

ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

УДК 621.372.7

На правах рукопису

Черкесова Лариса Володимирівна

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НЕЛІНІЙНО-ПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ
З ЗАТУХАННЯМ ТА ЇХ ТЕХНІЧНІ ЗАСТОСУВАННЯ

06.13.03 - системи та процеси керування

Автореферат дисертації на здобуття
наукового ступеня кандидата технічних наук



ХАРКІВ - 1996

87,5
Дисертацією є рукопис

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00754265 (Т)

Роботу виконано в Харківському державному технічному університеті радіоелектроніки

Науковий керівник :
кандидат технічних наук, доцент Чередніков П.І.

Офіційні опоненти:

- доктор технічних наук, професор Євдокімов А.Г.
- кандидат технічних наук, доцент Корабльов М.М.

Провідна організація : завод "Комунар" (м. Харків)

Захист дисертації відбудеться 28 " 03 " 1996 р. о 13 годині на засіданні регіональної спеціалізованої вченої ради К 02.25.06 при Харківському державному технічному університеті радіоелектроніки

Адреса : 310226, Харків - 726, пр. Леніна, 14.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Харківського державного технічного університету радіоелектроніки

Автореферат розісланий 15 " 02 " 1996 р.

ЛННБ ім. В. Стефани
АН України

Вчений секретар
спеціалізованої ради,
професор

Дедіков Е.О.

ЗАГАЛЬНА ПРОГРАМА РОБОТИ

АКТУАЛЬНІСТЬ ПРОБЛЕМИ. Властивості й закономірності явищ в нелінійно - параметричних системах з інтегральною модуляцією параметрів в зонах нестійкості привертають у теперешній час увагу широкого кола дослідників в галузі обчислювальної та вимірювальної техніки, систем керування та зв'язку, радіотехніки, радіофізики тощо. Зацікавлення до них обумовлено можливістю розроблення на їх основі швидкодіючих, багатофункціональних перетворювачів та моделюючих пристроїв. Інтенсивні резонансні взаємодії нелінійного середовища з зовнішнім впливом (накачуванням) використовується для перетворення та взаємодії електромагнітних коливань та хвиль в нелінійних системах. Загальною рисою цих взаємодій є зміна (модуляція) параметрів середовища енергією накачування.

Проявлення параметричного ефекту спостерігається при нелінійних резонансах у кристалах, плазмі й індукційному лазерному випромінюванні. Ці явища глибоко досліджені теоретично та знайшли глибоке застосування на практиці щодо створення малошумуючих підсилювачів й високоефективних генераторів, елементів пам'яті, логічних елементів - регістрів, лічильників, дешифраторів, суматорів та функціональних перетворювачів. Ці пристрої мають ряд цінних якостей: малий внутрішній шум, перешкодостійкість, швидкодія, радіаційна стійкість (на індуктивних елементах), довговічність, а також здібність функціонувати в несприятливих температурних та сейсмологічних умовах.

У теперішній час доведено, що класичні умови параметричного резонансу для нелінійно-параметричних систем не виконуються вже в першій зоні нестійкості. Крім того, виявлено нові нелінійні явища, що не укладаються в класичні представлення. В тому числі: невідроджена одночастотна генерація, режими з загострюванням, стійкої рівноваги, формування складних коливань у зонах нестійкості без перехідних процесів тощо. При цьому класична модель параметричної взаємодії вже не описує достовірно реальні нелінійні процеси, втрачають сенс й сучасні представлення про механізми взаємодії нелінійно-параметричних систем в зонах нестійкості. Це стримує розвиток нелінійно-параметричних систем, обмежує галузі їх застосування та їх функціональні можливості.

Таким чином, нарізла необхідність установаження загальної закономірності взаємодії нелінійних середовищ з накачуванням в зонах нестійкості.

Розробка математичних моделей та дослідження інтенсивних взаємодій нелінійних середовищ з зовнішнім впливом в зонах нестійкості являє собою теоретичний й практичний інтерес.

МЕТА І ЗАДАЧИ ДОСЛІДЖЕННЯ. Метою дисертаційної роботи є розробка математичних моделей, алгоритмів та програм, дозволяючих дослідження нелінійно-параметричних систем з затуханням й істотною нелінійністю, а також їх практичне використання. Основний зміст роботи складають: розробка математичних моделей нелінійних процесів в параметричних системах, дослідження характеристик й динамічних параметрів нелінійних елементів, розробка алгоритмів та на їх основі-комплексу програм на базі ІВМ РС/АТ з використанням чисельно-аналітичних методів дослідження систем диференціальних рівнянь і дозволяючого одержувати графічні залежності фазових траєкторій та фазових портретів нелінійно-параметричних систем з затуханням та істотною нелінійністю; уточнення взаємозв'язку областей параметричного збудження коливань з їх фазовими портретами; дослідження математичних моделей нелінійно-параметричних систем з затуханням та істотною нелінійністю шляхом проведення чисельних обчислювальних експериментів; розробка пристроїв, використовуваних моделювання процесів в вищих зонах параметричної нестійкості.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі сформульовано й вирішено такі задачі:

- розробка й дослідження математичних моделей нелінійно-параметричних систем з затуханням та істотною нелінійністю;
- дослідження меж зон параметричної нестійкості;
- установлення взаємозв'язку областей параметричного збудження коливань з фазовими портретами в нелінійно-параметричних системах;
- дослідження характеристик і динамічних параметрів нелінійних елементів;
- метод побудови механізму інтенсивної резонансної взаємодії в нелінійно - параметричній системі з затуханням та істотною нелінійністю, а також моделюючого пристрою для дослідження нелінійних, нестационарних й необоротних процесів в динамічних детермінованих та стохастичних системах;
- розробка алгоритмів і комплексу програм на базі ІВМ РС/АТ, дозволяючого досліджувати системи диференціальних рівнянь, що описують НПС з затуханням та істотною нелінійністю, а також побудувати їх фазові траєкторії та фазові портрети;
- розробка елементів логіки на основі нелінійно - параметричних систем.

ТЕОРЕТИЧНИЙ АПАРАТ. Дослідження проведені з використанням загальної теорії нелінійних коливань, теорії нелінійних диференціальних рівнянь, з періодичними коефіцієнтами. Застосовано апарат математичного аналізу й обчислювальної математики. Використано функціонально-аналітичні, топологічні та чисельно-аналітичні методи.

Застосовано методи повільно мінливих амплітуд, гармонійного балансу, Рунге-Кутта, Сімпсона, Ньютона, подовинного ділення тощо.

НАУКОВА НОВИЗНА роботи полягає в тому, що вперше було одержано й досліджено математичні моделі нелінійно - параметричної системи з затуханням та істотною нелінійністю; розроблено програмний комплекс на базі IBM PC/AT, що дозволяє всебічно досліджувати системи диференціальних рівнянь з періодичними коефіцієнтами, які описують нелінійно-параметричні системи та побудувати їх фазові портрети та фазові траєкторії (як на екрані дисплея, так і на принтері); досліджено межі зон параметричної нестійкості, уточнено взаємозв'язок областей параметричного збудження коливань з їх фазовими портретами; запропоновано метод і моделюючий пристрій для вивчення властивостей, явищ й закономірностей інтенсивних (запорогових) взаємодій в нелінійних системах всілякої природи; побудовано параметричну зонну модель нелінійно-параметричних систем на основі законів збереження відносно динамічних перемінних та параметрів. Модель включає (як окремі випадки) множини відомих рівнянь. Запропоновано метод перетворення моделі.

ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ РОБОТИ полягає в тому, що одержані математичні моделі нелінійно - параметричних систем з затуханням та істотною нелінійністю дозволяють дати характеристику функціональним можливостям створених пристроїв на основі НПС. Дослідження характеристик і динамічних параметрів нелінійних елементів дозволяє визначити режими роботи систем, враховуючи змінювання параметрів у інженерних рахунках. Комплекс програм на базі IBM PC/AT дозволяє провести всебічне дослідження диференціальних рівнянь з періодичними коефіцієнтами, що описують нелінійно-параметричні системи з затуханням та істотною нелінійністю, а також їх фазові траєкторії та фазові портрети. Запропонований метод і моделюючий пристрій дозволяє моделювати процеси в нелінійних системах всілякої природи. З допомогою побудованої універсальної математичної моделі можна описувати фізичні, хімічні, термодинамічні, біологічні та інші системи з зовнішніми запороговими полями накачування.

Запропонований моделюючий пристрій, простий та дешевий, дозволяє досліджувати нелінійні, нестационарні та необоротні процеси у динамічних детермінованих та стохастичних системах, що описані математичною моделлю шляхом використання установлених властивостей подібно до побудови електричних схем та схем заміщення мікро-, макро- й мегасистем всілякої природи.

РІВЕНЬ РЕАЛІЗАЦІЇ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ. Дисертаційна робота є частиною планових досліджень, що проводяться у ХТУРЕ. Результати досліджень, проведених у роботі, були впроваджені в учбо-

вий процес на кафедрі КР ХТУРЕ та відображені у наукових звітах кафедри КР (1991-95 р.). Розроблені пристрої були впроваджені у в/о "Метрострой" м. Харкова.

ОБГРУНТОВАНІСТЬ ТА ДОСТОВІРНІСТЬ РОБОТИ та основних результатів забезпечуються коректним формулюванням задач дослідження; використанням апробованих підходів й методів до аналізу нелінійних процесів та питань стійкості; пристайністю у крайніх випадках результатів з відомими раніше. Всі теоретичні припущення отримані на основі класичних законів, без запровадження постулатів, аксіом та необгрунтованих припущень. Математичні моделі побудовані на основі законів збереження й матеріальних рівнянь. Адекватність моделей реальним фізичним системам й процесам доведена в ході машинних та натурних експериментів. Аналітичні розрахунки проведені з допомогою відомих класичних методів.

АПРОБАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ. Основні положення і результати роботи доповідались й обговорювались та отримали схвалення на IV Міжнародній науково-технічній конференції "Проблеми нелінійної електротехніки" (Київ, 1992 р.), на III Міжнародній науково-технічній конференції "Методи представлення й оброблення випадкових сигналів та полів" (Туапсе, 1993 р.), Міжнародній науково-технічній конференції "Теорія й техніка передавання, прийняття та оброблення інформації" (Туапсе, 1995р.), на науково-технічних конференціях Харківського державного технічного університету радіоелектроніки та Новочеркаського державного технічного університету 1991-1995 р.

ПУБЛІКАЦІЇ. По результатам виконаних у дисертаційній роботі досліджень надруковано 16 публікацій. В роботах, опублікованих у співавторстві, автору належать: розробка алгоритмічного і програмного забезпечення для дослідження нелінійно-параметричних систем, одержання графічних рішень систем диференціальних рівнянь, розробка методики досліджень й проведення численних обчислювальних експериментів, що привели до одержаних результатів.

СТРУКТУРА РОБОТИ ТА ЇЇ ОБ'ЄМ. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти розділів, закінчення, списку літератури та прикладень. Матеріал дисертації складає 137 сторінок тексту й включає 62 малюнки, 5 таблиць, бібліографію з 121 назви та 5 прикладень.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовані актуальність направлення досліджень, наукова новизна й практичне значення, сформульована мета роботи, визначені завдання й методологія досліджень, коротко викладено зміст дисертаційної роботи.

В першому розділі було проведено аналіз сучасного стану способів моделювання нелінійно - параметричних систем, зроблено огляд математичних моделей для вивчення систем з параметричним збудженням коливань. Розглянуто існуючі технічні реалізації пристроїв на основі нелінійно-параметричних систем (НПС). Проаналізовано нові засоби моделювання систем з зосередженими параметрами. Встановлено, що у перелічених моделях враховуються лише слаболінійні процеси при відносно малих зовнішніх впливах. Проте в реальних параметричних системах процеси відбуваються при зовнішніх впливах великої потужності в режимі вищих зон, тому при розробках математичних моделей процесів в НПС необхідно враховувати ці недоліки існуючих моделей.

Відзначено, що практично всі розроблені пристрої використовують параметричне збудження коливань у першій зоні нестійкості, коли коефіцієнт модуляції енергоємності параметра менший за одиницю. Це не дозволяє використовувати всю багатообразність нелінійних ефектів, що виникають у більш високих зонах нестійкості НПС. На їх основі розробка принципово нових пристроїв керування та перетворення не вважається можливою.

Вивчення ж НПС з затуханням та істотною нелінійністю у вищих зонах нестійкості відкриває можливості для створення принципово нових багатофункціональних пристроїв обчислювальної та перетворювальної техніки, а також систем керування з поліпшеними технічними характеристиками.

Побудова фазових портретів методом ізоклін викликає великі труднощі через трудомісткість розрахунків. Програмних засобів для дослідження НПС немає.

Заповнювання цих суттєвих пропусків і формулюється як основна мета дисертаційної роботи.

ДРУГИЙ РОЗДІЛ присвячено розробці математичних моделей нелінійних процесів у індуктивних параметричних системах з затуханням та істотною нелінійністю, а також запропоновано метод і моделюючий пристрій на основі НПС для вивчення властивостей, явищ та закономірностей інтенсивних (запорогових) взаємодій в нелінійних системах всілякої природи. Значна частина теоретичних та експериментальних питань вирішена з допомогою метода параметричного зонного моделювання. Дослідження вносять свій внесок у розвиток теорії динамічних систем.

Відомо, що моделювання нелінійних об'єктів може бути здійснено тільки приблизно з деякою принципово неусуваною погрішністю. При цьому динамічні характеристики складної форми апроксимуються спроще-

ними виразами, що еквівалентно підбиранню математичної моделі, що зберігає суттєві динамічні властивості об'єкту дослідження. Основою для рішення задач оптимального керування системами з зосередженими параметрами є принцип максимуму Понтрягіна і метод динамічного програмування Беллмана. Використання згаданих методів приводить до громіздких обчислень, для проведення яких потрібно використання ВОМ з великим об'ємом пам'яті. Чисельні методи, що використовуються при цьому, можна об'єднати в дві групи - ітераційні методи, що запропоновують послідовне зменшення чи збільшення функціоналу, та методи зведення варіаційної проблеми до крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь.

Для дослідження механізму взаємодії НПС в зонах нестійкості запропоновано метод побудови моделей нелінійно - параметричної системи індуктивного параметрона та розглянуто процеси збудження параметричних коливань в індуктивному параметроні, було вивчено моделі нелінійного реактивного елементу, вироблено розрахунки резонансних характеристик, досліджені рівняння, що описують процеси в резонансному контурі. Виявлено, що нелінійно-параметрична система є системою керування, об'єктом керування в якій з'являється динамічна індуктивність L_d , а накачування $U(t)$ - керуючим впливом.

Керування динамічною індуктивністю приводить до змінювання властивості резонансної частоти параметрона. Оскільки динамічна індуктивність з'являється енергоємним параметром, то її змінювання приводить до змінювання й енергії системи. Перша і друга похідна динамічної індуктивності, графічні залежності яких від часу досліджені в дисертаційній роботі, дозволяють визначити поведінку системи в динамічному режимі. Їх значення дозволяють визначити і оптимізувати електричні та геометричні параметри перетворювачів.

Розроблене алгоритмічне й програмне забезпечення по розрахункам резонансних характеристик НПС дозволяє одержувати як табличні, так і графічні рішення рівнянь, що описують процеси у нелінійному реактивному елементі. Одержані графічні залежності для динамічної індуктивності, її першої та другої похідних, похідної коефіцієнта затухання й миттєвого значення властивості частоти резонансного контура для різних значень магнітної індукції.

Використовуючи апроксимацію нелінійної залежності магнітного поля гіперболічним синусом, враховуючи закони електромагнітної індукції та повного струму, з'єднання елементів й фазування обмоток, було одержано телеграфні рівняння ланки схеми заміщення елемента об'єма середовища розподіленої системи; матеріальні рівняння контура накачування та резонансного контура, і, нарешті, базову модель нелінійно-параметричної системи.

Базова модель НПС, як виявили результати дослідження, включає множину рівнянь не тільки в часткових похідних, але і в звичайних похідних та перетворюється до відомих нелінійних аналогів класичних рівнянь - до рівняння Хілла (якщо розкласти гіперболічні функції в ряд Фур'є), до рівняння Мат'є (при зменшенні інтенсивності накачування), до рівняння Дуфінга (якщо коефіцієнти рівняння з'являються величинами другого порядку малості та їх можна зневажити). Можна одержати й інші часткові випадки моделей.

Аналіз одержаних результатів показує, що основну роль при перетворюванні моделей рівнянь грають перетворювання саме коефіцієнтів, тобто модуляція параметрів елементів системи.

Виявлено закон змінювання енергії в контурі з врахуванням інтегральної модуляції параметрів. Енергія вноситься в контур при негативних значеннях швидкості змінювання параметра, визначеної виразом

$$\Delta \varepsilon_L = m_x \varepsilon_0,$$

де m_x - коефіцієнт модуляції,

ε_0 - початковий запас енергії в контурі.

Енергія втрат за період змінювання параметра пропорційна коефіцієнту затухання δ і рівняється $\Delta \varepsilon_\delta = \pi \delta \varepsilon_0$.

Повне змінювання енергії $\Delta \varepsilon$ визначається різницею

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_L - \Delta \varepsilon_\delta = \varepsilon_0 (m_x - \pi \delta).$$

Фізичний сенс змінювання енергії у нелінійному контурі зводжується до наступного виразу:

при $m_x < \pi \delta$ система з'являється стійкою,

при $m_x = \pi \delta$ - спостерігається рівноважний стан,

при $m_x > \pi \delta$ - система з'являється нестійкою.

Принцип інтегральної модуляції динамічного параметра, утворення різнополярних імпульсів, пропорціональних $L'_d \neq 0$, механізм збудження, генерування й гашення частотно-фазомодульованих (ЧФМ) затухаючих коливань виявляють взаємодію нелінійних систем з зовнішнім запороговим впливом поля накачування. Запорогові взаємодії виникають завжди у вищих зонах параметричної нестійкості рішень рівняння Мат'є. Аналіз показує, що внесення енергії у резонансний контур відбувається при $L'_d < 0$, а гашення коливань - при $L'_d > 0$. В інтервалі часу між екстремумами L'_d відбувається генерування вільних ЧФМ затухаючих коливань. При цьому затухання коливань визна-

чається активними втратами у контурі.

Запропоновано пристрій, що використовує моделювання процесів у вищих зонах параметричної нестійкості. Досвід використання параметричного зонного моделювання свідчить, що з допомогою універсальної математичної моделі можна описувати фізичні, хімічні, термодинамічні, біологічні та інші системи з зовнішніми запороговими полями накачування.

В ТРЕТЬОМУ РОЗДІЛІ приведено результати дослідження залежностей амплітуди коливань від амплітуди й частоти накачування НПС, вивчення рівняння НПС з затуханням та істотною нелінійністю двома способами, побудовано й проаналізовано фазові портрети для випадків м'якої та жорсткої нелінійності, побудовано діаграму стійкості рівняння Мат'є з затуханням близу основного параметричного резонанса, розглянуто взаємозв'язок режимів та областей збудження НПС з їх фазовими портретами, встановлено суттєві різниці амплітудно-частотних характеристик НПС з м'якою та жорсткою нелінійністю.

Досліджено залежність амплітуди коливань від амплітуди та частоти накачування нелінійно - параметричної системи. Розроблено алгоритм та на його основі - програму розрахунку синусної та косинусної складових рішення диференціального рівняння НПС з затуханням та істотною нелінійністю.

Розглянуто загальні рівняння і формули для аналізу нелінійних коливальних контурів, працюючих у довільних зонах параметричного збудження з номером n ($n \in \mathbb{N}$).

Досліджено НПС, що описується диференціальним рівнянням:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + \gamma \frac{d}{d\tau} [\varphi(\tau) f(y)] + \lambda \varphi(\tau) f(y) = 0,$$

де $\tau = \omega t$; $\varphi(\tau) = \text{ch}(B_H \sin \tau)$; $f(y) = \text{sh}(y/2)$;

ω - кругова частота накачування;

B_H - безрозмірна амплітуда сигналу накачування;

γ - коефіцієнт затухання в системі;

λ - коефіцієнт, пропорціональний квадратові власної частоти.

Рівняння досліджено в режимі сталих коливань, і рішення будемо шукати у вигляді

$$y = 2B_n \sin(n\tau + \varphi_n),$$

де $2B_n$ - амплітуда коливань у n -тій зоні параметричного збудження коливань. Досліджено залежність амплітуди коливань від амплітуди й частоти накачування НПС. Розроблено алгоритм і програму розра-

хунку синусної та косинусної складових рішення диференціального рівняння НПС.

Одержані графічні рішення залежностей синусної та косинусної складових рішення диференціального рівняння НПС. Визначено поведінку цих складових у перших чотирьох зонах параметричного збудження.

Класичним прикладом параметрично збуджуваної нелінійної системи з'являється система, що описується рівнянням Мат'є з кубічною правою частиною:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + (\omega^2 - \varepsilon \cos vt) x = \gamma \varepsilon x^3, \quad (1)$$

де t - безрозмірний час; V - частота накачування;

2δ - затухання системи; ε - амплітуда накачування (малий параметр);

γ - коефіцієнт, що характеризує ступінь й тип нелінійності;

ω - регульована величина, пропорціональна власній частоті ω_u .

Частота змінювання параметра припускається постійною.

Розглянуто класичну модель рівняння ізоклін. Виявлено, що ця модель не описує адекватно поведінку фазових траєкторій близ основного параметричного резонансу.

Запропоновано неявне рівняння для визначення ізоклін:

$$MV + NU - \lambda(MU - NV) = 0,$$

де

$$M = \frac{1}{2} p \frac{2uv}{u^2 + v^2} - \delta - \frac{\delta q}{2Q} (u^2 + v^2); \quad (2)$$

$$N = \frac{1}{2} (1 - 2Q) + \frac{1}{2} p \frac{u^2 - v^2}{u^2 + v^2} + \frac{q}{2} (u^2 + v^2) + \frac{\delta^2}{2Q};$$

$$Q = \frac{\omega}{2\omega_u}; \tau = \omega_u t; p = \frac{\varepsilon}{2Q}; q = \frac{3\gamma\varepsilon}{4Q}; u = a \cos \theta; v = a \sin \theta;$$

$\theta = \theta(\tau)$ - фаза коливань.

Розроблені алгоритми та програми на мові TurboPascal 6.0 для дослідження класичної та запропонованої моделі рівняння ізоклін за методом половинного ділення, що дозволяють одержувати як табличні, так і графічні рішення. Розглянуто по 40 різних випадків збудження коливань в всіляких режимах та з всілякими коефіцієнтами (для кожно-

го з зрівнюваних рівнянь ізоклін). На основі численних обчислювальних експериментів показано, що запропоноване рівняння ізоклін краще описує поведінку НПС близ основного параметричного резонансу й одержані рішення на його основі володіють найбільшою інформативністю в порівнянні з класичним рівнянням ізоклін.

За методом ізоклін побудовано й проаналізовано фазові портрети для випадків м'якої ($\gamma > 0$) та жорсткої ($\gamma < 0$) нелінійності.

Узагальнені результати побудови фазових портретів у випадку м'якого та жорсткого режимів параметричного збудження коливаль.

Побудовано діаграму стійкості рішень рівняння Мат'є з затуханням та істотною нелінійністю близ основного параметричного резонансу.

З'ясовано, що для дисипативної системи з жорсткою нелінійністю стійкі стаціонарні колювання існують в областях I та II діаграми стійкості Мат'є. Цим колюванням відповідають пари точок типа стійкого фокуса. Нестійким стаціонарним колюванням відповідають точки типа сідла. У випадку м'якої нелінійності всі фазові портрети відрізняються поворотом на 90 градусів проти стрілки годинника в порівнянні з випадками жорсткої нелінійності з тими ж значеннями коефіцієнтів.

Розглянуто взаємозв'язок режимів та областей збудження НПС з їх фазовими портретами. Показано, що амплітудно-частотні характеристики для параметричних систем з м'якою і жорсткою нелінійністю суттєво відрізняються по виду.

Установлено, що умови параметричного збуджування "м'якої" системи виконати дещо легше, ніж умови збуджування "жорсткої" системи через те що вони при фіксованом затуханні вимагають меншої амплітуди коливаль.

Результати досліджень, приведені в цьому розділі, застосовуються при аналізі й проектуванні НПС, працюючих у першій та вищих зонах параметричного збудження коливаль.

В ЧЕТВЕРТОМУ РОЗДІЛІ отримані математичні моделі рівняння НПС із поліномом третього і п'ятого ступеня в правій частині, а також диференціальні рівняння фазових траєкторій, одержані з них. Досліджені межі зон параметричної нестійкості НПС. Розроблено алгоритми і програми для вивчення цих математичних моделей, а також отримані їх табличні та графічні рішення. З'ясовано, як впливає сукупне запровадження нелінійності й затухання у рівняння Мат'є на становище зон параметричної нестійкості нелінійно - параметричної системи з затуханням та істотною нелінійністю. Приведені графіки, що ілюструють становище меж зон параметричної нестійкості близ основного параметричного резонансу $Q=1/2$ й резонансів $Q=1$ та $Q=3/2$.

Установлені закономірності у поведінці меж зон нестійкості при сукупному запровадженні нелінійності і затухання в лінійне диференціаль-

не рівняння Мат'є (консервативної системи).

Перетворюючи рівняння (1) до еквівалентної системи диференціальних рівнянь та одержуючи укорочені рівняння шляхом застосування стандартної процедури усереднення, одержимо диференціальне рівняння фазових траєкторій для рівняння НПС із поліномом третього ступеня у правій частині (виключаючи час t з укорочених рівнянь нелінійно-параметричної системи).

$$\frac{du}{dv} = \frac{-\delta u + \frac{1}{v} \left(\frac{\varepsilon}{2} + \omega^2 - \frac{v^2}{4} - \frac{3\gamma\varepsilon}{4} a^2 \right) v}{-\delta v + \frac{1}{v} \left(\frac{\varepsilon}{2} - \omega^2 + \frac{v^2}{4} + \frac{3\gamma\varepsilon}{4} a^2 \right) u}, \quad (3)$$

де $a^2 = U^2 + V^2$.

Одержавши математичну модель параметричного генератора при впливі випадкових сигналів

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma_1 \frac{d}{dt} \left[ch(B_n \sin \tau) sh \frac{x}{2} \right] + \gamma_2 ch(B_n \sin \tau) sh \frac{x}{2} = 0,$$

використовуючи відомі розкладення гіперболічних функцій та обмежуючись модифікованими функціями Бесселя до другого порядку включно, а розкладенням гіперболічного синуса до п'ятого ступеня (що викликано принциповою можливістю зневажити іншими членами ряду через їх малість), маємо рівняння НПС з поліномом п'ятого ступеня в правій частині:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + (\omega^2 - \varepsilon \cos vt) x = \gamma \varepsilon x^3 + \lambda \varepsilon x^3 \cos vt + \mu \varepsilon x^5, \quad (4)$$

де γ, λ, μ - коефіцієнти, що характеризують ступень і тип нелінійності; x - напруження на обмотках резонансного контуру НПС.

Аналогічно (3) знайдемо диференціальне рівняння фазових траєкторій для рівняння з поліномом п'ятого ступеню в правій частині:

$$\frac{du}{dv} = \frac{-\delta u - \eta v + \frac{2gu^2v}{u^2 + v^2} - \frac{fv(u^2 - v^2)}{u^2 + v^2}}{-\delta v + \eta u + \frac{2guv^2}{u^2 + v^2} + \frac{fu(u^2 - v^2)}{u^2 + v^2}}, \quad (5)$$

де початкові умови відповідають початковим умовам (1) і (4).

Отримані математичні моделі являють собою нормальні системи рів-

нянь першого порядку, тобто приводяться до задачі Коши.

Незважаючи на існування пакетів прикладних програм, що реалізують чисельні методи рішення рівнянь, ні один з них не може в належній мірі досліджувати одержані математичні моделі.

Наприклад, широко відомий пакет "ЭВРИКА" не дозволяє вирішувати диференціальні рівняння взагалі, а "MATHCAD" не дозволяє одержати графічні рішення, що задовольняють умовам завдання.

Для дослідження (3)-(5) було використано метод Рунге-Кутта, через те що він забезпечує в порівнянні з іншими методами більш високу точність, яка справджує збільшення об'єму обчислювань. Метод з'являється самостартуючим, тобто, для початка обчислювань достатньо заданих початкових умов. Для аналізу рівнянь (3)-(5) розроблено алгоритми і комплекс програм на мові TurboPascal 6.0. Програми здійснюють рішення рівнянь при заданих початкових умовах на заданому відрізку й дозволяють одержати табличні і графічні рішення як на принтері, так і на екрані дисплея. Передбачено збільшування отриманих на екрані зображень, а також одержування спектрального аналізу сталих коливань. Програми суттєво полегшують дослідження НПС; принцип вивчення математичних моделей можна використовувати при дослідженнях аналогічних математичних моделей, що приводяться до задачі Коши.

При дослідженні та проектуванні НПС велике значення має інформація про зони параметричної нестійкості, всередині котрих робота зовнішніх сил, що втрачається на періодичне змінювання параметра, створює збільшення запасу коливальної енергії системи.

Розглянуто зони параметричної нестійкості рівняння Мат'є близ резонансів $Q=1/2$, $Q=1$, $Q=3/2$.

Одержані рівняння меж зон параметричної нестійкості НПС. Для дослідження цих рівнянь при різних значеннях затухання та нелінійності розроблено алгоритм і програму дослідження рівнянь з допомогою метода Ньютона. Одержані графічні рішення рівнянь меж зон параметричної нестійкості в координатах (Q, ε) .

Установлено, що сукупне запровадження нелінійності і затухання в рівняння Мат'є завжди приводе до зміщення зон параметричної нестійкості по обом координатам і до їх повороту відносно нижчих точок. При цьому зміщення і поворот тим більше, чим більше по модулю ступінь нелінійності і амплітуда періодичних коливань, відповідно межах зон нестійкості. Для жорсткої системи зміщення нижчих точок меж зон нестійкості відбувається в бік менших частот і вниз в порівнянні з консервативною системою, а для м'якої системи - в бік більших частот і вгору. Виявлено, що жорстку НПС з затуханням при інших рівних умовах збуджувати легше, ніж лінійну параметричну, а м'яку нелінійну - важче, ніж лінійну. Для збуджування коливань НПС з затуханням не

обов'язково потрібна більша глибина модуляції параметра, ніж для лінійної параметричної.

Установлено, що наявність однієї тільки нелінійності не приводе до зміщення зон параметричної нестійкості рівняння Мат'є по частоті. Наявність одного тільки затухання приводе до зміщення зон по частоті тим більшому, чим більше затухання. Для першої зони це зміщення відбувається в бік менших частот від точки $(1/2, 0)$ в площині (Q, ε) , а для другої, третьої та вищих - в бік більших частот від точок $(1, 0)$, $(3/2, 0)$ тощо.

У П'ЯТОМУ РОЗДІЛІ приведені приклади застосувань НПС у пристроях обчислювальної техніки та систем керування-дешифратор на параметронах, багатофункціональний одноктактовий тригер, одноктактовий зрушувачий регістр, параметричний підсилювач та параметричний зонний об'ємний пристрій, що може вживатися як елемент об'ємної пам'яті, фазочутливий підсилювач, багаточастотний пристрій тощо.

Виявлено, що керувати станом параметричних зонних систем можна, якщо змінювати величини параметрів динамічної індуктивності, ємності, опору або шляхом подавання відповідних сигналів. Отже, в залежності від обраного режиму роботи й вхідного сигналу перетворювачі можуть кодувати інформацію шляхом змінювання фази, частоти та/або амплітуди рівня параметричних зонних коливань.

Скільки завгодно складну логічну схему можна побудувати з допомогою трьох логічних елементів: І, АБО, НЕ на основі пазонного тригера. Принцип дії трьохзначних логічних елементів, заснований на фазово - потенціальному ($0, \pi$ НЕМАЄ КОЛИВАНЬ", " π "), фазовому (визначеному зрушенні між фазами), амплітудному (по рівням сигналу) та частотному кодуванні.

У параметричних зонних системах при одночасному кодуванні інформації фазами і рівнями можливо одержати три становища. Приведено схему дешифратора, що вклучає параметричний тригер, який використовує властивості параметрично збуджених коливань приймати фази " 0 " і " π ".

Розроблено багатофункціональний одноктактовий параметричний тригер на параметронах.

Представлено функціональну схему двох осередків зрушувачого регістру, кожний з яких має три параметричних тригера.

Як показує схемно-технічний аналіз, завдяки застосуванню параметричних тригерів, а також роботі всіх параметронів, що входять у пристрій в режимі вищих гармонік, підвищується швидкість регістра за рахунок зниження часу на переїдні процеси.

Відомо, що посилення малих сигналів в області низьких частот обмежено високими шумами класичних підсилювачів та неможливістю використання погоджуючих трансформаторів.

Застосування параметричних перетворювачів у якості підсилювачів-модуляторів дозволяє створювати багатофункціональні пристрої з універсальним входом (можливість посилення постійних і перемінних сигналів, змінювання вхідного опору, гальванічне розв'язування входу з виходом).

Приведено структурну схему слідкуючої системи. Вимірювальні слідкуючі системи перемінного струму через свою простоту, дешевину та надійність знаходжують широке застосування в автоматичі, системах керування, обчислювальній та контрольно-вимірювальній техніці.

Вживання двигунів підвищеної частоти дають можливість створювати малогабаритні, швидкодіючі високочастотні системи. Висока точність, габарити і швидкодія слідкуючої системи залежать від схеми порівняння та параметричного підсилювача.

Розроблено параметричний об'ємний пристрій, використання якого дозволяє підвищити швидкодію та поліпшити метрологічні характеристики пристроїв такого типу. Універсальність по ланцюгові керування, різноманітність режимів роботи пристроя дозволяє значно поширювати функціональні можливості й галузі застосування (елемент об'ємної пам'яті, фазочутливий підсилювач, багаточастотний пристрій).

Різноманітність магнітних станів запропонованого пристроя дозволяє використовувати його як в аналогових, так і в дискретних системах.

В ЗАКІНЧЕННІ приведено основні наукові результати виконаних досліджень та висновки по дисертаційній роботі.

У ПРИКЛАДВЕННЯХ приведено основні програми аналізу та дослідження нелінійно - параметричних систем з затуханням та істотною нелінійністю.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ І ВИСНОВКИ

1. Запропоновано метод побудови моделі нелінійно-параметричної системи індуктивного параметрона, розглянуто процеси збудження параметричних коливань в індуктивному параметроні, досліджено моделі нелінійного реактивного елемента, проведено розрахунки резонансних характеристик, досліджено рівняння, що описують процеси в резонансному контурі.

2. Виявлено закон змінювання енергії в контурі з врахуванням інтегральної модуляції параметрів. Внесення енергії у резонансний контур відбувається при негативному значенні першої похідної динамічної ін-

дуктивності, а гашення коливань (відбирання енергії) -при її позитивному значенні.

3. Запропоновано метод і моделюючий пристрій на основі НПС для вивчення властивостей, явищ та закономірностей інтенсивних взаємодій в нелінійних системах всілякої природи. Досвід застосувань параметричного зонного моделювання свідчить, що з допомогою універсальної математичної моделі можна описувати фізичні, хімічні, термодинамічні, біологічні та інші системи з зовнішніми запороговими полями накачування.

4. Розглянуто взаємозв'язок режимів і областей збудження нелінійно-параметричної системи з її фазовими портретами. Виявлено, що амплітуда - частотні характеристики для параметричних систем з м'якою і жорсткою нелінійністю суттєво відрізняються по виду. Установлено, що умови параметричного збудження "м'якої" системи виконати дещо легше, ніж умови збудження "жорсткої" системи через те, що вони при фіксованому затуханні вимагають меншої амплітуди коливань.

5. Запропоновано неявне рівняння для визначення ізоклін. На основі численних обчислювальних експериментів виявлено, що одержане рівняння краще описує поведінку фазових траєкторій близ основного параметричного резонансу, ніж класичне рівняння ізоклін.

6. З'ясовано, що для дисипативної системи з жорсткою нелінійністю стійкі стаціонарні коливання існують в областях I та II діаграми стійкості рівняння Мат'є. Цим коливанням відповідають пари точок типу стійкого фокуса. Нестійким стаціонарним коливанням відповідають точки типу сідла. У випадку м'якої нелінійності всі фазові портрети відрізняються поворотом на 90 градусів проти стрілки годинника в порівнянні з випадками жорсткої нелінійності з тими ж значеннями коефіцієнтів.

7. Одержані та досліджені математичні моделі НПС з поліномами третього та п'ятого ступеню в правій частині рівняння, а також математичні моделі їх фазових траєкторій.

8. Розроблено комплекс програм на базі IBM PC/AT для рішення систем диференціальних рівнянь з використанням метода Рунге-Кутта. Програми здійснюють рішення систем рівнянь при заданих початкових умовах на заданому відрізку та дозволяють одержувати табличні та/або графічні рішення на екрані та/або принтері, збільшувати отримані зображення, а також будувати спектральний аналіз сталих коливань.

9. Отримані рівняння, що описують межі зон параметричної нестійкості. Написано програму для їх дослідження методом Ньютона при всіляких значеннях затухання та нелінійності, побудовано графічні залежності процесів. Показано, як впливає сукупне запровадження нелінійності й затухання в рівняння Мат'є на становище зон параметричної

нестійкості.

10. Розроблено параметричний зонний об'ємний пристрій, використання якого дозволяє підвищити швидкодію та поліпшити метрологічні характеристики пристроїв такого типу. Універсальність по ланцюгові керування, різноманітність режимів роботи пристроя дозволяє значно поширити функціональні можливості й галузі застосування (елемент об'ємної пам'яті, фазочутливий підсилювач, багаточастотний пристрій). Різноманітність магнітних становищ запропонованого пристроя дозволяє використовувати його як в аналогових, так і в дискретних системах.

11. Розроблені параметричні зонні елементи обчислювальної техніки та систем керування - дешифратор на параметронах, багатофункціональний одноктактовий параметричний тригер, одноктактовий зрушувачий регістр, слідкуюча система на параметричному підсилювачу тощо.

Практичне значення проведених досліджень особливо посилюється у зв'язку з неухильним підвищенням вимог до характеристик пристроїв на основі нелінійно - параметричних систем.

ПУБЛІКАЦІЇ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Метод построения механизма интенсивного резонансного взаимодействия в нелинейно-параметрической системе / П.И. Чередников, Л.В. Черкесова, И.П. Череджков // Изв. вузов, Электромеханика. Новочеркасск, 1993. №5. С.30-36.

2. О взаимосвязи областей параметрического возбуждения с фазовыми портретами одной нелинейной колебательной системы с затуханием / Н.Г. Зуев, А.М. Титаренко, П.И. Чередников, Л.В. Черкесова // Изв. вузов, Электромеханика. Новочеркасск, 1994. № 4-5. С.38-41.

3. Исследование нелинейной диссипативной колебательной системы, работающей в первой и высших зонах параметрического возбуждения / А.М. Титаренко, П.И. Чередников, Л.В. Черкесова // Изв. вузов, Электромеханика. Новочеркасск, 1995. №1-2. С.75-78.

4. Головкина Л.В., Сокорчук И.П., Черкесова Л.В. Диагностика и контроль динамических систем методом параметрического зонного моделирования // Проблемы нелинейной электротехники: Тез. докл. IV науч.-техн. конф. Киев, 1992. - С. 74-75.

5. Головкина Л.В., Черкесова Л.В., Чередников П.И. Метод представления обобщенных функций динамическими параметрами нелинейно-параметрических систем // Методы представления и обработки случайных сигналов и полей: Тез. Докл. III Междунар. науч.-техн. конф. - Туапсе, 1993.- С.135.

6. Подгайко О.И., Чередников П.И., Черкесова Л.В. Метод и устрой-

ство измерения параметров нелинейных объектов // Теория и техника передачи, приема и обработки информации: Тез. Докл. Междунар. науч.-техн. конф. - 1995. С.202.

7. Черкесова Л. В. Один из способов решения уравнения нелинейно-параметрической системы с затуханием и существенной нелинейностью / Новочерк. гос. техн. ун-т. - Новочеркасск, 1995. - 20 с. - Деп. в ВИНТИ 13.04.95 N 1016- B95.

8. Черкесова Л.В. Исследование математической модели нелинейного диссипативного уравнения с периодическими коэффициентами / Новочерк. гос. техн. ун-т. - Новочеркасск, 1995. - 20 с. - Деп. в ВИНТИ 05.06.95 N 1629 - B95.

9. Черкесова Л.В. Исследование математической модели нелинейно-параметрической системы, описываемой уравнением Матье с затуханием и кубической правой частью / Новочерк. гос. техн. ун-т. - Новочеркасск, 1995. - 13 с. - Деп. в ВИНТИ 05.06.95 N 1630- B95.

10. Черкесова Л. В. Исследование дифференциального уравнения фазовых траекторий нелинейно-параметрической системы, описываемой уравнением Матье с затуханием и кубической правой частью / Новочерк. гос. техн. ун-т. - Новочеркасск, 1995. - 10 с. - Деп. в ВИНТИ 05.06.95 N 1631-B95.

11. Черкесова Л.В., Чередников П.И. Исследование математической модели нелинейно- параметрической системы с затуханием и полиномом пятой степени в правой части / Новочерк. гос. техн. ун-т. - Новочеркасск, 1995. - 17с. - Деп. в ВИНТИ 05.06.95 N 1627 - B95.

12. Черкесова Л.В. Исследование дифференциального уравнения фазовых траекторий нелинейно- параметрической системы с затуханием и полиномом пятой степени в правой части / Новочерк. гос. техн. ун-т. - Новочеркасск, 1995. - 10 с. - Деп. в ВИНТИ 05.06.95 N 1628 - B95.

13. Черкесова Л.В., Чередников И.П. Исследование зависимостей амплитуды колебаний от амплитуды и частоты накачки в нелинейно - параметрической системе / Новочерк. гос. техн. ун-т. - Новочеркасск, 1995. -17 с. - Деп. в ВИНТИ 12.07.95 N 2147-B95.

14. Черкесова Л.В., Чередников И.П., Черкесов А.Б. Исследование границ зон параметрической неустойчивости нелинейно- параметрической системы с затуханием /Новочерк. гос. техн. ун-т. - Новочеркасск, 1995.- 8 с. - Деп. в ВИНТИ 12.07.95 N 2148- B95.

15. Черкесова Л.В., Чередников И.П., Черкесов А.Б. Исследование процессов возбуждения параметрических колебаний в индуктивном параметроне/Новочерк. гос. техн. ун-т.- Новочеркасск,1995.- 12 с. - Деп. в ВИНТИ 12.07.95 N 2149 - B95.

16. Головкина Л.В., Черкесова Л.В. Развитие методов и средств для моделирования теплофизических процессов и полей / Харьковский институт радиоэлектроники. - Харьков, 1992. - 11 с. - Деп. в УкрИНТЭИ 12.09.92 N 1409.

ANNOTATION

Cherkesova L.V. Mathematical models of nonlinear-and-parametrical systems with dissipation and essential nonlinearity and their technical application //Dissertation for candidate of science degree by speciality 05.13.03 -Systems and processes of control. - Kharkov state technical university of radioelectronics, Kharkov, 1996.

Keywords : nonlinear-and-parametric systems, instability zones, phasic portraits, mathematical modelling, control systems, dynamical systems,parametrical resonance.

Mathematical models of nonlinear-and-parametrical systems with dissipation and essential nonlinearity are developed and investigated, borders of parametrical nonstability zones are researched; the intercommunication between parametrical exitation areas and their phasic portraits is determined.

Methods and sampling equipment for investigation of properties, characteristics and effects of intensive interaction in nonlinear systems of different nature are presented.

Parametrical zone model of nonlinear oscillating system is proposed. The computer technology for research nonlinear-and-parametrical systems and receipt their phasic portraits is developed.

The elaboration of parametrical zone elements in computer techniques and control systems is offered.

АННОТАЦИЯ

Черкесова Л.В. Математические модели нелинейно - параметрических систем с затуханием и существенной нелинейностью и их технические приложения // Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.03 - Системы и процессы управления. - Харьков: Харьковский государственный технический университет радиозлектроники, 1996.

Ключевые слова: нелинейно-параметрические системы (НПС), зоны неустойчивости, фазовые портреты, математическое моделирование, системы управления, динамические системы, параметрический резонанс.

Разработаны и исследованы математические модели нелинейно-параметрических систем с затуханием и существенной нелинейностью; исследованы границы зон параметрической неустойчивости; уточнена взаимосвязь областей параметрического возбуждения колебаний с фазовыми портретами. Предложен метод и моделирующее устройство для изучения свойств, явлений и закономерностей интенсивных (запороговых) взаимодействий в нелинейных системах различной природы; построена параметрическая зонная модель нелинейно - параметрической системы.

Разработан комплекс программного обеспечения для исследования НПС и построения их фазовых портретов. В качестве технических приложений приведены разработки параметрических зонных элементов вычислительной техники и систем управления.

AS 31.03.19

Внимание! В связи с изменением формата 30x31.
Копия 100 штук. Зак. №431.

442935

Підписано до друку 02.02.96г. Формат 30х21.
Тираж 100 прим. Зак. №2431.