МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім.І.І.МЕЧНИКОВА

На правах рукопису

МИГДАЛЬСЬКИЙ Олександр Ілліч

ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕЯКИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ, ВИНИКАЮЧИХ У КРАЙОВИХ ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ.

01.01.02 – диференціальні рівняння

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Одеса – 1996

Дисертація є рукописом.

Робота виконана на кафедрі методів математичної фізики Одеського державного університету ім.І.І.Мечникова.

Наукові керівники: доктор фізико-математичних наук, професор Кравченко В.Г.
доктор фізико-математичних наук, професор Попов Г.Я.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор Сахнович Л.А.
кандидат фізико-математичних наук, доцент Тихоненко М.Я.

Провідна організація – Київський державний університет ім.Т.Г.Шевченка.

Захист дисертації відбудеться "15" березня 1996р. у 15 годин на засіданні спеціалізованої ради К 05.01.05 по фізико-математичним наукам /математика/ при Одеському державному університеті ім.І.І.Мечникова за адресою: 270100, м.Одеса, вул.Петра Великого, 2.

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці Одеського державного університету ім.І.І.Мечникова за адресою: м.Одеса, вул.Преображенська, 24.

Автореферат розіслано "13" лютого 1996р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор фізико-математичних
наук, професор Трет'як О.І.

АВ 34.065

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі [illegible] математичної фізики Одеського державного університету ім. І.І. Мечникова.

Наукові керівники: доктор фізико-математичних наук, професор Кравченко В.Г.
доктор фізико-математичних наук, професор [illegible]

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор [illegible]
кандидат фізико-математичних наук, доцент [illegible]

Провідна організація: [illegible] державний університет [illegible]

Захист дисертації відбудеться "15" [illegible] 199_ р. у 15 годин на засіданні спеціалізованої ради К 05.13.05 по фізико-математичним наукам /математика/ при Одеському державному університеті ім.І.І.Мечникова за адресою: 270100, м.Одеса, вул.Петра Великого, 2.

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці Одеського державного університету ім.І.І.Мечникова за адресою: м.Одеса, вул.Преображенська, 24.

Автореферат розісланий "15" [illegible] 199_ р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор фізико-математичних
наук, професор [illegible] О.І.

Актуальність теми. За останнім часом різко зросло прикладне значення крайових задач та інтегральних рівнянь зі зсувом. Одержали певний розвиток застосування задач такого роду до теорії крайових задач для діференційних рівнянь у часткових похідних змішаного /еліптико- гіперболічного/ типу, теорії нескінченно малих вигинань поверхні додатної кривизни, теорії кавітаційних течій ідеальної рідини, анізотропної теорії пружності, теорії масового обслуговування. По мірі зближення такого роду задач з певними технічними розрахунками, зростає й необхідність не тільки в установленні умов розв'язування, а й у побудуванні ефективних методів знаходження їх приблизних рішень.

Серед крайових задач та інтегральних рівнянь зі зсувом на теперішній час все більше викликають до себе цікавість некоректні крайові задачі, для котрих не виконані умови належності до нормального нетерівського типу. До такого роду задач належать так звані однобічні крайві задачі, що вивчались у працях Гахова Ф.Д., Зверовича Е.І., Літвинчука Г.С., Карапетянця М.К., Маркушевича А.І. Мусхелішвілі М.І., Нечаєва А.П., Самко С.Г., Тимофіїва І.К., Тихоненка М.Я., Черського Ю.І., Хайрулліна І.Х., Хасабова Е.Г. Зокрема, в працях Зверовича Е.І. та Літвинчука Г.С. було відкрито наявність глибокого зв'язку між однобічними крайовими задачами та інтегральними рівняннями Фредгольма 1-го роду, рішення котрих само по собі є некоректно поставленою задачею по Адамару. Приблизні рішення однобічних крайових задач будувались Арсені В.Ф., Тихоненко М.Я. на основі проекційного методу та методу послідовних приближень. Проте, до сього часу метод регуляріації Тихонова, як метод приблизного рішення некоректних задач, не використовувався.

Темою дисертації є застосування методу регуляріації Тихонова до приблизного рішення інтегральних рівнянь типу Фредгольма 1-го роду, до котрих зводяться однобічні крайові задачі.

Тема дисертації є частиною наукової тематики "Крайові задачі математичної фізики з ускладненими граничними умовами і дефектами типу розрізів та тонких включень", що виконується на кафедрі методів математично фізики Одеського держуніверситету у відповідності з планом фундаментальних досліджень у галузі природних та суспільних наук АН України, № держреєстрації 01860083955.

Об'єкти дослідження.

1. На одиничному колі $\mathbb{T}=\{t:|t|=1\}$ розглядаються слідуючі інтегральні рівняння

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathbb{T}}\left[\frac{a(t)}{\tau-t}-\frac{a(\tau)\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau)-\alpha(t)}\right]\varphi_+(\tau)d\tau=f_-(t) \qquad /1/$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathbb{T}}\left[\frac{\overline{a(t)}}{\tau-t}+\frac{\overline{a(\tau)\alpha'(\tau)\tau^2}}{\alpha(\tau)-\alpha(t)}\right]\varphi_-(\tau)d\tau=f_+(t) \qquad /2/$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathbb{T}}\left[\frac{a(t)\beta'(\tau)}{\beta(\tau)-\beta(t)}-\frac{a(t)}{\tau-t}\right]\psi_-(\tau)d\tau=g_+(t) \qquad /3/$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathbb{T}}\left[\frac{\overline{a(\tau)\beta'(\tau)\tau^2}}{\beta(\tau)-\beta(t)}+\frac{\overline{a(t)}}{\tau-t}\right]\psi_+(\tau)d\tau=g_-(t) \qquad /4/$$

де $\psi_\pm,\ \varphi_\pm,\ f_\pm,\ g_\pm\in L_2^{\pm}(\mathbb{T}),\ a\in L_\infty(\mathbb{T})$.

Зсуви $\alpha(t)$ та $\beta(t)$ є дрібно-лінійні перетворення $\mathbb{T}$ на себе зберігаючим та змінюючим орієнтацію на $\mathbb{T}$.

2. Досліджується комутаційна задача: знайти $\varphi\in L_2(\mathbb{T})$, що задовольняє наступному інтегральному рівнянню

$$\frac{1}{\pi i}\int_{\mathbb{T}}\frac{a(\tau)-a(t)}{\tau-t}\varphi(\tau)d\tau=f(t) \qquad /5/$$

де $a\in L_\infty(\mathbb{T}),\ f\in L_2(\mathbb{T})$.

3. Вивчаються факторизація матриці-функції $\mathcal{U}_\gamma$ та резольвента оператора N

$$\mathcal{U}_\gamma=\mathcal{U}_\gamma(u_+)=\begin{pmatrix}1 & u_+\\ \overline{u}_+ & |u_+|^2+\gamma\end{pmatrix}\quad \det\ \mathcal{U}_\gamma=\gamma \qquad /6/$$

$$N=N(u_+)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathbb{T}}\frac{(u_+-\overline{u}_+)(\tau)-(u_+-\overline{u}_+)(t)}{\tau-t}\varphi(\tau)d\tau \qquad /7/$$

де $u_+\in H_\infty+C(\mathbb{T})$.

Метою праці є обгрунтовування можливості пристосування методу регуляризації Тихонова до приблизного рішення інтегральних рівнянь /1/–/4/, а також, зводящихся до них, однобічних крайових задач.

Методика дослідження.

У дисертації істотно використовуються ствердження з функціонального аналізу, теорії функцій комплексної змінної, спектральної теорії інтегральних операторів, теорії крайових задач та апарату матричної факторизації.

Наукова новизна та основні результати, що виносяться на захист.

1. Інтегральні рівняння /1/–/4/ у випадку, коли зсув є дрібно-лінійне перетворення одиничного кола на себе, зведені до комутаційного рівняння /5/.

2. Для рівняння /5/ побудовано приблизне рішення методом регуляризації Тихонова двома способами: 1-й через резольвенти самоспряжених компактних інтегральних операторів типу /7/, 2-й через факторизацію ермітових матриць-функцій /6/.

3. Встановлено двобічний зв'язок між факторизацією ермітової матриці $\mathcal{U}_\gamma$ на одиничному колі та резольвентою самоспряженого оператора N .

4. У дрібно-лінійному випадку одержано алгоритм ефективної факторизації матриці $\mathcal{U}_\gamma$ незалежно від значення параметру γ на основі результатів п.3.

5. На основі результатів п.п.1,2 одержані приблизні рішення інтегральних рівнянь /1/–/4/ та відповідних до них некоректних крайових задач.

Теоретична та практична цінність.

Дисертація носить характер фундаментально-теоретичного дослідження. Результати присвячені зв'язку факторизації ермітових матриць з резольвентами самоспряжених операторів отримани вперше й відкривають новий підхід до вивчення проблем матричної факторизації.

Крім того, одержані результати можуть мати застосування в різних галузях природознавства: теорії пружності, гідродинаміці, теорії масового обслуговування.

Апробація праці та публікації.

Основні результати дисертаційної праці доповідалися та обговорювались на: 5-му Всесоюзному симпозіумі "Метод дискретних особливостей у задачах математичної фізики" /Одеса – 1991р./, Республіканський науково-методичній конференції, присвяченої до 200-річчя з дня народження М.І.Лобачевського /Одеса – 1992р./, Одеському міському науковому семінарі "Крайові задачі та сінгулярні інтегральні рівняння" /кер. – проф.Літвинчук Г.С./, науковому семінарі кафедри обчислювальної математики ІМЕМ ОДУ /кер. – доц. Тихоненко М.Я./ неодноразово на семінарах кафедри методів математичної фізики /кер. – проф. Попов Г.Я./.

По темі дисертації було опубліковано 3 наукових праці.

Структура дисертації та обсяг праці.

Дисертація складається з вступу, трьох глав, списку літератури, що включає 28 назв, та займає 80 сторінок машинописного тексту.

Зміст праці.

У вступі обгрунтовується актуальність теми дисертації, стисло викладено зміст глав, сформульовані основні результати, що виносяться на захист.

Перша глава включає шість параграфів /§§1-6/ та присвячена налагодженню зв'язку між факторизацією ермітових матриць типу /6/ та резольвентами самоспряжених інтегральних операторів типу /7/ на основі побудування регулярізованого рішення комутаційної задачі /5/.

У §1, що носить допоміжний характер, доведені комутаційні властивості операторів дрібно-лінійного зсуву на одиничному колі $\mathbb{T}$ та сінгулярного інтегрування S вздовж $\mathbb{T}$ /Лема 1, наслідки 1,2/.

У §2 рівняння /1/–/4/ зводяться до комутаційного рівняння /5/, що в операторній формі має слідуючий вигляд

$$[S, a]\varphi = f, \quad \text{на } \mathbb{T} \qquad /8/$$

де $[S,a] = Sa - aS$ – комутатор операторів сінгулярного інтегрування S на $\mathbb{T}$ та множення на функцію a, $P_{\pm} = \frac{1}{2}(I \pm S)$.

У третьому параграфі показано, що регулярізоване рішення φ_γ комутаційного рівняння /8/, яке за методом Тихонова повинно задовольняти так званій системі нормальних рівнянь

$$\begin{cases} (\gamma I + P_- \bar{a}_+ P_+ a_+ P_-)\varphi_- = \frac{1}{2} P_- \bar{a}_+ f_+ & /9/ \\ (\gamma I + P_+ \bar{a}_- P_- a_- P_+)\varphi_+ = -\frac{1}{2} P_+ \bar{a}_- f_-, \quad \text{на } \mathbb{T} & /10/ \end{cases}$$

де γ – параметр регулярізації, $(\gamma \to +0)$, $\varphi_{\pm} = P_{\pm}\varphi_\gamma$, $a_{\pm} = P_{\pm} a$ може бути отриманим через факторизацію ермітових позитивно означених матриць A та B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_+ \\ \bar{a}_+ & |a_+|^2 + \gamma \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & \bar{a}_- \\ a_- & |a_-|^2 + \gamma \end{pmatrix}, \quad \det A = \det B = \gamma > 0 \qquad /11/$$

<u>Теорема 1.</u> Хай $\gamma > 0$; $A = A^+ \cdot A^-$ та $B = B^+ \cdot B^-$ є факторизація матриць A та B у класі функцій $L_2(\mathbb{T})$. Тоді існує єдиний розв'язок системи нормальних рівнянь /9/, /10/, що зображується у виді

$$\begin{cases} \varphi_+ = -\frac{1}{\gamma}\pi_1 B^+ P_+ [B^+]^{-1}(\Pi_1 + a_- \Pi_2) h_+ & /12/ \\ \varphi_- = \pi_2 [A^-]^{-1} P_- [A^+]^{-1} \Pi_2 h_- & /13/ \end{cases}$$

де $\Pi_1 \varphi = \begin{pmatrix} \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$, $\Pi_2 \varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi \end{pmatrix}$, $\pi_1 \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \varphi_1$, $\pi_2 \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \varphi_2$

$h_{\pm} = \frac{1}{2} P_{\pm} \bar{a}_{\mp} f_{\mp}$.

Матриці A та B становлять собою окремі випадки матриці $\mathcal{U}_\gamma$. §4 присвячено побудуванню факторизації позитивно означеної матриці $\mathcal{U}_{\lambda^2}$, $\lambda > 0$ через резольвенту оператора N, що у операторній формі має вигляд

$$N = P_+ u_+ P_- + P_- \bar{u}_+ P_+ \qquad /14/$$

Доказана наступна теорема.

Теорема 2. Хай $u_+\in H_\infty+C(\mathbb{T})$. Тоді факторизація матриці $U_{\lambda^2}=X^+[X^-]^{-1}$ у $L_2(\mathbb{T})$ надається формулами

$$\begin{cases} X_+=1-P_+u_+P_-R(N,\lambda i)1 \\ Z_+=\bar{u}_0-P_+\bar{u}_+[P_+u_+P_-R(N,\lambda i)1] \\ y_+=u_+-P_+u_+P_-R(N,\lambda i)u_+ \\ V_+=\lambda^2+P_+|u_+|^2-P_+\bar{u}_+[P_+u_+P_-R(N,\lambda i)u_+] \end{cases} \qquad /15/$$

$$\begin{cases} X_-=1+\lambda^{-2}P_-u_+P_-\bar{u}_+-\lambda^{-2}P_-u_+[P_-\bar{u}_+P_+R(N,\lambda i)P_-\bar{u}_+] \\ Z_-=-\lambda^{-2}P_-\bar{u}_++\lambda^{-2}P_-\bar{u}_+P_+R(N,\lambda i)P_-\bar{u}_+ \\ y_-=\lambda^{-2}P_-u_+P_-|u_+|^2-\lambda^{-2}P_-u_+[P_-\bar{u}_+P_+R(N,\lambda i)P_-|u_+|^2] \\ V_-=1-\lambda^{-2}P_-|u_+|^2+\lambda^{-2}P_-\bar{u}_+P_+R(N,\lambda i)P_-\bar{u}_+ \end{cases}$$

де $X^\pm=\begin{pmatrix} x_\pm & y_\pm \\ z_\pm & v_\pm \end{pmatrix}$, $R(N,\lambda i)=(N-\lambda i I)^{-1}$ – резольвента N, $u_+(0)=u_0$.

У §5 доказана теорема, що дозволяє записати уявлення зворотнє уявленню /15/.

Теорема 3. Хай $u_+\in H_\infty+C(\mathbb{T})$, матриця U_{λ^2}, де $\lambda>0$ припускає факторизацію $U_{\lambda^2}=X^+[X^-]^{-1}$ у $L_2(\mathbb{T})$. Тоді резольвента оператора N має вигляд

$$R(N,\lambda i)=\lambda^{-2}(P_-\bar{u}_+P_++\lambda i I)\pi_1 X_+P_+[X_+]^{-1}(\Pi_1+\bar{u}_+\Pi_2)P_+ +$$
$$+(P_+u_+P_-+\lambda i I)\pi_2 X_-P_-[X_+]^{-1}\Pi_2 P_- \qquad /16/$$

У §6 одержано зв'язок задачі на власні значення для оператора N та факторизації матриці $U_{-\gamma^2}$.

Ствердження 1. Якщо для $\mu\neq 0$ – власні значення оператора N, що має кратність ℓ, існує власна функція $x_0=x_0^++x_0^-$, де $x_0^\pm=P_\pm x_0$, що задовольняє умові

$$\varphi_0^+(z)\cdot x_0^-(z^{-1})\neq 0 \quad \forall z\in\mathbb{T}+D^+ \qquad /17/$$

де $D^+=\{z:|z|<1\}$, $\varphi_0^+(z)=[\bar{u}_+x_0^+-\mu x_0^-](z)$,

тоді власний підпростір H_μ є лінійна оболонка, що натянута на вектори $\{z^n x_0(z)\}_{n=1}^{\ell-1}$, т.є.

$$H_\mu=L(x_0, zx_0, \ldots, z^{\ell-1}x_0), \qquad /18/$$

причому $\ell=\operatorname*{\text{пор}}_{z=\infty} x_0(z)$.

У главі 2, що складається з 4-х параграфів, побудовано факторизацію матриці $\mathcal{U}_\gamma$ тоді, коли u_+ є полином на $\mathbb{T}$ степені n, т.є.

$$u_+(t)=\sum_{k=0}^{n} u_k t^k, \quad u_n \neq 0, \quad t\in\mathbb{T} \qquad /19/$$

У §1 глави 2 вивчаються образи та ядра скінченомірних операторів $P_+u_+P_-$ та $P_-\bar{u}_+P_+$ у $L_2(\mathbb{T})$. Показано, що дія цих операторів на функцію g еквівалентна дії матриць A_n та $\bar{A}_n$ на її коефіцієнти Фур'є, де

$$A_n=\begin{pmatrix} u_1 & \dots & u_{n-1} & u_n \\ u_2 & \dots & u_n & \\ \vdots & \diagup & & 0 \\ u_n & & & \end{pmatrix}, \quad \bar{A}_n=\begin{pmatrix} \bar{u}_1 & \dots & \bar{u}_{n-1} & u_n \\ \bar{u}_2 & \dots & \bar{u}_n & \\ \vdots & \diagup & & 0 \\ \bar{u}_n & & & \end{pmatrix} \qquad /20/$$

Останнє дозволило записати явно рішення рівнянь $P_+u_+P_-g=f$ та $P_-\bar{u}_+P_+g=f$ /теореми 1,2 глави 2/.

У §2 глави 2 викладається спосіб одержання власних значень та функцій оператора N тоді, коли u_+ має вигляд /19/, що ілюструється прикладами. Крім того, доказані деякі властивості власних значень /лема 3,4/ та власних функцій оператора N, що дозволили записати його резольвенту.

<u>Теорема 4.</u> Хай $u_+=\sum_{k=0}^{n} u_k t^k$, $u_n\neq 0$, $t\in\mathbb{T}$. Хай $\mu_k>0$, $k=\overline{1,p}$, власні значення оператора N кратності ℓ_k, $\sum_{k=1}^{p}\ell_k=n$. $\{x_i^k\}_{i=\overline{1,\ell_k}}$ – ОНСБ власних підпросторів H_{μ_k}, $k=\overline{1,p}$. Тоді для $\forall\mu\in\mathbb{C}$, $\mu\neq 0$ та $\forall f\in L_2(\mathbb{T})$ правдиве наступне подання

$$R(N,\mu)f(t)=-\frac{1}{\mu}f(t)+\frac{2}{\mu}\sum_{k=1}^{p}\frac{\mu_k}{\mu_k^2-\mu^2}\sum_{i=1}^{\ell_k}\Big\{\big[\mu_k(f_+,P_+x_i^k)_{L_2(\mathbb{T})}+\mu(f_-,P_-x_i^k)_{L_2(\mathbb{T})}\big]\times$$

$$\times P_+x_i^k+\big[\mu(f_+,P_+x_i^k)_{L_2(\mathbb{T})}+\mu_k(f_-,P_-x_i^k)_{L_2(\mathbb{T})}\big]P_-x_i^k\Big\}(t), \quad t\in\mathbb{T} \qquad /21/$$

де $f_\pm(t)=P_\pm f(t)$, $t\in\mathbb{T}$.

У §3 глави 2 формулюється алгоритм факторизації матриці $\mathcal{U}_\gamma$ коли u_+ є поліномом для $\forall\gamma\in\mathbb{C}\setminus\Sigma(N)$ де $\Sigma(N)=\{-\mu_k^2\}_{k=\overline{1,p}}\cup\{0\}$, а $\mu_k>0$, $k=\overline{1,p}$, додатні власні значення оператора N з урахуванням кратностей /теорема 6/. А також розглядається приклад, що показує спосіб побудування матриці $U_{-\mu_k^2}$ на основі результатів §6 глави 1 у випадку існування для $\mu_k > 0$ порождаючої власної функції, що задовольняє умові /17/.

У §4 другої глави отримані результати застосовуються до побудування регуляризованого рішення комутаційного рівняння /5/.

Теорема 7. Хай $f_n \in L_2(\mathbb{T})$ аппроксіміруе f, т.е. $\|f_n - f\|_{L_2(\mathbb{T})} \le \delta$. Тоді для функції $\gamma = \gamma(\delta)$, що задовольняє умові

$$\gamma = O(\delta^\lambda), \quad 0 \le \lambda \le \tfrac{2}{3}, \quad \gamma(\delta) > 0$$

регуляризоване рішення φ_γ стійке до малих змін правої частини має вигляд

$$\varphi_\gamma(t) = \frac{1}{\gamma}\Big\{\sum_{i=1}^{p_2} \frac{\lambda_i^3}{\lambda_i^2+\gamma} \sum_{j=1}^{m_i} (P_- f_n, P_- y_j^i)_{L_2(\mathbb{T})} P_+ y_j^i(t) - \qquad /22/$$

$$- \sum_{k=1}^{p_1} \frac{\mu_k^3}{\mu_k^2+\gamma} \sum_{j=1}^{\ell_k} (P_+ f_n, P_+ x_j^k)_{L_2(\mathbb{T})} P_+ x_j^k(t)\Big\} - \frac{1}{4\gamma}[S, \bar{a}_n] f_n(t), \quad t \in \mathbb{T}$$

де $a_n = \sum_{k=-n}^{n-1} a_k t^k$ – відрізок ряду Фур'є для функції $a(t)$; μ_k, $k = \overline{1, p_1}$ – власні значення оператора $N_+ = N(a_n^+)$, $\{x_j^k\}_{j=\overline{1,\ell_k}}$ – ОНСБ H_{μ_k}; λ_i, $i = \overline{1, p_2}$ – власні значення оператора $N_- = N(\overline{a_{n^-}})$, $\{y_j^i\}_{j=\overline{1,m_i}}$ – ОНСБ H_{λ_i}.

У главі 3, що складається з 2-х параграфів, на основі отриманих результатів будується приблизне рішення початкових рівнянь та зводящихся до них однобічних крайових задач.

У §1 наводяться регуляризовані рішення рівнянь /1/-/4/. У другому параграфі глави 3 розглядаються слідуючі однобічні крайові задачі.

1. Знайти аналітичні у $D^+ = \{z : |z| < 1\}$ функції $\Phi(z)$ та $\Psi(z)$, що представлені інтегралами типу Коші, граничні значення котрих належать до класу $L_2(\mathbb{T})$ та майже усюди на $\mathbb{T}$ задовольняють крайовим умовам

$$\Phi[\alpha(t)] = G(t)\Phi(t) + g(t), \qquad /23/$$

$$\Psi[\beta(t)] = G(t)\overline{\Psi(t)} + g(t), \quad t \in \mathbb{T} \qquad /24/$$

2. Знайти шматочно-аналітичну функцію $\{\Phi^+(z), \Phi^-(z)\}$ по одній з крайових умов

$$\Phi^+[\beta(t)] = G(t)\Phi^-(t) + g(t), \qquad /25/$$

$$\Phi^+[\alpha(t)] = G(t)\overline{\Phi^-(t)} + g(t), \quad t \in \Pi \qquad /26/$$

Показано, що крайовим задачам /23/–/26/ відповідають інтегральні рішення, що мають відповідно у операторній формі слідуючий вигляд

$$P_-\alpha^+ G P_+ \Phi = -P_-\alpha^+ g \qquad /27/$$

$$P_- t\beta^- G P_+ \Psi = -P_- \overline{t\beta g} \qquad /28/$$

$$P_+\beta^- G P_- \Phi^- = -P_+\beta^- g \qquad /29/$$

$$P_+ t\overline{\alpha}^+ G P_- \Phi^- = -P_+ \overline{t\alpha^+ g} \quad \text{на } \Pi \qquad /30/$$

Основні результати дисертації опубліковано у таких працях:

1. Мигдальський О.І., Застосування проекційних методів для оцінки похибки приблизних рішень ГІУ, Тезиси доповідей 5-го Всесоюзного симпозіуму "Метод діскретних особливостей у задачах математичної фізики", Одеса, 15 – 19 вересня 1991р., ч.2, стор. 42 – 43.
2. Кравченко В.Г., Мигдальский О.І., Про рішення однобічних крайових задач методом регулярізації Тихонова, Республіканська науково-методична конференція, присвячена до 200-річчя з дня народження М.І.Лобачевського, Одеса, 3 – 8 вересня 1992р., ч.2, стор. 22 – 23.
3. V.G.Kravchenko, A.I.Migdalskii, A regularization algorithm for some boundary value problems of linear conjugation, Russian Math. Dokl. Vol.52 (1995) №3 pp.319–321

Мигдальский А.И. Исследование некоторых интегральных уравнений, возникающих в краевых задачах теории аналитических функций. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения. Одесский государственный университет, Одесса, 1996.

Диссертация посвящена обоснованию возможности применения метода регуляризации Тихонова к приближенному решению некоторых интегральных уравнений со сдвигом типа Фредгольма 1-го рода и сводящихся к ним односторонних краевых задач. Установлена двусторонняя связь между факторизацей эрмитовых матриц и резольвентами самосопряженных интегральных операторов специального вида, на основе чего построен алгоритм эффективной факторизации соответствующих матриц в полиномиальном случае.

MigdalskiA.I. The ivestigation of some integral equations, appeared in the in the bounsary-value problems of analytical functions theory.

Thesis on search of the scientific degree of Doctor of Phylosophy in Mathematics on the speciality 01.01.02-Differential equations. Odessa State University. Odessa.1996.

The dissertation is devoted to the substiation of applicability of the regularization Tikhonov's method to the approximate solution of some Fredholm type's integral equations of the first kind with a shift and one-side boundary-value problems reducible to them. There is established the two-way communication between the factorization of Hermitian matrices and the resolvents of self-conjugated integral operators of special type, on the basis of which there is constructed the algorithm of effective factorization of the corresponding matrices in the polynomial case.

Ключові слова: метод регуляріації, самоспряжені інтегральні оператори, факторизація матриць, крайові задачи зі зсувом.