приладобудування, будівництво, авіація, космонавтика характеризуються різноманітністю форм контактної взаємодії, проте для багатозв'язних, зокрема, двозв'язних областей контакту практично відсутні ефективні методи розв'язання вказаних задач. Контактні задачі відіграють одну з головних ролей при розв'язуванні проблем трибології. Останні сприяли виникненню ускладнених постановок контактних задач для шорстких поверхонь з врахуванням тертя та адгезії, контактних задач для в'язкопружних неоднорідних тіл, тіл з покриттям. Завдяки суто трибологічній проблемі, пов'язаній з розрахунком на знос рухомих сполучень машин, виник новий клас так званих зносоконтактних задач, при постановці яких враховується зміна форми та розмірів контактуючих тіл у процесі їх спрацьовування в залежності від часу.

Практичну цінність становлять і розв'язки іншого класу просторових змішаних задач теорії пружності, задач про напружений стан тіл з різноманітними плоскими тріщинами, тому що майже усі реальні матеріали мають дефектність структури. В місцях, де розташовані дефекти, виникає концентрація внутрішніх напружень, яка сприяє появі тріщин. За певних умов при великих температурах навколо дефектів структури виникають тріщини, близькі до кільцевих. У деяких конструкціях, що працюють при великих температурах, виповнюються спеціальні щілини, розрізи різної конфігурації, через які для охолодження пропускається повітря. Розв'язання задач про напружений стан тіл з тріщинами актуально і у зв'язку з концепцією живучості ушкоджених конструкцій. Тріщини у деталях повинні розвиватися повільно і, навіть досягнувши значних розмірів, таких, що їх можна легко виявити, ні в якому разі не повинні призводити до руйнування конструкції. Слід відмітити, що так само, як і у випадку контактних задач, напружений стан тіл з багатозв'язними тріщинами недостатньо досліджений. Математичний апарат, що використовується

при розв'язанні таких задач, оснований на теорії потенціалу. Використання теорії потенціалу для складних багатозв'язних областей необхідно не тільки при визначенні граничних, руйнуючих навантажень для тіл з тріщинами, але і при діагностиці тріщин за допомогою томографії. Для одержання томограми розшифрування та ідентифікація сигналу, здобутого з детектора, реалізується розв'язанням відповідної задачі теорії потенціалу.

Маючи космічні транспортні системи, фахівці розглядають питання про створення великих космічних конструкцій розмірами від сотен метрів до кількох кілометрів, що необхідні для виконання у космосі певних задач. Крім того, у зв'язку з створенням широкофюзеляжних літаків, океанських лайнерів, суден на повітряній подушці, великих перекриттів промислових, громадських, спортивних споруд та величезних ємкостей у хімічному машинобудуванні, особливу актуальність продовжують мати задачі про напружений стан елементів конструкцій, що розраховуються як мембрани, пластини і оболонки. При дослідженні пластин і оболонок, підданих дії випадкових навантажень, набуває актуальності розрахунок частот вищих форм коливань, на які впливає навіть незначне змінення маси, жорсткості розрахункових деталей.

Числені задачі динаміки, міцності і надійності відповідальних деталей та вузлів машинобудівних конструкцій зводяться до математичних моделей, якими є крайові задачі для диференціальних рівнянь високих порядків, до знаходження функцій, які залежать від великої кількості геометричних, позиційних, фізико-хімічних та інших параметрів, а також часу. Таким чином фактично розв'язуються задачі для конкретних багатовимірних областей.

Незважаючи на можливості ЕОМ, наявність аналітичних розв'язків дає гарантію вірогідності результатів машинних експериментів. Дуже важливо мати добру модель, що має аналітичні розв'язки. Однією з таких моделей є еліпсоїд з неоднорідною густиною.

**Мета дослідження:**

- розвиток загальних методів, створення математичних моделей, що дозволяють за допомогою теорії потенціалу здобути розв'язки деяких просторових змішаних задач теорії пружності із складною лінією поділу граничних умов, яка складається з двох довільних ліній, що не перетинаються та обмежують двозв'язну область (зокрема,

однозв'язну), або виконувати дослідження цих задач за допомогою чисельного моделювання на ЕОМ;

- на підставі запропонованого розробити метод розв'язання задач про напружено-деформований стан пружного тіла, послабленого плоскими двозв'язними розрізами (тріщинами), зокрема, однозв'язними довільної конфігурації;

- використовуючи запропоновані методи, розв'язати нові, практично важливі конкретні задачі сучасного машинобудування, що виникають у процесі роботи, проектування чи виготовлення елементів конструкцій через технологічні погрешності, модифікацію конструкції, знос деталей під час експлуатації та ін.

Наукова новизна і основні результати, що виносяться на захист:

- розробка методу розв'язання змішаних просторових задач теорії пружності про напружено-деформований стан пружного тіла з плоскою двозв'язною тріщиною;

- розробка методу дослідження змішаної просторової задачі теорії пружності про вдавлення в пружний півпростір кругового кільцевого в плані штамп, обмеженого довільною поверхнею;

- метод розв'язання задач про тиснення на напружений півпростір штамп, що займає у плані двозв'язну область;

- метод розв'язання контактних задач з врахуванням сил тертя;

- розробка методу дослідження коливань мембран, тонких пластин, що різняться від кругових та кільцевих;

- розробка методу обчислення потенціалів неоднорідного простого шару, розподіленого по двозв'язній області, та інших, які використовуються при розв'язанні проблем про напружений стан пружного тіла з плоским двозв'язним розрізом (тріщиною);

- метод обчислення ньютонівих об'ємних потенціалів неоднорідного двозв'язного або однозв'язного тривимірного тіла;

- метод обчислення потенціалів багатовимірних еліпсоїдів, густина яких є функцією від еліпсоїдальної залежності між координатами, для полігармонічних рівнянь та деяких рівнянь вищих порядків;

- потенціали подвійного шару для деяких рівнянь вищих порядків;

- математичні моделі та алгоритми розв'язків ряду конкретних задач застосованих у різних галузях машинобудування, а також деякі нові результати прикладного характеру, що наведені у висновку.

Особистий внесок: результати, що виносяться на захист, запропоновані і розроблені особисто дисертантом.

Вірогідність результатів проведених досліджень визначається точністю постановки задач та математичних методів, що застосовуються для їх аналізу, збігом результатів, одержаних при різних методах розв'язання; збігом розв'язків в окремих випадках з відомими у літературі; доведенням збіжності рядів, інтегралів, нескінченних визначників та ітераційних процесів; квазірегулярності нескінченних систем лінійних рівнянь; чисельними розв'язками на ЕОМ.

Практична цінність роботи полягає в розробці ефективних методів розв'язання просторових змішаних задач теорії пружності для двозв'язних областей, ефективних методів розрахунку конкретних елементів машинобудівних конструкцій. Практична цінність роботи полягає також в тому, що за допомогою запропонованих методів вперше одержано аналітичні тестові результати і проведено дослідження ряду задач сучасного машинобудування, які можуть бути використані для оцінки чисельних розв'язків та для створення спрощених моделей більш складних задач.

Математичний апарат, розроблений у дисертації, дозволяє одержати розв'язки задач в ускладненій постановці, продовжити дослідження більш складних проблем.

Розроблені методи і алгоритми їх реалізації можуть бути використані у практиці організацій, що займаються проектуванням і розрахунком фундаментів, прогнозуванням довговічності, надійності та тріщиностійкості конструкцій, дослідженням і оцінкою контактної міцності у машинобудуванні, розрахунком елементів конструкцій типу штампів, мембран, пластин, оболонок на динаміку та міцність для оцінки впливу технологічних погрішностей, зносу деталей або їх модифікації.

Реалізація роботи. Деякі результати дисертації використовувались на підприємстві "Мотор Січ" (м. Запоріжжя), ЦІАМ ім. П.І.Баранова (м. Москва) при конструюванні складних систем (авіаційних газотурбінних двигунів), при створенні міжвідомчої методики розрахунку на міцність і надійність деталей вузлів авіаційних двигунів, на Макіївському металургійному комбінаті при реконструкції і модернізації вантажопідйомних кранів, працюючих в умовах агресивного середовища. Зокрема, на підставі здобутих результатів запропоновано та передано для використання в конструкторсько-технологічному відділові Макіївського

металургійного комбінату алгоритм визначення амплітудно-частотних характеристик та аналітичної оцінки ерозійно-корозійної пошкоджувальності металоконструкцій вантажопідйомних кранів, які працюють в агресивному середовищі.

Деякі теоретичні результати здобувача використовувались в ЗДТУ під час читання курсу вищої математики для інженерно-технічних спеціальностей у вузах з програмою обсягом 510 годин у розділі "Методи математичної фізики".

Дисертаційна робота виконувалася у відповідності до Координаційного плану науково-дослідних робіт вузів СРСР в галузі механіки, Регіональної комплексної цільової програми "Міцність", Республіканської комплексної цільової науково-технічної програми "Матеріалоемкість" та плану науково-дослідних робіт інституту. Деякі положення дисертації виконувались під час виконання госпдоговірних праць за договором 4214 (Держ. рег. № 01827000081).

На підставі основних результатів дисертації проводиться науково-дослідна робота за темою "Розроблення математичних моделей тріщиностійкості та контактної взаємодії."

Апробація роботи. Матеріали дисертації доповідались та обговорювались на: семінарі з механіки суцільного середовища ім. Л.А.Галіна під керівництвом Н.Х. Арутюняна та В.М.Александрова у інституті проблем механіки АН СРСР (Москва, 1986); II та IV Всес. конф. "Змішані задачі механіки деформованого тіла (Ростов-на-Дону, 1977; Одеса 1989); II Респ. та III Всес. наук.-техн. конф. (НТК) "Підвищення надійності та довговічності мащин і споруд" (Дніпропетровск, 1985, Київ - Запоріжжя, 1988); Всес. наук.-практ. конф. "Вібродіагностика машин та механізмів. Методи і засоби." (Запоріжжя, 1985); щорічних НТК проф.-виклад. складу ЗДТУ; XIV конф. з питань розсіяння енергії при коливаннях механічних систем (Чернігів, 1986); Всес. НТК з проблем надійності та ресурсів машинобудування (Куйбишев, 1986); III та IV Всес. НТК "Нові конструкційні сталі та сплави і методи підвищення надійності та довговічності виробів" (Запоріжжя, 1986, 1989); II Респ. НТК "Інтегральні рівняння у прикладному моделюванні" (Київ, 1986); Всес. конф. "Проблеми надійності, довговічності, металоемкості підйомно-тралового обладнання рибпромислових суден (Севастополь, 1987, 1989, 1990); V Респ. НТК "Неметалеві включення та гази у ливарних сплавах" (Запоріжжя, 1989); Респ. НТК "Ефективні

чисельні методи розв'язання крайових задач механіки твердого деформованого тіла" (Харків, 1989); НТК "Вібрація і діагностика машин та механізмів" (Челябінськ, 1990); III Всес. конф. "Міцність, жорсткість, та технологічність виробів з композиційних матеріалів" (Запоріжжя, 1989); II Міжнар. конф. "Математика. Комп'ютер. Освіта." (Москва-Пушино, 1995); Міжнар. конф. "Критерії самоорганізації у фізичних, хімічних та біологічних системах." (Москва-Суздаль, 1995); III Міжнар. конф. жінок-математиків (Воронеж, 1995), II Міжнар. конф. "Математичні алгоритми" (Нижній Новгород, 1995); НТК "Механіка і нові технології" (Севастополь, 1995); Всеукр. наук. конф. "Розробка та застосування математичних методів в науково-технічних дослідженнях." (Львів, 1995); Симпозіум з нелінійного аналізу руйнування IUTAM (Кембрідж, 1995, Англія).

Публікації. За темою дисертації є 71 публікація. Основний зміст відображено в 53 публікаціях, список яких подано в рефераті.

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається з вступу, п'яти глав, заключення, додатків, списку літератури з 269 найменувань, 44 рисунків, 9 таблиць. Основний зміст викладений на 297 сторінках друкованого тексту. Загальний обсяг роботи становить 408 сторінок.

### Зміст роботи

У вступі обґрунтовується актуальність проблеми, яка становить предмет дослідження, виконано скорочений аналіз сучасного стану питання, подано короткий огляд робіт, присвячених задачам, що розглядаються у дисертації.

Аналізом стану питання обґрунтовується постановка мети та задач дослідження, які подано у вступі. Викладено короткий зміст дисертації за главами, сформульовані основні наукові положення, що виносяться на захист.

В першій главі розглянуто потенціали типу ньютонівського об'ємного потенціалу, подвійного та простого шару, зведення крайових задач для деяких диференціальних рівнянь вищих порядків до систем інтегральних рівнянь, їх розв'язки, обчислення полігармонічних, беселевих потенціалів багатовимірних еліпсоїдів.

Розв'язок просторової контактної задачі, однієї з змішаних задач теорії пружності, приводить до розв'язання інтегрального рівняння, що містить потенціал простого шару, розподіленого по області, яку займає площадка контакту в плані.

При розв'язанні іншої змішаної задачі теорії пружності про напружено-деформований стан пружних тіл, послаблених плоскою тріщиною (розрізом), задача зводиться до розв'язання інтегро-диференціального рівняння, що містить потенціал простого шару, розподіленого по області, яку займає плоска тріщина.

Розглядається ньютонівський потенціал притягання двомірним матеріальним тілом, що займає область  $\Omega$ :

$$U = \iint_{\Omega} \frac{g(\rho, \theta)}{r} ds \quad (1.1)$$

$$r^2 = \rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\theta - \theta_0), \quad (\rho_0, \theta_0) \in \Omega.$$

Межа області  $\Omega$  складається з двох ліній  $\Gamma_1$  та  $\Gamma_2$  з рівняннями

$$\rho = a(1 + f(\varepsilon, \theta)), \quad \rho = b(1 + f(\varepsilon, \theta)), \quad a < b, \quad \varepsilon < 1 \quad (1.2)$$

$$f(\varepsilon, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i f_i(\theta) \quad (1.3)$$

Тут  $f_i(\theta)$  - неперервні на лініях  $\Gamma_1$  та  $\Gamma_2$  функції.

Припускається, що густина простого шару, функція  $g(\rho, \theta)$ , залежить від  $\varepsilon$  і може бути подана у вигляді ряду за степенями  $\varepsilon$ , коефіцієнти якого є неперервні функції, що мають неперервні похідні в  $\Omega$ , тобто

$$g(\rho, \theta) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i g_i(\rho, \theta) \quad (1.4)$$

Внаслідок одержано таке зображення потенціалу (1.1):

$$\iint_{\Omega} \frac{g(\rho, \theta)}{r} ds = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \left[ \iint_D \frac{G_i(\rho, \theta)}{r} ds + \Phi_i(G_0, G_1, \dots, G_{i-1}) \right] \quad (1.5)$$

Тут  $\Phi_0 = 0$ ,  $\Phi_n = \sum_{k=1}^n L_k(G_{n-k})$ ,  $n = 1, 2, \dots$  (1.6)

Оператори  $L_k$  для  $k = 1, 2, 3$  мають вигляд:

$$L_1(G) = \left(1 - \rho_0 \frac{\partial}{\partial \rho_0}\right) \iint_D \frac{G(\rho, \theta)}{r} f_1(\theta) ds,$$

$$L_2(G) = \left(1 - \rho_0 \frac{\partial}{\partial \rho_0}\right) \iint_D \frac{G(\rho, \theta)}{r} f_2(\theta) ds +$$

$$+ \rho_0^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho_0^2} \iint_D \frac{G(\rho, \theta)}{r} \frac{1}{2} f_1^2(\theta) ds,$$

$$\begin{aligned}
 L_3(\epsilon) = & \left(1 - \rho_0 \frac{\partial}{\partial \rho_0}\right) \iint_D \frac{G(\rho, \theta)}{r} f_3(\theta) ds + \\
 & + \rho_0^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho_0^2} \iint_D \frac{G(\rho, \theta)}{r} f_1(\theta) \left(f_2(\theta) - \frac{1}{2} f_1^2(\theta)\right) ds - \\
 & - \frac{1}{3!} \rho_0^3 \frac{\partial^3}{\partial \rho_0^3} \iint_D \frac{G(\rho, \theta)}{r} f_1^3(\theta) ds.
 \end{aligned}$$

Невідомі функції  $G_i(\rho, \theta)$  пов'язанні з шуканими коефіцієнтами розкладу (1.4) густини потенціалу (1.1) такими залежностями для відповідних значень індексу  $\kappa$ :

$$G_0(\rho, \theta) = g_0(\rho, \theta);$$

$$G_1(\rho, \theta) = g_1(\rho, \theta) + g'_0(\rho, \theta)\rho f_1(\theta);$$

$$\begin{aligned}
 G_2(\rho, \theta) = & g_2(\rho, \theta) + g'_1(\rho, \theta)\rho f_1(\theta) + g'_0(\rho, \theta)\rho f_2(\theta) + \\
 & + \frac{g''_0(\rho, \theta)}{2} \rho^2 f_1^2(\theta);
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

$$G_3(\rho, \theta) = g_3(\rho, \theta) + g'_2(\rho, \theta)\rho f_1(\theta) + g'_1(\rho, \theta)\rho f_2(\theta) +$$

$$+ g'_0(\rho, \theta)\rho f_3(\theta) + \frac{1}{2} g''_1(\rho, \theta)\rho^2 f_1^2(\theta) +$$

$$+ g''_0(\rho, \theta)\rho^2 f_1(\theta)f_2(\theta) + \frac{1}{3!} g'''_0(\rho, \theta)\rho^3 f_1^3(\theta).$$

$$D: a \leq \rho \leq b$$

Штрих означає похідну за змінною  $\rho$ .

Аналогічні розклади одержані і для двозв'язної плоскої області  $\Omega$ , коли рівняння меж залежать від одного або двох малих параметрів:

$$\rho = a \left(1 + f_1(\epsilon_1, \theta)\right), \rho = b \left(1 + f_2(\epsilon_2, \theta)\right),$$

$$\epsilon_1 < 1, \epsilon_2 < 1, a < b \tag{1.9}$$

Припускається, що функції  $f_1, f_2$ , що описують рівняння межових ліній, можуть бути подані у вигляді за степенями малих параметрів. Промінь, що виходить з початку полярної системи

координат, розташованого у внутрішній області по відношенню до  $\Omega$ , перетинає кожна з межових ліній не більше, ніж в одній точці.

Обчислення ньютонівського потенціалу одноз'язного або двоз'язного тіла  $T$ , коли рівняння обмежувючих його поверхонь залежать від одного або двох малих параметрів, також зведено до обчислення ньютонівського потенціалу неоднорідної кулі або тіла, обмеженого двома концентричними сферами.

Розв'язання динамічних задач призводить до розв'язання крайових задач для рівнянь Гельмгольца та рівнянь подібного типу більш високого порядку. Для розв'язання таких задач побудовані потенціали, що відіграють таку саму роль, що і потенціали подвійного шару для рівняння Лапласу, до складу ядер таких потенціалів входять циліндричні функції, наприклад:

$$\bar{S}_{q,\mu}(M, Q) = r^{-\frac{(m-2q)}{2}} N_{\frac{m}{2}+q-\mu}(kr) \cos^{2q-\mu} \theta \quad (1.10)$$

Вони залежать від відстані поміж точками, що належать межах області,  $r = \sqrt{R^2 + \rho^2 - 2\rho R \cos \varphi}$ , де  $R, \rho$  - радіуси-вектори точок,  $\varphi$  - кут поміж ними.

В ряді випадків мають місце рівності  $\rho = R$ ,  $r = 2R \sin \frac{\varphi}{2}$ , зокрема, для кола з центром у початку координат, або при розгляданні контурів, що мало відрізняються від кругових, для яких задачі можуть бути зведені за допомогою малого параметру до ряду задач для кругових областей. Для зведення таких крайових задач до систем інтегральних рівнянь у випадку одноз'язних або двоз'язних областей, контури яких мало різняться від кругових або кільцевих, одержано граничний випадок теореми додавання циліндричних функцій, наприклад:

$$\begin{aligned} Z_n(2R \sin \frac{\varphi}{2}) e^{in\psi} &= \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [J_m(R) Z_{m+n}(R) + J_{m+n}(R) Z_m(R)] e^{im\varphi}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

Для полігармонічного рівняння побудовано ядра

$$T_{q,p}(M, Q) = \frac{\cos^{p-1} \theta}{r^{m-2q+p-1}}; \quad \bar{T}_{q,p}(M, Q) = \frac{\cos^{p-1} \theta}{r^{m-2q+p-1}} \ln r, \quad (1.12)$$

за допомогою яких утворюються потенціали, що необхідні при

зведенні крайових задач для полігармонічних рівнянь до систем інтегральних рівнянь.

При розгляданні для кругової області задачі

$$\Delta^3 u = 0; u|_L = \varphi_1(t); \frac{\partial u}{\partial \nu}|_L = \varphi_2(t); \frac{\partial^2 u}{\partial \nu^2}|_L = \varphi_3(t) \quad (1.13)$$

вибираючи ядра у відповідності з (1.12), розв'язок розшукуємо у вигляді

$$u(Q) = \int_L \psi_1 \frac{\cos^5 r n}{r} dl + \int_L \psi_2 (\cos^4 r n + 1) dl + \int_L \psi_3 (r \cos^3 r n + r \cos r n) dl \quad (1.14)$$

При розв'язанні системи інтегро-диференціальних рівнянь відносно невідомих густин  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  одержано для шуканого розв'язку (1.14) слідуючий вираз, якщо дані функції  $\varphi_\mu$  задовільнюють деяким умовам:

$$u = \frac{1}{8\pi} \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\varphi_1(\theta) (1-k^2)^5 d\theta}{[1+k^2-2k \cos(t-\theta)]^3} - \int_0^{2\pi} \frac{\varphi_1(\theta) (1-k^2)^3 d\theta}{[1+k^2-2k \cos(t-\theta)]^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{(5\varphi_1 + 2R\varphi_2) (1-k^2)^4 d\theta}{[1+k^2-2k \cos(t-\theta)]^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{(3\varphi_1 + 3R\varphi_2 + R^2\varphi_3) (1-k^2)^3 d\theta}{[1+k^2-2k \cos(t-\theta)]} \right\}. \quad (1.15)$$

Тут  $k = \frac{\rho}{R}$ ,  $R$  - радіус круга.

При розгляданні для кругової області задачі

$$\Delta^2 u = 0; \frac{\partial u}{\partial \nu}|_L = \varphi_1(t); \frac{\partial^2 u}{\partial \nu^2}|_L = \varphi_2(t), \quad (1.16)$$

після вибору шуканої функції у вигляді суми двох потенціалів

$$u = \int_L \psi_1 (\cos^2 r n - 2 \ln r) dl + \int_L \psi_2 2 r \ln r \cos r n dl \quad (1.17)$$

одержано розв'язок у вигляді аналогічному (1.15).

Однією з найбільш поширених моделей для розв'язання практичних задач, як уже відзначалося, є еліпсоїд. В цій главі

полігармонічні об'ємні потенціали для зовнішньої і внутрішньої точок  $m$ - вимірового еліпсоїду зведені до однократних інтегралів.

Аналогічно обчислюються і беселеві об'ємні потенціали багатовимірового еліпсоїду, густина яких є функцією від еліпсоїдальної залежності поміж координатами.

Друга глава присвячена розв'язанню просторових контактних задач. Як відзначалося раніше, напружено-деформований стан пружного тіла, послабленого двозв'язною плоскою тріщиною (розрізом), описується інтегро-диференціальним рівнянням, що містить потенціал простого шару, розподіленого по двозв'язній області. За допомогою розвинення за малим параметром такий потенціал у першій главі виражено через аналогічні потенціали, розподілені по круговому кільцеві, що приводить до необхідності розв'язання цього рівняння для області, яка обмежена круговим кільцем. Щоб знайти цей розв'язок, в свою чергу, потрібно розв'язати задачу, механічний смисл якої полягає в визначенні тиснень під підшоною штампу у формі кругового кільця в плані.

В даній главі одержано точний розв'язок цієї задачі у вигляді подвійного ряду, коефіцієнти якого для будь-яких значень індексів визначаються точно з простих рекурентних співвідношень. Так функція, яка характеризує розподілення напружень під плоским круговим кільцевим штампом, що вдавлюється без тертя в пружний півпростір, має вигляд:

$$\sigma(\rho) = C_0 \sum_{k,p=0}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^p \left[ \alpha_{pk}^{(0)} \left(\frac{\rho}{b}\right)^{2k} + \beta_{pk}^{(0)} \left(\frac{a}{\rho}\right)^{2k+3} \right], \quad (2.1)$$

$$\text{де } \alpha_{pk}^{(m)} = \frac{(2k+1)!!}{2k!!} \tilde{\alpha}_{pk}^{(m)}; \quad \beta_{pk}^{(m)} = \frac{(2k+1)!!}{2k!!} \tilde{\beta}_{pk}^{(m)}.$$

$$\tilde{\alpha}_{pk}^{(m)} = \frac{2}{\pi} \sum_{q=0}^{E((p-3)/2)} \frac{\tilde{\beta}_{p-2q-3,q}}{2q+2k+3}; \quad \tilde{\beta}_{pk}^{(m)} = \frac{2}{\pi} \sum_{q=0}^{E(p/2)} \frac{\tilde{\alpha}_{p-2q,q}}{2q+2k+3}. \quad (2.2)$$

при початкових даних

$$\tilde{\alpha}_{0k}^{(0)} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{2k+1}; \quad \tilde{\alpha}_{1k}^{(0)} = 0; \quad \tilde{\alpha}_{2k}^{(0)} = 0. \quad (2.3)$$

На рис.1. наведено розподілення нормальних напружень під кільцевим штампом для  $\frac{a}{b} = 0,3; 0,5$ , якщо на штамп діє вертикальна сила  $P$  напрямлена по осі симетрії.

Розглянуто вдавлювання кільцевого в плані штампу, обмеженого параболічною поверхнею обертання з рівнянням  $Z = A(\rho - \rho_0)^2$ , що утворена обертанням навколо осі симетрії штампу параболі, вершина якої зміщена на відстань  $\rho_0$  від осі обертання. В цьому випадку вираз для розподілення нормальних напружень має вигляд:

$$\sigma(\rho) = \sum_{k,p=0}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^p \sum_{m=0}^3 C_m \left[ \alpha_{pk}^{(m)} \left(\frac{\rho}{b}\right)^{2k} + \beta_{pk}^{(m)} \left(\frac{a}{\rho}\right)^{2k+3} \right] + C_1 \ln \frac{\rho}{b} \quad (2.4)$$

Початкові дані в співвідношеннях (2.2) при визначенні коефіцієнтів  $\alpha_{pk}^{(m)}, \beta_{pk}^{(m)}$  в (2.4) аналогічні до (2.3),  $C_m$  - сталі.

На рис.2. наведено графіки залежності  $\frac{\sigma(\rho)}{cA_0}$  від  $\frac{\rho}{b}$ , осідання штампу  $\frac{\delta}{A\rho_0^2}$ , розмірів площадки контакту  $\frac{a}{\rho_0}, \frac{P}{\rho_0}$  від  $\frac{P}{8\pi^{-1}cA\rho_0^3} = R$ .

$$\text{Тут } c = \frac{\pi E}{4(1-\nu^2)}.$$

У випадку вдавлювання у пружний півпростір під дією вертикальної сили  $P$  кільцевого у плані штампу, обмеженого зовні параболічною поверхнею, а з середини - циліндричною, на рис.3. безперервною лінією 1 подано розподіл нормальних напружень  $\sigma(\rho) \frac{2\pi b^2}{P}$  під поверхнею цього штампу; пунктирною лінією 2 - під плоским кільцевим штампом; суцільною лінією 3 - під параболічним штампом; пунктирною лінією 4 - під плоским круговим штампом.

При вдавлюванні в пружний півпростір кільцевого в плані штампу, обмеженого зовні конічною поверхнею, а з середини - циліндричною, на рис.4. безперервною лінією 1 наведено розподілення нормальних напружень  $\sigma(\rho) \frac{2\pi b^2}{P}$  під поверхнею даного штампу ( $a = 0,3b$ ), пунктирною лінією 2 - під конічним круговим у плані штампом.

З використанням розвинення потенціалу простого шару, що одержано у першій главі, можливо розв'язання більш складних задач про вдавлювання двозв'язних штампів або про контакт пружних тіл, що спочатку торкаються по замкненій лінії.

Розглядання проблем трибології вимагає постановок контактних задач, що враховують реальні властивості фрикційного контакту.

При дослідженні просторових задач рухомого контакту з тертям запропоновувалися різні математичні моделі. Наприклад, при описуванні руху штампів, обмеженого параболічною поверхнею

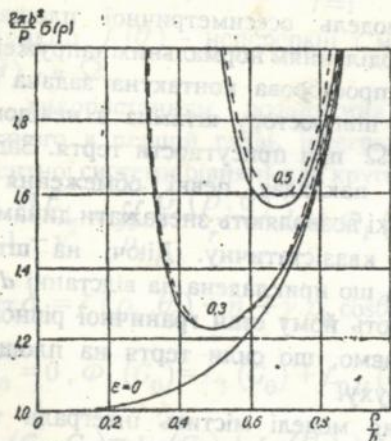


Рис.1.

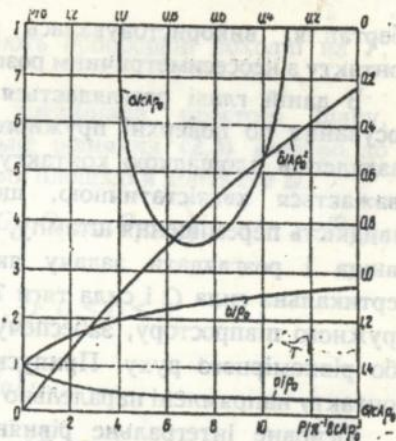


Рис.2.

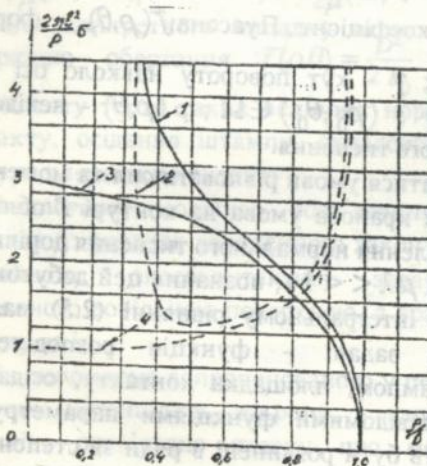


Рис.3.

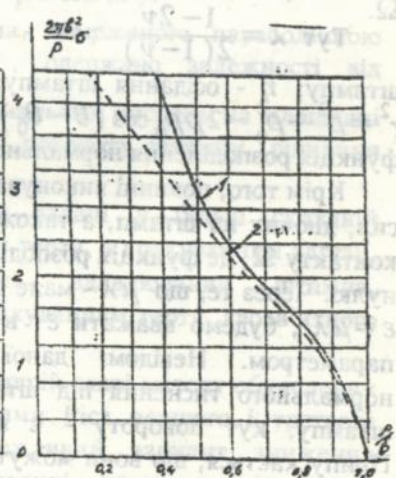


Рис.4.

обертання, використовувалась модель осесиметричної площадки контакту з неосесиметричним розподіленням нормальних напружень.

В даній главі розглядається просторова контактна задача про посування по поверхні пружного півпростору штампа з невідомою заздалегідь площадкою контакту  $\Omega$  при присутності тертя. Задача вважається квазістатичною, що накладає певні обмеження на швидкість переміщення штампу, які дозволяють зневажати динамічні явища і розглядати задачу як квазістатичну. Діючі на штамп вертикальна сила  $Q$  і сила тяги  $T$ , що прикладена на відстанні  $d$  від пружного півпростору, забезпечують йому стан граничної рівноваги або рівномірного руху. Припускаємо, що сили тертя на площадці контакту напрямлені паралельно руху.

Основне інтегральне рівняння моделі містить інтеграли типу потенціалу простого шару, поширені в загальному випадку по невідомій заздалегідь області контакту  $\Omega$ , яка залежить від коефіцієнта тертя  $\mu$

$$\iint_{\Omega} \frac{1 + \mu \lambda \cos \hat{r}, \hat{x}}{r} p(\rho, \theta) d\Omega = \frac{\pi E}{1 - \nu^2} [\mathcal{J}(\rho_0, \theta_0) + \eta + \gamma \rho_0 \cos \theta_0] \quad (2.5)$$

Тут  $\lambda = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$ ;  $\nu$  - коефіцієнт Пуасона;  $\mathcal{J}(\rho, \theta)$  - форма штампу;  $\eta$  - осідання штампу;  $\gamma$  - кут повороту навколо осі  $ou$ ;  $r^2 = \rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\theta - \theta_0)$ ;  $(\rho_0, \theta_0) \in \Omega$ ;  $p(\rho, \theta)$  - невідома функція розподілення нормального тиснення.

Крім того, повинні виконуватися умови рівноваги сил та моментів сил, діючих на штамп, а також крайова умова на контурі  $\Gamma$  області контакту  $\Omega$ , де функція розподілення нормального тиснення дорівнює нулю. Через те, що  $\mu\lambda$  - мале ( $\mu\lambda \ll 1$ ), позначив цей добуток як  $\varepsilon = \mu\lambda$ , будемо вважати  $\varepsilon$  в інтегральному рівнянні (2.5) малим параметром. Невідомі даної задачі - функція розподілення нормального тиснення під штампом, площадка контакту, осідання штампу, кут повороту - є невідомими функціями параметру  $\varepsilon$ . Припускається, що вони можуть бути розвинені в ряди за степенями  $\varepsilon$ :

$$p(\rho, \theta) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i g_i(\rho, \theta), \quad \gamma = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \gamma_i, \quad \eta = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \eta_i. \quad (2.6)$$

Припускається також, що рівняння межі  $\Gamma$  області контакту  $\Omega$  має вигляд:

$$\rho = b \left( 1 + f(\varepsilon, \theta) \right), f(\varepsilon, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i f_i(\theta) \quad (2.7)$$

Функції  $f_i(\theta)$  - неперервні і мають неперервні похідні на  $\Gamma$ ,  $g_i(\rho, \theta)$  - в  $\Omega$ .

З використанням розвинення потенціала простого шару, одержаного в першій главі, інтегральне рівняння (2.5) зведено до рекурентної системи рівнянь для кругової площадки контакту  $D$ .

$$\delta_i \frac{\pi E}{1 - \nu^2} = \iint_D \frac{G_i(\rho, \theta)}{r} ds + \Phi_i \left( G_0, G_1, \dots, G_{i-1} \right) \quad (2.8)$$

Тут  $\delta_i = \tilde{f}_i(\rho_0, \theta_0) + \eta_i + \gamma_i \rho_0 \cos \theta_0$ ,  $D: 0 \leq \rho \leq b$ .

$$\Phi_0 = 0, \Phi_1(G_0) = L_1(G_0) + L_{0\mu}(G_0);$$

$$\Phi_2(G_1, G_2) = L_1(G_1) + L_2(G_0) + L_{0\mu}(G_1) + L_{1\mu}(G_0); \quad (2.9)$$

$$L_{0\mu}(G) = \iint_D G(\rho, \theta) \frac{\rho_0 \cos \theta_0 - \rho \cos \theta}{r^2} ds$$

$$L_{1\mu}(G) = L_1(G \cos r, x); \quad L_{2\mu}(G) = L_2(G \cos r, x).$$

Для конкретного випадку штампа, обмеженого параболічною поверхнею обертання  $f(\rho, \theta) = \frac{\rho^2}{2b_0}$ , одержано залежності від коефіцієнту тертя таких величин: нормальних тиснень на площадці контакту, осідання штампу, складової повороту штампу, рівняння контура площадки контакту.

Аналогічно можливо розв'язання задачі у більш складній постановці: випадок двочленного закону тертя, з врахуванням адгезії, нелінійного, зносоконтактної задачі, вдавлювання штампа, обмеженого довільною поверхнею, з врахуванням тертя, двозв'язного штампу та ін.

За допомогою запропонованого у першій главі методу обчислення об'ємних потенціалів, зокрема, з ядрами Ріса першого і третього порядків, розв'язано задачу про можливий варіант зниження концентрації напружень при вдавлюванні плоского еліптичного штампу, тобто визначено аналітичну форму закруглень, для якої знайдено точне і просте за формою розподілення тиснень під штампом.

Під дією вертикальної сили  $P$  вдавлюється без тертя в пружний півпростір плоский еліптичний штамп з закругленим краєм, у якого

поверхня основи  $z(x, y)$  наближено описується такими функціями рис.11а.

$$z(x, y) = 0, \quad \frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} < 1 \quad (2.10)$$

$$z(x, y) = A \left( \frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} - 1 \right)^{\frac{3}{2}}, \quad k^2 \leq \frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} \leq 1.$$

де  $a' = ka$ ;  $b' = kb$ ;  $k < 1$ .

$$k^3 = \frac{A(a'^2 + b'^2)}{2Pb'\theta + A(a'^2 + b'^2)}; \quad \theta = \frac{1 - \nu^2}{\pi E}. \quad (2.11)$$

Нормальне тиснення  $p(x, y)$ , що виникає під штампом у точці з координатами  $(x, y)$ , визначається залежностями

$$p(x, y) = c \left[ \left( 1 - \frac{x^2}{a'^2} - \frac{y^2}{b'^2} \right)^{1/2} - \left( k^2 - \frac{x^2}{a'^2} - \frac{y^2}{b'^2} \right)^{1/2} \right],$$

$$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} \leq k^2. \quad (2.12)$$

$$p(x, y) = c \left( 1 - \frac{x^2}{a'^2} - \frac{y^2}{b'^2} \right)^{1/2}, \quad k^2 \leq \frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} \leq 1$$

Заглиблення штампу  $a = C\pi b\theta(1 - k^2)K(e)$ ,  $K(e)$  - повний еліптичний інтеграл першого роду з модулем  $e$ , що дорівнює ексцентриситету,  $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$ .

На рис.11б наведені графіки розподілення тиснення  $p(x, y)$  у площині, що проходить через фокальну вісь еліпсу, який полягає в основі штампу. Ці графіки відповідають різним значенням відношення  $k_1 = \frac{a}{a'}$ , (пунктирні лінії). Суцільні лінії відповідають випадку кругового штампу для спряження виконаного по поверхні (2.10).

У третій главі розглядається напружено-деформований стан нескінченного пружного тіла, послабленого плоским двозв'язним розрізом (тріщиною).

Вираз потенціалу простого шару, розподіленого по двозв'язній плоскій області, через потенціали для кругового кільця та розв'язок задач про вдавлювання у пружний півпростір плоского і неплоского кільцевих штампів дають змогу розв'язання задач про визначення граничних навантажень для деформованого крихкого тіла,

послабленого плоскою тріщиною, що займає в плані двозв'язну область.

В даній главі пропонується алгоритм зведення задачі про розтягнення пружного простору, послабленого плоскою тріщиною (розрізом), що займає область некругового кільця, до послідовності аналогічних задач для кругової кільцевої тріщини. Одержаний розв'язок наведено до вигляду, який придатний до практичних розрахунків, коли при визначенні нормальних напружень виділяються у явному вигляді особливості у точках контура некругового кільця.

Розглядається однорідне необмежене пружне тіло, всередині якого є відмінна від кільцевої у плані макроскопічна тріщина. Контуром тріщини, що в плані займає двозв'язну область  $\Omega$ , є лінії  $\Gamma_1$  і  $\Gamma_2$  з рівняннями (1.9), в яких

$$f_1(\varepsilon_1, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_1^k f_{k0}(\theta); f_2(\varepsilon_2, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_2^k f_{0k}(\theta), \quad (3.1)$$

$f_{ik}(\theta)$  неперервні на  $\Gamma_1$  і  $\Gamma_2$  функції. Тіло піддається одновісному розтягненню перпендикулярно площині тріщини (рис.5). Вертикальні зміщення  $w(\rho, \theta)$  поверхні пружного півпростору визначаються з рівняння

$$\rho = -\frac{E}{4\pi(1-\nu^2)} \Delta \iint_{\Omega} \frac{w(\rho, \theta)}{r} d\Omega, (\rho_0, \theta_0) \in \Omega. \quad (3.2)$$

Припускається, що шукана функція  $w(\rho, \theta)$ , яка перетворюється в нуль на контурі області  $\Omega$ , може бути подана у вигляді розвинення за степенями  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_2$ , коефіцієнти якого всередині  $\Omega$  є неперервними функціями, що мають неперервні похідні.

$$w(\rho, \theta) = \sum_{i,k=0}^{\infty} \varepsilon_1^i \varepsilon_2^k w_{ik}(\rho, \theta). \quad (3.3)$$

Інтеграл, що входить до рівняння (3.2), також подано у вигляді розвинення за степенями  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_2$ , використовуючи при цьому представлення потенціалу простого шару, розподіленого по двозв'язній області. Одержано наступну рекурентну систему рівнянь відносно функцій  $W_{ik}(\rho, \theta)$ :

$$\Delta \iint_D \frac{W_{ik}(\rho, \theta)}{r} ds = -\Phi_{ik}, i, k = 0, 1, \dots. \quad (3.4)$$

Тут область  $D$  є кругове кільце, обмежене колами  $\rho = a$  та  $\rho = b$ . Функції  $\Phi_{ik}, W_{ik}$ , що потрібні у перших наближеннях, мають вигляд:

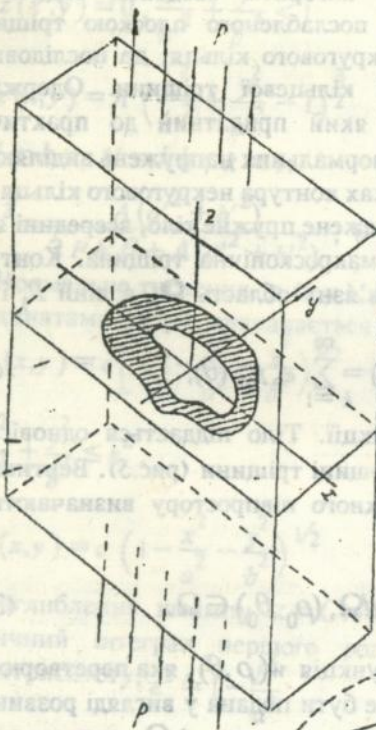


Рис.5.

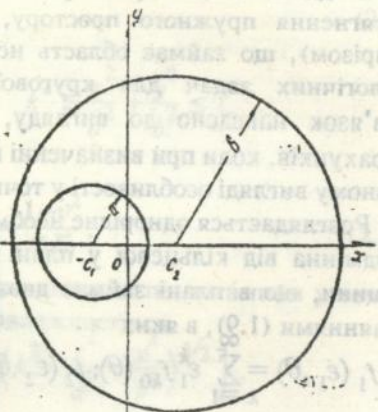


Рис.6.

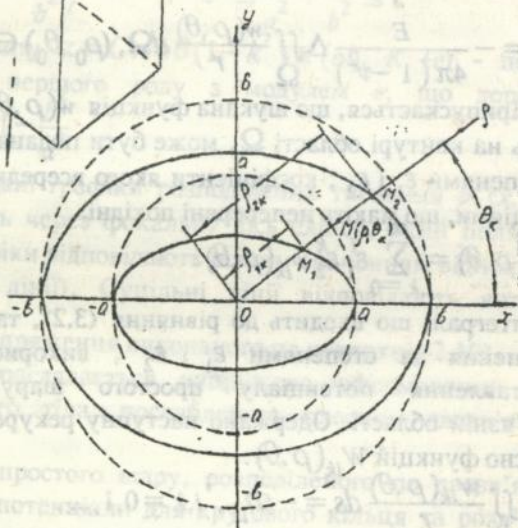


Рис.7.

ЛН Укрїна  
ЛН М. В. Стефанів

$$\Phi_{00} = \frac{4\rho\pi(1-\nu^2)}{E}; \Phi_{10} = \Delta L_{10}(W_{00});$$

$$\Phi_{20} = \Delta L_{10}(W_{10}) + \Delta L_{20}(W_{00});$$

$$\Phi_{11} = \Delta L_{01}(W_{10}) + \Delta L_{10}(W_{01}) + \Delta L_{11}(W_{00});$$

$$W_{00}(\rho, \theta) = w_{00}(\rho, \theta);$$

$$W_{10}(\rho, \theta) = w_{10}(\rho, \theta) + w'_{00}(\rho, \theta) \frac{\rho-b}{a-b} a f_{10}(\theta);$$

$$W_{11}(\rho, \theta) = w_{11}(\rho, \theta) + w'_{10}(\rho, \theta) \frac{\rho-a}{b-a} b f_{01}(\theta) +$$

$$+ w'_{01}(\rho, \theta) \frac{\rho-b}{a-b} a f_{10}(\theta) +$$

(3.5)

$$+ w''_{00}(\rho, \theta) \frac{(\rho-a)(\rho-b)}{(b-a)(a-b)} a b f_{10}(\theta) f_{01}(\theta).$$

Оператори  $L_{ik}$  являють собою наступні перетворення:

$$L_{10}(W_{00}) = \left(1 - \rho_0 \frac{\partial}{\partial \rho_0}\right) \iint_D \frac{W_{00}(\rho, \theta)}{r} \frac{\rho-b}{a-b} a f_{10}(\theta) d\rho d\theta +$$

$$+ \iint_D \frac{W_{00}(\rho, \theta)}{r} \frac{ab}{a-b} f_{10}(\theta) d\rho d\theta = H(f_{10});$$

$$L_{20}(W_{00}) =$$

(3.6)

$$= H(f_{20}) + \rho_0 \frac{\partial}{\partial \rho_0} \iint_D \frac{W_{00}(\rho, \theta)}{r} \frac{(\rho-b)a^2 b}{(a-b)(b-a)} \frac{f_{10}^2(\theta)}{\rho} d\rho d\theta +$$

$$+ \frac{1}{2} \rho_0^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho_0^2} \iint_D \frac{W_{00}(\rho, \theta)}{r} \left(\frac{\rho-b}{a-b}\right)^2 \frac{a^2 f_{10}^2(\theta)}{\rho} d\rho d\theta;$$

$$L_{11}(W_{00}) = \frac{\partial}{\partial \rho_0} \iint_D \frac{W_{00}(\rho, \theta)}{r} \left[ \frac{\rho-b}{(a-b)^2} a + \frac{\rho-a}{(a-b)^2} b \right] \times$$

$$\times \frac{ab}{\rho} f_{10}(\theta) f_{01}(\theta) d\rho d\theta +$$

$$+ \rho_0^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho_0^2} \iint_D \frac{W_{00}(\rho, \theta)}{r} \frac{(\rho-a)(\rho-b)}{(b-a)(a-b)} \frac{ab}{\rho} f_{10}(\theta) f_{01}(\theta) d\rho d\theta.$$

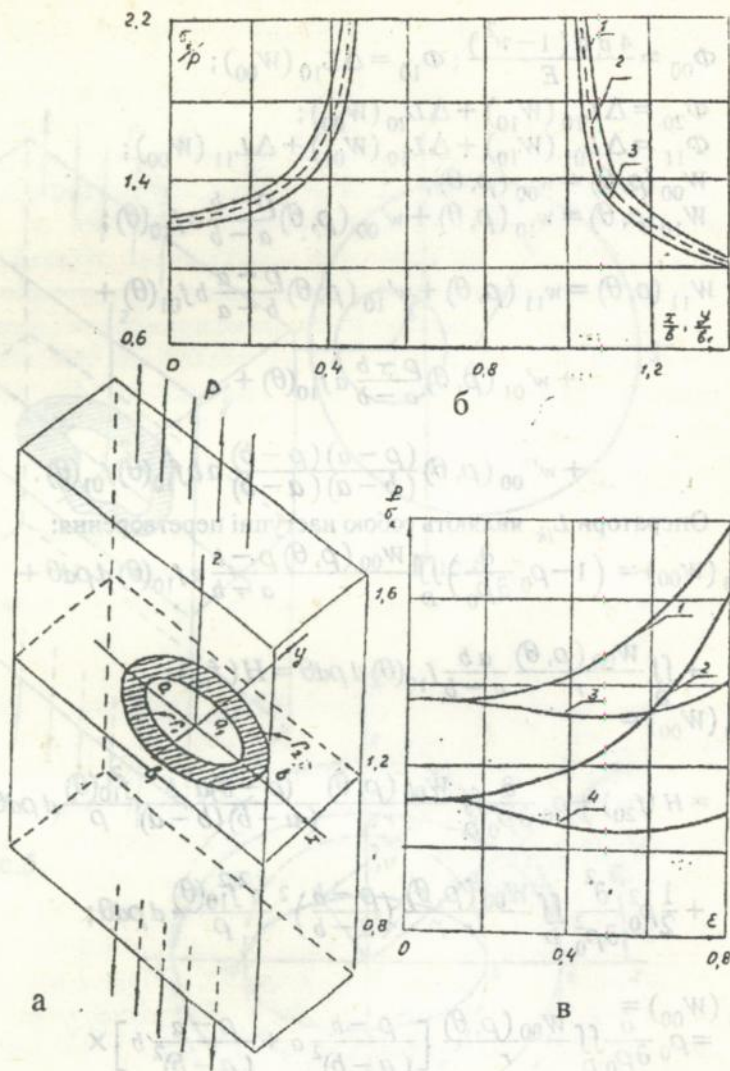


Рис. 8.

Залежності  $\Phi_{ki}, W_{ki}, L_{ki}$  одержуються з відповідних залежностей  $\Phi_{ik}, W_{ik}, L_{ik}$ , якщо поміняти місцями індекси та  $a$  і  $b$ .

У випадку, коли тріщина має вигляд еліптичного кільця, обмеженого концентричними еліпсами з однаковим ексцентриситетом (рис.8а), за малий параметр обрано ексцентриситет  $\varepsilon$ . При розв'язанні системи (3.4), враховуючи  $\varepsilon^4$ , одержано розв'язок рівняння (3.2) у вигляді:

$$w(\rho, \theta) = u_{00}(\rho) + \varepsilon^2 [u_{10}(\rho) + u_{12}(\rho) \cos 2\theta] + \varepsilon^4 [u_{20}(\rho) + u_{22}(\rho) \cos 2\theta + u_{24}(\rho) \cos 4\theta] \quad (3.7)$$

де

$$u_{ij}(\rho) = \sum_{k,p=0}^{\infty} \sum_{m=0}^4 \left(\frac{a}{b}\right)^p C_m^{(i,j)} [\alpha_{pk}^{(j,m)} \left(\frac{\rho}{b}\right)^{2k+2} + \beta_{pk}^{(j,m)} \left(\frac{a}{\rho}\right)^{2k+1} \frac{a}{b}] \quad (3.8)$$

$a$  і  $b$  - фокальні піввісі еліпсів ( $a < b$ );  $\alpha_{pk}^{(j,m)}, \beta_{pk}^{(j,m)}$  визначені з співвідношень (2.2) при початкових даних, подібних до (2.3); стали  $C_m^{(i,j)}$  визначені при розв'язанні рівнянь системи (3.4) і крайових умов для функції  $w(\rho, \theta)$ .

За допомогою одержаного виразу (3.7) для вертикальних переміщень в області тріщини (розрізу) та розвинення потенціалу прстого шару, розподіленого по двозв'язній області  $\Omega$ , знайдено залежність для нормальних напружень в точках, розташованих поза тріщиною. Одержане співвідношення для нормальних напружень так само, як і співвідношення для вертикальних зміщень (3.7), (3.8), залежать від  $\rho, a, b$ . При практичному розрахунку зміщень всередині області тріщини  $\Omega$  і напружень поза  $\Omega$ , у точках, що лежать на промені  $\theta = \theta_k$ , який проходить через точки меж  $M_1(\rho_{1k}, \theta_k)$  і  $M_2(\rho_{2k}, \theta_k)$  (рис.7.), за допомогою рівнянь меж (1.7) та (3.1) добути співвідношення для нормальних напружень і вертикальних зміщень в залежності від  $\rho, \rho_{1k}, \rho_{2k}$ .

Для визначення критичних навантажень використовується гранична умова, яку повинні задовільнювати нормальні напруження для критичних навантажень. Наприклад, на підставі знайдених співвідношень для нормальних напружень після виконання граничного переходу при  $\varepsilon = 0,6$ ,  $b = 2a$  одержані значення критичних навантажень для руху точок, що лежать на осі  $x$  внутрішнього контуру тріщини,  $p_{ix} = 1,36 \sigma_k$  та зовнішнього  $-p_{ex} = 1,56 \sigma_k$ ; для

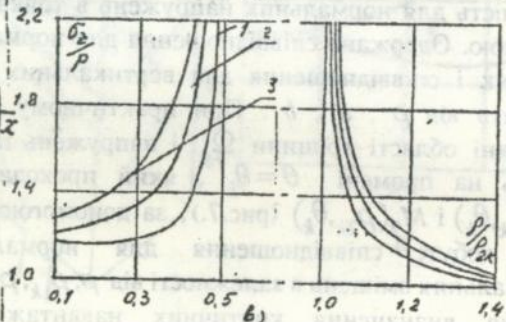
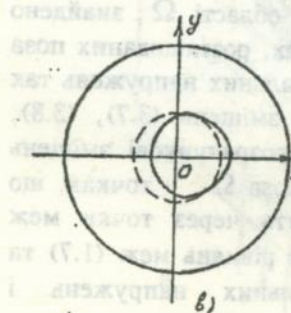
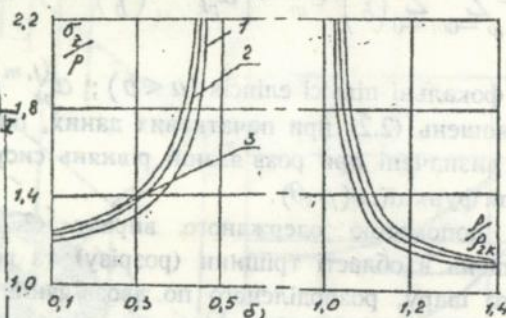
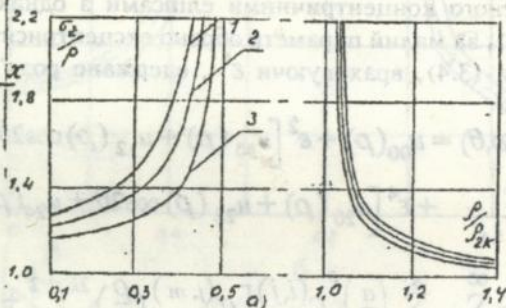
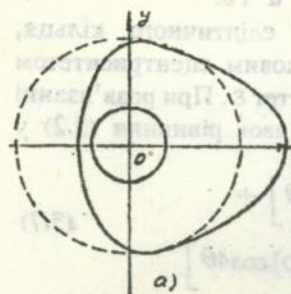


Рис.9.

точок, що лежать на осі  $y - p_{iy} = 1,05 \sigma_k$ ,  $p_{ey} = 1,32 \sigma_k$ . Тут  $\sigma_k = \frac{K}{\sqrt{2b}}$ ,  $K$  - модуль зчеплювання.

На рис.8в лініями 1,2,3,4 відповідно наведені змінення граничних навантажень  $\frac{P_{ex}}{\sigma_k}$ ,  $\frac{P_{ix}}{\sigma_k}$ ,  $\frac{P_{ey}}{\sigma_k}$ ,  $\frac{P_{iy}}{\sigma_k}$  в залежності від  $\varepsilon$  для розглянутого випадку. З того, що менше з них -  $p_{iy}$ , витікає, що плоска макроскопічна тріщина, що має у плані вигляд еліптичного кільця, за даних умов починає розповсюджуватися у напрямку меншої осі внутрішнього контуру тріщини.

При розгляданні розтягу пружного простору, послабленого плоским розрізом у вигляді симетрично деформованого еліптичного кільця із злегка угнутими вершинами, розв'язок рівняння (3.2) має такий самий вигляд, як і вираз (3.7), тільки невідомі сталі  $C_m^{(i,j)}$  набувають інших значень.

У випадку пружного простору, послабленого плоскою тріщиною у формі ексцентричного кільця (рис.б.), малими параметрами обрано відношення координати центру межового кола до його радіуса, тобто  $\varepsilon_1 = \frac{c_1}{a}$ ,  $\varepsilon_2 = \frac{c_2}{b}$ .

Вдovж променів  $\theta_k = 0$ ,  $\theta_k = \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_k = \pi$  лініями 1, 2, 3 відповідно наведені графіки розподілення напружень  $\sigma_z(\rho, \theta)$  для  $\varepsilon_1 = 0$ ,  $\varepsilon_2 = 0,3$  на рис.9а); для  $\varepsilon_1 = 0,3$ ,  $\varepsilon_2 = 0,3$  на рис.9б); для  $\varepsilon_1 = 0,3$ ,  $\varepsilon_2 = 0$  на рис.9в). Нормальні напруження для критичних навантажень визначаються згідно граничної умови. У конкретному числовому прикладі значення критичних навантажень для руху точок внутрішнього і зовнішнього контурів наведено у таблицях. Як витікає із розрахунків, величина критичних зусиль у кожному окремому випадку залежить від площини розрізу та його конфігурації.

Подальше в цій главі розглядається розтяг пружного простору, послабленого плоскою двозв'язною тріщиною (розрізом), на випадок чистого вигину. Нескінченно довга балка вигинається постійними моментами  $M$ . В балці у зоні розтягуючих напружень, в площині, перпендикулярній поздовжній осі, міститься тріщина, яка має в плані форму еліптичного кільця, обмеженого концентричними еліпсами з однаковим ексцентриситетом. Припускається, що розміри тріщини малі в порівнянні з розмірами поперечного перерізу балки. Центр тріщини і, отже, початок полярної системи координат розташовано на відстані  $C$  від поздовжньої осі балки (рис.10.), так що контур тріщини

не перетинає поздовжньої осі балки. Для визначення напружень, діючих у площині розташування тріщини, використовується рівняння, що відбиває залежність між переміщеннями точок вздовж поздовжньої осі балки і нормальними напруженнями

$$\frac{M}{J} (\rho_0 \cos\theta_0 + C) = - \frac{E}{4\pi(1-\nu^2)} \Delta \iint_{\Omega} \frac{w(\rho, \theta)}{r} d\Omega. \quad (3.10)$$

Неперервний розв'язок даного рівняння, функція переміщень, паралельних поздовжній осі балки, що перетворюється в нуль на контурі тріщини, розшукується у вигляді розвинення за малим параметром, яким є ексцентриситет еліпсів. З використанням розвинення потенціалу простого шару для плоскій двозв'язній області задача зводиться до послідовності аналогічних задач для тріщини у формі кругового кільця. Наведено розв'язок у перших двох наближеннях.

У четвертій главі методи обчислення потенціалів і методи зведення крайових задач до інтегральних рівнянь, розглянуті у першій главі, застосовуються до розв'язання деяких задач динаміки, міцності та вібродіагностики елементів конструкцій.

Проведено визначення власних частот коливань мембран, тонких пластин, відмінних від кругових, які можна апроксимувати еліпсом, симетрично деформованим еліпсом із злегка угнутими вершинами, несиметрично деформованим еліпсом у вигляді несиметричного овалу.

Розв'язок основного рівняння коливань подано у вигляді потенціалу з ядром (1.10), за допомогою якого одержано інтегральне рівняння для визначення невідомої густини потенціалу. Використовуючи узагальнення теореми додавання циліндричних функцій (1.11), добуто у першій главі, інтегральне рівняння приводиться до нескінченної системи однорідних лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів розвинення в ряд Фур'є шуканої густини потенціалу. При дорівнюванні нулю визначника одержаної однорідної системи знайдено рівняння для визначення власних частот. Доведено, що нескінченний визначник системи є нормальним і відноситься до класу збіжних, що дозволяє проводити обчислення методом редукції. При цьому різниця поміж двома послідовними наближеннями може бути практичною оцінкою точності обчислень. Крім того для чисельних підрахунків нескінченний визначник подано у вигляді цепного дробу, що зручно для застосування методу послідовних наближень.

На рис. 12 для основного контура поперечного сечения вращательного элемента в деформированном состоянии (рис. 12) показаны деформации в деформированном состоянии (рис. 12) и в недеформированном состоянии (рис. 12).

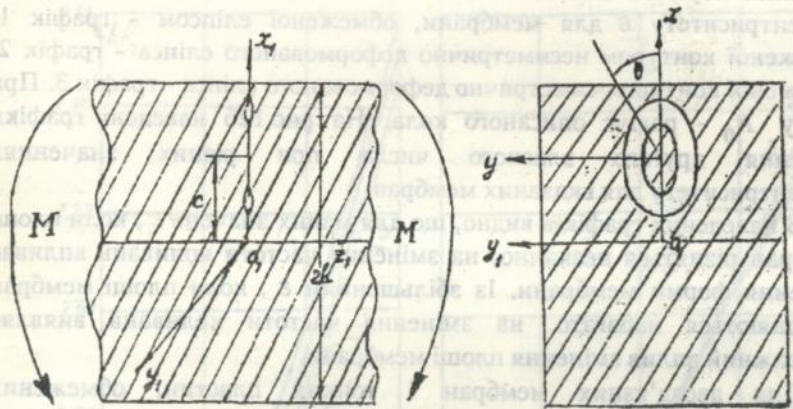


Рис. 10.

При допущении, что деформация поперечного сечения вращательного элемента в деформированном состоянии (рис. 12) и в недеформированном состоянии (рис. 12) одинакова, то деформация поперечного сечения вращательного элемента в деформированном состоянии (рис. 12) и в недеформированном состоянии (рис. 12) одинакова.

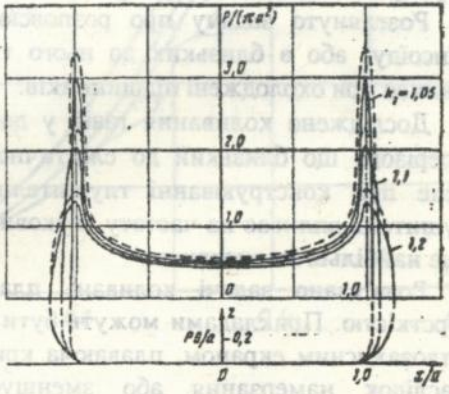
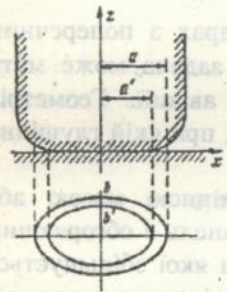


Рис. 11.

деформация поперечного сечения вращательного элемента в деформированном состоянии (рис. 12) и в недеформированном состоянии (рис. 12) одинакова.

На рис.12а для основного тону мембрани наведені графіки змінення першого власного числа в залежності від різних значень ексцентриситету  $\epsilon$  для мембрани, обмеженої еліпсом - графік 1; обмеженої контуром несиметрично деформованого еліпса - графік 2; обмеженої контуром симетрично деформованого еліпса - графік 3. При цьому  $R_0$  - радіус описаного кола. На рис.12б наведені графіки змінення другого власного числа при різних значеннях ексцентриситету для вказаних мембран.

З наведених графіків видно, що для малих значень  $\epsilon$ , коли площі мембран різняться незначно, на змінення частоти коливань впливає змінення форми мембрани. Із збільшенням  $\epsilon$ , коли площі мембран відрізняються набагато, на змінення частоти коливань виявляє переважний вплив змінення площі мембрани.

Для двозв'язних мембран і тонких пластин, обмежених розглянутими контурами або з круговим отвором по центру, розв'язок крайових задач подано у вигляді сум аналогічних потенціалів, розповсюджених по межовим контурам.

При дослідженні згину аналогічних тонких пластин під довільним поперечним навантаженням задачі зведено до нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь, які при певних умовах є цілком регулярними або квазірегулярними і мають єдиний розв'язок.

Розглянуто задачу про розповсюдження тепла в однорідному еліпсоїду, або в близьких до нього тілах. Наприклад, така задача виникає при охолодженні підшипників.

Досліджено коливання газів у довгих циліндрах з поперечним перерізом, що близький до еліптичного. Схожа задача, може мати місце при конструюванні глушителів шуму у авіації. Геометрія глушителя впливає на частоту звукових коливань, при якій глушіння буде найбільш інтенсивним.

Розв'язано задачі коливань пластин із змінною масою або жорсткістю. Прикладами можуть бути коливна панель з обгоряючим теплозахисним екраном, плаваюча крижина, маса якої збільшується внаслідок намерзання або зменшується внаслідок розтавання; елементи конструкторів, працюючих в умовах агресивного середовища металургійних або хімічних підприємств; використання лопаток компресора і турбіни газотурбінних двигунів в умовах ерозійно-корозійного зносу.

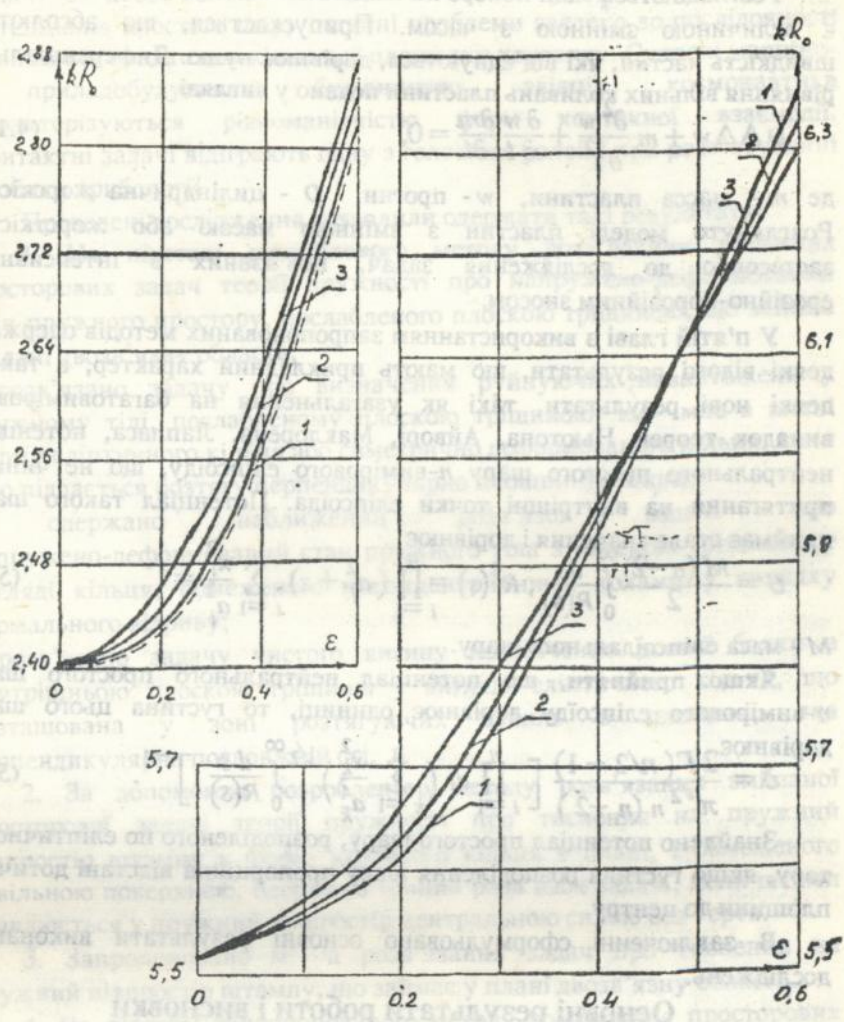


Рис.12.

Розглядаються малі поперечні коливання пластини, товщина якої є величиною змінною з часом. Припускається, що абсолютна швидкість частин, які від'єднуються, дорівнює нулю. Диференціальне рівняння вільних коливань пластини подано у вигляді

$$D \Delta \Delta w + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial m}{\partial t} = 0, \quad (4.1)$$

де  $m$  - маса пластини,  $w$  - прогин,  $D$  - циліндрична жорсткість. Розглянуто моделі пластин з змінною масою або жорсткістю застосовно до дослідження задач, пов'язаних з інтенсивним ерозійно-корозійним зносом.

У п'ятій главі з використанням запропонованих методів одержані деякі відомі результати, що мають прикладний характер, а також деякі нові результати, такі як узагальнення на багатовимірний випадок теорем Ньютона, Айворі, Маклорена, Лапласа, потенціал нейтрального простого шару  $n$ -вимірового еліпсоїду, що не чинить притягання на внутрішні точки еліпсоїда. Потенціал такого шару приймає стале значення і дорівнює

$$U = \frac{M(n-2)}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{R(s)}, \quad R^2(s) = \prod_{i=1}^n (a_i^2 + s), \quad \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{a_i^2} = 1, \quad (5.1)$$

$M$  - маса еліпсоїдального шару.

Якщо прийняти, що потенціал нейтрального простого шару  $n$ -вимірового еліпсоїду дорівнює одиниці, то густина цього шару дорівнює

$$\delta = \frac{2\Gamma(n/2 - 1)}{\pi^{n/2} n(n-2)} \left[ \prod_{i=1}^n a_i \left( \sum_{k=1}^n \frac{x_k^2}{a_k^4} \right)^{1/2} \int_0^\infty \frac{ds}{R(s)} \right]^{-1}. \quad (5.2)$$

Знайдено потенціал простого шару, розподіленого по еліптичному тору, якщо густина розподілення шару пропорційна відстані дотичної площини до центру.

В заключенні сформульовано основні результати виконаних досліджень.

## Основні результати роботи і висновки

Робота присвячена розв'язанню актуальної проблеми побудови розв'язків задач про напружений стан з двозв'язними плоскими тріщинами (розрізами). Майже усі реальні матеріали мають дефектність структури, яка сприяє появі тріщин. Крім того у деяких конструкціях з різних причин виповнюються спеціальні розрізи. Розв'язання таких задач приводить до пошуку розв'язків контактних

задач з двозв'язною площадкою контакту. З використанням потенціалів простого шару останні проблеми зведено до послідовності аналогічних задач для кільцевої площадки контакту. Сучасні машино- і приладобудування, будівництво, авіація, космонавтика характеризуються різноманітністю форм контактної взаємодії. Контактні задачі відіграють одну з головних ролей і при розв'язуванні проблем трибології

Проведені дослідження дозволили одержати такі результати:

1. На підставі розробленого методу розв'язання змішаних просторових задач теорії пружності про напружено-деформований стан пружного простору, послабленого плоскою тріщиною, що займає у плані двозв'язну область,

- розв'язано задачу про визначення руйнуючих навантажень у пружному тілі, послабленому плоскою тріщиною, що має в плані форму еліптичного кільця або симетрично деформованого кільця, коли тіло піддається розтягу перпендикулярно площині тріщини;

- одержано наближений розв'язок задачі про напружено-деформований стан пружного тіла з плоскою тріщиною у вигляді кільця, обмеженого неконцентричними колами у випадку нормального відриву;

- розв'язано задачу чистого вигину нескінченно довгої балки з внутрішньою плоскою тріщиною у вигляді еліптичного кільця, що розташована у зоні розтягуючих зусиль в площині, яка перпендикулярна поздовжній осі.

2. За допомогою розробленого методу розв'язання змішаної просторової задачі теорії пружності про тиснення на пружний півпростір штампу у формі кругового кільця в плані, і обмеженого довільною поверхнею, одержано точний розв'язок задачі, коли штамп вдавлюється у пружний півпростір центральною силою без тертя.

3. Запропоновано метод розв'язання задач про тиснення на пружний півпростір штампу, що займає у плані двозв'язну область.

4. На підставі запропонованого методу розв'язання просторових контактних задач переміщення штампа по межі пружного півпростору з врахуванням сил тертя, паралельних напрямку руху, побудовано розв'язок задачі у конкретному випадку сковзання штампу, обмеженого параболічною поверхнею обертання.

5. Розв'язано задачу про можливий варіант зниження концентрації напружень при вдавлюванні плоского еліптичного

штампу, тобто визначена аналітична форма закруглень, для якої знайдено точний розподіл тиснення під штампом, що дозволяє застосовувати таку конфігурацію, наприклад, при використанні верстатів з програмним керуванням та створенням для них математичного забезпечення.

6. Розроблено метод обчислення потенціалів неоднорідного простого шару, розподіленого по двозв'язній або одновз'язній області, та інших, які використовуються при розв'язанні проблем про напружений стан пружного тіла з плоским двозв'язним розрізом (тріщиною).

7. Розроблено метод обчислення ньютонівих об'ємних потенціалів неоднорідного двозв'язного або одновз'язного тривимірного тіла.

8. На підставі запропонованого методу обчислення потенціалів багатовимірних еліпсоїдів, густина яких є функцією від еліпсоїдальної залежності поміж координатами, для полігармонічних рівнянь та більш загальних рівнянь другого порядку, деяких рівнянь вищих порядків

- одержано точний розв'язок задачі по визначенню густини нейтрального простого шару багатовимірного еліпсоїду;
- визначено потенціал простого шару, розподіленого по поверхні еліптичного тору, коли густина розподілення пропорціональна відстані дотичної площини від центру;
- розв'язано задачу про відшукання густини шару, розміщеного поміж двома поверхнями, який чинить постійне притягання точок внутрішньої порожнини;
- одержано узагальнення теорем Ньютона, Айворі, Маклорена, Лапласа про гравітаційні потенціали багатовимірних еліпсоїдів.

9. За допомогою побудованих потенціалів типу подвійного та простого шару для деяких рівнянь вищих порядків

- одержано точні розв'язки крайових задач типу Діріхле та Неймана для круга у вигляді інтегралів типу Пуасона та Діні для полігармонічних рівнянь шостого та четвертого порядків;
- проведено дослідження по визначенню власних частот коливань мембран, тонких пластин, що відрізняються від кругових і котрі можна апроксимувати еліпсом, симетрично деформованим еліпсом із злегка угнутими вершинами, несиметрично деформованим еліпсом у вигляді несиметричного овалу, що може бути викликано дією цілого ряду

факторів: погрешностей технологічної обробки, зносу деталей у процесі експлуатації, модифікації конструкцій та ін.

10. Досліджено коливання газу у нескінченних циліндрах, що близькі до еліптичних.

11. Розв'язано задачу про розповсюдження тепла в однорідному еліпсоїді, подібні задачі виникають при охолодженні підшипників.

12. Побудовано моделі коливань пластин із змінною масою або жорсткістю, що застосовуються задля дослідження задач, пов'язаних з розгляданням інтенсивного ерозійно-корозійного зносу.

Основні положення дисертації відображено у публікаціях:

1. Гузь О.М., Шишканова С.Ф. Про розв'язання задач згину пластин на пружній основі у випадку багатозв'язних областей // Доповіді АН УРСР.- 1967.- Сер.А.- №2.- с.166-170.

2. Шишканова С.Ф. О напряженном состоянии плоскости, ослабленной отверстием типа профиля Н.Е.Жуковского // Прикладная механика.- 1967.- т.3.- №5.- с.130-133.

3. Шишканова С.Ф. Изгиб пластин с подкрепленными круговыми отверстиями // Изв. ВУЗов СССР. Машиностроение.- 1969.- №6.- с.16-21.

4. Гузь А.Н., Шишканова С.Ф. Концентрация напряжений в авиационных конструкциях типа панелей с упругим наполнителем // Авиационная промышленность.- 1969.- №6.- с.16-21.

5. Шишканова С.Ф. О решении задач для пологой сферической оболочки на упругом основании в случае многосвязных областей // Прикладная механика.- 1970.- т.6.- №2.- с.30-37.

6. Шишканова С.Ф. Определение напряжений около кругового отверстия в круговой цилиндрической оболочке на упругом основании // Строительная механика и расчет сооружений. Реф. информ. о законченных работах в ВУЗах УССР.- 1971.- №2.- с.16-17.

7. Гузь А.Н., Шишканова С.Ф. О решении задач для круговой цилиндрической оболочки на упругом основании, ослабленной круговыми отверстиями // Прикладная механика.-1972.-т.8.- №4.- с.112-115.

8. Шишканова С.Ф. Влияние технологических погрешностей на прочность пластин на упругом основании // Повышение ресурсов двигателей. Приложение к АП.- М.: Машиностроение.- 1972.- №5.

9. Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. О вычислении потенциальной функции неоднородного эллипсоида // Гидроаэромеханика и теория

упругости.- 1973.- №16.- с.143-147.

10. Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. Решения задач о кольцевом штампе с использованием рекуррентных соотношений // Прикладная механика.- 1973.- т.9.- №7.- с.37-42.

11. Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. О решении полигармонических уравнений // Доклады АН УССР.- 1975.- Сер.А.- №5.- с.436-439.

12. Шишканова С.Ф. Определения напряжений при вдавливании кольцевого неплоского штампа // Технологические и конструктивные решения при обеспечении высокой надежности двигателей большого ресурса. Приложение к АП.- М.: Машиностроение.- 1976.- с.32-34.

13. Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. Совершенствование систем в процессе эксплуатации // В кн: Научные основы и методы повышения надежности и долговечности газотурбинных двигателей. - Киев: Наукова думка.- 1979.- с.112-117.

14. Ройтман А.Б., Шамровский А.Д., Шишканова С.Ф. Оценка точности решений контактных задач численными методами // Гидроаэромеханика и теория упругости.- 1980.- №26.- с.112-130.

15. Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. Вдавливание неплоского кольцевого штампа в упругое полупространство // Прикладная механика.- 1980.- т.16.- №4.- с.35-41.

16. Ильина А.М., Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. Об описании динамики показателей надежности с помощью дифференциальных уравнений // Ресурс и надежность. Сборник научных трудов ЦИАМ.- М.: ЦИАМ.- 1980.- №11.- с.68-74.

17. Еще раз к оценке точности решений контактных задач / Н.Н.Гнутенко, А.Б.Ройтман, А.Д.Шамровский, С.Ф.Шишканова // Гидроаэромеханика и теория упругости.- 1981.- №28.- с.84-91.

18. Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. К решению задачи о соударении двусвязных упругих тел // Динамика элементов конструкций летательных аппаратов. Темат. сборник науч. трудов. ХАИ.- Харьков: ХАИ.- 1985.- с.51-56.

19. Матвеев В.В., Шишканова С.Ф. К решению задачи о колебании эллиптической пластинки с учетом рассеяния энергии // Проблемы прочности.- 1985.- №12.- с.104-106.

20. Шишканова С.Ф. О вычислении бесселевых потенциалов для многомерного эллипсоида // Методы решения нелинейных задач и обработки данных. Сборник научных трудов ДГУ.- Днепропетровск: ДГУ.- 1985.- с.202-207.

21. Шишканова С.Ф. К определению собственных частот колебаний эллиптической пластинки // Динамика элементов конструкций летательных аппаратов. Темат. сборник науч. трудов ХАИ.- 1985.- с.138-144.
22. Шишканова С.Ф. К теореме сложения цилиндрических функций // Методы решения нелинейных задач и обработка данных. Сборник научных трудов ДГУ.- Днепропетровск: ДГУ.- 1986.- с.96-99.
23. Зайцева Т.А., Шишканова С.Ф. Изменение амплитудно-частотных характеристик гидротехнических сооружений при интенсивной коррозии // Вибродиагностика машин и механизмов. Методы и средства.- Сборник научных трудов ЦИАМ.- М.: ЦИАМ.- 1987.- Вып.1.- с.64-69.
24. Шишканова С.Ф. Потенциал нейтрального простого слоя многомерного эллипсоида // Вестник Киевского политехнического института. Машиностроение.- Киев: Изд-во при КГУ "Вища школа".- 1987.- вып.24.- с.43-47.
25. Шишканова С.Ф. Аналитические исследования, связанные с вибродиагностикой дисков некруговой формы // Надежность и долговечность машин и сооружений.- 1987.- №12.- с.49-51.
26. Шишканова С.Ф. О вдавливании в упругое полупространство эллиптического штампа со скругленным краем // Известия АН СССР. Механика твердого тела.- 1987.- №3.- с.77-80.
27. Шишканова С.Ф. Аналитические методы оценки параметров колебаний пластинки переменной массы // Вибродиагностика машин и механизмов. Методы и средства.- Сборник научных трудов ЦИАМ.- 1987.- Вып.1.- с.119-123.
28. Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. К определению собственных частот колебаний газа в цилиндре с поперечным сечением в форме эллипса с вогнутыми вершинами // Динамическая прочность и надежность конструкций двигателей летательных аппаратов. Сборник научных трудов МАИ.- М.: МАИ.- 1987.- с.33-37.
29. Шишканова С.Ф. К определению собственных частот колебаний мембраны в виде деформированного эллипса // Расчет пространственных строительных конструкций. Межвузовский сборник научных трудов.- Куйбышев: Куйбышевск. гос. ун-т.- 1987.- с.69-73.
30. Шишканова С.Ф. К решению одной краевой задачи для полигармонического уравнения // Вопросы прикладной математики и математическое моделирование. Сборник научных трудов ДГУ.-

- Днепропетровск.: ДГУ.- 1988.- с.31-34.
31. Шишканова С.Ф. Исследование прочности мембран, мало отличающихся от эллиптических // Проектирование и прочность конструкций реактивных двигателей. Сборник научных трудов МАИ.- М.: МАИ.- 1988.- с.39-43.
32. Шишканова С.Ф. О теоремах Ньютона, Айвори, Маклорена, Лапласа для многомерных эллипсоидов // Методы исследования дифференциальных и интегральных операторов. Сборник научных трудов.- Киев: Наукова думка.- 1989.- с.202-207.
33. Гальченко Л.В., Лебедев А.А., Шишканова С.Ф. Исследование динамики канатов, работающих в агрессивных средах // Материалы конференции "Проблемы надежности, долговечности, металлоемкости подъемно-тралового оборудования рыбопромысловых судов".- Севастополь.- 1989.- с.30-31.
34. Шишканова С.Ф. К оценке влияния неочистностей изготовления круговых дисков на параметры их колебаний с учетом рассеяния энергии // Материалы XIV Республиканской НТК "Рассеяние энергии при колебаниях механических систем".- Киев.- 1989.- с.163-166.
35. Шишканова С.Ф. О потенциале простого слоя тора с плотностью, зависящей от расстояния касательной плоскости от центра // Математические методы и физико-механические поля.- 1989.- Вып.29.- с.85-87.
36. Гальченко Л.В., Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. Вибрационная диагностика коррозионной повреждаемости силовых элементов судовых кранов // Материалы конференции "Технические средства океанического промышленного рыболовства".- Севастополь.- 1990.- с.24-26.
37. Ройтман А.Б., Гальченко Л.В., Шишканова С.Ф. Оценка долговечности канатов, работающих в условиях интенсивной коррозии // Надежность и долговечность машин и сооружений.- 1990.- Вып.18.- с.39-42.
38. Шишканова С.Ф. О напряженном состоянии упругого пространства, ослабленного плоской трещиной, близкой к кольцевой // Прикладная механика.- 1990.- т.26.- №5.- с.9-15.
39. Шишканова С.Ф., Ройтман А.Б., Невес Ф.О. Математическое моделирование контактного взаимодействия жестких тел и упругого полупространства с учетом трения // Труды II Междунар. конф. "Математика. Компьютер. Образование".- М.: Просперус.- 1995.-

с.133-139.

40. Шишканова С.Ф. О решении одной краевой задачи для некоторых дифференциальных уравнений высшего порядка // Днепрпет. Гос. Универс. Сб. научн. трудов.- Алгоритмы решения задач прикладной математики.- Днепрпетровск.- 1987.- Деп. ВИНТИ.- 19.01.87 - №8601-В87.- с.58-60.
41. Шишканова С.Ф. Аналитические методы обоснования вибродиагностических подходов к оценке долговечности мостовых кранов с учетом интенсивной коррозии // Вклад науки в повышение надежности и долговечности машин и сооружений: Информ. сб.- Киев: Наукова думка.- 1987.- с.159-160.
42. Ройтман А.Б., Шамровский А.Д., Шишканова С.Ф. Численные методы вычисления двумерных сингулярных интегралов, связанных с контактными задачами теории упругости // Тезисы докладов Всесоюзной конференции "Смешанные задачи механики деформируемого тела".- Ростов-на-Дону.- 1977.- с.71
43. Шишканова С.Ф. Вибродиагностика дисков с отклонениями от круговой формы // Тезисы докладов Всесоюзной научно-практической конференции "Вибродиагностика машин и механизмов. Методы и средства".- Запорожье.- 1985.- с.77.
44. Шишканова С.Ф. Применение интегральных уравнений к решению краевых задач уравнений математической физики высших порядков // Тезисы докладов II Республиканской НТК "Интегральные уравнения в прикладном моделировании".- Киев.- 1986.- с.75-76.
45. Шишканова С.Ф. Колебания модифицированных конструкций ответственных деталей ГТД // Тезисы докладов Всесоюзной НТК "Повышение надежности и долговечности машин и сооружений".- Киев.- 1988.- ч.1.- с.115.
46. Зайцева Т.А., Шишканова С.Ф. Пространственные контактные задачи для двусвязных областей, ограниченных сложными контурами // Тезисы докладов Республиканской НТК "Эффективные численные методы решения краевых задач механики твердого деформируемого тела".- Харьков.- 1989.- ч.1.- с.115-116.
47. Шишканова С.Ф. К выбору рациональных сроков ремонта и восстановления узлов, работающих в условиях интенсивной коррозии // Тезисы докладов IV Всесоюзной НТК "Новые конструкционные стали и сплавы и методы их обработки для повышения надежности и долговечности изделий".- Запорожье.- 1989.- с.159.

48. Шишканова С.Ф. О решении смешанных пространственных задач теории упругости со сложной, состоящей из двух контуров, границей раздела краевых условий // Тезисы докладов IV Всесоюзной конференции "Смешанные задачи механики деформированного тела", - Одесса.- 1989.- ч.II.- с.138.
49. Шишканова С.Ф. Оценка влияния технологических отклонений при изгибе пластин с отверстиями, заполненными упругими элементами из других материалов // Тезисы докладов III Всесоюзной конференции "Прочность, жесткость и технологичность изделий из композиционных материалов".- Запорожье.- 1989.- с.213.
50. Шишканова С.Ф. Построение интегралов Пуассона и Дини для полигармонических уравнений шестого и четвертого порядков // Тезисы докладов III Международной конференции женщин-математиков.- Воронеж.- 1995.- с.46.
51. Шишканова С.Ф. Использование малого параметра для алгоритма вычисления объемного ньютоновского потенциала // Тезисы докладов II Международной конференции "Математические алгоритмы".- Нижний Новгород.- 1995.- с.63.
52. Ройтман А.Б., Шишканова С.Ф. Жесткое моделирование простейшей задачи теории катастроф // Тезисы докладов Международной конференции "Критерии самоорганизации в физических, химических и биологических системах.- Москва - Суздаль.- 1995.- с.82.
53. Shishkanova S., Roytman A., Neves F. A discrete model of estimating the moment of annular crack growth under bending loading // Abstracts of IUTAM symposium on nonlinear analysis of fracture.- Cambridge. England.- 1995.- p.64

Шишканова С.Ф. Разработка и применение методов теории потенциала к исследованию динамики и прочности элементов машиностроительных конструкций. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.07 - Механика деформируемого твердого тела. Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт" Киев, 1996.

Защищаются методы решения смешанных пространственных задач теории упругости с линиями раздела граничных условий, состоящими из двух непересекающихся контуров. Разработанные математические модели трещиностойкости, контактного взаимодействия и другие в случае двусвязных областей позволяют исследовать колебания и напряженно-деформированное состояние широкого класса пространственных конструкций, используемых в различных областях промышленности.

Shishkanova S.F. Development and application of potential theory methods to investigation of dynamics and strength of machine-building constructive elements. Dissertation for a Doctor of Technical Science Degree in speciality 05.02.07 - Mechanics of deformable solid. National Technical University of Ukraine "Kiev polytechnic Institute" Kiev, 1996.

The methods of decision of the mixed three-dimensional problems of the elasticity theory with boundary conditions partition lines consisting of two uncrossing contours are defended. Working up mathematical models of crack resistance, contact reciprocity and other for cases of two connected regions are permitted to investigate of vibration, of stressed and deformed state of broad class three-dimensional constructions which are used in the different regions of industry.

Ключові слова: теорія потенціала, тріщиностійкість, контактна взаємодія, напружено-деформований стан, двозв'язна область.

С. Ф.

