

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І
МАТЕМАТИКИ
ім. Я. С. ПІДСТРИГАЧА

На правах рукопису
УДК 539.3

СТАЩУК
МИКОЛА ГРИГОРОВИЧ

**ДВОВИМІРНІ ЗАДАЧІ МЕХАНІКИ ПРУЖНИХ
ТІЛ З ТРІЩИНАМИ ТА ЖОРСТКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ
ПРИ ЇХ ВЗАЄМОДІЇ**

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Львів - 1996

AB 34.133

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Фізико-механічному інституті
ім. Г. В. Карпенка НАН України.

Науковий консультант - академік НАН України, доктор технічних
наук, професор
ПАНАСЮК Володимир Васильович

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
ПОДІЛЬЧУК Юрій Миколайович;
доктор фізико-математичних наук, професор
ХАЙ Мирослав Васильович;
доктор технічних наук,
старший науковий співробітник
СТАДНИК Мирон Михайлович.

Провідна установа - Київський Національний університет
ім. Т. Г. Шевченка.

Захист відбудеться "25" березня 1996р. о 15⁰⁰ год.
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д.04.17.01 в Інституті
прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН
України за адресою: 290601, м.Львів, вул. Наукова, 3-б.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці ІППМ НАН
України (м.Львів, вул. Наукова, 3-б).

Відгук на автореферат у 2-х примірниках, завірених печаткою,
просимо надсилати за адресою: 290601, м.Львів, вул. Наукова, 3-б,
ІППМ, вченому секретарю спеціалізованої ради.

Автореферат розісланий "23" лютого 1996р.

Вчений секретар

спеціалізованої ради

Шевчук П.Р.

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00740277 (R)

ІБ ім. В. Стефаника
АН України

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність. Прогнозування міцності деталей машин, елементів конструкцій та різноманітних споруд, що працюють в умовах складного напруженого стану, а також під дією корозійно-активних середовищ – одна з важливих науково-технічних проблем. Як відомо, достатньо універсальною та найбільш поширеною при розв'язанні багатьох аспектів такої проблеми є модель пружного деформівного тіла з різними неоднорідностями типу включень і тріщин, зокрема порожнинами, заповненими певним середовищем. Вказані неоднорідності є місцями підвищеної небезпеки – появи локальних зон або смуг пластичності та зародження мікротріщин, що в результаті призводить до крихкого або квазікрихкого руйнування матеріалу. Тому в плані розглядуваної проблеми важливе місце посідають дослідження концентрації напружень і зумовлених ними фізико-механічних процесів біля різної природи тріщин і включень у деформівному твердому тілі. Розв'язку таких задач, зокрема в двовимірній постановці, присвячена значна кількість наукових праць. Основні досягнення в цьому напрямку достатньо повно висвітлені в монографіях та оригінальних публікаціях В.М.Александрова, О.Є.Андрейківа, Л. Т. Бережницького, М. М. Бородачова, Я. Й. Бурака, Г. А. Ваніна, Г. С. Васильченка, В. Т. Грінченка, Р. В. Гольдштейна, Д. В. Грилицького, О. М. Гузя, О. П. Дацишин, Т. Екоборі, О. О. Євтушенка, Г. П. Зайцева, А.М.Каландії, С.О.Калоєрова, А.О.Камінського, Л.М.Карпенка, Г.С.Кіта, Г.В.Колосова, О.С.Космодам'янського, А.Я.Красовського, М.Я.Леонова, В.В.Лободи, В.М.Марковича, М.А.Мартиненка, М. Д. Мартиненка, Т.Л.Мартиновича, М.А.Махутова, С.Т. Мілейка, Е.М.Морозова, М.Ф.Морозова, В.І.Моссаковського, М.І.Мухелішвілі, С.О.Назарова, Л.В.Нікітіна, В.В.Новожилова, Дж.В.Нотта, В.К.Опанасовича, В.А.Осадчука, В.В.Панасюка, В.З.Партона, П.І.Перліна, О.П.Піддубняка, Я.С.Підстригача, Г.С.Писаренка, Г.В.Пляцка, Ю.З.Повстенка, Ю.М.Подільчука, Г.Я.Попова, Ю.М.Работнова, Дж.Райса, К.М.Русинка, Г.М.Савіна, М.П.Саврука, Л.І.Седова, Г.Сі, М.М.Стадника, Г.Г.Сулима, В.П.Тамужа, А.Ф.Улітка, Л.А.Фільштинського, М.В.Хая, Л.П.Хорошуна, Г.П.Черепанова, П.Р.Шевчука та інших авторів. Стосовно розв'язання задач про гранично-рівноважний стан деформівних тіл з дефектами типу тріщин найбільш повний синтез теоретичних і прикладних результатів представлено в 4-томній монографії "Механіка руйнування і прочність матеріалів" під редакцією академіка НАН України В. В. Панасюка (Київ: Наук.думка, 1988-1990рр.).

Однак, хоча в теорії концентрації механічних напружень біля незаповнених концентраторів, зокрема тріщин-розрізів, а також граничного стану послаблених ними тіл досягнуто значних успіхів, проблема побудови математичних розрахункових моделей та методів дослідження процесів зародження тріщин в околі тріщиноподібних дефектів залишається недостатньо вивченою. Основні дослідження в

цьому напрямку до останнього часу обмежені вивченням лише поля напружень біля тріщин, що не еволюціонують. З огляду на те, що часто найбільш природною ситуацією при стимулюванні появи тріщин в матеріалах є взаємодія самих тріщиноподібних дефектів, актуальними також залишаються питання їх взаємодії між собою та з поверхніми деформівного тіла. Результати таких досліджень стають більш повними, коли враховувати наявність оточуючого середовища, зокрема вплив концентраторів напружень на накопичення поверхнево-активного середовища навколо тріщин і включень. Вирішення такого складного комплексу взаємопов'язаних питань наштовхується на значні математичні труднощі при розв'язанні відповідних задач теорії пружності та математичної фізики для тіл з дефектами типу тріщин. Важливою тут є побудова асимптотичних, числових та замкнутих наближених і точних розв'язків відповідних інтегральних сингулярних та диференціальних рівнянь, що становить окрему математичну проблему.

Теоретичний аналіз відзначених вище взаємозв'язаних процесів, а також побудова аналітичних розв'язків відповідних математичних задач мають винятково важливе наукове та прикладне значення в загальній проблемі підвищення міцності та довговічності машин і конструкцій. В дисертаційній роботі наведені саме результати розв'язання цього широкого комплексу задач вказаної проблеми.

Мета досліджень і основні задачі. Метою роботи є розробка та реалізація нових підходів на базі сингулярних інтегральних рівнянь для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) біля взаємодіючих між собою та з поверхніми тіл тріщиноподібних дефектів; вивчення процесів зародження і старту тріщин в околі вершин жорсткого включення; формулювання та розробка нових розрахункових моделей накопичення поверхнево- та дифузійно-активного середовища біля включень і тріщин в полі механічних напружень. Досягнення поставленої мети реалізовано шляхом розв'язання наступного комплексу задач:

- побудови на основі методу сингулярних інтегральних рівнянь загальної методології визначення КІН біля взаємодіючих тріщиноподібних дефектів;
- детального вивчення взаємодії систем заповнених тріщин у випадку їх періодичного, двоякоперіодичного і циклічно симетричного впорядкування;
- оцінки локального поля напружень біля малих дефектів типу тріщин і включень в околі макроскопічного жорсткого включення;
- побудови аналогу δ_* - моделі для оцінки появи мікротріщин навколо макровключення;
- встановлення (у вигляді аналітичних формул) критеріальних співвідношень та умов старту тріщини з вершини жорсткого включення;
- вивчення взаємодії систем заповнених і незаповнених тріщиноподібних дефектів з границями деформівного тіла;
- побудови розрахункової моделі й відповідної їй системи диференціальних рівнянь, що враховують взаємовплив механічних

напружень та термодинамічних потоків фізико-хімічного характеру біля заповнених тріщин, які взаємодіють із включеннями, а також з поверхнями пружного тіла.

Методологія розв'язання перерахованих задач базується на використанні основ термодинаміки нерівноважних процесів, теорії пружності й механіки руйнування; математичої теорії функцій комплексного змінного, а також апарату сингулярних інтегральних рівнянь. Розв'язки систем сингулярних рівнянь здійснено шляхом побудови асимптотичних та числових методів, причому для деяких часткових випадків розміщення тріщин і включень - знаходженням точних і наближених апроксимаційних аналітичних співвідношень.

Обґрунтування теоретичної й практичної цінності досліджень та їх наукової новизни. Наукова новизна та теоретична цінність результатів роботи полягає в тому, що вперше з єдиних позицій методом сингулярних інтегральних рівнянь розв'язано новий клас задач про взаємодію тріщин і жорстких включень в пружному тілі; записано асимптотичні формули для стрибків напружень на берегах взаємодіючих малих тріщин з макровключеннями; на основі точного розв'язку задачі старту тріщини з вершини жорсткого включення встановлено критеріальні співвідношення щодо умов її появи; шляхом використання положень термодинаміки та механіки руйнування записано вихідні диференціальні рівняння для оцінки концентрації середовища в околі вершин тріщиноподібного дефекту.

Одержані в роботі результати, зокрема аналітичні вирази та числові значення КІН, мають важливе практичне значення при розрахунках міцності матеріалів та елементів конструкцій з позицій лінійної механіки руйнування.

Достовірність основних наукових положень та отриманих результатів підтверджується: використанням вихідних, апробованих в літературі, положень та співвідношень механіки руйнування, теорії пружності, сингулярних рівнянь, а також термодинаміки нерівноважних процесів; математичною строгістю та коректністю постановки задач і методів їх розв'язування; аналізом збіжності асимптотичних методів розв'язування систем сингулярних рівнянь, а також оцінкою точності запропонованих у праці апроксимацій при одержанні наближених замкнених розв'язків; збігом кінцевих числових та аналітичних результатів з відомими в літературі частковими випадками та експериментальними даними.

Особистий внесок автора. У праці, яка реферується, особисто автором розвинуто [1-3] апарат сингулярних інтегральних рівнянь для розв'язування нового класу задач про визначення пружнодеформованого стану безмежного та обмеженого пружного тіла з криволінійними жорсткими включеннями та тріщинами; знайдено [1,26,31] фундаментальні розв'язки (типу функцій Гріна) для тріщиноподібного дефекту скінченної товщини; досліджено характер впливу періодичних [1,9,10], двоякоперіодичних [1,2,10] та циклічно симетричних [1,2,5] впорядкованих систем дефектів типу тріщин-включень на напружено-деформований стан тіла, в результаті чого на основі циклічно

симетричної задачі теорії жорстких включень запропоновано [15] модель хаотично армованих композитів; встановлено [2,34] оцінку локального поля напружень, обумовленого короткими дефектами в околі макроскопічного включення та сформульовано аналог δ_k -моделі для системи довільно орієнтованих мікротріщин, що зародились поблизу нього; знайдено [2,7,8,14] функціональні залежності між характеристиками опору зародженню та поширенню тріщин у матеріалах; визначено напружено-деформований стан півплощини [1,12,13,23,30], смуги [2,17,32,39], а також області, обмеженої довільним криволінійним контуром [2], із змішаними граничними умовами і внутрішніми тріщинами та включеннями; побудовано [2,18,38,40,41] розрахункову модель і відповідну їй систему рівнянь для опису взаємозв'язаних процесів деформування матеріалу біля тріщин і включень та впливу силових або інших полів фізико-хімічного походження.

На захист виносяться:

- розроблена з допомогою апарату сингулярних інтегральних рівнянь методика розв'язання нового класу задач взаємодії довільно орієнтованих жорстких включень та тріщин у пружних тілах;
- розв'язки сингулярних інтегральних рівнянь і результати розрахунків КІН для періодичних, двоякоперіодичних та циклічно симетричних систем дефектів у пружній нескінченній площині;
- асимптотики, числові значення КІН та аналог δ_k -моделі для малих тріщин, що зародились в околі жорсткого включення, а також функціональні залежності між характеристиками опору зародженню та поширенню тріщин у матеріалах;
- результати розв'язків задач визначення напружено-деформованого стану півплощини, смуги або області, обмеженої довільним криволінійним контуром, із змішаними граничними умовами на гранях і внутрішніми тріщинами та включеннями;
- розрахункова модель і відповідна їй система диференціальних рівнянь для опису взаємозв'язаних процесів деформування матеріалу та нагромадження активних елементів в околах вершин взаємодіючих тріщин і включень.

Реалізація результатів роботи. Наукові результати дисертації є узагальненням досліджень, проведених автором у відповідності з планами фундаментальних та прикладних розробок Фізико-механічного інституту ім Г. В. Карпенка НАН України. Переважаючи більшість з них увійшла в науково-технічні розробки в рамках координаційного плану комплексних наукових досліджень з проблеми "Фізико-хімічна механіка крихкого руйнування конструкційних матеріалів" (Постанова Президії АН УРСР №43 від 17.12.1979р.), бюджетної теми "Дослідження процесів утворення і розвитку тріщин в корозійностійких склопластиках та вивчення роботоздатності виробів з них при одночасній дії механічних напружень, температур і агресивних середовищ" (1985-1989рр., № держ. реєстрації 81.04. 17.06) та теми

ДКНТ "Розробка і впровадження інтелектуальних інформаційних технологій роботоздатності конструкційних матеріалів в робочих середовищах (шифр ДК-10/0622/028). Реалізацією результатів дисертації є також публікація двох монографій [1,2].

Апробація роботи. Основні результати досліджень доповідались на конференціях, симпозіумах та науково-технічних семінарах: П,П,ІV Всесоюзних наукових конференціях "Змішані задачі механіки деформівного тіла" (Дніпропетровськ, 1981; Харків, 1985; Одеса, 1989); І, П, ІІІ Всесоюзних конференціях "Механіка неоднорідних структур" (Львів, 1983, 1987, 1991); V-VII Всесоюзних конференціях з механіки полімерних і композиційних матеріалів (Рига, 1983, 1986, 1990), ІІ Всесоюзному науково-технічному семінарі "Некласичні проблеми механіки композиційних матеріалів і конструкцій з них" (Львів, 1984); І Всесоюзному симпозіумі з математичних методів механіки деформівного твердого тіла (Москва, 1984); ІІ Всесоюзній конференції з теорії пружності (Тбілісі, 1984); ІІ Всесоюзному симпозіумі з механіки руйнування (Житомир, 1985); І Всесоюзній конференції "Механіка руйнування матеріалів" (Львів, 1987); ІІІ Всесоюзній науковій конференції "Сучасні проблеми механіки і міцності літальних апаратів" (Казань, 1988); І Всесоюзному симпозіумі "Механіка і фізика руйнування" (Ужгород, 1988); Республіканській науково-технічній конференції "Підвищення надійності і довговічності машин та споруд" (Одеса, 1991); VIII міжнародній конференції з механіки руйнування матеріалів (Київ, 1993). Робота в цілому доповідалась і обговорювалась на семінарах "Проблеми механіки крихкого руйнування" Фізико-механічного інституту ім.Г.В.Карпенка НАН України під керівництвом В.В.Панасюка; "Проблеми механіки деформівного твердого тіла" Інституту прикладних проблем механіки і математики (ІППММ) ім. Я.С.Підстригача НАН України під керівництвом чл.-кор. НАН України, проф. Г.С.Кіта; "Математичні моделі і методи в механіці суцільного середовища" Державного університету "Львівська політехніка" під керівництвом проф. Т.Л.Мартиновича, проф. Д.Ю.Мочернюка, проф. К.М.Русинка; "Математичне моделювання і методи оптимізації у природознавстві і техніці" Центру математичного моделювання ІППММ під керівництвом чл.-кор. НАН України, проф. Я.Й.Бурака; "Проблеми механіки" Київського національного університету під керівництвом чл.-кор. НАН України, проф. А.Ф.Улітка; "Проблеми механіки деформівного твердого тіла" Львівського державного університету під керівництвом проф. Д.В.Гриліцького, проф. Г.Т.Сулима; кафедри технології металів Запорізького технічного університету під керівництвом заслуженого діяча науки і техніки України, проф. І.П.Волчка.

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані в 53-х наукових роботах, в тому числі в двох монографіях [1,2].

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, семи глав, загальних висновків, списку літератури і додатків. Загальний обсяг дисертації (466 сторінок) містить 297 сторінок основної текстової частини, включає 72 рисунки, 11 таблиць, 562 бібліографічних найменувань.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

У вступі обґрунтовується актуальність і необхідність дослідження розглянутих в дисертації задач, встановлюється їх місце в загальній проблемі визначення напружено-деформованого стану біля заповнених тріщиноподібних дефектів і його впливу на початок старту тріщин, а також на величину нагромадження корозійно-активних елементів біля тріщин і включень. Відзначені основні задачі дисертаційної роботи, приведені нові наукові результати і положення, що виносяться на захист.

Перша глава є допоміжною та містить вихідні відомості, поняття і співвідношення з відповідними посиланнями на апробовані наукові дослідження. Тут вказуються основні, відомі з літератури, підходи до проблем фізики і механіки міцності твердого тіла; наведені необхідні співвідношення плоскої задачі теорії пружності, відомості з теорії інтегралів Коші, крайових задач аналітичних функцій і сингулярних інтегральних рівнянь; відзначені основні поняття теорії заповнених тріщиноподібних дефектів, а також деякі загальні положення механіки руйнування.

В другій главі дисертаційної роботи на основі методу сингулярних інтегральних рівнянь розглянуто двовимірні змішані задачі взаємодії тріщиноподібних дефектів. Основи та розробка методології застосувань сингулярних інтегральних рівнянь в теорії пружності започатковані Г.Лаурічеллою, С.Г.Міхліним, М.І.Мусхелішвілі, В.А.Фоком, Д.І.Шерманом та стосовно до теорії тріщин продовжені в роботах О.С.Андрейківа, Р.В. Гольдштейна, Д.В.Грильського, Л.М.Карпенка, Г.С.Кіта, Л.Л.Лібацького, А.М.Лінькова, В.А.Осадчука, В.В.Панасюка, В.З.Партона, П.І.Перліна, М.П.Саврука, М.М.Стадника, Г.Т.Сулима, М.В.Хая, Ф.Ердогана, Н.Іокамідаса, Р.Теокаріса та інших вчених. На основі цих робіт метод сингулярних рівнянь вперше поширено на випадок систем криволінійних жорстких включень, що взаємодіють з

тріщинами в пружному тілі [1,2].

Вважаємо, що пружне тіло, яке перебуває в умовах плоскої задачі, містить N криволінійних дефектів (m тріщин та $N-m$ жорстких включень). Кожен контур L_n , який відповідає тріщині або включенню, віднесемо до локальної системи координат $x_n O_n y_n$ з центром $z_n^0 = x_n^0 + i y_n^0$ таким чином, що осі

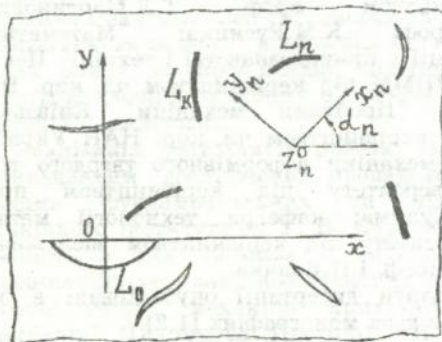


Рис.1. Система довільно орієнтованих тріщин і включень в пружній площині.

$O_n x_n$ утворюють кути α_n з віссю Ox головної системи координат xOy , зв'язаної з пружним тілом. Заміняючи дію механічних зусиль, прикладених в пружному тілі, відповідним еквівалентом на контурах дефектів, приймаємо, що тріщини завантажені несамозрівноваженими зусиллями

$$N_n^+(t_n) + i T_n^+(t_n) = p_n(t_n) \pm q_n(t_n), \quad n = 1, 2, 3, \dots, m, \quad (1)$$

на жорстких включеннях задані похідні від зміщень

$$2G \frac{d}{dt_n} (u_n^+ + i v_n^+) = f_n'(t_n) \pm g_n'(t_n), \quad n = m+1, m+2, \dots, N; \quad (2)$$

а в нескінченно віддалених точках напруження і повороти відсутні. Індеси "+" і "-" означають граничні напруження та зміщення на протилежних берегах дефектів, G - модуль зсуву, t_n - точка на контурі тріщини або включення. Вважаємо також, що відомий головний вектор зусиль в проекціях X_n і Y_n на осі Ox і Oy для кожного дефекту зокрема, причому функція $g_n(t_n)$ в кінцях розрізу дорівнює нулеві. Об'єднавши стрибки та суми напружень, а також переміщень спільними позначеннями

$$\{G_n(p_n^*, t_n), F_n(p_n^*, t_n)\} = \begin{cases} \{-2q_n(t_n), -2p_n(t_n)\}, & \rho_n^* = -1 \\ \{2g_n'(t_n), 2f_n'(t_n)\}, & \rho_n^* = \varepsilon \end{cases} \quad (3)$$

де $\varepsilon = 3-4\mu$ для плоскої деформації, $\varepsilon = (3-\mu)/(1+\mu)$ - у випадку плоского напруженого стану (μ - коефіцієнт Пуассона), для комплексних потенціалів $\Phi(z)$ і $\Psi(z)$, що визначають напружено-деформований стан тіла з криволінійними тріщинами і включеннями, знайдемо такі вирази:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^N \int_{L_k} \frac{Q_k(t_k, \rho_k^*, \rho_k)}{T_k - z} dT_k, \quad (4)$$

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_k} \left[\frac{\rho_k^* Q_k(t_k, \rho_k^*, \rho_k) - \overline{G_k(\rho_k^*, t_k)}}{T_k - z} d\bar{T}_k - \frac{\bar{T}_k Q_k(t_k, \rho_k^*, \rho_k)}{(T_k - z)^2} dT_k \right]. \quad (5)$$

Тут $Q_k(t_k, \rho_k^*, \rho_k) = [G_k(\rho_k, t_k) - G_k(\rho_k^*, t_k)] / (\rho_k - \rho_k^*)$, $T_k = t_k \exp(i\alpha_k) + z_k^0$, α_k - орієнтація k -ї локальної системи координат до осі Ox , параметр $\rho_k(\rho_k)$ набуває значення $-1(\varepsilon)$ для тріщини і $\varepsilon(-1)$ - для жорстких включень. Невідомі функції $G_k(\rho_k, t_k)$, що відповідають стрибкам напружень ($\rho_k = -1$) або переміщень ($\rho_k = \varepsilon$) знаходимо з побудованої в праці системи сингулярних інтегральних рівнянь

$$\sum_{k=1}^N \int_{L_k} \left[K_{nk}(t_k, t'_k; \rho_n^*, \rho_k^*) Q_k(t_k, \rho_k^*, \rho_k) dT_k + L_{nk}(t_k, t'_k) \overline{Q_k(t_k, \rho_k^*, \rho_k)} d\bar{T}_k + \right. \\ \left. + M_{nk}(t_k, t'_k) G_k(\rho_k^*, t_k) dT_k \right] = \pi F_n(\rho_n^*, t'_n), \quad t'_n \in L_n, \quad (6)$$

ядра якої визначаються співвідношеннями

$$K_{nk}(t_k, t'_k; \rho_n^*, \rho_k^*) = \frac{e^{i\alpha_k}}{i} \left[\frac{\rho_n^* + \rho_k^*}{T_k - T'_n} + \frac{d}{dT'_n} \ln \left(\frac{T_k - T'_n}{T_k - \bar{T}'_n} \right)^{\rho_k^*} \right], \quad (7)$$

$$L_{nk}(t_k, t'_n) = ie^{-i\alpha_k} \frac{d}{dT'_n} \left(\frac{T_k - T'_n}{T_k - \bar{T}'_n} \right), \quad M_{nk}(t_k, t'_n) = \frac{ie^{i\alpha_k}}{T_k - \bar{T}'_n} \frac{d\bar{T}'_n}{dT'_n}. \quad (8)$$

Розв'язки системи рівнянь (6) повинні задовольняти узагальненим в праці умовам

$$\int_{L_n} G_n(\rho_n, t_n) dT_n = i \frac{1 + \rho_n^*}{\rho_n - \rho_n^*} (X_n + iY_n), \quad n = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (9)$$

що забезпечують у випадку тріщин ($\rho_n^* = -1$, $\rho_n = \infty$) однозначність зміщень, а у випадку включень ($\rho_n^* = \infty$, $\rho_n = -1$) - визначають проекції X_n і Y_n головного вектора зусиль при обході кожного з контурів L_n . При виконанні умов (9) інтегральні рівняння (6) мають єдиний розв'язок в класі функцій, необмежених на кінцях дефектів.

Вивід та запис інтегральних рівнянь у дисертації проведено в узагальненій формі, абстрагованій від конкретної природи дефектів. Саме це при відомому загальному розв'язку рівнянь (6) дозволяє вивчати широкий спектр задач про взаємодію тріщиноподібних дефектів у пружному тілі не тільки в рамках першої, другої, а також змішаної граничних задач теорії пружності, але й коли на контурах дефектів одночасно задані напруження та переміщення. Так, наприклад, якщо вважати контури L_n ($n=m+1, m+2, \dots, N$) серединними лініями тонкостінних пружних включень з пружними характеристиками G_n , ∞_n та півтовщиною h_n вздовж серединних ліній і провести усереднення граничних умов на включеннях у припущенні, що на лінії дефектів виконуються умови ідеального механічного контакту, то після підрахунку сум, а також стрибків напружень і переміщень на цих контурах одержимо, що

$$\begin{Bmatrix} F_n(\infty_n, t_n) \\ F_n(-1, t_n) \end{Bmatrix} = 2 \left\{ \begin{pmatrix} G/G_n \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \infty_n \\ 1 \end{pmatrix} \Phi_n(t_n) + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \overline{\Phi_n(t_n)} + \right.$$

$$+\left(\frac{1}{-1}\right)\frac{d\bar{T}_n}{dT_n}A_n(t_n)-\left(\frac{1}{-1}\right)i\varepsilon_n\left]-\left(\frac{x_n}{1}\right)\Phi_n(t_n)+\left(\frac{1}{-1}\right)\Phi_n(t_n)+\left(\frac{1}{-1}\right)\frac{d\bar{T}_n}{dT_n}A_n(t_n)\right\},$$

$$A_n(t_n)=t_n\overline{\Phi_n(t_n)}+\overline{\Psi_n(t_n)}, \quad A_n^*(t_n)=t_n\overline{\Phi_n^*(t_n)}+\overline{\Psi_n^*(t_n)},$$

$$G_n(x_n, t_n)=2ih_n\frac{G}{G_n}M_n(t_n), \quad G_n(-1, t_n)=2ih_nK_n(t_n). \quad (11)$$

Тут функції $\Phi_n(t_n)$, $\Psi_n(t_n)$ визначають напружено-деформований стан однорідної суцільної пластини при заданих зовнішніх силових факторах; ε_n - поворот n -го пружного включення як жорсткого цілого; невідомі потенціали $\Phi_n(t_n)$, $\Psi_n(t_n)$, що слід визначити, зв'язані із стрибками напружень і переміщень

$$[N_n(t_n)+iT_n(t_n)]^+ - [N_n(t_n)+iT_n(t_n)]^- = 2ih_nK_n(t_n),$$

$$[u_n(t_n)+iv_n(t_n)]^+ - [u_n(t_n)+iv_n(t_n)]^- = \frac{ih_n}{G_n}M_n(t_n), \quad t_n \in L_n, \quad (12)$$

на контурах пружних включень залежностями

$$\begin{bmatrix} K_n(t_n) \\ M_n(t_n) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ x_n \end{pmatrix} \frac{d}{ds_n} [\Phi_n(t_n)] + \frac{d}{ds_n} [\overline{\Phi_n(t_n)}] - e^{-2\alpha_n} \frac{d}{ds_n} [A_n(t_n)], \quad (13)$$

де s_n - дугова абсциса n -го контуру точки $t_n \in L_n$. Після підстановки співвідношень (10) - (13) в рівняння (6) одержуємо систему $m+2(N-m)$ інтегродиференціальних рівнянь для пружної площини з m тріщинами (або жорсткими включеннями) та $N-m$ пружними включеннями. У частковому випадку пружного криволінійного включення побудована таким чином загальна система інтегродиференціальних рівнянь переходить у два відомі рівняння, записані в роботі Д.В.Грилицького, В.К.Опанасовича, Л.О.Тисовського "Упругое равновесие изотропной упругой пластины с криволинейным тонким упругим включением" (Прикл. механика, 1989, 25, N12, с.86-93). Розв'язування цих рівнянь автори роботи провели в класі необмежених функцій поблизу торця пружного включення, що дозволяє вивчати поле напружень лише у віддаленій його зоні. До того ж, складність самих інтегродиференціальних рівнянь утруднює обґрунтування вибору такого класу функцій, а також можливість побудови точних аналітичних розв'язків, необхідних в механіці руйнування для оцінки напружень в ближній зоні. В той же час аналіз взаємодії еліптичного жорсткого ядра з пружним матеріалом свідчить, що на відстанях $r > l\left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2}\right)$ ($\lambda = h/l$,

l, h - півдовжина та півтовщина включення), які відповідають віддаленій зоні, справедливою є коренева особливість напружень. При цьому, як встановлено [2,31], півтовщина жорсткого включення в цій зоні при дії в площині самозрівноважених зусиль не впливає на КІН порівняно з

тонким жорстким включенням. Для відстаней $r \ll l(1 - \sqrt{1 - \lambda^2})$,

тобто у ближній зоні, концентрація напружень, стимульована наявністю розширеного жорсткого включення, практично є постійною та визначається величиною компонент тензора напружень в околі торця дефекту. Характер зміни напружень при цьому має вигляд $\sigma_{ij} = A(\bullet)/\lambda$, де $A(\bullet)$ - функція заданих у пружному тілі механічних зусиль та геометричних параметрів неоднорідності. Якщо спрямувати $\lambda \rightarrow 0$, то напруження в вершині жорсткого включення нульової товщини стають нескінченними. Точний характер зміни напружень із зменшенням товщини розширеного жорсткого включення на противагу випадку з пружним заповнювачем, для якого при $h \rightarrow 0$ сингулярності напружень зникають, обґрунтовує вибір розв'язків сингулярних інтегральних рівнянь (6) в класі функцій, необмежених в вершинах нескінченно тонких жорстких включень. В зв'язку з цим, а також з огляду на те, що пружне включення є проміжковим заповнювачем між порожниною та абсолютно жорстким, в другій, а також наступних главах дисертації вивчення взаємодії тріщиноподібних дефектів проводилось на прикладі моделі жорсткого включення нульової товщини. Необхідно відзначити також, що в літературі, зокрема в працях Д.В.Гриліцького, С.М.Мхітаряна, Я.С.Підстригача, М.М. Стадника, Г.Т.Суліма, М.В.Хая, А.С.Хачикяна, К.С.Чобаняна, Г.П.Черепанова запропоновані конкретні оригінальні моделі пружного включення з апіорними допущеннями тонкостінності пружного елемента. Задання відповідних взаємозв'язків між стрибками напружень і переміщень на контурі пружного елемента та підрахунок функцій $F_n(p_n^*, t)$, $G_n(p_n, t)$, що є в рівняннях (6), приводить до сингулярних інтегральних рівнянь та аналітичних співвідношень, поданих в публікаціях згаданих авторів. Однак одержання та обґрунтування розв'язків цих рівнянь, а також кінцевих числових значень відповідних механічних параметрів (на відміну від жорстких включень) уже у випадку одного, не взаємодіючого з іншими дефектами, пружного включення є трудомістким, причому формальне поширення відомих в теорії тріщин методів розв'язування таких рівнянь може привести до суттєвих помилок.

Побудова розв'язків сингулярних інтегральних рівнянь (6) проведена для конкретних випадків в замкнутому вигляді та асимптотичним і квадратурним методами. На основі цих розв'язків КІН в околах вершин $z = l_n^+$ (початків) і $z = l_n^-$ (кінців) дефектів, а також моменти, що діють на жорсткі включення, обчислювались за формулами

$$K_{ln}^+ - iK_{ln}^- = \mp \frac{i p_n^*}{\rho_n - \rho_n^*} \lim_{t \rightarrow t_n^+} \left[\sqrt{2\pi(t_n - l_n^+)} G_n(p_n, t_n) \right], \quad (14)$$

$$M_n(\rho_n^*, \rho_n) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{L_n} T_n \left[(\rho_n^* + 1) \overline{Q_n(t_n, \rho_n^*, \rho_n)} - \overline{G_n(\rho_n^*, t_n)} \right] d\bar{T}_n. \quad (15)$$

Якщо ж жорстке включення повертається на кут ε , то цей кут обчислюємо з рівності $M_n(\rho_n^*, \rho_n) = 0$.

З метою аналітичної реалізації системи сингулярних рівнянь (6) спочатку побудовано розв'язок одного рівняння для лінійного жорсткого включення [2,26,31]. Побудований розв'язок і відповідні йому результати подані так, щоб в частковому випадку відразу можна було отримати відомі результати теорії тріщин. При цьому виведені нові загальні формули для КІН, а також співвідношення, які дозволяють визначати кут повороту жорсткого включення або величину моменту, що протидіє повороту. Приведені багаточисельні вирази КІН для різних випадків дії зосереджених сил і моментів в площині з одним лінійним жорстким включенням [1,2,11,31]. Отримані вирази можуть бути використані як фундаментальні розв'язки типу функцій Гріна [26] при побудові нових аналітичних розв'язків для різних варіантів дії механічних навантажень у пружному тілі з лінійним жорстким включенням.

На основі загальної системи рівнянь (6) розв'язано також задачу оцінки рівня напружень біля криволінійного жорсткого включення або тріщини [1], близьких за формою до прямолінійних або дугоподібних. Детально розглянуто взаємовплив дефектів типу тріщин і включень у пружній площині. Для значно віддалених один від одного дефектів вивчення вказаного взаємовпливу здійснювалося шляхом розв'язування системи сингулярних інтегральних рівнянь (6) методом асимптотичного розкладу їх ядер і невідомих функцій $G_n(\rho_n, x)$ у вигляді ряду

$$G_n(\rho_n, x) = \sum_{p=0}^{\infty} G_{np}(\rho_n, x) \lambda^p \quad (16)$$

за малим параметром

$$\lambda = 2l / d, \quad l = \max[l_n], \quad d = \min \left\{ (z_n^0 - z_k^0) e^{-i\beta_{nk}} \right\}, \quad (17)$$

де β_{nk} - кут між вектором, що з'єднує центри дефектів z_n^0 і z_k^0 , та віссю Ох. При цьому доведено існування і єдиність розв'язку (16), а також для визначення допустимих значень λ встановлено оцінку

$$\lambda_n^z M_n / 4\rho_n^* < 1, \quad \lambda = \min_{1 \leq i \leq N} \lambda_i, \quad (18)$$

в якій оператор M_n виражається через абсолютні величини ядер системи інтегральних рівнянь (6). На основі отриманих таким чином розв'язків системи (6) побудовано загальні асимптотичні співвідношення для обчислення K_I і K_{II} з точністю $O(\lambda^5)$, на основі яких досліджено взаємодію двох рівних [1,6,27,33] за довжиною довільно

орієнтованих дефектів типу тріщина-тріщина, включення-тріщина, включення-включення. Низку конкретних розрахункових співвідношень інженерного характеру приведено в додатках монографії [1].

В доповнення до вище викладених досліджень у цій главі розглянуто випадки одного і двох напівбезмежних включень [29], а також розв'язана задача антиплоскої деформації тіла з тріщиноподібним дефектом [4].

На основі загальних результатів, конкретних розрахункових формул та чисельної реалізації побудованих сингулярних рівнянь (6) проведено достатню кількість числових розрахунків, які одночасно підтверджують їх достовірність. Використання цих аналітичних і відповідних їм числових даних є практично важливим при розв'язуванні таких мало вивчених проблем механіки руйнування, як поява тріщин в матеріалах, оцінка критичних параметрів їх зародження, встановлення швидкості поширення руйнування в середовищі.

Третя глава присвячена вивченню взаємовпливу періодичної, двоякоперіодичної та циклічно симетричної систем криволінійних і прямолінійних дефектів у пружному тілі.

Для періодичної системи криволінійних [2] жорстких включень з контурами L , $=L$ і періодом їх повторення d система сингулярних інтегральних рівнянь (6) зведена до одного рівняння вигляду

$$\int_L \left[K(t, t', \rho^+) Q(t, \rho^+, \rho) dt + L(t, t') \overline{Q(t, \rho^-, \rho)} dt + \right. \\ \left. + M(t, t') G(\rho^+, t) dt \right] = \pi F(\rho^+, t'), \quad t' \in L, \quad (19)$$

в якому ядра визначаються співвідношеннями

$$K(t, t', \rho^+) = \frac{\pi \rho}{2d} \left[\operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (t - t') + \frac{dF}{dt'} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (t - F) \right]; \\ L(t, t') = \frac{\pi}{2d} \left[\left(1 - \frac{dF}{dt'} \right) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (t - t') - \frac{\pi}{d} (t - t' + F - t) \frac{dF}{dt'} \right. \\ \left. \cdot \operatorname{cosec} \frac{2\pi}{d} (t - F) \right]; \quad M(t, t') = \frac{\pi t}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (t - F) \frac{dF}{dt'}. \quad (20)$$

При великих відстанях між центрами жорстких лінійних включень розв'язок рівняння (19) знайдено [1,2,9,10] асимптотичним методом за розкладом (16). На основі співвідношень (14) і (15) з врахуванням членів порядку λ^0 отримані аналітичні вирази для обчислення КІН і кутів поворотів періодичної системи довільно орієнтованих жорстких включень. У випадку колінеарних дефектів при дії в площині несамозрівноважених навантажень розв'язок відповідного їм сингулярного рівняння записано [1,2,9] в замкнутому вигляді й знайдено точні аналітичні формули для підрахунку КІН. Для системи

паралельних жорстких включень шляхом апроксимації ядер (20) побудовано [1,2] замкнутий наблизений розв'язок. Запропонована тут апроксимація дає задовільні результати, коли $0 \leq \mu \leq 0,3$ і співпадає при $\rho^* = -1$, $\rho = \alpha$ з відповідною апроксимацією для тріщин-розрізів [1]. Знайдено також [2,29] апроксимаційні замкнуті розв'язки для періодичних паралельних напівбезмежних включень. На основі отриманих таким чином теоретичних результатів проведено числові розрахунки КІН, а також отримано багато конкретних формул інженерного характеру [1,2].

Більш суттєвим в порівнянні з періодичними структурами є вивчення двоякоперіодичної системи дефектів. Розв'язування задач про напружено-деформований стан тіла з такою системою дефектів зведено [1,2,10] до розв'язування сингулярного інтегрального рівняння вигляду (19) з ядрами, вираженими через еліптичні функції. При цьому побудовані загальні асимптотичні співвідношення для обчислення КІН і кутів поворотів жорстких включень з двоякоперіодичним повторенням. Як приклади, детально розглянуто трикутну і квадратну сіткі періодів.

Крім цих результатів, в третій главі дисертації досліджено [2] напружено-деформований стан пружної площини з криволінійними заповнювачами при циклічній симетрії їх розміщення. Відповідне інтегральне рівняння при цьому має вигляд (19), а ядра визначаються співвідношеннями

$$K(t, t', \rho^*) = \frac{N\rho^*}{i} \left[\frac{t^{N-1}}{t^N - t'^N} + \frac{d\bar{t}}{dt} \frac{1}{t'} \left(\frac{t \bar{t}^{N-1}}{t^N - \bar{t}^N} - \delta_{1N} \right) \right];$$

$$L(t, t') = \frac{N}{i} \left\{ \frac{t^{N-1}}{t^N - t'^N} - \frac{t \bar{t}^{N-1} \left[(N-1)\bar{t}^N + t'^N \right] - Nt(t \bar{t})^{N-1}}{(t^N - \bar{t}^N)^2} \frac{d\bar{t}}{dt'} \right\};$$

$$M(t, t') = \frac{Nt}{\bar{t}} \left(\frac{t \bar{t}^{N-1}}{t^N - \bar{t}^N} - \delta_{1N} \right) \frac{d\bar{t}}{dt'}; \quad \delta_{1N} = \begin{cases} 0, & N \neq 1 \\ 1, & N = 1 \end{cases} \quad (21)$$

Як і у випадку періодичної і двоякоперіодичної систем, для циклічно симетричних дефектів знайдені загальні вирази комплексних потенціалів і проведено відповідні обчислення КІН. Для N дугоподібних жорстких включень, циклічно впорядкованих і розміщених на дугах кола радіуса R , знайдено [2] точний розв'язок рівняння (19), на основі якого записані прості інженерні формули обчислення КІН у випадках одного, двох, трьох і чотирьох дугоподібних включень, а також великого числа малих дугоподібних жорстких заповнювачів. У випадку ж системи прямолінійних довільно орієнтованих і циклічно симетричних включень побудовано [1,2,5] відповідні асимптотичні формули, коли дефекти далеко віддалені один від одного, і проведені числові розрахунки КІН, а також моментів, які

стримують включення від поворотів. Для близько розташованих в циклічно симетричному впорядкуванні дефектів розв'язок сингулярного рівняння (19) реалізовано прямим квадратурним методом з використанням поліномів Чебишева. На основі цього розв'язку проведено моделювання пружної рівноваги хаотично армованих твердими дискретними волокнами склопластиків [2,15].

В четвертій главі

проводиться аналіз локального поля напружень, зумовлених дефектами типу тріщин і включень в околі макроскопічного жорсткого включення [1, 28,34,36]. Розглянуто пружну ізотропну площину, що містить вздовж відрізка $|x| \leq 2l_0$ макроскопічний дефект (абсолютно жорстке включення або тріщину), оточений значно меншими від нього m тріщинами і $N-m$ жорсткими включеннями, які не перетинаються (рис.2). Розв'язок сингулярних рівнянь такої задачі для прямо-

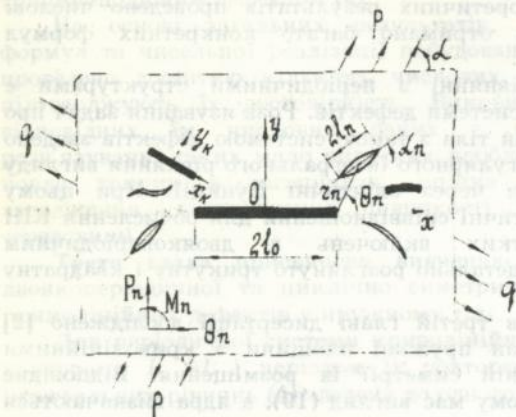


Рис.2. Взаємодія малих тріщин і включень в околі макроскопічного дефекту.

линейних тріщиноподібних дефектів знайдено асимптотичним і числовим методами. У випадку асимптотичного методу була проведена регуляризація інтегральних рівнянь (6) з наступним представленням їх розв'язку рядами (16), а також виділенням в системі (6) у вигляді окремого рівняння того, яке відповідає макроскопічному дефекту. За малий параметр взято величину $\lambda = l/l_0$, причому тут допускалось, що всі малі включення і тріщини мають однакову довжину $2l_k = 2l$ ($k=1,2,\dots,N$). Обґрунтування існування розв'язку і збіжності методу при вказаному виборі параметра λ зводиться до оцінок, аналогічних нерівностям (18). З одержаного розв'язку на основі формул (14) знайдено явні вирази для розрахунку КІН. Так, з урахуванням членів порядку λ^2 для макродефекту

$$K_{j0}^+ - iK_{110}^+ = 0.5\sqrt{\pi l_0} \left\{ s_0(\rho_0^+) - \frac{\lambda^2}{8} \sum_{k=1}^N A_k(\rho_k^+, \rho_0^+) \left(\frac{\rho_0^+ e^{i\alpha_k}}{(u_k^0 + 1)\sqrt{u_k^{0^2} - 1}} + \right. \right.$$

$$+ \frac{\rho_k^*}{(u_k^0 \mp 1) \sqrt{u_k^{02} - 1}} \left[-A_k(\rho_k^*, \rho_0^*) \left(\frac{(u_k^0 - u_k^0)(2u_k^0 \pm 1)e^{-2i\alpha_k}}{(u_k^0 \mp 1)(u_k^{02} - 1)^{3/2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1 - e^{-2i\alpha_k}}{(u_k^0 \mp 1) \sqrt{u_k^{02} - 1}} \right) \right] + O(\lambda^3). \quad (23)$$

де $u_k^0 = z_k^0 / l_0$ - відносні відстані між центрами малих та великого дефектів, α_k - відповідні їм кути орієнтації відносно осі Ox ,

$$A_k(\rho_k^*, \rho_0^*) = s_0(\rho_0^*) \left[\frac{e^{-2i\alpha_k}}{\rho_k^*} \left(1 - \frac{u_k^0}{\sqrt{u_k^{02} - 1}} \right) + \frac{1}{\rho_0^*} \left(1 - \frac{u_k^0}{\sqrt{u_k^{02} - 1}} \right) \right] + \\ + \frac{s_0(\rho_0^*)}{\rho_k^* \rho_0^*} \left[\left(e^{-2i\alpha_k} - 1 \right) \left(1 - \frac{u_k^0}{\sqrt{u_k^{02} - 1}} \right) - e^{-2i\alpha_k} \frac{u_k^0 - u_k^0}{(\sqrt{u_k^{02} - 1})^3} - 2s_k(\rho_k^*) / \rho_k^* \right]; \quad (24)$$

$s_k(\rho_k^*)$ - задані функції навантаження на дефектах. Для малих дефектів, які взаємодіють з макроскопічним дефектом,

$$K_{jk}^+ - iK_{jk}^- = -0.25\sqrt{\pi}l_k \left[\rho_k^* A_k(\rho_k^*, \rho_0^*) \pm 0.5\lambda B_k(\rho_k^*, \rho_0^*) \right] + O(\lambda^2), \quad (25)$$

де

$$B_k(\rho_k^*, \rho_0^*) = e^{-i\alpha_k} \left\{ s_0(\rho_0^*) \left[\frac{e^{-2i\alpha_k}}{(\sqrt{u_k^{02} - 1})^3} + \frac{\rho_k^* e^{2i\alpha_k}}{\rho_0^* (\sqrt{u_k^{02} - 1})^3} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2s_0(\rho_0^*)}{\rho_0^* (\sqrt{u_k^{02} - 1})^3} \left[1 - e^{-2i\alpha_k} - \frac{3(u_k^0 - u_k^0)}{2(u_k^{02} - 1)} e^{-2i\alpha_k} \right] \right] \right\}. \quad (26)$$

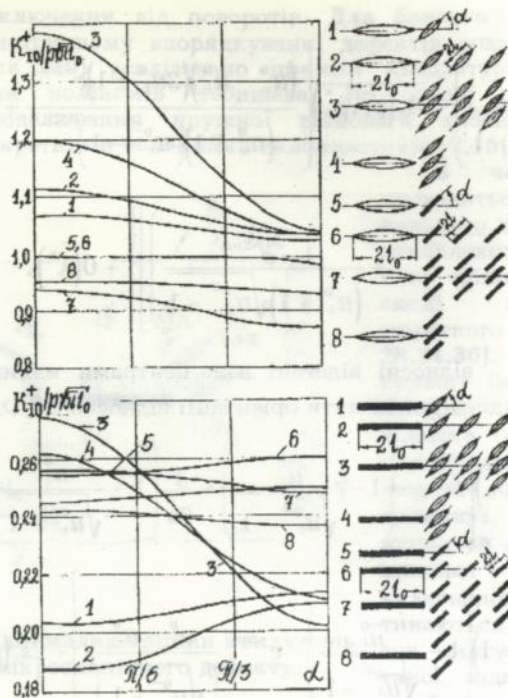


Рис.3. Системи дефектів біля макродефекту типу тріщини або включення.

Аналогічні співвідношення отримані з використанням формули (15) для обчислення моментів і кутів поворотів жорстких включень. На основі записаних вище аналітичних формул для КІН були обчислені їх значення для широкого спектра орієнтації дефектів в околі макровключення. Детально розглянуто випадки взаємодії в діадах макродефект - мікродфект, а також періодичної і двокоперіодичної систем дефектів з великим включенням або тріщиною. Деякі із числових розрахунків КІН біля вершин макротріщини і макровключення для прикладу наведені на рис.3. Із аналізу відповідних числових даних випливає, що найбільшу концентрацію напружень біля вершин макроскопічного включення, а також макротріщини створює двокоперіодична система малих тріщин, орієнтованих нормально розтягуючим напруженням. Крім вказаних числових результатів, в праці на основі асимптотичних формул (23), (25) отримано ряд простих аналітичних виразів КІН для конкретних орієнтацій дефектів в околі вершини макроскопічного включення. З метою перевірки достовірності знайдених аналітичних формул була проведена також чисельна реалізація відповідних сингулярних рівнянь

методом механічних квадратур, звідки та з одержаних асимптотичних формул однозначно випливає, що місце знаходження і орієнтація малої тріщини з максимальними K_I біля макровклучення збігається в основному з напрямком дії головних напружень σ_1 . Отже, виявляється, що початок крихкого руйнування в околі вершини жорсткого вклучення достатньо добре визначається першою гіпотезою міцності. Такий висновок погоджується також із відомими літературними даними.

Запропонований асимптотичний метод вивчення взаємодії великого та малих дефектів не вичерпується класом крихких матеріалів. Так, якщо на контурах коротких дефектів крайові умови задати у вигляді

$$F_k(\rho_k^*, x) = \begin{cases} s_k(\rho^*), & a_k^- < x < a_k^+ \\ s_k(\rho^*) - 2(\sigma_0 + i\tau_0), & -l_k < x < a_k^-, \quad a_k^+ < x < l_k, \end{cases} \quad (27)$$

де $a^\pm$ встановлюють внутрішні крайні межі зон передруйнування, $s_k(\rho_k)$ - задані функції навантажень, а σ_0 і τ_0 відповідають напруженням притягання і опору зсуву протилежних берегів малих тріщин, то на основі запропонованого в цій главі асимптотичного методу одержуємо аналог δ_k -моделі для оцінки появи системи фізично реальних тріщин в околі макровклучення. Після реалізації даного методу при заданих формулою (27) крайових умовах отримано відповідні розв'язки рівнянь (6), а також формально записані загальні формули, аналогічні (23) і (25). Так, в допущенні існування в околі макровклучення фізично реальних тріщин, що еквівалентно рівності

$$K_{Ik}^+ - iK_{Ik}^- = 0, \quad (28)$$

одержимо загальні рівняння для визначення розмірів зон передруйнування в їх вершинах, а також - можливих довжин тріщиноподібних порожнин, що виникають у матеріалі. Наприклад, при стиску тіла (рис.4) перпендикулярними до макровклучення критичними зусиллями p^* півдожини нормальних до осі макровклучення малих тріщин на основі рівності (28) визначатимуться за формулою

$$l^* = 2l_0 \frac{\tau_0}{\sigma_0} \frac{u_1^* - 1}{u_1 + \sqrt{u_1^* - 1}} \cos \left\{ \frac{\pi p^* (9 - \alpha^2)}{16 \sigma_0 \alpha} \left(\frac{u_1}{\sqrt{u_1^* - 1}} - 1 \right) \right\}. \quad (29)$$

Аналіз останньої формули показує, що довжина зародженої перпендикулярно до осі макровклучення тріщини прямопропорційна довжині ініціюючого її появу макродефекту, а також величині зсувних компонент напружень τ_0 , і обернено пропорційна зусиллям σ_0 взаємного притягання берегів малої тріщини в зонах її передруйнування.

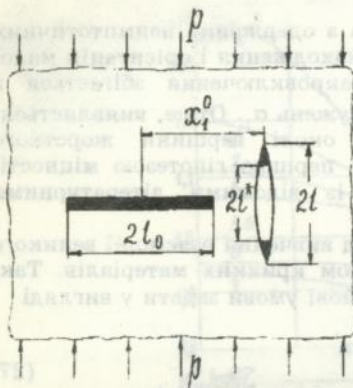


Рис.4.

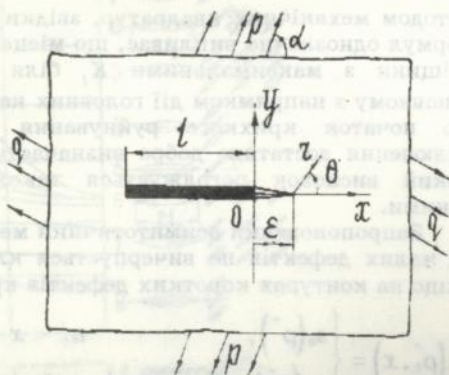


Рис.5.

Рис.4.Макровключення з перпендикулярною на його продовженні малою тріщиною.

Рис.5.Схема старту тріщини з вершини жорсткого включення.

П'ята глава роботи присвячена дослідженню питання виникнення та старту тріщини з вершини жорсткого включення (рис.5). Тут розглянуто змішану задачу теорії пружності для нескінченної пружної пластини, послабленої жорстким включенням довжини l , на продовженні якого є вільна від навантаження тріщина розміру ϵ . З проведеного аналізу точного розв'язку розглянутої задачі в точках звороту жорсткого включення та тріщини, а також в точці їх стику знайдено асимптотичні розподіли компонент тензора напружень і вектора переміщень. Для достатньо малих розмірів тріщини ($\epsilon \ll l$) встановлено [2,7,35], що КІН в цих точках виражаються як лінійні комбінації КІН ізольованого жорсткого включення, а саме:

$$K_I = \omega K_I^{ж.в.} + 0 \left(\sqrt{\frac{\epsilon}{l}} \right), \quad K_{II} = \omega K_{II}^{ж.в.} + 0 \left(\sqrt{\frac{\epsilon}{l}} \right), \quad \omega = \ln \alpha / \pi \sqrt{\alpha}, \quad (30)$$

$$\begin{pmatrix} K_{I0} \\ K_{II0} \end{pmatrix} = -\frac{\sqrt{2}}{\alpha^{3/4}} \begin{pmatrix} 1 & \ln \alpha / \pi \\ -\ln \alpha / \pi & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} K_I^{ж.в.} \\ K_{II}^{ж.в.} \end{pmatrix} + 0 \left(\sqrt{\frac{\epsilon}{l}} \right). \quad (31)$$

Тут K_I , K_{II} , K_{I0} , K_{II0} , $K_I^{ж.в.}$, $K_{II}^{ж.в.}$ – КІН відповідно у вершині тріщини, в точці стику тріщини і включення, а також біля ізольованого жорсткого включення довжини l . На цій основі, з використанням інтеграла закриття тріщини (Irwin G.R. In: Handbuch der Physik, v.6, Berlin: Springer, 1958, p.551-590) і співвідношень (30) побудовано рівняння енергетичного балансу, що контролює поширення тріщини на продовженні жорсткого включення. При $\epsilon \ll l$ згадане рівняння має вигляд [2,8,35]

$$\sigma = \frac{\pi(\alpha + 1)}{8G} \left[\left(K_{I'}^{s.c.} \right)^2 + \left(K_{II}^{s.c.} \right)^2 \right] = 2\gamma, \quad (32)$$

де γ - ефективна поверхнева енергія руйнування. Важливо, що в кінцевому підсумку критеріальне співвідношення (32) виражене через стандартні значення КІН біля включення, для визначення яких в дисертаційній роботі розширено межі застосувань апарату сингулярних рівнянь та розроблено багаточисельну низку методів, а також встановлено значну кількість конкретних результатів. Порівняння для однієї і тієї ж схеми навантаження запропонованого підходу із підходом, сформульованим Л.Т.Бережницьким, В.В.Панасюком, І.І. Трушом в роботі "О локальном разрушении хрупкого тела с остроконечными жесткими включениями" (Пробл. прочности, 1973, N10, с.8-11), дозволило встановити достатньо простий взаємозв'язок між константою $K_{0/c}$ (K_{0c}) опору матеріалу зародженню в ньому тріщини і $K_{I'}$ (K_c) - тріщиностійкістю матеріалу матриці відповідно при плоскій деформації і плоскому напруженому стані:

$$\left(\frac{K_{0/c}}{K_{0c}} \right) = \frac{\pi(\alpha - 1)}{2\sqrt{2\alpha} \ln \alpha}. \quad (33)$$

Як впливає із графічного зображення співвідношення (33) для різних значень коефіцієнта μ (рис.6), тріщина поблизу жорсткого включення виникає раніше всередині тіла, ніж в його приповерхневому прошарку, оскільки $K_{0c}/K_c < K_{0/c}/K_{I'}$. Крім того, для розглянутого класу композитів і вибраної схеми руйнування опір матеріалу зародженню в ньому макротріщин перевищує величини $K_{I'}$ (K_c), що характеризують опір їх поширенню. Визначено також [2,37] напруження біля включення з відшарованою на його поверхні тріщиною. Одержані при цьому співвідношення можуть бути безпосередньо використані для оцінки міцності адгезійних з'єднань.

Однак, обмежуючись викладеними вище дослідженнями, неможливо вказати критичний розмір зародженої тріщини біля лінійного жорсткого заповнювача, який можна було б вважати фактичним розміром макротріщини, здатної самостійно поширюватись згідно з відомими моделями механіки руйнування. В зв'язку з цим була зроблена спроба оцінки критичного розміру тріщини, що зародилась біля макроскопічного включення, шляхом порівняння [14] її довжини із структурним параметром матеріалу матриці, введеним в моделі М.Я.Леонова, К.М.Русинко мікронеоднорідного, але макрооднорідного пружного тіла. В результаті встановлено ще один варіант взаємозв'язку між константами опору зародженню і поширенню тріщини в матеріалі. При плоскій деформації вказаний взаємозв'язок має вигляд

$$\frac{K_{0/c}}{K_{I'}} = \frac{(1 - \alpha^2)B_\mu}{2\alpha F(r/l, \mu, \varepsilon/R)}, \quad B_\mu = \frac{4\mu\sqrt{1 + \sqrt{2}} + (3 - 4\mu)\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}. \quad (34)$$

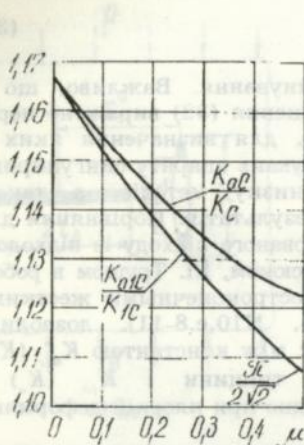


Рис. 6.

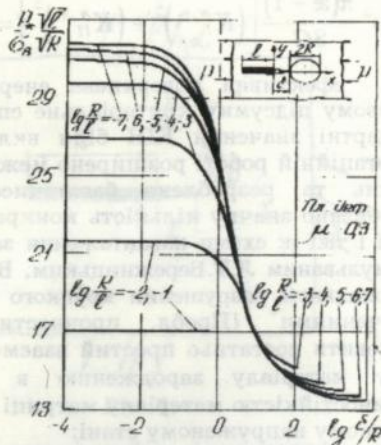


Рис. 7.

Рис. 6. Залежність взаємозв'язку характеристик опору зародженню та поширенню тріщин від коефіцієнта μ .

Рис. 7. Залежність довжини тріщини на продовженні лінійного жорсткого включення від структури матеріалу.

Функціонал $F(R/l, \mu, \epsilon/R)$ в формулі (34) явно залежить від радіуса R сфери, яка охоплює елементарний мікроструктурний об'єм (див. схему рис. 7) перед вершиною тріщини, що саме й враховує вплив структури матеріалу на характер зародження і розвитку в ньому руйнування. На основі аналітичного виразу цього функціонала для визначення критичного розміру появи мікротріщини на продовженні жорсткого включення при різних значеннях ϵ/R і R/l у випадку плоскої деформації і $\mu=0.3$ були проведені числові розрахунки величини $p_* \sqrt{l} / \sigma_B \sqrt{R}$, де p_* - критичне значення навантаження, з досягненням якого настає руйнування, σ_B - технічна міцність матеріалу. Результати обчислень зображені на рис. 7. Як випливає з графіків, суттєвий вплив структури матеріалу помітний при відношенні $\epsilon/R \geq 0.1$, тобто досягнення довжиною тріщини десятої долі структурного параметра R матеріалу вже впливає на його макроскопічну міцність. Порожнину, яка виникла на продовженні абсолютно жорсткого включення, можна вважати макротріщиною, якщо відношення $\epsilon/l \geq 10^{-3}$. Приведений факт випливає з того, що при даному відношенні ϵ/l для всіх значень R/l величини $p_* \sqrt{l} / \sigma_B \sqrt{R}$ при $10^{-4} < \epsilon/R < 10^{-2}$ змінюються нехтувано мало. Аналогічний висновок випливає із результатів монографій [1,2], що стосуються питання взаємодії великого за довжиною включення з достатньо малою тріщиною в його околі.

В шостій главі дисертації досліджується вплив границь пружного тіла на напружено-деформований стан біля взаємодіючих в ньому тріщиноподібних дефектів. Пружне тіло моделюється півплощиною [1,2,12, 13,23,30], смугою [2,17,32], а також областю, обмеженою довільним криволінійним контуром [2]. Виходячи з результатів другої глави для взаємодіючих між собою, а також з границею півплощини тріщиноподібних дефектів (рис.8), побудовано загальну систему відповідних сингулярних інтегральних рівнянь. У випадку довільно

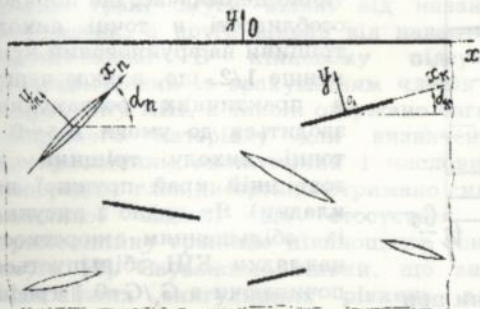


Рис.8. Жорстко защемлена або вільна від напружень по границі півплощина з тріщиноподібними дефектами.

орієнтованої тріщини під тиском або жорсткого включення всередині півплощини з вільним від напружень або жорстко защемленим краєм знайдені асимптотичні формули для обчислення КІН. Результати числових розрахунків за цими асимптотиками повністю корелюють з відомими в літературі даними для деяких часткових варіантів (Atkinson C. - Int. J. Eng. Sci., 1975, v.11, N2, p.243- 266; Erdogan F., Gupta G., Cook T.- In: Methods of Analysis and

Solutions of Crack Problems. Leyden: Nordhoff Int. publ., 1973, p.368-425; Саврук М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. - Киев: Наук. думка, 1981.-323с.) розглядуваної задачі. При цьому встановлено практично важливий взаємозв'язок між задачами про напружено-деформований стан біля тріщини, перпендикулярної до жорсткого краю, і поблизу жорсткого включення, нормального до вільної границі півплощини

$$(3 - \alpha)(K_I^{тр.ж.кр.} - iK_{II}^{тр.ж.кр.}) = 4(K_I^{ж.в.ж.кр.} - iK_{II}^{ж.в.ж.кр.}), \quad (35)$$

де $K_I^{тр.ж.кр.}$, $K_{II}^{тр.ж.кр.}$, $K_I^{ж.в.ж.кр.}$, $K_{II}^{ж.в.ж.кр.}$ - КІН для тріщини в півплощині з жорстким краєм і для жорсткого включення та вільної від напружень границі. Методом механічних квадратур знайдені також числові значення КІН для довільно орієнтованих крайових і прикорйоових тріщини та включення в півплощині. З метою узагальнення вказаних теоретичних результатів проведено дослідження взаємодії пружного підкріплення границі півплощини з прикорйоовою і крайовою тріщинами. Вважалось, що півплощина з пружними постійними E , G , μ вздовж її краю підкріплена ідеально з'єднаною з нею пружною накладкою малої товщини h і пружними постійними E_n , G_n , μ_n (див. схему рис.11). Згинною жорсткістю пружної накладки нехтувалось, причому її вільний край вважається незавантаженим. В

такій постановці із застосуванням інтегрального перетворення Фур'є задача була зведена до розв'язування сингулярного рівняння, розв'язок якого одержано методом механічних квадратур. Для ілюстрації знайдених при цьому числових даних наведемо (рис.9) залежність зміни відносних величин $K_I/p\sqrt{\pi l}$ від відношення G_s/G_∞ композиції з

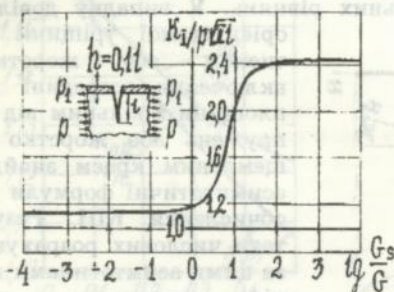


Рис.9. КІН у вершині тріщини при розриві пружного краю півплощини.

розтріснутим жорстко защемленим краєм. В міру ж зменшення жорсткості накладки ця величина починає спадати, причому її числові значення для $G_s/G_\infty < 0.1$, рівномірно наближаються до відповідних значень КІН для півплощини з вільним від напружень краєм. Аналогічні рівняння, а також відповідні їм числові дані одержані для періодичного ряду крайових і прикорайових дефектів у пружній півплощині. З аналізу отриманих при цьому числових даних, а також відповідного їм графічного матеріалу випливає, що існує граничне насичення композиції ($\lambda = l/d \approx 0.9$; тут l - довжина дефекту, d - відстань між центрами дефектів), перевищення якого не приводить до помітних змін в пружній і граничній рівновазі пружного тіла із зруйнованим тонкостінним покриттям.

Поряд з числовим і асимптотичним розв'язками сингулярних рівнянь для перпендикулярних до краю півплощини дефектів були побудовані також розв'язки відповідних рівнянь у замкнутому вигляді. Одночасно знайдено межі застосовності побудованих розв'язків, а також вказане відносне відхилення запропонованих апроксимацій від відповідних їм ядер рівнянь. Так, наприклад, при $\mu = 0.3$ для плоского напруженого стану із замкнутого розв'язку для півплощини з жорстким краєм і перпендикулярним йому крайовим жорстким включенням одержано значення $K_I = 0,2348\sqrt{\pi l}$, що перевищує відповідний КІН біля ізольованого жорсткого включення приблизно на 43%. У випадку крайової тріщини і вільної від напружень границі півплощини $K_I = 1,1232p\sqrt{\pi l}$.

Аналогічно випадку півплощини шляхом інтегральних перетворень Фур'є отримані сингулярні інтегральні рівняння для аналізу взаємовпливу заповнених і незаповнених тріщиноподібних дефектів у смузі, коли одна або обидві її грані можуть бути защемленими або вільними від напружень (рис.10). Розв'язок сингулярних рівнянь побудовано асимптотичним і числовим методами. При цьому детально проаналізовано випадок центрального дефекту типу тріщини або включення для наступних варіантів крайових умов на гранях смуги: обидві грані смуги вільні від навантажень; одна грань жорстко защемлена, а друга вільна від навантажень; обидві грані вільні від навантажень. В кінцевому підсумку знайдено асимптотичні співвідношення із врахуванням членів п'ятого порядку мализни для підрахунку КІН, а також одержано багаточисельний набір числового і графічного матеріалу для визначення вказаних параметрів. З використанням аналітичних і числових результатів даної, а також попередніх глав дисертації отримано синтезуючий розв'язок практично важливої задачі, що стосується руйнування підкріплюючого прямолінійну границю півплощини тонкостінного елемента у вигляді смуги [2]. Зауважимо тільки, що аналогічно будуються розв'язки відповідних сингулярних рівнянь для крайових і прикорйоєвих дефектів типу тріщин і включень у пружній смузі. При цьому виникають цілком ідентичні ефекти в моделюванні випадків, які відповідають розтріснутому і незруйнованому краю смуги.

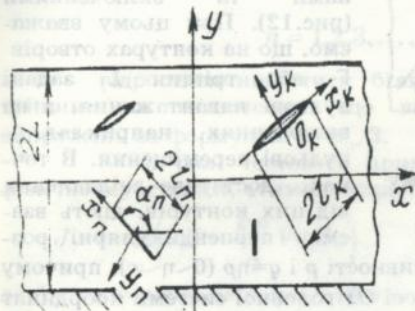


Рис.10.Довільно орієнтовані тріщини і включення у смузі з вільною від напружень і жорстко защемленою гранями.

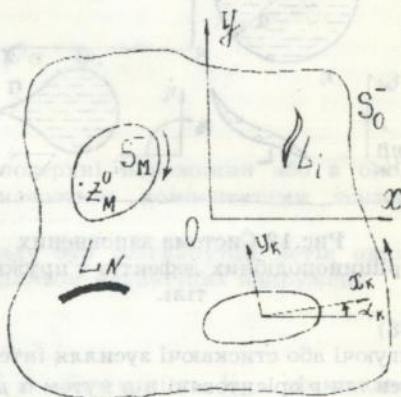
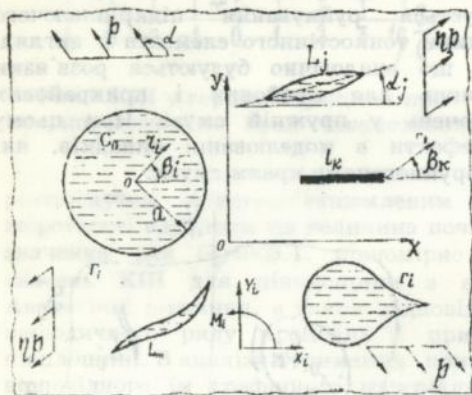


Рис.11.Взаємодія криволінійних границь тіла з тріщиноподібними дефектами.

На відміну від прямолінійних границь тіла, розгляд криволінійних, обмежуючих його контурів (рис.11) приводить до більш складних сингулярних рівнянь [2], розв'язування яких нерідко утруднюється

при побудові аналітичних співвідношень, а також в одержанні кінцевих числових результатів. Такі рівняння в дисертації записані для об'єднаних першої і другої основних задач у випадку багатозв'язної області з тріщинами та жорсткими включеннями. В ролі тестової реалізації побудованих рівнянь розглянуто випадок пружного диска з жорстким або вільним від напружень краєм і внутрішньою тріщиною або жорстким включенням. У вказаних випадках побудовані кінцеві асимптотичні співвідношення для обчислення КІН.

біля заповнених ним тріщин, які взаємодіють із включеннями.



тягуючі або стискаючі зусилля інтенсивності p і $q = \eta p$ ($0 \leq \eta < \infty$), причому зусилля p орієнтовані під кутом α до осі Ox головної системи координат xOy , зв'язаної в точці O з тілом; в заданих точках тіла діють зосереджені сили X_i , Y_i та моменти M_i . Не виключаємо також впливу внутрішніх (наприклад, залишкових) напружень. Тріщини, раковини або включення можуть мати довільну конфігурацію та орієнтацію відносно осі Ox . В свою чергу вважаємо, що отвори або тріщини заповнені агресивним середовищем, концентрація активного елемента якого є c_0 . Ставилась задача встановлення аналітичної залежності між характеристиками фізико-хімічної субстанції і параметрами напружено-деформованого стану пружного тіла в околі взаємодіючих між собою тріщин або включень, чи порожнин; а також передбачалося

оцінити концентрацію корозійно-активного елемента в тілі біля тріщинно-подібних дефектів.

Концентрація механічних напружень біля границі концентраторів стимулює виникнення потоків і нагромадження фізичних субстанцій, що зумовлюють, наприклад, корозійне розтріскування несучого матеріалу. Згідно з принципом Онзагера, потік $\bar{J}_n$ n -ї фізичної субстанції в середовищі визначається через основні і супутні термодинамічні сили у вигляді лінійної комбінації

$$\bar{J}_n = \sum_{k=1} L_{nk} \bar{X}_k \quad (n = 1, 2, 3, \dots, N), \quad (36)$$

в якій L_{nk} - кінетичні коефіцієнти Онзагера; $\bar{X}_k = -A_k \bar{\nabla} F_k$ - термодинамічні сили (A_k - коефіцієнти пропорційності, залежні від параметрів потоків інших субстанцій; $\bar{\nabla}$ - оператор Гамільтона, F_i - відповідні термодинамічним силам потенціали). Якщо використати принцип неперервності і вважати потоки малозмінними, то з виділенням механічних напружень у вигляді окремої складової із співвідношення (36) одержимо взаємозв'язану систему диференціальних рівнянь [2,18,19]. У випадку плоскої задачі теорії пружності при усталеному режимі проникнення фізичної субстанції ця система має вигляд

$$\bar{\nabla} \sum_{k=1}^{N+1} (-L_{nk} A_k \bar{\nabla} F_k) + \bar{\nabla} A_n (F_{i,j=1,2,\dots,6}) \bar{\nabla} \sigma = 0, \quad (37)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, N$$

де σ - гідростатичний тиск біля поверхні порожнини або в околі тріщини чи включення, що визначається компонентами тензора напружень за формулою $\sigma = \sigma_{ii}/3$.

В ролі тестового прикладу був розглянутий потік однієї фізичної субстанції, стимульованої впливом механічних напружень

$$J_F = -A \left(\bar{\nabla} F + \frac{FB}{A} V_{eff} \bar{\nabla} \sigma \right), \quad (38)$$

де A - коефіцієнт переносу субстанції, B - її рухомість, V_{eff} - ефективний об'єм взаємодії активного елемента середовища, що проникає в матеріал. Після такого вибору потоку J_F система рівнянь приймає вигляд

$$\bar{\nabla}^2 F + k \bar{\nabla} \sigma \bar{\nabla} F = 0, \quad (39)$$

де $k = BV_{eff}/A$. Загальний розв'язок останнього рівняння знайдено шляхом його зведення до рівняння Бесселя і застосування відомих методів математичної фізики. Для модельної перевірки отриманого розв'язку [2,18] розглянуто випадок кругової, заповненої середовищем, порожнини, на основі чого встановлено розподіл складових середовища

в приповерхневому прошарку матеріалу відповідно до конкретних граничних умов на контурі такого концентратора напружень. Так, при накопиченні в матеріалі біля поверхні кругового отвору складових середовища до деякої критичної величини, що відповідає, наприклад, припиненню поширення потоку $\bar{J}_r$, найбільша його концентрація для одновісного розтягу тіла досягається в зонах максимальних розтягуючих напружень [25].

У випадку дефектів типу тріщин і включень в крихких матеріалах загальний розв'язок рівняння (39) в околі їх вершин виявився наступним [2,19]:

$$F(r, \beta) = \exp \left\{ -S(\rho^*) \left[K_I \cos(\beta/2) - K_{II} \sin(\beta/2) \right] / (2\sqrt{r}) \right\} \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \sin(n\beta/2) + b_n \cos(n\beta/2)) [\alpha_n K_n(t) + \beta_n I_n(t)], \quad (40)$$

де (r, β) - полярні координати з початком у вершині тріщиноподібного дефекту, $t = -0.5S(\rho^*) \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2} / \sqrt{r}$, $S(\rho^*) = 2(1+\mu)BV_{cf}/(3\sqrt{2\pi}A\rho^*)$, $K_n(t)$ - функції Макдональда, $I_n(t)$ - функції Бесселя уявного аргументу; коефіцієнти a_n , b_n , α_n , β_n визначаються із конкретних граничних умов, що відповідають певному фізичному процесу. Так, при завантаженні пружної площини зусиллями інтенсивності p , нормальними до площини тріщини або включення, та при виконанні граничних умов $F(r, \beta) \Big|_{\substack{r \rightarrow \infty \\ \beta \rightarrow \pm\pi}} = c_0$ із співвідношення (40) одержуємо [25]

$$F(r, \beta) = c_0 \exp \left[- \frac{2(1-\mu)BV_{cf}K_I}{3\sqrt{2\pi}A\rho^*\sqrt{r}} \cos \frac{\beta}{2} \right]. \quad (41)$$

Відзначимо відразу, що останнє співвідношення повністю узгоджується з розподілом електричного заряду в околі вершини тріщиноподібного дефекту, одержаним в даній главі на основі результатів монографії Я.Й.Бурака, Б.П.Галапаца, Б.М.Гнідця "Фізико-механічні процеси в електропровідних тілах" (Київ: Наук.думка, 1978.- 323с.), де досліджуються питання нагромадження цієї субстанції навколо еліптичної порожнини. Спроба експериментального встановлення залежності розподілу водню в околі вершини тріщини в різних ділянках металу після його контакту з корозійним середовищем зроблена в роботі І.І.Дикого, В.Г.Костюченко, В.Г.Черепіна, І.І.Василенка "О роли водорода в процессе растрескивания высокопрочных сталей в растворах хлоридов (Физ.-хим. механика материалов. - 1981. - №2. - С.25-29). Підрахунок величини $2(1+\mu)BV_{cf}K_I/(3\sqrt{2\pi}A)$ згідно з експериментами вказаної роботи на основі формули (41) показує, що в рамках 20% - 30%

відхилення від середнього значення ця величина є сталою, що вказує на задовільне якісне та кількісне узгодження експериментальних і теоретичних даних, та є підтвердженням достовірності загальних теоретичних результатів глави. На основі (40) записані конкретні розрахункові формули нагородження активної складової середовища біля двох колінеарних, а також впорядкованих в певні системи тріщин або включень. Важливим при цьому є той факт, що кінцеві співвідношення для концентрації активного елемента в околі вершин тріщиноподібних заповнених дефектів виражаються через КІН, з якими оперує механіка руйнування матеріалів.

Результати даної глави були застосовані до оцінки швидкості росту тріщини в корозійному середовищі [40,41]. Якщо швидкість процесу розчинення або хімічного перетворення в вершині тріщини пропорційна концентрації наявних там хімічних елементів, тобто $v = aF$, то на основі (40) можна записати просту інженерну формулу для оцінки величини dl/dt - швидкості поширення тріщини в деформованому тілі при впливі на нього оточуючого середовища. В цьому випадку маємо

$$\ln \left(\frac{1}{c_0} \frac{dl}{dt} \right) = \frac{S_v}{k_f T f_k \sqrt{\rho_c}} K_I + b, \quad (42)$$

де ρ_c - деякий структурний параметр в вершині тріщиноподібного дефекту, k_f - стала Больцмана, $S_v = 2(1+\mu)BV_{c\phi}/3\sqrt{2\pi}$, T - температура, f_k - кореляційний коефіцієнт, b - постійна величина. Співвідношення (42) виражає лінійну залежність логарифма усередненої за концентрацією c_0 швидкості росту тріщини від КІН, причому коефіцієнт пропорційності перед K_I явно залежить від властивостей матеріалу. Прямо пропорційною до КІН виявилась також залежність зміщення електродного потенціалу дифузійного прошарку на продовженні дефекту типу тріщини або включення, зумовленого впливом механічних напружень [20,38]. Спроба оцінки корозійного прошарку в рамках запропонованого в даній главі підходу привела до співвідношення [21], за яким відхилення товщини корозійного прошарку біля вершини тріщини в полі механічних напружень від такої товщини при відсутності навантажень обернено пропорційне до кореня квадратного із коефіцієнта дифузії, стоку хімічно активного реагенту, а також із швидкості росту тріщини, обумовленої корозією.

Вираження розподілу і концентрації агресивного середовища, електричного заряду або іншої фізичної субстанції в околі вершин тріщиноподібних дефектів, зумовлених полем механічних напружень, через значення КІН значно розширює область застосування механіки руйнування в розрахунках корозійної механічної міцності матеріалів. Доповненням до цих результатів є дослідження, проведені недавно [16,22,24] з метою встановлення аналітичних залежностей між пружними та електrofізичними характеристиками квазіізотропних матеріалів.

У наступній главі розглядаються питання впливу структури матеріалу на його механічні властивості. Як показано в останній главі, що дослідження довільних мікротріщин десяти до двох структурних параметрів матеріалу моделі М.Я.Ласнова, К.М.Русинка уже повністю визначає його макромеханічну міцність, в результаті чого саме

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. З єдиних позицій, з використанням апарату сингулярних інтегральних рівнянь розроблено метод розв'язування основних граничних двовимірних задач теорії пружності для визначення напружено-деформованого стану біля взаємодіючих між собою та з поверхнями пружних тіл криволінійних жорстких включень і тріщин; побудовані сингулярні інтегральні рівняння таких задач. Запис рівнянь проведено в загальній, абстрагованій від природи дефектів, форми, що при відповідному заданні зв'язків між стрибками напружень і переміщень на контурах розрізів дозволяє одержувати не тільки відомі рівняння для пружних включень, але й проводити дослідження взаємодії пружного включення з оточуючими його тріщинами.

2. Поширено й узагальнено відомі числові та аналітичні методи розв'язування сингулярних інтегральних рівнянь для випадків взаємодії дефектів типу жорстких включень і тріщин. На підставі одержаних в роботі розв'язків сингулярних інтегральних рівнянь встановлено напружено-деформований стан тіла з одним, двома, а також системами періодичних, двоякоперіодичних та циклічно симетричних тріщиноподібних дефектів.

3. Знайдено загальні вирази КІН для одного кінцевого по довжині або одного та двох напівбезмежних включень, які (аналогічно фундаментальним функціям Гріна) можуть бути використані при вивченні різних варіантів дії механічних напружень. Аналіз КІН для криволінійного жорсткого включення, близького за формою до прямолінійного або дугоподібного, показує, що форма включення значно, а також більш помітно в порівнянні з тріщиною, впливає на відповідні значення цих величин. Викривлення контуру включення проявляє незначний вплив на КІН лише у випадку всестороннього розтягу пластини, що дозволяє замінити криволінійний дефект прямолінійним. При односторонньому розтязі така заміна стає можливою лише у випадку розміщення кінців жорсткого включення по дузі кола, меншій від його дванадцятої частини, причому похибка такого наближення становить 15%.

4. Детально проаналізовано взаємодію двох довільно орієнтованих дефектів типу тріщина-включення. Виявляється, наприклад, що навіть при великих відстанях d між центрами двох дефектів довжини $2l$ їх взаємна орієнтація може значно впливати на перерозподіл напружень в пружному тілі в порівнянні з одним ізольованим включенням. Вивчення взаємодії системи дефектів привело до наступних результатів:

- періодична система жорстких включень при одновісному розтязі пластини є найбільш оптимальною з позицій руйнування при орієнтаціях $\alpha=30^\circ$ до лінії розташування центрів цих дефектів; згідно з точним та асимптотичним розв'язками для колінеарних включень із зближенням їх центрів спостерігається значне збільшення КІН; взаємовплив паралельних періодичних тріщин є більш помітним порівняно з такою ж системою включень, до того ж

взаємодією паралельних включень можна знехтувати, якщо довжини кожного з них $2l < 0.33d$, взаємовплив же тріщин в такому розташуванні стає незначним при $2l < 0.25d$.

порівняння двоякоперіодичних систем дефектів з трикутною та квадратною сітками періодів показує, що у випадку трикутної сітки КІН перевищують відповідні їм значення для квадратної сітки.

згідно з числовими даними для N циклічно симетричних прямолінійних жорстких включень з орієнтацією α до радіуса кола розміщення їх центрів при всесторонньому розтязі пластини найбільш несприятливими з позицій механіки руйнування виявились орієнтації $\alpha = 90^\circ$ та $\alpha = 0^\circ$. У випадку 1,2,3,4-х та великого числа дугоподібних включень з циклічним повторенням знайдено точні й наближені формули інженерного характеру для оцінки впливу криволінійності та кількості таких дефектів на напружено-деформований стан тіла. На підставі результатів, одержаних числовим методом для близько розташованих циклічно симетричних дефектів, проведено моделювання граничної рівноваги склопластика, армованого дискретними волокнами.

5. Проаналізовано локальне поле напружень, зумовлене малими дефектами типу тріщин і включень в околі макроскопічного жорсткого включення, знайдено відповідні асимптотичні та числові розв'язки інтегральних рівнянь для випадків одного, двох та періодичних і двоякоперіодичних систем таких дефектів. На цій основі одержано значний набір графічного та табличного матеріалу, а також побудовано аналог δ_c -моделі малих тріщин біля макроскопічних включення або тріщини. Згідно з числовими розрахунками, тріщина довжини $2l$, що зародилась в околі радіуса r біля вершини макроскопічного жорсткого включення довжини $2l_0$ ($r/l_0 = 0.1; 0.01; 0.001$ і $l/r = 1; 0.1; 0.01$), помітно впливає на процес крихкого руйнування матеріалу при відношеннях $l/l_0 > 0.001$. Місце знаходження тріщини з максимальними величинами K_I співпадає в основному з напрямком дії головних напружень $\sigma_1(\sigma_2)$ біля ізольованого включення.

6. На основі точного розв'язку задачі про старт тріщини малої довжини на продовженні лінійного включення показано, що рівняння енергетичного балансу, яке контролює процес зародження і росту тріщини в околі макроскопічного дефекту, виражається через величини $K_{II}^{r, n}$ і $K_{II}^{r, n}$, що підкреслює його визначальну роль при локальному руйнуванні матеріалу. З використанням вказаного результату встановлено варіанти взаємозв'язку між характеристиками опору матеріалу поширенню та зародженню в ньому тріщини. При цьому досліджено характер поведінки контактних напружень вздовж лінії розділу матриця-включення та в точці старту тріщини. Враховано також вплив мікроструктури матеріалу на критичну довжину мікротріщини, що виникає у вершині макровключення. Виявляється, що досягнення довжиною мікротріщини десятої долі структурного параметра матеріалу моделі М.Я.Леонова, К.М.Русинка уже помітно впливає на його макроскопічну міцність, в результаті чого саме цю

частину структури можна вважати критичною при еволюції порожнини від мікро- до макротріщини.

7. В рамках моделей пружної півплощини, смуги, а також області, обмеженої довільним криволінійним контуром, зі змішаними крайовими умовами на їх краях досліджено вплив границь тіла на напружено-деформований стан біля взаємодіючих в ньому тріщин та включень. При цьому встановлено:

- взаємозв'язок між задачами про напружено-деформований стан біля тріщини в півплощині з жорстким підкріплюючим краєм та поблизу жорсткого включення з вільною границею, що дозволяє, наприклад, за відомим розв'язком однієї задачі одержати кількісну оцінку для другої;
- різницю між розтріснутим та незруйнованим краями жорстко або пружно підкріпленого тіла, згідно з якою, наприклад, незруйнована пружна накладка (при відношенні модулів зсуву накладки та основного матеріалу, рівному 10) знижує коефіцієнт інтенсивності напружень порівняно із зруйнованою приблизно в 2 рази, а абсолютно жорстка - в 4 рази;
- вплив граней смуги із заданими на ній змішаними граничними умовами та защемленої границі пружного диска на кількісні значення відповідних коефіцієнтів інтенсивності напружень біля вершин жорсткого включення або тріщини.

8.3 метою розширення застосувань відзначених вище результатів на основі термодинаміки нерівноважних процесів та механіки руйнування розроблено ефективний теоретичний підхід до розрахунку концентрації активних елементів середовища біля вершин взаємодіючих між собою тріщин і включень. Для цього побудовано загальну систему диференціальних рівнянь в часткових похідних, що описує вплив поля напружень на потоки фізичних субстанцій, а також пов'язані з ним фізико-механічні процеси взаємодії деформованого матеріалу із середовищем.

9. При наявності одного дифузійного потоку активної субстанції, зумовленого впливом механічних зусиль, побудовано загальний розв'язок відповідного диференціального рівняння, з допомогою якого знайдено аналітичні співвідношення для оцінки нагромадження корозійно-активного елемента біля одного, двох (наприклад при віддаленні вершин двох заповнених середовищем тріщин на один порядок логарифм відповідної концентрації активного елемента змінюється в 3 рази), а також системи колінеарних періодичних тріщиноподібних дефектів та характерних для цих випадків коефіцієнтів інтенсивності напружень. На цій основі встановлено інженерні формули для визначення швидкості росту тріщини з урахуванням заповнення її агресивним середовищем; наведено формули перерозподілу електростатичного потенціалу та величини накопичення об'ємного заряду, стимульованих полем механічних напружень біля вершин включень та тріщин.

Запропоновані в роботі загальні аналітичні результати проілюстровані на конкретних прикладах з необхідними для практичного аналізу таблицями, графіками, а також формулами довідкового характеру.

1. Бережницький Л.Т., Панасюк В.В., Стащук Н.Г. Взаимодействие жестких линейных включений и трещин в деформируемом теле.- Киев: Наук. думка, 1983. - 288с.
2. Стащук Н.Г. Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами.-Киев: Наук. думка, 1993. - 358с.
3. Стащук Н.Г. О взаимодействии линейных жестких включений и трещин: Автореф.дис... канд.физ.-мат.наук.-Киев, 1982.-22с.
4. Стащук Н.Г. Продольный сдвиг изотропного тела с прямолинейным жестким включением//Физ.-хим. механика материалов. - 1980. - №3. С.78-82.
5. Стащук Н.Г. Циклически симметричная система жестких включений в пластине//Там же. - 1981. - №1. - С. 118-120.
6. Бережницький Л.Т.,Саврук М.П.,Стащук Н.Г. О взаимодействии линейных жестких включений и трещин//Там же. - 1981. - №2. - С.70-76.
7. Бережницький Л.Т.,Стащук М.Г. Коефіцієнти інтенсивності напружень біля тріщин на продовженні лінійного жорсткого включення//Доп.АН УРСР.Сер.А. - 1981. - №11. - С.49-53.
8. Бережницький Л.Т.,Стащук М.Г. Про розвиток тріщини в околі вершини жорсткого включення//Там же. - 1981. - №12. - С.29-33.
9. Бережницький Л.Т.,Стащук Н.Г. Периодическая задача теории жестких включений//Физ.-хим. механика материалов. - 1982. - №1. - С.62-68.
10. Стащук Н.Г.,Сенюк М.Н. Об оптимальном расположении периодической и двоякопериодической системы жестких армирующих элементов в композитах // Мех. композит. материалов. - 1984. - №6. - С.980-985.
11. Стащук Н.Г., Лотоцкий В.Н. Коэффициенты интенсивности напряжений в плоскости с заполненной щелью // Физ.-хим. механика материалов. - 1986. - №4. - С.119-121.
12. Похмурский В.И., Стащук Н.Г., Бутвинник И.П. К оценке разрушения плоскости с жестким подкрепляющим элементом//Механика неоднородных структур. - Киев: Наук.думка, 1985. - С.221-226.
13. Оценка влияния дефектов типа трещин или включений на напряженно-деформируемое состояние материалов с покрытиями/ Похмурский В.И., Бережницький Л.Т., Стащук Н.Г. и др. //Защитные покрытия на металлах. - 1986. - Вып.20. - С.30-33.
14. Бережницький Л.Т.,Стащук Н.Г.,Громьяк Р.С. К определению критического размера микротрещины, возникающей на продолжении линейного жесткого включения//Пробл. прочности. - 1989. - №2. - С.68-71.
15. Моделирование трещиностойкости хаотически армированных дискретными волокнами композитов в аспекте линейной механики разрушения//Никифоров А.Т.,Канович М.З.,Стащук Н.Г. и др.// Технологія получения и переработки стеклопластиков. - М.: ВНИИСПВ, 1989. - С.26-29.
16. Стащук Н.Г. Определение аналитических взаимосвязей между жесткостными и электрофизическими характеристиками композиционных материалов//Современные проблемы физического материаловедения. - Киев: ИПМ, 1990. - С.144-150.
17. Кальмук Л.Й.,Стащук М.Г.,Похмурський В.І. Коефіцієнти інтенсивності напружень біля тріщин і жорстких включень в смугі із затисненими або вільними гранями//Физ.-хим. механіка матеріалів. - 1990. - №4. - С.65-75.

18. Панасюк В.В., Стащук М.Г. Про вплив механічних напружень на корозійний процес на поверхні концентратора, заповненого агресивним середовищем//Доп.АН УРСР.Сер.А. – 1991. – №2. – С.22-27.
19. Панасюк В.В., Стащук М.Г. Вплив локального поля напружень біля тріщин і включень на потік фізичної субстанції градієнтного типу//Там же. – 1991. – №3. – С.45-48.
20. Панасюк В.В., Стащук М.Г. Швидкість росту тріщини, заповненої агресивним середовищем і зміщення потенціалу в її вершинах при дії механічних зусиль//Там же. – 1991. – №4. – С.45-48.
21. Стащук М.Г. До оцінки росту корозійного прошарку в околі вершини тріщини в полі механічних напружень//Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1991. – №3. – С.39-44.
22. Оцінка ефективних жорсткісних модулів композитів за їх електропровідністю/Бережницький Л.Т., Стащук М.Г., Колеватов Ю.О. і ін.//Там же. – 1991. – №4. – С.47-52.
23. Бережницький Л.Т., Стащук М.Г., Бутвинник І.П. Вплив краєвих і прикраєвих тріщин при розтріскуванні матеріалів з тонким покриттям//Там же. – 1992. – №2. – С.58-64.
24. А.с.1670572 СССР. Способ неразрушающего контроля физико-механических параметров электропроводящих материалов / Л. Т. Бережницкий, Н.Г.Стащук, Колеватов Ю.А. и др. – Опубл. 07.06.91, Бюл. №17.
25. Стащук М.Г., Горопацький В.Г. Моделивання накопичення середовища біля концентраторів напружень//Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1995. – №3. – С.62-68.
26. Стащук Н.Г. Действие сосредоточенных силовых факторов в упругой плоскости с прямолинейным жестким включением. – Львов, 1979. – 3с.-Деп. в ВИНТИ 15.10.80, №4423-80.
27. Стащук Н.Г. Два произвольно ориентированных дефекта типа жесткого включения и трещины в упругой плоскости. – Львов, 1979.- 3с.- Деп. в ВИНТИ 15.10.80, №4423-80.
28. Стащук Н.Г. К вопросу о развитии трещины вблизи вершины жесткого включения. – Львов, 1981 – 3с. – Деп. в ВИНТИ 12.03.83, №1948-83.
29. Стащук Н.Г. Коэффициенты интенсивности напряжений возле полубесконечных жестких включений в упругой плоскости. – Львов, 1983. – 3с. – Деп. в ВИНТИ 16.02.84, №931-84.
30. Бенько Л.И., Стащук Н.Г. Произвольно ориентированный краевой дефект типа трещины или жесткого включения в жестко заземленной или свободной от напряжений полуплоскости//Проблемы повышения качества материалов, приборов и оборудования. – Львов, 1984. – С.7-10.-Деп. в ВИНТИ 17.01.85, №479-85.
31. Стащук Н.Г., Лотоцкий В.Н. Коэффициенты интенсивности напряжений возле абсолютно жесткого включения конечной толщины при воздействии сосредоточенных и равномерно распределенных силовых нагрузок.- Львов, 1985.-30с.-Деп. в ВИНТИ 28.10.85, №7465-В85.
32. Стащук Н.Г., Бенько Л.И. Взаимодействие линейных жестких включений и трещин в упругой полосе с тонким жестким покрытием. –Львов, 1985. – 4с.-Деп. в ВИНТИ 18.04.86, №2833.
33. Стащук Н.Г., Бонцаревский О.А., Добош У.П. Коэффициенты интенсивности напряжений возле взаимодействующих параллельных сдвинутых и коллинеарных жестких включений и трещин в изотропной плоскости.-Львов, 1987. – 13с.-Деп. в ВИНТИ 15.01.87, №328-1387.

34. Стащук Н.Г. К оценке локального поля напряжений, вызванных микродефектами в окрестности макроскопического включения. - Львов, 1988. - 37с. - Деп. в ВИНТИ 06.07.88, №5422-В.
35. Бережнийский Л.Т., Стащук Н.Г. О возникновении и распространении трещины в окрестности вершины жесткого включения//Тез. докл. II Всесоюз. науч. конф. "Смешанные задачи механики деформируемого тела", Днепропетровск, 15-18 сент. 1981 г. - Днепропетровск: ДГУ, 1981. - С.64-65.
36. Стащук Н.Г. Об учете накопления микронеоднородностей в вершине жесткого макровключения//Тез. докл. II Всесоюз. конф. "Механика неоднородных структур", Львов, 2-4 сент. 1987 г. - Киев: Наук. думка, 1987. - С.254.
37. Стащук Н.Г. Раскрытие трещины на границе раздела между матрицей и линейным жестким включением//Тез. докл. I Всесоюз. конф. "Механика разрушения материалов", Львов, 20-22 окт. 1987г. - Львов: 1987. - С.149.
38. Стащук Н.Г. Оценка смещения электродного потенциала в окрестности вершины трещины, вызванного воздействием механических усилий//Тез. докл. V Респ. конф. "Коррозия металлов под напряжением и методы защиты", Львов, 17-19 окт. 1989г. - Львов: 1989. - С.160.
39. Стащук Н.Г., Кальмук Л.И. Влияние покрытий на локальные напряжения возле трещин в композиционной полосе, армированной короткими волокнами//Тез. докл. VII Всесоюз. конф. по механике полимерных и композитных материалов, Рига, 17-20 апр. 1990 г. - Рига: Зинатне, 1990. - С.156.
40. Стащук Н.Г. Влияние механических напряжений на коррозионный процесс возле концентраторов напряжений, заполненных агрессивной средой //Тез. докл. респ. науч.-техн. конф. "Повышение надежности и долговечности машин и сооружений", Одесса, 24-26 окт. 1991г. -Киев: ИПП, 1991.- Ч. 2. - С.86-87.
41. Stashchuk M.G. Stresses influence on interaction of environment with the deformed materials near cracks and inclusions//Fracture mechanics: successes and problems. Collection of Abstracts. - Lviv, 1993. - P.289.

Abstract. Stashchuk M.G. Two-dimensional problems of the mechanics of elastic bodies with cracks and rigid inclusions under their interaction.

The thesis presented for a Doctor's degree (physics and mathematics); speciality: 01.02.04 - mechanics of deformable bodies Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, L'viv, 1996.

General singular equations are written and their solutions are found to investigate stress strain state of the elastic plane, halfplane, strip and body limited by arbitrary closed contour having one, two or ordered in the two argument periodic and cycle symmetric systems of interacting cracks and inclusions. Mixed problem of the cracking start from the rigid inclusion tip has been solved and the small void crack δ_k - modell analog in the vicinity of this defect has been established. On the basis of the stress intensity factor using nonequilibrium thermodynamics the design formulae are obtained to determine surrounding medium concentration distribution in the vicinity of the cracklike defects. Results of the work

have theoretical and practical value to apply fracture mechanics for analysis of machine and structures strength and reliability.

Аннотация. Стащук Н.Г. Двумерные задачи механики упругих тел с трещинами и жесткими включениями при их взаимодействии.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела.

Институт прикладных проблем механики и математики им. Я.С. Подстригача НАН Украины, Львов, 1996.

Защищается 53 научные работы, в том числе 2 монографии и одно авторское свидетельство.

В реферируемой диссертационной работе построены общие сингулярные уравнения, а также найдены их решения для исследования напряженно-деформированного состояния упругой плоскости, полуплоскости, полосы и тела, ограниченного произвольным замкнутым контуром, с одним, двумя или упорядоченными в периодическую, двоякопериодическую и циклически симметрическую системы взаимодействующих между собой трещин и включений. Решена смешанная задача старта трещины с вершины жесткого включения, а также установлен аналог δ_k - модели малой трещины в окрестности этого дефекта. На основании полученных при этом КИН и с использованием термодинамики неравновесных процессов получены расчетные формулы, определяющие распределение концентрации окружающей среды в окрестности рассматриваемых трещиноподобных дефектов. Результаты работы имеют теоретическое и практическое значение в применении механики разрушения к анализу прочности и надежности деталей машин и сооружений.

Ключові слова: Механіка руйнування; тензор напружень; вектор переміщень; тріщина; включення; коефіцієнти інтенсивності напружень; сингулярні рівняння; асимптотичний, квадратурний, замкнутий розв'язки; характеристики опору зародженню та поширенню тріщин; півплощина; смуга; термодинаміка нерівноважних процесів; потік, концентрація, розподіл агресивного середовища; корозійний прошарок.



Підписано до друку 20.02.96. Формат паперу 60х84/16.
Папір друк. №1. Друк офсетний. Безкоштовно
Друк. листів 2,0. Зам. 17. Тираж 100 прим.

ПП "СТАПІЛ", м. Львів, вул. Нукова, 5а

444331

AB 34.133