

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

На правах рукопису

БІЛЯКОВСЬКИЙ

Ігор Євгенович

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ АСИНХРОННИХ МАШИН
З УРАХУВАННЯМ НАСИЧЕННЯ Й ВИТІСНЕННЯ СТРУМУ
ПРИ ЖИВЛЕННІ НЕСИМЕТРИЧНИМИ ПОЛІГАРМОНІЧНИМИ НАПРУГАМИ**

Спеціальність 05.09.01 – електричні машини

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів – 1996

621.313

АВ 34.077

Дисертація

ЛННБ України ім.В.Стефаника

Робота виконана в Державному



00753876 (-)

НАУКОВИЙ КЕРІВНИК

доктор технічних наук, професор Лев Йосипович Глухівський

ОФІЦІЙНІ ОПОНЕНТИ:

1. Доктор технічних наук, професор Шумілов Юрій Андрійович

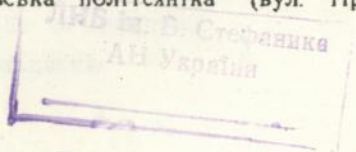
2. Кандидат технічних наук, доцент Гаврилюк Роман Богданович

ПРОВІДНА ОРГАНІЗАЦІЯ:

Інститут електродинаміки НАН України, м. Київ

Захист дисертації відбудеться "25" березня 1996 року на засіданні спеціалізованої вченої ради К04.06.17 в Державному університеті "Львівська політехніка" (головний навчальний корпус, аудиторія 114), о 14 год 00хв за адресою: 290646, м.Львів-13, вул. С.Бандери, 12.

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Державного університету "Львівська політехніка" (вул. Професорська, 1).



Автореферат розісланий "22" лютого 1996 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради [Signature]

Марущак Я.Ю.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Мета дисертаційної роботи полягає в розвитку нелінійної теорії перехідних та періодичних електромагнітних процесів трифазних асинхронних машин, у створенні математичних моделей як математичного забезпечення для розрахунків цих процесів на рівні адекватності, придатному для широкого кола інженерних задач, і в дослідженні впливу насичення, витіснення струму та вищих гармонік напруг живлення на електромагнітні процеси.

Методи дослідження. В основу теоретичних розробок прийняті аналітичні та числові методи аналізу. Дослідження впливу насичення магнітопроводу, витіснення струму та полігармонічного характеру напруг живлення на процеси в асинхронних машинах виконане на підставі математичного експерименту. Рівень адекватності створених математичних моделей перевірявся фізичним експериментом.

Наукова новизна.

Вперше на спільній математичній основі складено комплекс алгоритмів розрахунку перехідних і періодичних процесів асинхронної машини з урахуванням насичення основного магнітного кола й шляхів потоків розсіяння, витіснення струму в обмотці ротора й полігармонічного характеру напруг живлення у взаємозв'язку цих чинників.

Практична цінність.

Розроблені математичні моделі у вигляді комп'ютерних програм можуть бути безпосередньо використані при розв'язанні широкого кола інженерних задач, зв'язаних з розрахунками перехідних і періодичних електромагнітних процесів асинхронних машин з урахуванням найважливіших чинників, що впливають на техніко-економічні показники машин у цих процесах.

Автор захищає:

математичні моделі для розрахунку електромагнітних перехідних процесів асинхронної машини при її живленні несиметричними полігармонічними напругами та з урахуванням насичення й витіснення струму в обмотці ротора на підставі опису машини у фазних і в загальмованих координатах;

теоретичні результати, спрямовані на обґрунтування можливості застосування й підвищення рівня формалізації методу тригонометричної колокації для розрахунку полігармонічних періодичних процесів у нелінійних об'єктах, що характеризуються пофазною симетрією внутрішніх зв'язків і вимушуючих сил;

математичні моделі для розрахунку електромагнітних періодичних

процесів асинхронної машини при її живленні несиметричними полігармонічними напругами та з урахуванням насичення й витіснення струму в обмотці ротора на підставі методу тригонометричної колокації та диференційного гармонічного методу й опису машини в загальмованих координатах;

результати аналізу впливу насичення магнітопроводу асинхронної машини, витіснення струму в стрижнях ротора та вищих гармонік напруг живлення на її електромагнітні перехідні та періодичні процеси.

Реалізація в промисловості. Результати роботи у вигляді алгоритмів і комп'ютерних програм розрахунків процесів в асинхронних двигунах впроваджені на Московському виробничому об'єднанні "ЗВІ".

Апробація. Основні наукові та практичні результати доповідались та обговорювались на:

У Всесоюзній науково-технічній конференції СРСР "Динамічні режими електричних машин та електроприводів" (Каунас, 1988);

VI Всесоюзній науково-технічній конференції СРСР "Динамічні режими роботи електричних машин" (Бішкек, 1991);

I Міжнародній науково-технічній конференції "Математичне моделювання в електротехніці та електроенергетиці" (Львів, 1995);

на щорічних науково-технічних конференціях Львівської політехніки (1985-1988, 1991-1994) і на наукових семінарах кафедри "Електричні машини" Львівської політехніки.

Публікації. Основні результати дисертації викладені в десяти друкованих працях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація викладена на 178 сторінках і складається з п'яти розділів з 26 рисунками, висновків та списку літератури: 118 назв. Основний машинописний текст викладений на 149 сторінках.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі наведений огляд літератури з проблеми математичного моделювання електромагнітних перехідних і періодичних процесів асинхронних машин, висвітлена актуальність теми, сформульована мета роботи й обґрунтовані шляхи її досягнення.

У першому розділі "Математичне моделювання електромагнітних перехідних процесів машини на підставі її опису у фізичних координатах" сформульовані допущення, прийняті за основу в розв'язанні поставлених у дисертації задач, складена система алгебричних і диференціальних рівнянь (САДР), яка описує у фазних координатах електромагнітні процеси з урахуванням витіснення струму в обмотці рото-

ра й насичення основного магнітного кола та шляхів полів розсіяння, виведені формули для обчислення електромагнітних параметрів машини у фазних координатах і викладені алгоритми розрахунку електромагнітних перехідних процесів.

Об'єктом дослідження є трифазна асинхронна машина (АМ) загальнопромислового призначення з короткозамкненим ротором.

За основу математичного моделювання її електромагнітних процесів (ЕМП) прийняті такі основні допущення: втрати в сталі не впливають на ЕМП; магнітні провідності шляхів основного магнітного кола й полів розсіяння є взаємозалежними; короткозамкнена обмотка ротора замінена за загальноприйнятою методикою еквівалентною трифазною обмоткою; фази обмотки статора й еквівалентної обмотки ротора є синусними; зубчасті поверхні статора й ротора замінені гладкими; магнітні потоки розсіяння статора й ротора, що замикаються через шліци пазів, залежать нелінійно від струмів пазів згідно з характеристикою намагнічування коронок зубців статора й ротора відповідно.

Для коректного врахування нерівномірного розподілу густини струму по висоті стрижнів ротора у взаємозв'язку цього явища з насиченням шляхів розсіяння обмотки ротора як у періодичних, так і в перехідних процесах еквівалентна обмотка ротора представлена сукупністю індуктивно та гальванічно зв'язаних між собою трифазних обмоток, отриманих у результаті її розділення в пазовій частині коаксіальними циліндричними поверхнями.

Математичне формулювання задачі розрахунку електромагнітних перехідних процесів АМ при її описі у фазних координатах складається з диференціальних рівнянь електричного стану

$$d\psi_{\phi}/dt + r_{\phi} i_{\phi} - u_{\phi} = 0 \quad (1)$$

і сукупності алгебричних рівнянь (формул), що описують її явну електромагнітну характеристику (ЕМХ)

$$\psi_{\phi} = L_{\phi\sigma\alpha} i_{\phi} + \psi_{\phi\omega} + \psi_{\phi\delta}; \quad (2) \quad \psi_{\phi\omega} = \omega C_{\kappa} S_{\kappa} \Phi_{\omega Dd}; \quad (3)$$

$$\Phi_{\omega Dd} = \Phi_{\omega Dd} [F_{\omega Dd}]; \quad (4) \quad F_{\omega Dd} = \frac{2}{3} \omega S_{\kappa} C_{\kappa} i_{\phi}; \quad (5)$$

$$\psi_{\delta\omega} = \omega C_{\kappa} S_{\kappa} \Phi_{\delta Dd}; \quad (6) \quad \Phi_{\delta Dd} = \Phi_{\delta Dd} [F_{\delta Dd}]; \quad (7)$$

$$F_{\delta Dd} = \frac{2}{3} \omega (S_{\kappa} + N_{\kappa 1} G_{\kappa} + N_{\kappa 2} G_{\kappa}) C_{\kappa} i_{\phi}, \quad (8)$$

де

$$\begin{aligned} i_{\phi} &= \parallel i_{\phi A} \quad i_{\phi B} \quad i_{\phi C} \quad i_{\phi 1a} \quad i_{\phi 1b} \quad i_{\phi 1c} \dots i_{\phi na} \quad i_{\phi nb} \quad i_{\phi nc} \parallel; \\ \psi_{\phi} &= \parallel \psi_{\phi A} \quad \psi_{\phi B} \quad \psi_{\phi C} \quad \psi_{\phi 1a} \quad \psi_{\phi 1b} \quad \psi_{\phi 1c} \dots \psi_{\phi na} \quad \psi_{\phi nb} \quad \psi_{\phi nc} \parallel; \\ \psi_{\phi\omega} &= \parallel \psi_{\phi\omega A} \quad \psi_{\phi\omega B} \quad \psi_{\phi\omega C} \quad \psi_{\phi\omega a} \quad \psi_{\phi\omega b} \quad \psi_{\phi\omega c} \dots \psi_{\phi\omega a} \quad \psi_{\phi\omega b} \quad \psi_{\phi\omega c} \parallel; \\ \psi_{\phi\delta} &= \parallel \psi_{\phi\delta A} \quad \psi_{\phi\delta B} \quad \psi_{\phi\delta C} \quad \psi_{\phi\delta a} \quad \psi_{\phi\delta b} \quad \psi_{\phi\delta c} \dots \psi_{\phi\delta a} \quad \psi_{\phi\delta b} \quad \psi_{\phi\delta c} \parallel; \\ u_{\phi} &= \parallel u_{\phi A} \quad u_{\phi B} \quad u_{\phi C} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \dots 0 \quad 0 \quad 0 \parallel \end{aligned}$$

- вектори струмів, повних потікозчеплень, потікозчеплень розсіяння через шліци, робочих потікозчеплень і напруг живлення фаз;

$$r = \text{diag} (r_{\phi A}, r_{\phi B}, r_{\phi C}, r_{\phi p1}, r_{\phi p1}, r_{\phi p1}, \dots, r_{\phi p n}, r_{\phi p n}, r_{\phi p n})$$

- матриця електричних опорів фаз;

$$\Phi_{\omega Dd} = \|\Phi_{\omega c X} \quad \Phi_{\omega c Y} \quad \Phi_{\omega p x} \quad \Phi_{\omega p y}\|_* ; \quad \Phi_{\delta Dd} = \|\Phi_{\delta X} \quad \Phi_{\delta Y} \quad \Phi_{\delta x} \quad \Phi_{\delta y}\|_*$$

- вектори проєкцій зображуючих (просторових) векторів потоків розсіяння через шліци й робочих потоків статора й ротора на осі прямокутних систем координат OXY та Oxy , нерухомих відносно статора й ротора відповідно;

$$F_{\omega Dd} = \|F_{\omega c X} \quad F_{\omega c Y} \quad F_{\omega p x} \quad F_{\omega p y}\|_* ; \quad F_{\delta Dd} = \|F_{\delta X} \quad F_{\delta Y} \quad F_{\delta x} \quad F_{\delta y}\|_*$$

- вектори проєкцій зображуючих (просторових) векторів намагнічувальних сил, що створюють поля розсіяння через шліци й робоче поле, відповідно.

$$S_{\kappa} = \begin{vmatrix} I_2 & 0_2 & \dots & 0_2 \\ 0_2 & I_2 & \dots & 0_2 \end{vmatrix} ; \quad N_{\kappa 1} = \begin{vmatrix} 0_2 & I_2 & \dots & I_2 \\ 0_2 & 0_2 & \dots & 0_2 \end{vmatrix} ; \quad N_{\kappa 2} = \begin{vmatrix} 0_2 & 0_2 & \dots & 0_2 \\ I_2 & 0_2 & \dots & 0_2 \end{vmatrix}$$

- прямокутні матриці розміру $4 \times 2(1+n)$ і

$$C_{\kappa} = \text{diag} (C, C, \dots, C) ; \quad G_{\kappa} = \text{diag} (I_2, G, \dots, G)$$

- матриці розмірів $3(1+n) \times 2(1+n)$ і $2(1+n) \times 2(1+n)$ відповідно, причому

$$C = \sqrt{2/3} \begin{vmatrix} \cos(\theta p) & \sin(\theta p) \\ \cos(1p) & \sin(1p) \\ \cos(2p) & \sin(2p) \end{vmatrix} ; \quad G = \begin{vmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{vmatrix}$$

$0_2, I_2$ - нульова квадратна й одинична матриці розміру 2; $p=2\pi/3$.

Зміст векторних функцій (4), (7) визначається магнітною характеристикою шляхів розсіяння через шліци статора як сукупністю формул

$$\Phi_{\omega c X} = F_{\omega c X} \frac{\Phi_{\omega c}}{F_{\omega c}}, \quad \Phi_{\omega c Y} = F_{\omega c Y} \frac{\Phi_{\omega c}}{F_{\omega c}}, \quad F_{\omega c} = \sqrt{F_{\omega c X}^2 + F_{\omega c Y}^2}, \quad \Phi_{\omega c} = \Phi_{\omega c} [F_{\omega c}], \quad (9)$$

магнітною характеристикою шляхів розсіяння через шліци ротора,

$$\Phi_{\omega p x} = F_{\omega p x} \frac{\Phi_{\omega p}}{F_{\omega p}}, \quad \Phi_{\omega p y} = F_{\omega p y} \frac{\Phi_{\omega p}}{F_{\omega p}}, \quad F_{\omega p} = \sqrt{F_{\omega p x}^2 + F_{\omega p y}^2}, \quad \Phi_{\omega p} = \Phi_{\omega p} [F_{\omega p}] \quad (10)$$

і магнітною характеристикою основного магнітного кола

$$\Phi_{\delta X} = F_{\delta X} \frac{\Phi_{\delta}}{F_{\delta}}, \quad \Phi_{\delta Y} = F_{\delta Y} \frac{\Phi_{\delta}}{F_{\delta}}, \quad F_{\delta} = \sqrt{F_{\delta X}^2 + F_{\delta Y}^2}; \quad \Phi_{\delta} = \Phi_{\delta} [F_{\delta}]; \quad (11)$$

$$\Phi_{\delta x} = F_{\delta x} \frac{\Phi_{\delta}}{F_{\delta}}, \quad \Phi_{\delta y} = F_{\delta y} \frac{\Phi_{\delta}}{F_{\delta}}, \quad F_{\delta} = \sqrt{F_{\delta x}^2 + F_{\delta y}^2}; \quad \Phi_{\delta} = \Phi_{\delta} [F_{\delta}], \quad (12)$$

складених на підставі математичних понять зображуючих векторів з використанням систем координат OXY та Oxy .

На підставі ЕМХ (2)-(8) отримані формули для обчислення елек-

тромагнітних параметрів АМ у фазних координатах - матриць індуктивностей розсіяння через шліци та робочих індуктивностей

$$L_{\psi\omega} = \omega^2 C_{\kappa} S_{\kappa} \Lambda_{\omega Dd} S_{\kappa} C_{\kappa} ; \quad (13)$$

$$L_{\psi\delta} = \omega^2 C_{\kappa} S_{\kappa} \Lambda_{\delta Dd} (S_{\kappa} + N_{\kappa 1} G_{\kappa} + N_{\kappa 2} G_{\kappa}) C_{\kappa} ,$$

де $\Lambda_{\omega Dd}$, $\Lambda_{\delta Dd}$ - блочно-діагональні квадратні матриці розміру 4, які є матрицями Якобі векторних функцій (4), (7).

САДР (1)-(8) складається з $12(1+n)+16$ скалярних рівнянь. Її числове інтегрування вимагає на кроці інтегрування розв'язування нелінійної САР, яка складається з $3(1+n)$ рівнянь стандартного типу і $9(1+n)+16$ рівнянь, що є формулами. Для зменшення кількості рівнянь стандартного типу САДР (1)-(8) перетворена до вигляду

$$d\psi_{\phi\kappa}/dt + r_{\phi\kappa\kappa} i_{\phi\kappa} - u_{\phi\kappa} = 0; \quad (14) \quad d\psi_{\phi R}/dt + r_{\phi R\kappa} i_{\phi\kappa} + r_{\phi RR} i_{\phi R} = 0; \quad (15)$$

$$\psi_{\phi\kappa} = L_{\phi\kappa\kappa} i_{\phi\kappa} + L_{\phi\kappa R} i_{\phi R} + \psi_{\phi\omega\kappa} + \psi_{\phi\delta\kappa}; \quad (16)$$

$$\psi_{\phi R} = L_{\phi R\kappa} i_{\phi\kappa} + L_{\phi RR} i_{\phi R}; \quad (17) \quad \psi_{\phi\omega\kappa} = \omega C_{\kappa} \Phi_{\omega Dd}; \quad (18)$$

$$\Phi_{\omega Dd} = \Phi_{\omega Dd} [F_{\omega Dd}]; \quad (19) \quad F_{\omega Dd} = \frac{2}{3} \omega C_{\kappa} i_{\phi\kappa} + \omega C_{-R} i_{\phi R}; \quad (20)$$

$$\psi_{\phi\delta\kappa} = \omega C_{\kappa} \Phi_{\delta Dd}; \quad (21) \quad \Phi_{\delta Dd} = \Phi_{\delta Dd} [F_{\delta Dd}]; \quad (22)$$

$$F_{\delta Dd} = \frac{2}{3} (\omega C_{-\phi\kappa\kappa} i_{\phi\kappa} + \omega C_{-\phi\kappa R} i_{\phi R}), \quad (23)$$

де $r_{\phi\kappa\kappa}$, $r_{\phi R\kappa}$, $r_{\phi RR}$, $L_{\phi\kappa\kappa}$, $L_{\phi\kappa R}$, $L_{\phi RR}$ - сталі матриці; C_{κ} , C_{-R} , $C_{-\phi\kappa\kappa}$, $C_{-\phi\kappa R}$ - матриці, сталі на кроці інтегрування;

$$\begin{aligned} i_{\phi\kappa} &= \parallel i_{\phi A} \quad i_{\phi B} \quad i_{\phi C} \quad i_{\phi 1a} \quad i_{\phi 1b} \quad i_{\phi 1c} \parallel ; \\ \psi_{\phi\kappa} &= \parallel \psi_{\phi A} \quad \psi_{\phi B} \quad \psi_{\phi C} \quad \psi_{\phi 1a} \quad \psi_{\phi 1b} \quad \psi_{\phi 1c} \parallel ; \\ \psi_{\phi\omega\kappa} &= \parallel \psi_{\phi\omega A} \quad \psi_{\phi\omega B} \quad \psi_{\phi\omega C} \quad \psi_{\phi\omega 1a} \quad \psi_{\phi\omega 1b} \quad \psi_{\phi\omega 1c} \parallel ; \\ \psi_{\phi\delta\kappa} &= \parallel \psi_{\phi\delta A} \quad \psi_{\phi\delta B} \quad \psi_{\phi\delta C} \quad \psi_{\phi\delta 1a} \quad \psi_{\phi\delta 1b} \quad \psi_{\phi\delta 1c} \parallel ; \\ u_{\phi\kappa} &= \parallel u_{\phi A} \quad u_{\phi B} \quad u_{\phi C} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \parallel ; \\ i_{\phi R} &= \parallel i_{\phi 2a} \quad i_{\phi 2b} \quad i_{\phi 2c} \quad \dots \quad i_{\phi na} \quad i_{\phi nb} \quad i_{\phi nc} \parallel ; \\ \psi_{\phi R} &= \parallel \psi_{\phi 2a} \quad \psi_{\phi 1a} \quad \psi_{\phi 2b} \quad \psi_{\phi 1b} \quad \psi_{\phi 2c} \quad \psi_{\phi 1c} \quad \dots \\ &\dots \quad \psi_{\phi na} \quad \psi_{\phi 1a} \quad \psi_{\phi nb} \quad \psi_{\phi 1b} \quad \psi_{\phi nc} \quad \psi_{\phi 1c} \parallel . \end{aligned}$$

Стосовно до САДР (17)-(23) складено алгоритм розрахунку перешкочних ЕМП АМ на підставі неявного методу g-го порядку. Він є ітераційною процедурою, яка на l-й ітерації k-го кроку інтегрування зводиться до числового розв'язування лінійної САР

$$A_{\phi k} \Delta i_{\phi k} = -i_{\phi k}, \quad (24)$$

де $A_{\phi k}$, $i_{\phi k}$ - квадратна матриця і вектор-стовпець розміру 6, які обчислюються за (l-1)-м наближенням кореня нелінійної САР, отриманої в результаті алгебризації САДР (15)-(23) на кроці інтегрування, обчислення l-го наближення вектора $i_{\phi k}$ шляхом додавання до його (l-1)-го наближення поправки $\Delta i_{\phi k}$ на l-й ітерації та обчислення решти невідомих безпосередньо за формулами.

Тут, на відміну від алгоритму, що ґрунтується безпосередньо на інтегуванні САДР (1)-(9), найбільш громіздка операція ітера-

ційного циклу - розв'язування лінійної САР з невідомими поправками струмів - перестає бути домінуючою. Ця обставина забезпечує високий рівень оптимальності ММ як з погляду обсягу оперативної пам'яті комп'ютера, так і машинного часу.

У другому розділі "Математичне моделювання електромагнітних перехідних процесів машини на підставі її опису в загальмованих координатах" викладене перетворення САДР, що описує перехідні процеси машини у фазних координатах, до трифазної загальмованої системи координат (ЗСК), виведені формули для обчислення електромагнітних параметрів машини в ЗСК і викладений алгоритм розрахунку електромагнітних перехідних процесів.

Матриця перетворення до ЗСК для АМ з n трифазними обмотками на роторі має вигляд

$$\Pi_{*} = \text{diag} (1_{\varphi}, \Pi, \dots, \Pi), \quad (25)$$

де

$$\Pi = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1+2\cos\gamma & 1+2\cos(\gamma+\rho) & 1+2\cos(\gamma+2\rho) \\ 1+2\cos(\gamma+2\rho) & 1+2\cos\gamma & 1+2\cos(\gamma+\rho) \\ 1+2\cos(\gamma+\rho) & 1+2\cos(\gamma+2\rho) & 1+2\cos\gamma \end{vmatrix}. \quad (26)$$

Оскільки $\det \Pi = 1$ і $\Pi^{-1} = \Pi_{*}$, то матриця Π ортогональна.

Доведено, що рівняння електричного стану АМ мають у ЗСК вигляд

$$d\psi/dt + \omega \Omega_{*} \psi + r i - u = 0, \quad (27)$$

а ЕМХ (2)-(8) - вигляд

$$\psi = L_{\sigma A} i + \psi_{\omega} + \psi_{\delta}; \quad (28) \quad \psi_{\omega} = \omega C_{*} S_{*} \Phi_{\omega DD}; \quad (29)$$

$$\Phi_{\omega DD} = \Phi_{\omega DD} [F_{\omega DD}]; \quad (30) \quad F_{\omega DD} = \frac{2}{3} \omega S_{*} C_{*} i; \quad (31)$$

$$\psi_{\delta} = \omega C_{*} S_{*} \Phi_{\delta DD}; \quad (32) \quad \Phi_{\delta DD} = \Phi_{\delta DD} [F_{\delta DD}]; \quad (33)$$

$$F_{\delta DD} = \frac{2}{3} \omega \Sigma_{*} C_{*} i, \quad (34)$$

де

$$\begin{aligned} i &= \| i_A \quad i_B \quad i_C \quad i_{1a} \quad i_{1b} \quad i_{1c} \dots i_{na} \quad i_{nb} \quad i_{nc} \|_{*}; \\ \psi &= \| \psi_A \quad \psi_B \quad \psi_C \quad \psi_{1a} \quad \psi_{1b} \quad \psi_{1c} \dots \psi_{na} \quad \psi_{nb} \quad \psi_{nc} \|_{*}; \\ \psi_{\omega} &= \| \psi_{\omega A} \quad \psi_{\omega B} \quad \psi_{\omega C} \quad \psi_{\omega a} \quad \psi_{\omega b} \quad \psi_{\omega c} \dots \psi_{\omega a} \quad \psi_{\omega b} \quad \psi_{\omega c} \|_{*}; \\ \psi_{\delta} &= \| \psi_{\delta A} \quad \psi_{\delta B} \quad \psi_{\delta C} \quad \psi_{\delta a} \quad \psi_{\delta b} \quad \psi_{\delta c} \dots \psi_{\delta A} \quad \psi_{\delta B} \quad \psi_{\delta C} \|_{*}; \\ u_{\phi} &= \| u_A \quad u_B \quad u_C \quad 0 \quad 0 \quad 0 \dots 0 \quad 0 \quad 0 \|_{*} = u_{\phi A} \end{aligned}$$

- вектори струмів, повних потокозчеплень, потокозчеплень розсіяння через шліци, робочих потокозчеплень і напруг живлення фаз;

$$r = \text{diag} (r_A, r_B, r_C, r_{p1}, r_{p1}, r_{p1}, \dots, r_{pn}, r_{pn}, r_{pn}) = r_{\phi}$$

- матриця електричних опорів фаз;

$$\Phi_{\omega DD} = \| \Phi_{\omega cX} \quad \Phi_{\omega cY} \quad \Phi_{\omega pX} \quad \Phi_{\omega pY} \|_{*}; \quad \Phi_{\delta DD} = \| \Phi_{\delta X} \quad \Phi_{\delta Y} \quad \Phi_{\delta X} \quad \Phi_{\delta Y} \|_{*}$$

- вектори проєкцій зображуючих векторів потоків розсіяння через шліци і робочих потоків статора й ротора на осі нерухомої прямокутної системи координат OXY ;

$$F_{\omega DD} = \| F_{\omega cX} \quad F_{\omega cY} \quad F_{\omega pX} \quad F_{\omega pY} \|_{*}; \quad F_{\delta DD} = \| F_{\delta X} \quad F_{\delta Y} \quad F_{\delta X} \quad F_{\delta Y} \|_{*}$$

- вектори проєкцій на ці ж осі зображуючих векторів намагнічуваль-

них сил, що створюють згадані потоки;

$$L_{\sigma\lambda} = L_{\phi\sigma\lambda}; \quad \Sigma_m = S_m + N_m + N_{m'} = \begin{vmatrix} I_2 & I_2 & \dots & I_2 \\ I_2 & I_2 & \dots & I_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I_2 & I_2 & \dots & I_2 \end{vmatrix};$$

$$\Omega_m = \text{diag} (0, \Omega, \dots, \Omega); \quad \Omega = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}; \quad \omega = d\gamma/dt$$

Зміст векторних функцій (30), (33) визначається магнітною характеристикою шляхів розсіяння через шліси статора як сукупністю формул (9), магнітною характеристикою шляхів розсіяння через шліси ротора як сукупністю формул

$$\Phi_{\omega\phi\lambda} = F_{\omega\phi\lambda} \frac{\omega\phi}{F_{\omega\phi}}, \quad \Phi_{\omega\phi\gamma} = F_{\omega\phi\gamma} \frac{\omega\phi}{F_{\omega\phi}}, \quad F_{\omega\phi} = \sqrt{F_{\omega\phi\lambda}^2 + F_{\omega\phi\gamma}^2}; \quad \Phi_{\omega\phi} = \Phi_{\omega\phi} [F_{\omega\phi}] \quad (35)$$

і магнітною характеристикою основного магнітного кола як сукупністю формул (11).

Таким чином, у САДР, яка описує перехідні ЕМП АМ у ЗСК, кут повороту ротора відсутній.

Формули для обчислення електромагнітних параметрів АМ у ЗСК мають вигляд

$$L_{\omega} = \omega^2 C_m S_{m'} \Lambda_{\omega DD} S_m C_{m'}; \quad L_{\delta} = \omega^2 C_m S_{m'} \Lambda_{\delta DD} \Sigma_m C_{m'}, \quad (36)$$

де $\Lambda_{\omega DD}$, $\Lambda_{\delta DD}$ - блочно-діагональні квадратні матриці розміру 4, які є матрицями Якобі векторних функцій (30), (33).

З метою оптимізації алгоритмів розрахунків ЕМП АМ у ЗСК САДР (27)-(34) перетворена до вигляду

$$d\psi_K/dt + \omega\Omega_K \psi_K + r_{KK} i_K - u_K = 0; \quad (37)$$

$$d\psi_R/dt + \omega\Omega_R \psi_R + r_{RK} i_K + r_{RR} i_R = 0; \quad (38)$$

$$\psi_K = L_{\sigma KK} i_K + L_{\sigma KR} i_R + \psi_{\omega K} + \psi_{\delta K}; \quad (39)$$

$$\psi_R = L_{\sigma RK} i_K + L_{\sigma RR} i_R; \quad (40) \quad \psi_{\omega K} = \omega C_K \Phi_{\omega DD}; \quad (41)$$

$$\Phi_{\omega DD} = \Phi_{\omega DD} [F_{\omega DD}]; \quad (42) \quad F_{\omega DD} = \frac{2}{3} (\omega C_{-K} i_K + \omega C_{-R} i_R); \quad (43)$$

$$\psi_{\delta K} = \omega C_K \Phi_{\delta DD}; \quad (44) \quad \Phi_{\delta DD} = \Phi_{\delta DD} [F_{\delta DD}]; \quad (45)$$

$$F_{\delta DD} = \frac{2}{3} (\omega C_{-\phi KK} i_K + \omega C_{-KR} i_R); \quad (46)$$

де r_{KK} , r_{RK} , r_{RR} , $L_{\sigma KK}$, $L_{\sigma KR}$, $L_{\sigma RK}$, $L_{\sigma RR}$, C_K , C_R , C_{-KK} , C_{-KR} - сталі матриці;

$$i_K = \parallel i_A \quad i_B \quad i_C \quad i_{1a} \quad i_{1b} \quad i_{1c} \parallel;$$

$$\psi_K = \parallel \psi_A \quad \psi_B \quad \psi_C \quad \psi_{1a} \quad \psi_{1b} \quad \psi_{1c} \parallel;$$

$$\psi_{\omega K} = \parallel \psi_{\omega A} \quad \psi_{\omega B} \quad \psi_{\omega C} \quad \psi_{\omega a} \quad \psi_{\omega b} \quad \psi_{\omega c} \parallel;$$

$$\psi_{\delta K} = \parallel \psi_{\delta A} \quad \psi_{\delta B} \quad \psi_{\delta C} \quad \psi_{\delta a} \quad \psi_{\delta b} \quad \psi_{\delta c} \parallel;$$

$$u_K = \parallel u_A \quad u_B \quad u_C \quad 0 \quad 0 \quad 0 \parallel;$$

$$i_R = \parallel i_{2a} \quad i_{2b} \quad i_{2c} \dots i_{na} \quad i_{nb} \quad i_{nc} \parallel;$$

$$\psi_R = \parallel \psi_{2a} - \psi_{1a} \quad \psi_{2b} - \psi_{1b} \quad \psi_{2c} - \psi_{1c} \dots$$

$$\dots \psi_{na} - \psi_{1a} \quad \psi_{nb} - \psi_{1b} \quad \psi_{nc} - \psi_{1c} \parallel;$$

Стосовно до САДР (37)-(46) складено алгоритм розрахунку пере-

хідних ЕМП АМ на підставі неявного методу g -го порядку. Він є ітераційною процедурою, яка на l -й ітерації k -го кроку інтегрування зводиться до числового розв'язування лінійної САР

$$A_k \Delta i_{Kk} = -f_k, \quad (47)$$

де A_k , f_k - квадратна матриця і вектор-стовпець розміру 6 , які обчислюються за $(l-1)$ -м наближенням кореня нелінійної САР, отриманої в результаті алгебризації САДР (37)-(46) на кроці інтегрування, обчислення l -го наближення вектора i_{Kk} шляхом додавання до його $(l-1)$ -го наближення поправки Δi_{Kk} на l -й ітерації та обчислення решти невідомих безпосередньо за формулами.

У третьому розділі "Математичне моделювання електромагнітних періодичних процесів машини методом тригонометричної колокації" викладена математична сутність методу тригонометричної колокації (МТК) визначення періодичних розв'язків нелінійних САДР з урахуванням необхідної його адаптації стосовно до класу розв'язування у дисертації задач, розглянуті під кутом зору теорії інваріантного наближення функцій особливості МТК при відсутності в розв'язку гармонік парних порядків і при наявності пофазної симетрії та на основі отриманих результатів складені алгоритми розрахунку електромагнітних періодичних процесів машини в ЗСК з урахуванням насичення й витіснення струму при її живленні полігармонічними напругами.

Сутність МТК розглянено стосовно до САДР

$$dW/d\alpha + B W + \Gamma V + U = 0; \quad (48) \quad W = W[V], \quad (49)$$

$$\text{де} \quad U = \parallel U_1 \dots U_m \parallel_m = U[\alpha] = U[\alpha + 2\pi] \quad (50)$$

- вектор-стовпець як задана періодична функція змінної α ;

$$W = \parallel W_1 \dots W_m \parallel_m; \quad V = \parallel V_1 \dots V_m \parallel_m$$

- вектори-стовпці залежних змінних як функцій незалежної змінної α ;

B , Γ - квадратні матриці розміру M .

Періодичним розв'язком цієї САДР є сукупність функцій

$$W = W[\alpha] = W[\alpha + 2\pi]; \quad (51) \quad V = V[\alpha] = V[\alpha + 2\pi], \quad (52)$$

яка задовольняє рівняння (48), (49).

Наближення функцій (51), (52), (50) многочленами Фур'є з ν гармоніками мають у матричному записі вигляд

$$W = \mathcal{F}_M[\alpha]W_r; \quad (53) \quad V = \mathcal{F}_M[\alpha]V_r; \quad (54) \quad U = \mathcal{F}_M[\alpha]U_r \quad (55)$$

де

$$W_r = \parallel W_0 \quad W_{1c} \quad W_{1s} \quad \dots \quad W_{\nu c} \quad W_{\nu s} \parallel_m; \quad (56)$$

$$V_r = \parallel V_0 \quad V_{1c} \quad V_{1s} \quad \dots \quad V_{\nu c} \quad V_{\nu s} \parallel_m; \quad (57)$$

$$U_r = \parallel U_0 \quad U_{1c} \quad U_{1s} \quad \dots \quad U_{\nu c} \quad U_{\nu s} \parallel_m \quad (58)$$

- вектори-стовпці гармонічних відображень функцій (53)-(55) в MP -вимірному лінійному просторі амплітуд, причому $W_0, \dots, W_{\nu s}, V_0,$

..., $V_{\nu\epsilon}$ - це вектори-стовпці розміру M , які об'єднують однойменні амплітуди;

$$\mathfrak{F}_M[\alpha] = \parallel I_M \quad I_M \cos \alpha \quad I_M \sin \alpha \quad \dots \quad I_M \cos \nu \alpha \quad I_M \sin \nu \alpha \parallel \quad (59)$$

- узагальнений рядок Фур'є, причому I_M - це одинична матриця розміру M ;

Наклавши на період 2π рівномірну сітку $P=1+2\nu$ точок колокації, утворимо точкові відображення функцій (53), (54), (55) як вектори-стовпці значень цих функцій у точках колокації

$$W_T = \parallel W_{T1} \dots W_{TP} \parallel; \quad V_T = \parallel V_{T1} \dots V_{TP} \parallel; \quad U_T = \parallel U_{T1} \dots U_{TP} \parallel. \quad (60)$$

Застосовавши вирази (53), (54) до кожної з точок колокації, маємо рівняння

$$W_T = \mathfrak{F}_{TM} W_T; \quad (61) \quad V_T = \mathfrak{F}_{TM} V_T, \quad (62)$$

де \mathfrak{F}_{TM} - матриця Фур'є як матриця, що складається із значень рядка (59) у точках колокації. Вона є невиродженою, тому

$$W_T = \mathfrak{F}_{TM}^{-1} W_T; \quad (63) \quad V_T = \mathfrak{F}_{TM}^{-1} V_T. \quad (64)$$

З (55) випливає, що

$$d\mathfrak{F}_M[\alpha]/d\alpha = \mathfrak{F}_M[\alpha] D_{TM}, \quad (65)$$

де

$$D_{TM} = \text{diag} (0_M, \left. \begin{array}{c} | \\ -I_M \\ | \end{array} \right| I_M, \dots, \left. \begin{array}{c} | \\ -\nu I_M \\ | \end{array} \right| \nu I_M) \quad (66)$$

- квадратна вироджена матриця розміру MP , яка в MP -вимірному просторі точкового відображення функцій (53)-(55) є алгебричним аналогом диференційного оператора d/da .

З урахуванням (61)-(66) алгебричний аналог диференційної крайової задачі (48)-(50) має в МТК вигляд

$$D_{TM} W_T + B_T W_T + \Gamma_T V_T + U_T = 0; \quad (67) \quad V_T = W_T[V_T], \quad (68)$$

де

$$D_{TM} = \mathfrak{F}_{TM} D_{TM} \mathfrak{F}_{TM}^{-1} \quad (69)$$

- квадратна вироджена матриця розміру MP , яка в MP -вимірному просторі точкового відображення функцій (53), (54) є алгебричним аналогом диференційного оператора d/da ;

$B_T = \text{diag} (B, \dots, B)$; $\Gamma_T = \text{diag} (\Gamma, \dots, \Gamma)$ - квадратні матриці розміру MP .

Таким чином, для отримання в МТК алгебричного аналога диференційної крайової задачі (48)-(50) досить в останній виконати формальну заміну диференційного оператора d/da його алгебричним аналогом (69) і невідомих та заданих функцій - їхніми точковими відображеннями (60).

Похідна dW_T/dV_T векторної функції (68) є блочно-діагональною матрицею, діагональні блоки якої дорівнюють значенням похідної функції (49) у точках колокації.

Розв'язування нелінійної САР (67), (68) методом Ньютона зводиться на l -й ітерації до числового розв'язування лінійної САР

$$A_T \Delta V_T = -f_T, \quad (70)$$

де матриця $A_T = (D_{TM} + B_T) dW_T/dV_T + \Gamma_T$ і вектор-стовпець f_T не-в'язок рівняння (70) мають розмір MP і обчислюються за $(l-1)$ -м наближенням кореня нелінійної САР (67), (68), обчислення l -го наближення вектора V_T шляхом додавання до його $(l-1)$ -го наближення поправки ΔV_T та обчислення вектора W_T за формулами (68), (49).

Застосувавши наведені вище міркування до САДР (37)-(46), отримуємо її алгебричний аналог в МТК як нелінійну САР

$$D_{T6} \psi_{KT} + \omega \Omega_{KT} \psi_{KT} + r_{KKT} i_{KT} - u_{KT} = 0; \quad (71)$$

$$D_{T3(R-1)} \psi_{RT} + \omega \Omega_{RT} \psi_{RT} - r_{RKT} i_{KT} + r_{RRT} i_{RT} = 0; \quad (72)$$

$$\psi_{KT} = L_{CKKT} i_{KT} + L_{CKRT} i_{RT} + \psi_{uKT} + \psi_{\delta KT}; \quad (73)$$

$$\psi_{RT} = L_{CRKT} i_{KT} + L_{CRRT} i_{RT}; \quad (74) \quad \psi_{uKT} = \omega C_{KT} \Phi_{wDDT}; \quad (75)$$

$$\Phi_{wDDT} = \Phi_{wDDT} [F_{wDDT}]; \quad (76) \quad F_{wDDT} = \frac{2}{3} \omega C_{-KT} i_{KT} + \frac{2}{3} \omega C_{-RT} i_{RT}; \quad (77)$$

$$\psi_{\delta KT} = \omega C_{KT} \Phi_{\delta DDt}; \quad (78) \quad \Phi_{\delta DDt} = \Phi_{\delta DDt} [F_{\delta DDt}]; \quad (79)$$

$$F_{\delta DDt} = \frac{2}{3} (\omega C_{-KKT} i_{KT} + \omega C_{-KRT} i_{RT}); \quad (80)$$

де Ω_{KT} , Ω_{RT} , r_{KKT} , r_{RKT} , r_{RRT} , L_{CKKT} , L_{CKRT} , L_{CRKT} , L_{CRRT} , C_{KT} , C_{RT} , C_{-KKT} , C_{-KRT} - блочно-діагональні сталі матриці, які містять на діагоналях по P ідентичних блоків Ω_K, \dots, C_{-KR} відповідно.

Породжувана нелінійною САР (71)-(80) лінійна САР на l -й ітерації зведена до вигляду

$$A_{KKT} \Delta i_{KT} = -f_{KT},$$

де A_{KKT} , f_{KT} - квадратна матриця і вектор-стовпець розміру $6P$, які обчислюються за $(l-1)$ -м наближенням кореня САР (71)-(80). При цьому l -те наближення вектора i_{KT} обчислюється як сума його $(l-1)$ -го наближення і поправки Δi_{KT} , а l -те наближення вектора i_{RT} - за формулою

$$i_{RT} = B_T i_{KT},$$

де B_T - матриця, яка не залежить від номера ітерації, а l -те наближення всіх інших невідомих - послідовно за формулами (80)-(73).

Отже, тут, незважаючи на високий порядок нелінійної САР (71)-(80), що описує точкове відображення періодичного електромагнітного процесу АМ (де порядок становить $(12(l+n)+16)P$), на кожній ітерації необхідно розв'язувати лінійну САР, порядок якої становить тільки $6P$.

На підставі використання оператора трансляції функції скалярного аргументу $\mathcal{A}[\beta] = \exp(\beta d/\alpha)$ як оператора, що здійснює перетворення функції $y = y[\alpha]$ у функцію $z = y[\alpha+\beta] = \mathcal{A}[\beta]y[\alpha]$, тобто

трансляцію (зміщення) цієї функції в просторі аргументу α на величину β , а також з застосуванням понять:

непарної векторної функції W векторного аргументу V як функції, для якої $W[V] = -W[-V]$;

періодичної скалярної функції $y = y[\alpha]$ без парних гармонік як функції, для якої $\mathcal{O}[\pi]y[\alpha] = y[\alpha+\pi] = -y[\alpha]$;

m -фазної циркулянти \mathbb{C}_m як матриці, що здійснює циклічну перестановку елементів вектора з m -вимірною лінійною простору;

циркулянтної векторної функції векторного аргументу як функції, для якої $W[\mathbb{C}_m V] = \mathbb{C}_m W[V]$, тобто векторної функції, у якій заміна її аргументу добутком циркулянти на аргумент приводить до заміни вектора-функції добутком цієї ж циркулянти на вектор-функцію;

m -фазної симетричної періодичної векторної функції V скалярного аргументу α як функції, для якої $\mathcal{O}[2\pi/m]V[\alpha] = \mathbb{C}_m V[\alpha]$, тобто періодичної векторної функції скалярного аргументу, у якій графік кожного скалярного її елемента отримується шляхом трансляції графіка попереднього елемента на m -ту частину періоду,

розроблено алгоритми визначення періодичних розв'язків САДР (48), (49) за умов, що ці розв'язки не містять гармонік парних порядків або мають пофазну симетрію. Показано, що при цьому кількість скалярних невідомих у САР, розв'язок якої є необхідним і достатнім для формування точкових відображень функцій $W = W[\alpha]$ і $V = V[\alpha]$, зменшується відповідно в 2 або в m разів, а при одночасній відсутності гармонік парних порядків і наявності пофазної симетрії – в $2m$ разів.

Викладені теоретичні положення МТК безпосередньо застосовані до САДР (37)–(46) і на їхній підставі розроблені алгоритми та складені відповідні комп'ютерні програми як для випадку, коли розв'язки є періодичними функціями загального вигляду, так і для випадків відсутності гармонік парних порядків і наявності пофазної симетрії.

У четвертому розділі *“Математичне моделювання електромагнітних періодичних процесів машини диференціальним гармонічним методом”* викладена математична сутність диференційного гармонічного методу (ДГМ) визначення періодичних розв'язків нелінійних САДР з урахуванням необхідної його адаптації стосовно до класу розв'язуваних у дисертації задач, розглянуті під кутом зору теорії інваріантного наближення функцій особливості ДГМ при відсутності в розв'язку гармонік парних порядків і при наявності пофазної симетрії та на основі отриманих результатів складені алгоритми розрахунку електро-

магнітних періодичних процесів машини в ЗСК з урахуванням насичення й витіснення струму при її живленні полігармонічними напругами.

ДГМ концептуально відрізняється від МТК тим, що в ньому для опису функцій, що пов'язують між собою залежні змінні, використовуються так звані гармонічні характеристики. Так, для функції (49) під гармонічною характеристикою належить розуміти функцію

$$W_r = W_r[V_r], \quad (81)$$

у якій вектор W_r визначається за таким алгоритмом:

на період 2π накладають рівномірну сітку $N = \kappa(1+2\nu) = \kappa P$ точок (κ - ціле число) і, задавши значення вектора V_r , застосовують вирази (54) до кожної з цих точок, у результаті чого отримують сукупність значень V_1, \dots, V_N вектора V ;

згідно з (49) обчислюють відповідні їм значення W_1, \dots, W_N вектора W ;

обчислюють елементи вектора W_r за формулами гармонічного аналізу.

Алгебричний аналог диференційної крайової задачі (48), (50) має в ДГМ вигляд

$$D_{rM} W_r + B_r W_r + \Gamma_r V_r + U_r = 0; \quad (82) \quad W_r = W_r[V_r], \quad (83)$$

де $B_r = \text{diag}(B, \dots, B)$; $\Gamma_r = \text{diag}(\Gamma, \dots, \Gamma)$ - матриці розміру MP .

Таким чином, для отримання в ДГМ алгебричного аналога диференційної крайової задачі (48), (50) достатньо в останній виконати формальну заміну диференційного оператора d/da його алгебричним аналогом (66) і невідомих і заданих функцій - їхніми гармонічними відображеннями (57)-(59).

Похідна dW_r/dV_r векторної функції (83) є в загальному випадку заповненою матрицею розміру MP , яка в ДГМ називається матрицею диференційних гармонічних параметрів.

Розв'язування нелінійної САР (82), (83) методом Ньютона зводиться на l -й ітерації до числового розв'язування лінійної САР

$$A_r \Delta V_r = -f_r, \quad (84)$$

де матриця $A_r = (D_{rM} + B_r)dW_r/dV_r + \Gamma_r$ і вектор-стовпець f_r нев'язок рівняння (84) мають розмір MP і обчислюються за $(l-1)$ -м наближенням кореня нелінійної САР (82), (83), обчислення l -го наближення вектора V_r шляхом додавання до його $(l-1)$ -го наближення поправки ΔV_r та обчислення вектора W_r за формулою (83).

Застосовавши наведені вище міркування до САДР (37)-(46), отримуємо її алгебричний аналог в ДГМ як нелінійну САР

$$D_{r6} \psi_{K\Gamma} + \omega \Omega_{K\Gamma} \psi_{K\Gamma} + r_{KK\Gamma} i_{K\Gamma} - u_{K\Gamma} = 0, \quad (85)$$

$$D_{r3(n-1)} \psi_{R\Gamma} + \omega \Omega_{R\Gamma} \psi_{R\Gamma} - r_{RK\Gamma} i_{K\Gamma} + r_{RR\Gamma} i_{R\Gamma} = 0, \quad (86)$$

$$\psi_{K\Gamma} = L_{\sigma KK\Gamma} i_{K\Gamma} + L_{\sigma KR\Gamma} i_{R\Gamma} + \psi_{\omega K\Gamma} + \psi_{\delta K\Gamma}; \quad (87)$$

$$\psi_{R\Gamma} = L_{\sigma RK\Gamma} i_{K\Gamma} + L_{\sigma RR\Gamma} i_{R\Gamma}; \quad (88) \quad \psi_{\omega K\Gamma} = \omega C_{K\Gamma} \Phi_{\omega DD\Gamma}; \quad (89)$$

$$\Phi_{\omega DD\Gamma} = \Phi_{\omega DD\Gamma} [F_{\omega DD\Gamma}]; \quad (90) \quad F_{\omega DD\Gamma} = \frac{2}{3} \omega C_{-K\Gamma} i_{K\Gamma} + \frac{2}{3} \omega C_{-R\Gamma} i_{R\Gamma}; \quad (91)$$

$$\psi_{\delta K\Gamma} = \omega C_{K\Gamma} \Phi_{\delta DD\Gamma}; \quad (92) \quad \Phi_{\delta DD\Gamma} = \Phi_{\delta DD\Gamma} [F_{\delta DD\Gamma}]; \quad (93)$$

$$F_{\delta DD\Gamma} = \frac{2}{3} (\omega C_{-KK\Gamma} i_{K\Gamma} + \omega C_{-KR\Gamma} i_{R\Gamma}), \quad (94)$$

де $\Omega_{K\Gamma}, \dots, C_{-KR\Gamma}$ - матриці, тотожні відповідним матрицям $\Omega_{K\Gamma}, \dots, C_{-KR\Gamma}$ САР (71) - (80).

Як видно з порівняння САР (37)-(46) і (85)-(94), вони не тільки мають ідентичну структуру, але й велику кількість ідентичних елементів, тому алгоритми їхнього розв'язування є дуже близькими.

На підставі ДГМ розроблені алгоритми й складені відповідні комп'ютерні програми як для випадку, коли розв'язки є періодичними функціями загального вигляду, так і для випадків відсутності гармонік парних порядків і наявності пофазної симетрії.

У п'ятому розділі "Аналіз перехідних і періодичних електромагнітних процесів машин" наведені найбільш характерні, на наш погляд, результати розрахунків відповідних процесів на прикладі АМ 4А160М6У3 з номінальними даними: $P_{2\kappa} = 15$ кВт; $U_{1\Phi\kappa} = 380$ В; $I_{1\Phi\kappa} = 29,9$ А; $\cos\varphi_{\kappa} = 0,87$; $\eta_{\kappa} = 0,87$; $n_{\kappa} = 974$ об/хв; момент інерції ротора $j = 0,18$ кгм² (машина має закриті пазы в роторі й відкриті - на статорі).

Показано, що насичення шляхів потоків розсіяння, нерівномірний розподіл струму по висоті обмотки ротора та полігармонічний характер напруги живлення істотно впливають на поведінку машини як в усталених, так і в перехідних режимах роботи.

Порівняння результатів розрахунку з фізичним експериментом свідчить про достатню для широкого кола інженерних задач адекватність запропонованих математичних моделей (відхилення від експерименту не перевищує 9%).

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. За даними літератури й на підставі власних експериментальних досліджень встановлено, що насичення основного магнітного кола та шляхів полів розсіяння, витіснення струму в стрижнях обмотки ротора та полігармонічний характер напруг живлення асинхронних машин належать до основних чинників, що визначають поведінку й техніко-економічні показники машини як в усталених, так і в перехідних режимах роботи, однак математичні моделі, які забезпечували б можливість розрахунку перехідних та періодичних електромагнітних процесів машини з урахуванням згаданих чинників у їхньому взаємозв'язку та на підставі спільного для цих процесів теоретичного під-

ходу, відсутні. Тому досягнення сформульованої в дисертації мети є актуальним завданням.

2. На підставі вивчення застосовуваних в електромеханіці математичних методів і підходів з'ясовано, що найбільш доцільним для формалізації опису електромагнітних зв'язків в асинхронних машинах є диференційні електромагнітні параметри, для числового інтегрування диференційних рівнянь – метод ФДН, для опису електричного й магнітного станів – фазні координати і трифазні загальмовані координати, а для розрахунку періодичних процесів – метод тригонометричної колокації і диференційний гармонічний метод.

3. Сформульована явна електромагнітна характеристика трифазної асинхронної машини у фазних координатах з урахуванням насичення основного магнітного кола й шляхів потоків розсіяння та витіснення струму в обмотці ротора як послідовність формул, що дозволяє обчислювати потокозчеплення фаз обмоток за відомими струмами фаз і кутом повороту ротора, і виведені формули для обчислення диференційних індуктивностей машини у фазних координатах.

4. Виконано перетворення явної електромагнітної характеристики та диференційних рівнянь електричного стану машини до трифазної загальмованої системи координат і показано, що в математичному формулюванні задачі розрахунку електромагнітних процесів машини в загальмованих координатах кут повороту ротора відсутній. Виведено формули для обчислення диференційних індуктивностей машини в загальмованих координатах.

5. Створені оптимальні за швидкістю математичні моделі для розрахунку перехідних електромагнітних процесів трифазної асинхронної машини з урахуванням насичення магнітопроводу, витіснення струму й полігармонічного характеру напруг живлення на підставі описів машини у фазних і в загальмованих координатах, які охоплюють математичні формулювання відповідних задач Коші, алгоритми їхнього розв'язування та програмні реалізації цих алгоритмів.

6. Метод тригонометричної колокації та диференційний гармонічний метод розв'язування двочкових диференційних крайових задач адаптовано до системи рівнянь, яка складається з диференційних рівнянь та алгебричних рівнянь, представлених у вигляді формул, що описують лінійні та нелінійні функціональні залежності між невідомими крайової задачі.

Складені оптимальні за кількістю арифметичних операцій типові алгоритми розв'язування таких крайових задач.

7. На математичному рівні сформульовані означення понять, які

є корисними при розрахунках методом тригонометричної колокації та диференційним гармонічним методом періодичних процесів у нелінійних багатофазних симетричних системах при дії на них багатофазних симетричних вимушуючих сил, а також при відсутності у розв'язках гармонік парних порядків.

8. Розглянуті особливості методу тригонометричної колокації та диференційного гармонічного методу при наявності пофазної симетрії та при відсутності гармонік парних порядків стосовно до систем рівнянь, вказаних у висновку 6, і складені оптимальні за кількістю арифметичних операцій типові алгоритми розв'язування відповідних двоточкових крайових задач.

9. На підставі методу тригонометричної колокації та диференційного гармонічного методу створені оптимальні за швидкістю математичні моделі для розрахунків періодичних електромагнітних процесів асинхронної машини з урахуванням насичення магнітопроводу, витіснення струму в обмотці ротора й полігармонічного характеру напруг живлення за її описом у трифазній загальмованій системі координат стосовно до загального випадку й при наявності пофазної симетрії розв'язку та (чи) при відсутності в ньому гармонік парних порядків.

10. На підставі математичного експерименту показано, що насичення шляхів потоків розсіяння, нерівномірний розподіл струму по висоті обмотки ротора та полігармонічний характер напруги живлення істотно впливають на поведінку машини як в усталених, так і в перехідних режимах роботи.

11. Перевірка адекватності запропонованих моделей свідчить про можливість їх застосування для розв'язання широкого кола інженерних задач, зв'язаних з розрахунком перехідних і періодичних процесів АМ.

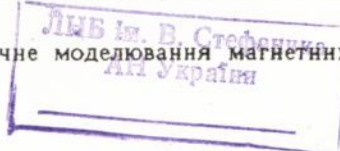
Публікації за темою дисертації

1. Біляковський І. Є., Глухівський Л. Й. Про врахування ефекту витіснення струму в асинхронних двигунах при їх несинусоїдному живленні. // Вісник ЛПІ. 1995. - №279.

2. Біляковський І. Є., Глухівський Л. Й. Числове моделювання періодичних усталених процесів в асинхронних двигунах при несинусоїдному живленні. - Львів, 1995. - 10 с.; Укр. -Деп. в УкрНДІНТІ.

3. Біляковський І. Є. До питання про експериментальне визначення моменту асинхронного двигуна у динамічних режимах. // Вісник ЛПІ, 1992. - №263. - С. 4-6.

4. Біляковський І. Є. Математичне моделювання магнетних ха-



рактистик трифазної асинхронної машини.//Тези 1-ї Міжнародної науково-технічної конференції "Математичне моделювання в електротехніці й електроенергетиці" - Львів, 1995. - С. 94.

5. Біляковський І. Є. Математичне моделювання періодичних процесів в асинхронній машині з короткозамкненим ротором з урахуванням насичення та витіснення струму.//Тези 1-ї Міжнародної науково-технічної конференції "Математичне моделювання в електротехніці й електроенергетиці". - Львів, 1995. - С. 91.

6. Глухивский Л. И., Биляковский И. Е., Дышовый Р. В. Численное моделирование процессов в насыщенных асинхронных двигателях при их несинусоидальном питании.// Динам. режимы работы электр. машин и электроприводов: Тез. докл. 5 Всес. науч-тех. конф. - Каунас, 1988. - Ч. 1. - С. 36.

7. Глухивский Л. И., Биляковский И. Е., Маляр В. С. Алгоритм численного моделирования установившихся режимов АД при его несинусоидальном питании.// Динамические режимы работы эл. машин: Тез. докл. 6 Всес. науч-тех. конф. - Бишкек. - Ч. 1. -1991. - С. 4-5.

8. Глухивский Л. И., Биляковский И. Е. Расчет установившегося режима асинхронного двигателя при его несинусоидальном питании. //Техническая электродинамика. -1988. - №5. - С. 57-61.

9. Глухивский Л. И., Биляковский И. Е. Численное моделирование тиристорных регуляторов напряжения дифференциальным гармоническим методом.//Техническая электродинамика. -1986. - №4. -С. 32-37.

10. Кушлык О. Д., Биляковский И. Е., Глухивский Л. И. Расчет стационарных процессов в системе явнополюсная синхронная машина - мостовой тиристорный преобразователь.// Вестн. ЛПИ. - Львов: Виша школа, 1985. - №194. - С. 45-47.

Особистий внесок автора. В публікаціях, написаних у співавторстві, автору належать: в [1] - розробка алгоритму; в [2], [6] - розробка математичних моделей, комп'ютерних програм і виконання математичних експериментів; у [8], [9], [10] - розробка математичних моделей і комп'ютерних програм та виконання математичних і фізичних експериментів.

Abstract

Билияковскій І.Е. Mathematical simulation of electromagnetic processes of the asynchronous machines that permit to take into account saturation and skin-effect if power is non-simetric polygarmonic.

This thesis proposal is being presented in defence of the following Candidate Discertation: 05.09.01 – Electrical Devices, Lviv State Politechnical University, Lviv 1996.

The manuscript is defended, the essence of which is described in ten scientific works and contains mathematical models of electromagnetic processes of the asynchronous machines and results of mathematical experiments. Received models as software can be directly used in solving wide range of the engineering problems, connected with calculation of electromagnetic processes in asynchronous machines.

Аннотация

Билияковский И.Е. Математическое моделирование электромагнитных процессов асинхронных машин с учетом насыщения и вытеснения тока при питании несимметрическими полигармоническими напряжениями.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.09.01 – электрические машины, Государственный университет "Львовская политехника", Львов, 1996.

Защищается рукопись, сущность которой отражена в десяти научных работах, содержащая математические модели электромагнитных процессов асинхронных машин и результаты математических экспериментов. Полученные модели в виде компьютерных программ могут быть непосредственно использованы в решении широкого круга инженерных задач, связанных с расчетом электромагнитных процессов асинхронных машин.

Ключові слова:

асинхронна машина, математична модель, електромагнітний процес.

442407

AB 34.077

AB 34.077