Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова

На правах рукопису

САФРОНОВ Ігор Олександрович

УДК 519.86:519.863

ПРОБЛЕМИ КОРЕКЦІЇ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЗАВАНТАЖЕННЯ ВИРОБНИЧИХ ПОТУЖНОСТЕЙ

08.03.02 — економіко-математичні методи і моделі

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата економічних наук

Київ 1996

Робота виконана в Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України.

Наукові керівники: академік [МИХАЛЕВИЧ В. С.]

член-кореспондент НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
професор ШОР Н. З.

Офіційні опоненти: доктор економічних наук,
професор СИТНИК В. Ф.,
кандидат економічних наук
СКЛЯРОВ А. В.

Провідна організація: Київський національний університет імені Т. Г. Шевченка.

Захист відбудеться «12» березня 1996 р. о 16.00 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.39.06 при інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України за адресою:

252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічному архіві інституту.

Автореферат розісланий «9» лютого 1996 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради РЕВЕНКО В. Л.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми дисертаційного дослідження. Кризові явища в економіці призводять до нестабільності умов господарювання підприємств. Руйнування виробничих зв'язків, коливання попиту на продукцію, фінансова заборгованість часто викликають скорочення виробництва, при цьому вкрай гострою стає потреба обліку витрат, економії ресурсів тощо.

Планування і прогнозування в таких умовах вимагають багаторазової корекції економіко-математичних моделей, які використовуються, внаслідок зміни цін, нестачі ресурсів і т.п.

Методи корекції оптимізаційних задач, що виникають в економіці, розроблялись досить давно, – при цій нагоді доречно згадати роботи А.Н.Тихонова, І.І.Єрьоміна та інших, – і відомі досягнення по дослідженню їх збіжності, отримані для достатньо загального класу задач математичного програмування.

Проте актуальним залишається розвиток і аналіз особливостей впровадження методів такого типу для реальних задач керування виробництвом. Плідним на цьому шляху уявляється застосування апарата негладкої оптимізації, тим більше, коли мова йде про задачі значної розмірності.

Корекція моделей в кожному практичному випадку супроводжується низкою формальних і неформальних проблем, ретельне вивчення яких дає можливість створювати досить ефективні методи розв'язування. Ці проблеми і стали предметом даного дисертаційного дослідження.

Мета дослідження полягає в розробці методів корекції оптимізаційних задач значних розмірностей і в розвитку методів економіко-математичного моделювання великих виробництв.

Методологічною основою дисертації обрані теорія негладкої оптимізації, а також поширені методи економічного аналізу, які грунтуються на ряді положень теорії ціноутворення, теорії видатків виробництва, теорії монополістичної конкуренції тощо.

Основні результати дослідження та їх новизна. В роботі запропонований єдиний підхід до корекції економіко-математичних моделей завантаження потужностей великих виробництв, що базується на схемі декомпозиції оптимізаційних задач спеціального виду. Цей підхід відзначає, насамперед, його пристосованість до задач великої розмірності. Більшість відомих методів корекції зорієнтована на задачі загального виду, і вони, як правило, стають неефективними, якщо розмірність - значна.

У роботі проведено дослідження властивостей оптимізаційних задач спеціального виду, які виникають при плануванні багатономенклатурних виробництв, і властивостей двоїстої функції для цих задач, що стає передумовою створення методів корекції.

Виходячи з специфіки задачі лінійного програмування блочної структури розроблено алгоритм, який дозволяє після корекції параметрів вихідної економіко-математичної моделі одержувати наближений розв'язок нової (модифікованої) задачі великої розмірності шляхом порівняно невеликих обчислювальних затрат. Метод використовує розв'язок вихідної задачі.

З цією метою будується допоміжна (редукована) задача суттєво меншої розмірності, ніж вихідна. При цьому кількість параметрів вихідної моделі, що коректуються, і можливі інтервали їх змінювання регулюються величиною, яка задається. Такий підхід відрізняється від процедур корекції, що часто входять до комерційних ППП, де дозволені лише ті варіації значень параметрів , які запобігають переходу до іншого оптимального базису.

Розроблені методи можуть бути застосовані і для розв'язування невласних задач математичного програмування, які звичайно постають при відображенні суперечливих явищ в економіці.

Даний підхід враховує особливості окремих виробництв у процесі корекції економіко-математичних моделей. Так, для трубної промисловості метою корекції моделей стає одержання прийнятного варіанта співвідношення попиту і пропозиції. При корекції моделей виробничих програм у будівництві увагу зосереджено на підвищенні ефективності обігу залучених коштів.

Описаний підхід дає можливість звпрішувати ряд властивих сучасним конкурентним відносинам у народному господарстві задач керування, в той час, як традиційні моделі математичної економіки можуть виявитися малопридатними. Деякі з таких задач у роботі докладно розглянуті. На основі цього підходу розроблено моделюючий алгоритм, який дозволяє прогнозувати розвиток великих економічних об'єктів.

Для розв'язання складних в обчислювальному відношенні задач, що виникають у процесі корекції, в роботі надається релаксаційний наближений алгоритм.

Практична значимість дисертаційного дослідження. Досвід планування в багатьох галузях засвідчує, що розрахунок програми завантаження потужностей великого виробництва, як правило, виявляється оптимізаційною задачею блочної структури. Причому для адекватного відображення процесу часто потрібна модель значної розмірності. Запропонована в роботі методика постапної корекції таких економіко-математичних моделей має практичну спрямованість і дозволяє розв'язувати задачі управління в реальних умовах.

Розроблений підхід був перевірений шляхом експериментальних і практичних розрахунків, проведених у двох головних інститутах різних галузей - ВНДТІ Мінчермету СРСР і НДІАСБ Міністерства будівництва України. Методика може бути впроваджена в широкому колі економічних об'єктів, які випускають велику кількість видів продукції або виконують багато різноманітних робіт чи використовують численні технології.

Впровадження результатів дисертації. Підставою для проведення роботи стала безпосередня участь автора в виконанні бюджетних та госпдоговірних тем інституту, а також у науково - дослідницьких розробках інших установ, які проводились спільно з Інститутом кібернетики НАН України. Зокрема:

1)"Розвиток економіко-організаційного, математичного й інформаційного забезпечення оптимізаційних задач планування виробництва і розподілу сталевих труб, розробка системи комплексної оптимізації виробництва, проектування і керування капітальними вкладеннями у трубну промисловість", 1986-1990 рр., ДКНТ СРСР, тема С.110-01.

2)"Розробка методів розв'язування спеціальних класів задач нелінійного програмування", 1990-1994 рр., ДКНТ України, тема ВГЕ.120.01.

3) "Розробка і впроваження автоматизованої технології управління регіональним будівельним комплексом в умовах ринкових відносин", 1994-1995 рр., Міністерство будівництва України, НДІАСБ, тема 607/94-95.

Отримані результати стали складовою частиною науково-технічних звітів по цих темах, статей і спеціалізованого математичного забезпечення, яке використовується для розв'язання практичних задач.

Апробація дисертаційної роботи. Результати дослідження доповідались на засіданнях семінарів "Прикладні аспекти сучасних ІАСУ" СКБ ММС ІК АН України (м.Київ, 1991 р.), "Теорія оптимальних рішень" ІК АН України (м.Київ, 1993 р., 1995 р.) і на Дванадцятій міжнародній конференції "Системи програмного забезпечення розв'язування економічних задач" (м.Нарва-Йиесуу, 1992 р.).

Структура роботи. Текст дисертації складається з вступу, трьох глав, кожна з яких містить три параграфи, і науково-практичних висновків. Перелік цитованої літератури становить 80 найменувань. Обсяг роботи - 100 сторінок.

КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **Вступі** відзначена актуальність теми дисертації, нагадуються найбільш відомі результати в цій галузі, підкреслюється новизна дослідження. Тут також розкриті методологічна основа дисертації, короткий зміст глав, перераховуються розв'язувані задачі.

У **Главі 1** викладені формальні засади, на яких базується розроблена в дисертації методика.

Розглянута в цій главі схема декомпозиції за множиною обмежень передбачає розв'язування двоїстої задачі. При цьому виявляється, що субградієнт двоїстої функції, обчислений для будь - яких двоїстих оцінок, визначає параметри задачі, модифікованої відносно вихідної прямої задачі оптимізації. Вирішення модифікованої задачі відбувається шляхом розв'язання Лагранжевої проблеми при знайдених двоїстих оцінках.

Дослідження властивостей оптимізаційних задач спеціального виду (**Розділ 1.1**) показує, що неєдиність розв'язку для них Лагранжевої проблеми та неоднозначність обчислення субградієнта двоїстої функції призводять до існування сімейства модифікованих задач. Це сімейство задач і визначає в запропонованій методиці множину імовірних значень параметрів моделі, яка коректується.

У цій главі з'ясовується, що неоднозначність розрахунку субградієнта впливає на порівняно малу частину компонент у розв'язках модифікованих задач. У подальшому це дозволяє скоротити обсяг обчислень у процесі корекції.

Для пошуку наближеного, з точністю δ, розв'язку модифікованої прямої задачі Лагранжева проблема також може бути вирішена з цією точністю. Більшість компонент розв'язку модифікованої задачі безпосередньо визначається із внутрішніх підзадач для проблеми Лагранжа (при знайдених раніше двоїстих оцінках до вихідної моделі). Значення решти компонент одержується шляхом побудови допоміжної (редукованої) задачі такого самого типу, що й вихідна, але значно меншої розмірності.

При використанні негладких функцій штрафу в оптимізаційній моделі спеціального виду стає можливим порівняно легко отримувати допустимий наближений розв'язок прямої задачі (при знайдених двоїстих оцінках), якщо вибір штрафних коефіцієнтів задовольняє досить слабким умовам (**Розділ 1.2**).

Ці положення покладено в основу запропонованого в роботі нетрудомісткого методу корекції. Зміст його такий:

Запишемо задачу лінійного програмування спеціального виду

$$\min\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J_i} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i\in I} p_i z_i + \sum_{\mu\in M} d_\mu y_\mu\right), \tag{1}$$

$$\sum_{j\in J_i} x_{ij} + z_i = b_i, \quad i\in I = \{1,\ldots,n\}, \tag{2}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J_\mu} a_{ij}^{\mu} x_{ij} - y_\mu \le T_\mu, \quad \mu\in M = \{1,\ldots,m\}, \tag{3}$$

$$y_\mu \le \bar{y}_\mu, \ \mu\in M, \tag{4}$$

$$x_{ij}\ge 0, \quad y_\mu\ge 0, \ z_i\ge 0, \ i\in I, \ j\in J, \ \mu\in M, \tag{5}$$

де J_i, J_μ – підмножини деякої кінцевої множини J, $J_\mu\subset J$, $J_i\subset J$, при цьому J_i не перетинаються: $\{J_{i_1}\cap J_{i_2}/\ i_1\ne i_2\} = \emptyset$. Будемо вважати всі компоненти векторів a, b, c, T невід'ємними. Припустимо, що задача (1)-(5) є задачею великої розмірності, окрім того, вважаємо $n\gg m$, що, звичайно, не суперечить структурі практичних задач.

Двоїсту функцію при фіксованому $u\ge 0$ визначимо як

$$\varphi(u) = \min\Bigg\{\sum_{i\in I}\sum_{j\in J_i} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i\in I} p_i z_i + \sum_{\mu\in M} d_\mu y_\mu + \sum_{\mu\in M} u_\mu\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J_\mu} a_{ij}^{\mu}x_{ij} - y_\mu - T_\mu\right)\Bigg\}, \tag{6}$$

$$\sum_{j\in J_i} x_{ij} + z_i = b_i, \quad i\in I, \tag{7}$$

$$y_\mu \le \bar{y}_\mu, \ \mu\in M, \tag{8}$$

$$x_{ij}\ge 0, \quad y_\mu\ge 0, \ z_i\ge 0, \ i\in I, \ j\in J, \ \mu\in M. \tag{9}$$

$\varphi(u)$, там де вона існує, є угнута кусково-лінійна функція при $u\ge 0$.

Розв'язок задачі (6)-(9) розпадається на вирішення n (за індексом i) незалежних внутрішніх підзадач виду

$$\min\left\{\left(\sum_{j\in J_i}\tilde{c}_{ij}(\tilde{u})x_{ij}+p_iz_i\right):\ \sum_{j\in J_i}x_{ij}+z_i=b_i,\ x_{ij}\geq 0,\ j\in J_i,\ z_i\geq 0\right\} \qquad (10)$$

і m (за індексом μ) внутрішніх підзадач виду

$$\min\left\{\left(\tilde{d}_\mu(\tilde{u})y_\mu\right):\ y_\mu\leq\bar{y}_\mu,\ y_\mu\geq 0\right\}, \qquad (11)$$

де

$$\tilde{c}_{ij}(u)=c_{ij}+\sum_{\mu\in M}a^\mu_{ij}u_\mu,\qquad i\in I,\ j\in J_\mu.$$
$$\tilde{d}_\mu(\tilde{u})=d_\mu-\tilde{u}_\mu,\qquad \mu\in M.$$

Причому не всі внутрішні підзадачі можуть мати єдиний розв'язок при даному u.

Нехай $\tilde{u}=\{\tilde{u}_\mu\}_{\mu\in M}$ – знайдений із задовільною точністю розв'язок задачі

$$\max\{\varphi(u):\ u\geq 0\},$$

Для деякого $\delta\geq 0$ позначимо $\tilde{I}$, $\tilde{I}\subset I$, множину тих підзадач (10), у яких базисний розв'язок при $u=\tilde{u}$, знайдений з точністю до δ за функціоналом , єдиний.

Покладемо

$$\begin{cases} x_{ij_i^*}=b_i, \\ x_{ij}=0, \quad j_i\neq j_i^*,\ j\in J_i, \\ z_i=0, \end{cases}$$

де j_i^* – номер мінімального коефіцієнта $\tilde{c}_{ij}(\tilde{u})$ в i-й підзадачі (10) з $\tilde{I}$, або вважаємо

$$\begin{cases} x_{ij}=0, \quad j\in J_i, \\ z_i=b_i, \end{cases}$$

якщо для i-ї підзадачі (10) з $\tilde{I}$ мінімальним коефіцієнтом в цільовій функції при $u=\tilde{u}$ виявляється p_i.

Для підзадач з $I\backslash\tilde{I}$ (ті підзадачі, в яких базисний розв'язок при $u=\tilde{u}$, знайдений з точністю до δ за функціоналом, неєдиний) позначимо

$$J_i^1=\left\{j_i^1\in J_i/\ \tilde{c}_{ij_i^1}(\tilde{u})-\tilde{c}_{ij}(\tilde{u})\leq\delta,\ j\neq j_i^1,\ j\in J_i\right\}.$$

Покладемо $x_{ij} = 0$ для $j \notin J_i^1$, $j \in J_i$, $i = I \setminus \tilde{I}$.
Позначимо

$$I_1 = \{i \in (I \setminus \tilde{I}) / \ p_i - \delta \le \tilde{c}_{ij}(\tilde{u}),\ j \in J_i\},$$
$$I_2 = \{i \in (I \setminus \tilde{I}) / \ i \notin I_1\}.$$

Покладемо $z_i = 0$, $i \in I_2$.
Позначимо M_1, $M_1 \subset M$, множину підзадач (11), таких, що

$$M_1 = \{\mu \in M / \ |\tilde{d}_\mu(\tilde{u})| \le \delta\}.$$

Для решти $M_2 = M \setminus M_1$ підзадач (11) при $u = \tilde{u}$ покладемо

$$\begin{cases} y_\mu = 0, & \text{якщо} \quad \tilde{d}_\mu(\tilde{u}) > 0, \\ y_\mu = \bar{y}_\mu, & \text{якщо} \quad \tilde{d}_\mu(\tilde{u}) < 0. \end{cases}$$

Змінні, яким ще не присвоєні значення, ввійдуть до так званої редукованої задачі виду

$$\min\left\{\sum_{i \in I_1}\left(\sum_{j \in J_i^1} c_{ij}x_{ij} + p_i z_i\right) + \sum_{i \in I_2}\sum_{j \in J_i^1} c_{ij}x_{ij} + \right.$$
$$\left. + \sum_{\mu \in M_1} d_\mu y_\mu \right\}, \tag{12}$$

$$\sum_{j \in J_i^1} x_{ij} + z_i = b_i, \quad i \in I_1, \tag{13}$$

$$\sum_{j \in J_i^1} x_{ij} = b_i, \quad i \in I_2, \tag{14}$$

$$\sum_{i \in I_1 \cup I_2}\ \sum_{j \in J_\mu \cap J_i^1} a_{ij}^\mu x_{ij} - y_\mu \le \tilde{T}_\mu, \quad \mu \in M_1, \tag{15}$$

$$\sum_{i \in I_1 \cup I_2}\ \sum_{j \in J_\mu \cap J_i^1} a_{ij}^\mu x_{ij} \le \tilde{T}_\mu, \quad \mu \in M_2, \tag{16}$$

$$y_\mu \le \bar{y}_\mu, \ \mu \in M_1, \tag{17}$$

$$x_{ij} \ge 0,\ i \in I_1 \cup I_2,\ j \in J_i^1,\ z_i \ge 0,\ i \in I_1,\ y_\mu \ge 0,\ \mu \in M_1. \tag{18}$$

де

$$\tilde{T}_\mu = T_\mu - \sum_{i \in \tilde{I}}\ \sum_{j \in J_\mu \cap J_i} a_{ij}^\mu x_{ij}, \quad \mu \in M_1,$$

$$\tilde{T}_\mu = T_\mu - \sum_{i\in \bar{I}} \sum_{j\in J_\mu \cap J_i} a^\mu_{ij} x_{ij} + y_\mu, \quad \mu \in M_2.$$

Розмірність задачі (12)-(18) залежить від обраного δ і суттєво менше розмірності (1)-(5). Тому неважко (навіть при використанні стандартних процедур) розв'язувати серію таких задач, змінюючи в припустимих границях значення параметрів p_i, d_μ, $\bar{y}_\mu$ або вводячи додаткові інтервальні обмеження виду $z_i \le \bar{z}_i, (\bar{z}_i \in [0, b_i])$. Для цього в реальних задачах δ пропонується вибирати достатньо великим.

Якщо при обраних нових значеннях параметрів $(d_\mu, \bar{y}_\mu, \bar{z}_i, p_i)$ розв'язок задачі (12)-(18) знайдений, то він, спільно з зафіксованими до цього змінними, є допустимим наближеним розв'язком модифікованої задачі великої розмірності виду (1)-(5). Таким чином, надається можливість обстежити зазначений окіл рішення вихідної задачі, при цьому передбачені варіації не лише змінних x_{ij}, z_i, y_μ, а й двоїстих оцінок u_μ.

Це також дозволяє здійснювати поетапно симетричну корекцію задачі великої розмірності. Така корекція виконуватиметься і тоді, коли вихідна математична модель – некоректна (**Розділ 1.3**). Передумовою пошуку коректної апроксимуючої задачі в цьому випадку є одержання будь-яких двоїстих оцінок, при яких двоїста функція набуває власного значення.

Глава 2 присвячена питанням корекції програм завантаження виробничих потужностей у трубній промисловості.

Тут зазначається (**Розділ 2.1**), що характерним для данної галузі є серійний випуск стандартизованих виробів надзвичайно широкої номенклатури – сортамент складає тисячі найменувань (типорозмірів). Це виробництво з високим ступенем концентрації і технічного оснащення. Тому економічний ефект досягається за рахунок зниження витрат шляхом вибору найбільш доцільних технологій, раціонального використання виробничих резервів і т.п.

Виробничі потужності в галузі вимагають невідкладної реконструкції. Обладнання підприємств у переважній своїй більшості морально і фізично застаріле, внаслідок чого завищена собівартість, надмірні витрати живої праці, незадовільна якість продукції. Сучасне становище економіки (розлад господарських зв'язків, дорожнеча енергоносіїв і т. ін.) також диктує необхідність структурних змін виробничих потужностей. Це – комплексні проблеми, при розв'язуванні яких повинні враховуватись можливості кооперування, спеціалізації, стан ринків збуту, ефективність інвестицій тощо.

Прокат труб історично зосереджений в одному промисловому регіоні, в той час як споживачі – це практично всі галузі економіки країни. Тому великого впливу набувають тут транспортно-збутові видатки.

Однак, попит на продукцію галузі на сьогоднішній день існує. Експорт труб залишається одним із основних джерел валютних надходжень. Галузь, що є базовою, багато в чому визначає перспективи всього народного господарства. Це підтверджується і прийнятою нещодавно урядовою програмою розвитку металургійного комплексу.

Розрахунок програми завантаження трубного виробництва постає оптимізаційною задачею блочної структури виду (1)-(5). В моделі наведені основні виробники продукції, що спільно випускають товари багатьох (за кількістю блоків) найменувань. У моделі враховані: питомі витрати по виробництву і реалізації одиниці кожного i-го виду продукції (c_{ij}); норми використання ресурсів при j-му технологічному способі (a_{ij}^{μ}); додаткові (граничні) витрати на приріст одиниці μ-го типу ресурсів (d_μ); нестача μ-го ресурсу або необхідний для виконання виробничої програми його приріст (y_μ); питомі збитки від незадоволеного (надлишкового) попиту на i-ту продукцію (p_i) тощо.

Названа модель, звичайно, будується в агрегованих показниках, але й незважаючи на це, розмірність її - значна. Наслідком розв'язання задачі є програма завантаження потужностей, яка при мінімальних сукупних витратах відповідає певному співвідношенню попиту (b_i) і обсягів виробництва (x_{ij}).

Під час планування виникає потреба в багаторазовій корекції параметрів економіко-математичної моделі (1)-(5) і, отже, перерахунку отриманого рішення. Розрахунок програми завантаження потужностей відбувається як поетапний процес, на протязі якого розв'язується серія допоміжних задач виду (12)-(18).

Запропонована в роботі методика завдяки використанню двоїстого підходу дає можливість розв'язувати (**Розділ 2.2**) ряд властивих сучасним конкурентним відносинам у народному господарстві задач керування . Серед таких задач слід виділити:

1) Пошук раціональної структури споживання ресурсів. Вибором параметрів ($d_\mu, \bar{y}_\mu$) редукованих задач (12)-(18) моделюються різні режими ресурсоспоживання. При цьому знайдені для моделі завантаження потужностей (1)-(5) корисності ресурсів (u_μ) у процесі розв'язування підзадач (11) зіставляються з граничними витратами на придбання (d_μ). Таким чином, аналізуються можливі становища при зміні цін, перебоях у постачанні і т.п.;

2) Розподіл замовлень серед підприємств об'єднання. Керівництвом об'єднання, з урахуванням конкретних економічних умов, може бути прийняте рішення про поділ заявок споживачів (b_i) на дві категорії – централізовано розподілювані замовлення і продукція, яку підприємства вільні випускати за прямими договорами. Множина підзадач $\tilde{I}$ у цьому випадку характеризує виробц, для яких очевидні найбільш доцільні технології і місце виробництва. Підзадачі з $I_1 \cup I_2$ – це заявки, для яких існують альтернативні варіанти виконання. У такий же спосіб з'ясовується і стійка спеціалізація виробників при нестабільному зовнішньому середовищі;

3) Визначення обсягів виробництва, які гарантують одержання монопольних надприбутків. Якщо в моделі (1)-(5) в значенні p_i прийняті ринкові ціни на продукцію, то при порівнянні їх з повними конкурентними видатками $\tilde{c}_{ij}(u)$ (при розв'язуванні внутрішніх підзадач) визначаються найбільш вигідні галузевій монополії обсяги виробництва. Підбором різноманітних значень параметрів ($p_i, \tilde{z}_i$) редукованої задачі відображаються ситуації, коли монополія регламентує випуск продукції з метою підвищення цін, збереження ринків збуту тощо.

Для прогнозування розвитку великих економічних об'єктів у роботі (**Розділ 2.3**) пропонується метод економіко - математичного моделювання, побудований на основі поетапної корекції задач великої розмірності. Опис різних станів об'єкта задається сукупністю (системою) оптимізаційних моделей спеціального виду, кожна із яких відтворює ті чи інші співвідношення економічних показників. Відбувається поетапна побудова економіко – математичної моделі, очікуваним розв'язком для якої повинна стати наперед задана точка. Прогноз розв'язку для нової моделі здійснюється за допомогою редукованої задачі. Пошук найбільш прийнятної моделі постає багатокритеріальною проблемою, при вирішенні якої враховуються і неформальні фактори. Метод може застосовуватись для моделювання таких процесів, як перепрофілювання великого виробництва, нарощування (вибуття) потужностей і т.ін.

Глава 3 присвячена проблемам корекції моделей при формуванні перспективної програми будівництва.

Особливістю даної галузі є виконання значної кількості робіт, для яких характерний тривалий виробничий цикл. У зв'язку з цим стає важливим забезпечення ритмічності виробничого процесу, рівномірності використання ресурсів у часі і т.ін. Тут звичайно застосовуються динамічні оптимізаційні моделі, часто дискретного типу.

Задача завантаження потужностей великої будівельної організації (**Розділ 3.1**) полягає в такому. Із переліку об'єктів, запропонованих для будівництва, потрібно відібрати таку кількість і встановити такі терміни виконання робіт, щоб наслідки господарської діяльності організації були якнайкращими.

В економіко-математичній моделі задачі враховані положення, які є істотними при сучасному стані економіки.

Передумовою для виконання виробничої програми є наявність у будівельної організації достатку обігових коштів. Їх поповнення відбувається залежно від здачі готових об'єктів або завершення деяких етапів будівництва, – витрата і надходження обігових коштів не збігаються в часі. Нестачу обігових коштів організація може доповнити через банківський кредит, якщо її влаштовує назначена процентна ставка.

Вибір виробничої програми обумовлюється тими чи іншими співвідношеннями наявних ресурсів, які можуть бути придбані за існуючими ринковими розцінками.

Формальним критерієм вибору програми будівництва прийнята максимізація залишку вільних коштів у будівельної організації. Цей залишок визначається обліком необхідних відрахувань, витрачених обігових коштів та ін.

Задача завантаження потужностей будівельної організації записується як

$$\max \sum_{t=1}^{T} \alpha_t w_{\phi t}, \tag{19}$$

$$\sum_{j=1}^{N} \sum_{\tau=\Theta N(j,t)}^{\Theta K(j,t)} a_{lj(t-\tau+1)} x_{j\tau} - y_{lt} + \\ + w_{lt} = R_{lt}, \quad l = \overline{1, L_1}, \ t = \overline{1, T}, \tag{20}$$

$$\sum_{j=1}^{N} \sum_{\tau=\Theta N(j,t)}^{\Theta K(j,t)} a_{lj(t-\tau+1)} x_{j\tau} - y_{lt} + z_{lt} - \\ - z_{l(t-1)} = R_{lt}, \quad l = \overline{L_1 + 1, L_1 + L_2}, \ t = \overline{1, T}, \tag{21}$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{\tau=\Theta N(j,t)}^{\Theta K(j,t)} -b_{lj(t-\tau+1)}x_{j\tau} + \sum_{l=1}^{L_1+L_2} c_{lt}^{z} y_{lt} + \sum_{l=1}^{L_1} c_{lt}^{n} w_{lt} +$$

$$+\beta(t)x^k + z_{\phi t} - z_{\phi(t-1)} + F_t + w_{\phi t} = 0, \quad t = \overline{1,T}, \tag{22}$$

$$\sum_{t=T_j^{\text{пр}}}^{T_j^{\text{пп}}} x_{jt} = 1, \quad j = \overline{1,N}, \tag{23}$$

$$x_{jt} = 0 \vee 1, \quad j = \overline{1,N},\ t = \overline{T_j^{\text{пр}}, T_j^{\text{пп}}}, \tag{24}$$

$$0 \le y_{lt} \le \bar{y}_{lt}, \quad l = \overline{1, L_1+L_2},\ t = \overline{1,T}, \tag{25}$$

$$0 \le w_{lt} \le \bar{w}_{lt}, \quad l = \overline{1,L_1},\ t = \overline{1,T}, \tag{26}$$

$$0 \le z_{lt} \le \bar{z}_{lt}, \quad l = \overline{L_1+1, L_1+L_2},\ t = \overline{1,T}, \tag{27}$$

$$0 \le z_{\phi t} \le \bar{z}_{\phi t}, \quad t = \overline{1,T}, \tag{28}$$

$$0 \le x^k \le \bar{x}^k, \tag{29}$$

$$0 \le w_{\phi t} \le \bar{w}_{\phi t}, \quad t = \overline{1,T}, \tag{30}$$

де

$\Theta N(j,t) = \max(1, T_j^{\text{пр}}, t - T_j^{\text{пр}} + 1), \quad j = \overline{1,..}, t = \overline{1,T},$
$\Theta K(j,t) = \min(t, T_j^{\text{пп}}), \quad j = \overline{1,N}, t = \overline{1,T},$
$\beta(t) = \max(0, 2-t) + \min(T-t-1, 0) - \min(t-1, 1, T-1)\gamma, \ T \ge 2.$

Параметрами моделі є: кількість незалежних робіт N, запропонованих будівельній організації для завантаження потужностей на період планування T; тривалості їх виконання $T_j^{\text{пр}}$; директивні терміни початку робіт, ранні і пізні $T_j^{\text{пр}}, T_j^{\text{пп}}$ (може бути $T_j^{\text{пп}} > T$); графіки споживання ресурсів впродовж робіт $a_{lj\tau}, \tau = \overline{1, T_j^{\text{пр}}}$; графіки $R_{lt}, t = \overline{1,T}$ наявності ресурсів у організації, серед яких виділяються ресурси, що складуються $l = \overline{L_1+1, L_1+L_2}$ і ні $l = \overline{1, L_1}$; припустимі графіки надходження платежів від замовників $b_{j\tau}$; межі приросту ресурсів $\bar{y}_{lt}$; ціни на ресурси c_{lt}^{z}; питомі збитки від недовикористання потужностей c_{lt}^{n}; банківський відсоток γ тощо.

Значення цілочисельних змінних у моделі x_{jt} визначає розклад виконання робіт. Неперервні змінні в більшості своїй характеризують ступінь використання виробничих ресурсів: обсяг їх додаткової закупівлі y_{lt}; обсяг втрат w_{lt}; кошти, що переходять до наступного часового інтервалу $z_{\phi t}$; обсяг кредиту x^k; залишок коштів на рахунку організації $w_{\phi t}$ та ін.

Наведена задача є задачею частково - цілочисельного лінійного програмування з блочною структурою матриці системи обмежень. Тому схема декомпозиції також використовується для її розв'язування.

Затримки в надходженні платежів, інфляція і т.п. змушують неодноразово уточнювати параметри моделі при плануванні. Побудова редукованої задачі дозволяє в цьому випадку регламентувати рівні споживання ресурсів, коректувати розклад виконання робіт та інше.

Застосування розробленої методики для дискретних задач має свої особливості (**Розділ 3.2**). Тут не завжди надається можливість побудувати коректну редуковану задачу при обраному δ (через існування розривів двоїстості), не легко знайти її розв'язок. Проте розмірність редукованої задачі дозволяє проводити перерахунки.

При розв'язанні редукованої задачі для моделі (19)-(30) на певному відрізку часу фіксуються значення неперервних змінних, такі як величина кредиту x^k, обсяг додаткової закупівлі ресурсів y_{lt} та ін. І далі на цьому відрізку часу шукається розклад виконання робіт, які увійшли до редукованої задачі (для них точні терміни початку x_{jt} при вибраному δ не визначені).

Постає наступна, відома своєю обчислювальною складністю, задача теорії розкладів.

Розкладу $\Pi = (t_1, \ldots, t_N)$ виконання робіт покладені у відповідність

$$\alpha_j(t, \Pi) = \begin{cases} 0, & t < t_j, \\ 1, & t_j \le t \le t_j + t_j^{\text{пр}}, \\ 0, & t > t_j + t_j^{\text{пр}}, \quad t \in [0, T], j = \overline{1, N}. \end{cases}$$

Розклад Π характеризується функціями споживання ресурсів

$$\psi_l(t, \Pi) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j(t, \Pi) a_{jl}(t - t_j), \quad t \in [0, T], \ l = \overline{1, L}.$$

$$\varphi_l(t, \Pi) = \int_0^t \psi_l(\tau, \Pi) d\tau, \quad t \in [0, T], \ l = \overline{1, L}.$$

$$\bar{\varphi}_l(t) = \int_0^t R_l(\tau) d\tau, \quad t \in [0, T], \ l = \overline{L_1 + 1, L}.$$

Тут L_1 означає кількість ресурсів, що не складуються.

Розклад Π є допустимим, якщо

$$\begin{cases} t_j^{\text{пр}} \le t_j \le t_j^{\text{пп}}, & j = \overline{1, N}, \\ \psi_l(t, \Pi) \le R_l(t), & l = \overline{1, L_1}, \ t \in [0, T], \\ \varphi_l(t, \Pi) \le \bar{\varphi}_l(t), & l = \overline{L_1 + 1, L}, \ t \in [0, T]. \end{cases} \tag{31}$$

Нехай на інтервалі планування визначена деяка обмежена дійсна функція $f(t,\Pi) = f(t,t_1,\ldots,t_N)$, тоді розв'язувана задача формулюється як

$$\max\{f(t,\Pi) : \text{при обмеженнях (31)}\}. \tag{32}$$

Для її розв'язання пропонується наближений метод, що базується на релаксації обмежень (**Розділ 3.3**).

З цією метою обчислюються так звані згладжені інтегральні графіки споживання ресурсів l ($l = \overline{1,L_1}$) у відповідності з $\Pi^p = (t_1^{\text{нр}},\ldots,t_N^{\text{нр}})$ ранніми термінами початку робіт.

$$\varphi_l^{cp}(t) = \min\left[\varphi_l(t,\Pi^p), \min_{0\le\tau\le t}\left(\varphi_l(\tau,\Pi^p) + \int_\tau^t R_l(\tau_1)d\tau_1\right)\right].$$

Потім розв'язується задача

$$\max f(t,t_1,\ldots,t_N), \tag{33}$$

$$\varphi_l(t,t_1,\ldots,t_N) \le \varphi_l^{cp}(t), \quad l = \overline{1,L_1}, \quad t \in [0,T], \tag{34}$$

$$\varphi_l(t,t_1,\ldots,t_N) \le \bar\varphi_l(t), \quad l = \overline{L_1+1,L}, \quad t \in [0,T], \tag{35}$$

$$t_j^{\text{нр}} \le t_j \le t_j^{\text{пп}}, \tag{36}$$

яка є релаксаційною по відношенню до (32), а її оптимальне значення – оцінка зверху для функціоналу в (32). Тому далі шукається допустимий для (32) розклад $(\tau_1,\ldots,\tau_N)$, який би мінімально відрізнявся від знайденого $(\bar t_1,\ldots,\bar t_N)$ розв'язку (33)-(36), але такий, що $\bar t_j \le \tau_j$, $j = \overline{1,N}$.

Застосування інтегральних характеристик споживання ресурсів має ряд переваг. Вони – наочні, нетрудомісткі в розрахунках. Так, при дискретному уявленні часу для $t = 1,2,\ldots,T$ послідовно обчислюється $\varphi_l^{cp}(0) = 0$, $\varphi_l^{cp}(t) = \min\left(\varphi_l(t,\Pi^p), \varphi_l^{cp}(t-1) + R_{lt}\right)$.

У роботі наведені отримані за допомогою інтегральних характеристик умови коректності задачі, які нескладні в перевірці. Інтегральні функції використовуються при розв'язуванні і більш широкого класу дискретних задач. Вони дозволяють одержувати оцінку ширини розкладу (мінімально необхідного рівня наявності ресурсів) при заданій його довжині. Практичні розрахунки показують, що їх застосування особливо ефективне при плануванні будівництва великих об'єктів.

Висновки дисертаційного дослідження містять перелік основних теоретичних і практичних досягнень. Тут також відзначені особливості та складності розв'язування окремих задач керування, показані необхідні передумови для впровадження розробленої методики, підкреслюється ефективність запропонованої поетапної корекції економіко - математичних моделей для планування завантаження виробничих потужностей.

Основні результати дисертації опубліковані у таких роботах

1. *Сафронов И.А.* Метод коррекции исходных данных к задаче линейного программирования специального вида.– Киев, 1991.–24 с.– (Препр./АН Украины. Ин–т кибернетики им. В.М.Глушкова 91–56).

2. *Сафронов И.А.* Моделирование экономического объекта с учетом нестабильности внешней среды // Системообразующая среда и прикладные аспекты современных ИАСУ.– Киев: Ин–т кибернетики им. В.М.Глушкова АН Украины, 1991.– С. 58–61.

3. *Сафронов І.О.* Про одну математичну модель функціонування галузі в умовах ринку // Доп. АН України. – 1991. – 11. – С. 67–73.

4. *Сафронов И.А.* Коррекция оптимизационных моделей большой размерности при описании многономенклатурных производств // Системы программного обеспечения решения экономических задач: Кратк. тез. докл. XII междунар. конф. (г.Нарва-Йыэссуу, 16–20 апреля 1992 г.).– М.: ЦЭМИ РАН,-1992.– С.29–31.

5. *Сафронов И.А., Гончаренко В.А., Саимбетов Д.Х.* Системная оптимизация применительно к планированию развития многономенклатурного производства // УСиМ.– 1992.– 7/8.– С. 92–99.

6. *Гольдфельд Е.И., Журбенко Н.Г., Сафронов И.А. и др.* К планированию строительного производства в условиях самофинансирования // Математические методы в экономических исследованиях.– Киев: Ин–т кибернетики им.В.М.Глушкова АН Украины, 1993.–С. 64–69.

7. *Кукса А.И.. Сафронов И.А.* Об одном методе оценки уровня ресурсов, необходимого для выполнения частично–упорядоченной совокупности операций в заданное время// Кибернетика.– 1978.–3.– С.126–130.

И.А. Сафронов
Проблемы коррекции экономико-математических моделей загрузки производственных мощностей.
Диссертация на соискание учёной степени кандидата экономических наук по специальности 08.03.02 - экономико-математические методы и модели.
Ин-т кибернетики им.В.М.Глушкова НАН Украины, Киев. 1995.

Предлагаются методы коррекции экономико-математических моделей специального вида. Они предназначены для оптимизационных задач, которые обычно возникают при планировании загрузки мощностей крупных производств. В их основе лежат декомпозиция задач большой размерности и решение серии вспомогательных задач. Исследуются особенности коррекции моделей загрузки мощностей в разных отраслях и связанные с этим проблемы.

I.A. Safronov
Problems of correction of economico-mathematical models for distributing job among industrial capacities.
Academic dissertation for a degree of a candidate of economical sciences.Speciality 08.03.02 - economico-mathematical methods and models.
V.M.Glushkov Institute for Cybernetics, National Academy of Sciences of Ukraine. Kiev, 1995.

Certain methods for correction of economico-mathematical models of a special type are proposed. They are designed for solving optimization problems that usually arise in distributing job among large industrial capacity. They incorporate the decompozition of problems of large dimentions and solution of a number of auxiliary problems. Specific features of correction of models for various industrial brunches and related problems are investigated.

Ключові слова: економіко-математична модель, корекція моделі, редукована задача, двоїста функція, виробничі потужності, обмежені ресурси, попит і пропозиція, обігові кошти.

Підп. до друку 06.02.96. Формат 60×84/16. Папір для розмнож. ап.
Офс. друк. Ум. друк. арк. 0,93. Ум. фарбо-відб. 1,05. Обл.-вид. арк. 1,0.
Тираж 100 прим. Зам. 80.

Редакційно-видавничий відділ з поліграфічною дільницею
Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40