

ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМ. Ю. ФЕДЬКОВИЧА

*На правах рукопису*

ПЕРУН  
Галина Михайлівна

Стабілізація в середньому квадратичному  
розв'язків стохастичних диференціальних  
рівнянь з частинними похідними  
та пуассонівськими збуреннями.

01.01.02 - диференціальні рівняння

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Чернівці - 1996



Робота виконана на кафедрі диференціальних рівнянь  
Чернівецького державного університету ім. Ю. Федьковича

- Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук,  
доцент Ясинський Володимир Кирилович.
- Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,  
професор, академік АН ВШ України  
Слюсарчук Василь Юхимович;
- доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
Андрєєв Микола Варфоломійович.
- Провідна організація: Київський національний університет  
ім. Тараса Шевченка

Захист відбудеться 29 березня 1996 року о 12 год. на  
засіданні спеціалізованої вченої ради К 07.01.04 у Чернівецькому  
державному університеті ім. Ю. Федьковича за адресою: 274012,  
м. Чернівці, вул. М. Коцюбинського, 2, математичний факультет, ауд. 8

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці  
Чернівецького державного університету ім. Ю. Федьковича  
( вул. Л. Українки, 23 ).

Автореферат розіслано 26 лютого 1996 р.

Вчений секретар спеціалізованої  
вченої ради К 07.01.04,  
кандидат фізико-математичних наук,  
доцент

ЛННБ ім. В. Стефаніка  
АН України

*A. Sidorov*

А. М. Сидоров'як

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Математичними моделями багатьох фізичних процесів, задач механіки, економіки, екології тощо є рівняння з частинними похідними, а еволюційні рівняння описують дифузійні процеси, явища масо- і теплопереносу, рух в'язко-пружних середовищ та інші. При цьому математичні моделі можуть бути як детерміновані, так і стохастичні, тобто з врахуванням різного роду випадковостей. Якість математичних моделей визначається в багатьох випадках поведінкою розв'язків стохастичних рівнянь з частинними похідними при великих моментах часу, тому є актуальною задача стабілізації розв'язків в середньому квадратичному стохастичних диференціальних рівнянь з частинними похідними і з випадковими збуреннями (вінерівського та пуассонівського типів).

Найбільш глибоко вивчені звичайні стохастичні рівняння. Теорія ж стохастичних рівнянь з частинними похідними та з випадковими функціями, що входять в рівняння, у крайові і початкові умови, ще не є розвинутою в повній мірі. Вона була започаткована в 60-ті роки Й.І.Гіхманом і знайшла своє подальше відображення в працях І.Й.Гіхмана, М.І.Портенка, Б.Л.Розовського, Є.Б.Динкіна, В.С.Королюка, А.В.Свіщука, В.В.Баклана, А.Бенсуссана і Ж.-Л.Ліонса та інших.

Ця теорія дозволяє якісно вивчати процеси, що описуються стохастичними рівняннями з частинними похідними при постійно діючих випадкових збуреннях. Її можна застосовувати при побудові математичних моделей різних реальних процесів і явищ.

Мета роботи. Побудова і вивчення асимптотики розв'язків задачі Коші і крайових задач для стохастичних рівнянь параболічного типу при наявності у функціях, що визначають рівняння, "білого шуму" і пуассонівських збурень.

Методи досліджень. Синтез методів теорії диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей і випадкових процесів, інтегральних рівнянь і математичної фізики.

Наукова новизна дисертації полягає в одержанні умов асимптотичної стійкості нульового розв'язку задачі Коші і крайових задач для лінійних стохастичних рівнянь спеціальної конструкції з випадковими збуреннями вінерівського і

пуассонівського типів;

- вивченні асимптотики розв'язків квазілінійних рівнянь параболічного типу;

- побудові і дослідженні розв'язку задач Діріхле для гіперболічного і параболічного рівнянь другого порядку з регулярними і сингулярними коефіцієнтами при наявності випадкових збурень.

На захист виходяться такі положення:

- теореми про існування, зображення і стабілізацію розв'язків задачі Коші і крайових задач для спеціальних лінійних рівнянь з випадковими збуреннями вінерівського і пуассонівського типів;

- результати про асимптотику поведінки розв'язків задачі Коші для квазілінійного рівняння параболічного типу;

- побудова і експоненціальна стійкість розв'язків регулярних і сингулярних у прямокутнику і необмеженій смузі задач Діріхле для рівняння коливань і теплопровідності, коефіцієнти яких містять вінерівський процес і інтеграл по мірі Пуассона.

Теоретична і практична цінність роботи полягає в побудові аналітичних розв'язків задачі Коші і крайових задач та встановленні умов стабілізації розв'язків. Отримані критерії можуть бути застосовані для дослідження задач теплопровідності, масообмінних процесів на стійкість. Результати носять алгоритмічний характер, що дає можливість використати ПЕОМ для побудови областей параметрів, при яких відповідна математична модель є стійкою в середньому квадратичному.

Апробація роботи. Основні результати роботи доповідались і обговорювались на:

- українській конференції "Нові підходи до розв'язування диференціальних рівнянь" (Дрогобич, 25-27 січня 1994р.);

- українській конференції "Моделирование и исследование устойчивости систем" (Київ, 16-20 травня 1994р.);

- міжнародній науковій конференції ім. академіка Кравчука (Київ, 25-27 травня 1994р.);

- міжнародній науковій конференції, присвяченій пам'яті Ганса Гана (Чернівці, 10-15 жовтня 1994р.);

- міжнародній науковій конференції, присвяченій 150 річчю видатного українського фізика і електротехніка Івана Пулюя (Тернопіль, 24-28 травня 1995р. );

- першій українсько-скандинавській конференції "Стохастичні динамічні системи: теорія і застосування" (Ужгород, 30 вересня-6 жовтня 1995р. );

- республіканській школі-семінарі з нелінійних крайових задач математичної фізики і їх застосування (Чернівці, 9-12 жовтня 1995р. );

- об'єднаному семінарі кафедр математичного факультету ЧДУ (Чернівці, 21 грудня 1995р. ).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 15 робіт, з них 7 у співавторстві з науковим керівником, якому належить постановка задач і обговорення отриманих результатів.

Структура і обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, двох розділів, списку літератури і додатку загальним обсягом 130 сторінок. Нумерація формул в розділах містить дві цифри, де перша вказує номер параграфу в розділі.

## ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації і проаналізовано сучасний стан проблеми, з якої написана дисертація.

Нехай задано ймовірнісний простір  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  і потік  $\sigma$ -алгебр  $(\mathcal{F}_t, t \in [0, T])$ ,  $\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ . На елементах цього простору розглядається випадкова функція, що є розв'язком стохастичних диференціальних рівнянь.

В §1.1 розділу 1 отримані достатні умови асимптотичної стійкості і нестійкості в середньому квадратичному розв'язку задачі Коші для стохастичного диференціального рівняння спеціальної конструкції з простору  $\mathbb{R}_T^n$  функцій, вимірних при майже всіх  $\omega$  по  $t$  і  $x$  відносно  $\sigma$ -алгебри борелевих множин на площині, для яких

$$\int_{-\infty}^{\infty} M\{|u(t, x, \omega)|^2\} dx < \infty$$

при довільному  $t \in [0, T]$ ,  $M(\cdot)$  - знак математичного сподівання.

Позначимо  $L_{2R^1}$ ,  $L_{2T}$  - простори функцій з скінченною нормою

$$\|u(t, x, \omega)\|_{L_{2R^1}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |u(t, x, \omega)|^2 dx;$$

$$\|u(t, x, \omega)\|_{L_{2T}}^2 = \int_0^T |u(t, x, \omega)|^2 dt;$$

$$M_u(t) = M\left\{\|u(t, x, \omega)\|_{L_{2R^1}}^2\right\}.$$

В  $\mathfrak{R}_T$  норму введемо рівністю

$$\|u(t, x, \omega)\|^2 = \int_0^T M_u(t) dt \text{ для } \forall T > 0. \quad (1)$$

Позначимо  $Q(A, q, p) = \sum_{k \neq 0} \sum_{j \neq 0} a_{kj} q^k p^j$ , де  $A$  - дійсна матриця розміру  $(n+1) \times (m+1)$ , складена з елементів  $a_{kj} \in R^1$ .

Розглянемо підпростір  $\mathfrak{R}_{1T} \subset \mathfrak{R}_T$ , для елементів якого при довільній матриці  $A$  має місце включення

$$Q(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x})u(t, x, \omega) \in \mathfrak{R}_{1T}.$$

Нехай задана стохастична задача Коші для лінійного диференціального рівняння з частинними похідними

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[ Q(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x})u(t, x, \omega) \right] + Q(B, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x})u(t, x, \omega) = \\ & = \left[ Q(C, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x})u(t, x, \omega) \right] \tilde{W}(t, \omega) + \left[ \left[ Q(G, (\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}))f(v)u(t, x, \omega) \right] \tilde{v}(v, t), \right. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\left. Q(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x})u(t, x, \omega) \right|_{t=0} = [Qu]_0, \quad (3)$$

де  $\tilde{W}(t, \omega)$  - вінерівський процес,  $\{ \tilde{v}(dv, t) = v(dv, t) - \Pi(dv)t \}$  - центрована міра Пуассона,  $M\{ \tilde{v}(dv, t) \} = \Pi(dv)t$ ,  $\tilde{v}$  і  $W$  незалежні і погоджені з потоком  $\sigma$ -алгебр  $\{ \mathcal{F}_t, t \geq 0 \}$ .

Крім того, скрізь надалі  $K = \int_V \frac{f^2(v)}{v^2} dv < +\infty$ .

Під сильним розв'язком задачі (2), (3) розуміємо функцію  $(u(t, x) = u(t, x, \omega))$ , погоджену з потоком  $\sigma$ -алгебр  $\{ \mathcal{F}_t, t \geq 0 \}$  і таку, що майже скрізь при кожному  $(t, x)$  задовольняє рівняння

$$Q(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x})u(t, x) = [Qu]_0 + \int_0^t Q(B, \frac{\partial}{\partial s}, \frac{\partial}{\partial x})u(s, x)ds + \\ + \int_0^t Q(C, \frac{\partial}{\partial s}, \frac{\partial}{\partial x})u(s, x)dW(s, \omega) + \int_0^t \int_V Q(G, \frac{\partial}{\partial s}, \frac{\partial}{\partial x})u(s, x)f(v)\tilde{\nu}dv ds.$$

Відмітимо, що випадкова функція  $(u(t, x))$  не має розривів II-роду по  $t$ , неперервна справа по  $t$ , має лівосторонні границі.

Для задачі (2), (3) вивчається питання існування в  $\mathfrak{M}_{1,T}$  розв'язку, її також стійкості в середньому квадратичному цього розв'язку при  $t \rightarrow \infty$ .

Теорема 1. Нехай виконуються такі умови:

а) корені многочлена  $P(\lambda, t\sigma) = \lambda Q(A, \lambda, t\sigma) + Q(B, \lambda, t\sigma)$  при всіх  $\sigma$  задовольняють нерівність  $\text{Re} \lambda \leq \varphi(\sigma) < 0$ , причому  $\varphi(\sigma) \rightarrow -\infty$  при  $|\sigma| \rightarrow +\infty$  і рівність  $\varphi(\sigma) = 0$  лише при  $\sigma = 0$ .

б) при кожному  $t \in [0, T]$  для детермінованого рівняння ( $C = 0$ ,  $G = 0$ ) існує розв'язок задачі Коші в  $L_{2R^+}$ .

Тоді розв'язок задачі Коші для стохастичного рівняння (2), (3) параболічного типу ( $C \neq 0$ ,  $G \neq 0$ ) існує в  $\mathfrak{M}_{1,T}$ .

Лема 1. Нехай виконана умова а) теореми 1. Тоді для довільного  $\sigma \neq 0$  і будь-яких дійсних матриць  $C$  і  $G$  має місце включення

$$\left[ Q(C, \frac{d}{dt}, t\sigma)H(t, \sigma) + \int_V \frac{f^2(v)}{v^2} dv [Q(G, \frac{d}{dt}, t\sigma)H(t, \sigma)] \right] \in L_2(0, +\infty)$$

і для норми виконується співвідношення

$$\|Q(C, \frac{d}{dt}, t\sigma)H(t, \sigma)\|_{L_2}^2 + \|Q(G, \frac{d}{dt}, t\sigma)H(t, \sigma) \int_V \frac{f^2(v)}{v^2} dv\|_{L_2}^2 = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|Q(C, t\lambda, t\sigma)|^2}{|P(t\lambda, t\sigma)|^2} d\lambda + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|Q(G, t\lambda, t\sigma)|^2}{|P(t\lambda, t\sigma)|^2} d\lambda \int_V \frac{f^2(v)}{v^2} dv = S(\sigma).$$

Теорема 2. Нехай виконується умова а) теореми 1. Якщо  $\text{sup} S(\sigma) < 1$ , то  $\lim_{t \rightarrow \infty} M_w(t) = 0$ ,  $w(t, x, \omega) = Q(D, \frac{d}{dt}, \frac{d}{dx})u(t, x, \omega)$  при довільній дійсній матриці  $D$ . Якщо  $S(\sigma) > 1$  на множині додатної міри Лебега  $\Lambda$ , то  $\lim_{t \rightarrow \infty} M_w(t) = \infty$ .

В §1.2 похідну  $\frac{\partial}{\partial x}$  замінимо оператором Бесселя  $B_x = \frac{\partial^2}{\partial x^2} +$

$\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} x \in (0, +\infty)$ ,  $v_0 > 0$ . Методикою §1.1 показано твердження теорем I і 2 в просторі  $\mathfrak{M}_T$  вимірних при всіх  $\omega$  по  $t$  і  $x$  відносно  $\sigma$ -алгебри борелевих множин площини  $(t, x)$  функцій, для яких

$$\int_0^{\infty} M \left\{ |u(t, x, \omega)|^2 \right\} x^{v_0} dx < +\infty, \quad (v_0 \geq 0)$$

з скінченною нормою, заданою (1).

Об'єктом дослідження §1.3 є мішана задача для лінійного стохастичного диференціального рівняння з частинними похідними та узагальненими крайовими умовами (типу функціоналів)

$$d_t u(x, t, \omega) = E \left[ \frac{\partial^p}{\partial x^p} \right] u(x, t, \omega) dt + Q \left[ \frac{\partial^p}{\partial x^p} \right] u(x, t, \omega) dW(t) + \int_V f(v) R \left[ \frac{\partial^p}{\partial x^p} \right] u(x, t, \omega) \dot{v}(v, t), \quad (4)$$

$$u(0, x) = f(x), \quad f(x) \in W_2^l, \quad (5)$$

$$\Phi_j \bar{u} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, l, \quad (6)$$

де  $E(\lambda)$ ,  $Q(\lambda)$ ,  $R(\lambda)$  є многочлени степеня не вище  $m$ ,  $\Phi_j \bar{u}$  – лінійні неперервні функціонали над вектор-функцією  $\bar{u} = (u(x), u^{(p)}(x), \dots, u^{(m-1)}(x))$ , яка належить простору  $W_2^l(a, b)$ ,  $l = mp$  з введеною нормою

$$\|g\|_l^2 = \int_a^b |g(x)|^2 dx + \int_a^b \left[ \left| \frac{\partial^l g(x)}{\partial x^l} \right|^2 + \int_V |f(v) \frac{\partial^l g(x)}{\partial x^l} \left| \frac{dv}{v^2} \right| \right] dx. \quad (7)$$

Припустимо, що оператор  $p$ -кратного диференціювання має дискретний спектр  $(\lambda_k)_{k=1}^{\infty}$ , причому базис складається із власних функцій  $l_k(x)$ , відповідних цим власним значенням.

Розв'язок відшукується у вигляді

$$u(t, x, \omega) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t, \omega) l_k(x), \quad (8)$$

де  $T_k(t, \omega)$  – невідомі випадкові функції.

Лема 2. Якщо

$$\sup_k \sigma_k = \sup_k \left\{ 2\delta_k + \delta_k^2 + t \int_V \left[ \ln(t^* f^2(v)) \beta_k^2 + 2f(v) \beta_k \right] - \right.$$

$$-f(v)\beta_k\} \Pi(dv) \} = \gamma, < +\infty, \quad (9)$$

то майже напевно розв'язок  $u(t, x, \omega)$  задачі (4), (5), (6) існує і належить  $W_2^1$  при кожному фіксованому  $t$ , де

$$\alpha_k = \operatorname{Re} E(\lambda_k), \quad \delta_k = \operatorname{Re} Q(\lambda_k), \quad \delta_k^2 = \operatorname{Re} Q^2(\lambda_k),$$

$$\beta_k = \operatorname{Re} R(\lambda_k), \quad \beta_k = \operatorname{Re} R^2(\lambda_k).$$

**Теорема 3.** Для стабілізації в середньому квадратичному розв'язку задачі (4), (5), (6) необхідно і досить, щоб виконувалися нерівності  $\alpha_k < 0, k \geq 1$  і з ймовірністю 1 існували стохастичні інтеграли

$$\int_0^t \int_{\Omega^V} \ln \left( 1 + f^2(v)\beta_k^2 + 2f(v)\beta_k \right) \tilde{v}(v, dt) < +\infty, \quad k \geq 1. \quad (10)$$

§1.4 присвячений існуванню і стабілізації в середньому квадратичному розв'язку задачі Діріхле для стохастичного рівняння  $n$ -го порядку по  $t$

$$\frac{\partial^n u(t, x, \omega)}{\partial t^n} + M \left[ \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial^p}{\partial x^p} \right] u(t, x, \omega) = Q \left[ \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial^p}{\partial x^p} \right] u(t, x, \omega) \frac{dW(t, \omega)}{dt} + \sqrt{V} \left[ Q, \left[ \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial^p}{\partial x^p} \right] f(v) \tilde{v}(v, t), \right. \quad (11)$$

$$\Phi_l \tilde{u} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, l = mp; \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial^j u}{\partial t^j} \right|_{t=0} = \varphi_j(x), \quad j = 0, 1, \dots, n-1. \quad (13)$$

де  $M, Q, Q_1$  - диференціальні оператори зі сталими коефіцієнтами степеня  $(n-1)$  від  $\frac{\partial}{\partial t}$  і степеня  $m$  по  $\frac{\partial^p}{\partial x^p}$ .

Розв'язок задачі (11) - (13) також будується у вигляді ряду (8). При умові експоненціальної стійкості нульового розв'язку відповідної детермінованої крайової задачі (11), (12), певній гладкості початкових функцій і виконанні нерівності

$$\int_0^{\infty} \frac{|Q_1(tz, \lambda_k)|^2 + |Q_2(tz, \lambda_k)|^2 K}{|(tz)^n + M(tz, \lambda_k)|^2} dz < 1 \quad (14)$$

нульовий розв'язок стохастичної задачі (11) - (13) асимптотично стійкий.

Результат цього параграфу ілюструється на прикладі задачі коливань стрижня, на який діють "білий шум" та пуассонівське збурення.

В §1.5 отримано умови стабілізації розв'язку крайової задачі для систем стохастичних рівнянь з частинними похідними спеціальної конструкції із змінними коефіцієнтами від просторових змінних.

Позначимо через  $G$  компакту область в  $E_n$  з межею  $\Gamma$ ,  $\Sigma(t)$  - матрицю з елементами  $\{S_{ij}(t)W_{ij}(t)\}_{i,j=1}^n$  де  $W_{ij}(t)$  - незалежні вінерівські процеси з нульовим зсувом і матрицею дифузії  $S = S_{ij}$ , які узгоджені з потоком  $\sigma$ -алгебр  $\mathcal{F}_t$ .

В області  $G^+ = (0, \infty) \times G \times \Omega$  розглянемо однорідну крайову задачу для систем стохастичних рівнянь

$$\frac{\partial u}{\partial t} + E(L(D_x))u = \frac{d}{dt} \Sigma(t) Q(L(D_x))u + \int_V f(v) R(L(D_x))u(t, x, \omega) \dot{v}(v, t), \quad (15)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad L^k(D_x) \cdot u|_{\Gamma} = 0, \quad k=0, 1, \dots, m_E \quad (16)$$

де  $L(D_x) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}(x) \frac{\partial}{\partial x_j} \right) - a_0(x)$ ,  $a_c \geq 0$ ,

$E(\lambda)$ ,  $Q(\lambda)$ ,  $R(\lambda)$  - квадратні матриці розміру  $N$ , елементами яких є многочлени степеня відповідно  $m_E$ ,  $m_Q$ ,  $m_R$ , наприклад,

$$Q(\lambda) = \left\{ \sum_{k=0}^{m_Q} a_k^{(ij)} \lambda^k \right\}_{i,j=1}^n = Q_{ij}; \quad u = u(t, x, \omega) = \text{col} \{u_1, \dots, u_N\},$$

$a_k^{(ij)} = \text{const}$ ,  $m = \max(m_E, m_Q, m_R)$ ,  $W_{ij}(t)$  незалежні між собою

випадкові функції,  $\frac{dW_{ij}}{dt}(t)$  - узагальнена похідна,  $d\Sigma(t) = (S_{ij} dW_{ij})$ ,  $M(\Sigma(t))^2 = S \cdot t$ ,  $M$  - операція математичного сподівання.

Будемо вважати функцію  $u(t, x, \omega)$  елементом простору  $C(0, \infty) \times H^{2m}(G)$ , де  $H^{2m}(G)$  - підпростір гільбертового простору  $H_2(G)$  функцій сумовних з квадратом з ймовірністю 1 в нормі  $L_2(G)$  і таких, що ряд Фур'є по повній ортонормованій системі збігається з ймовірністю 1. Норма в  $H^{2m}$  визначається так:

$$\|u\|_{2m}^2 = \int_G [ |u|^2 + |L^m(D_x)u|^2 ] dx. \quad (17)$$

**Теорема 4.** Нехай:

- 1) коефіцієнти  $a_{ij}(x)$  належать класу  $C_a^{2m+\alpha}(G)$  і оператор  $L(D_x)$  рівномірно еліптичний:  $\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \alpha_i \alpha_j \geq \delta |\alpha|^2$ ,  $\delta = \text{const} > 0$  в області  $G \subset E_n$ , яка обмежена поверхнею Ляпунова  $\Gamma$ ;
- 2) власні числа матриць  $E(\lambda_k)$  задовольняють нерівність  $\text{Re} \beta(\lambda_k) \leq -c_0 \lambda_k^{m_k}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ), а норма матриць, піднесених до квадрату елементів

$$A_k = [SQ(\lambda_k)]^{(2)} + \left[ \int_V f^2(v) \frac{dv}{v^2} R(\lambda_k) \right]^{(2)} \cdot \int_0^\infty [(ZI + E(\lambda_k))^{-1}]^{(2)} dz,$$

$k = 1, 2, \dots$  строго менша одиниці, індекс (2) означає піднесення до квадрату елементів матриці,  $c_0 > 0$ ,  $I$  - одинична матриця;

- 3) початкова функція  $\varphi(x)$  належить класу  $H^{2m}(G)$ .

Тоді існує і єдиний розв'язок крайової задачі (15), (16), належить класу  $H^{2m}$  і асимптотично стійкий в середньому квадратичному.

У §1.6 і §1.7 проводиться дослідження розв'язку задачі Коші в області  $G_T = \Pi_{(t_0, T)} \times \Omega$ , де  $\Pi_{(t_0, T)} = [t_0, T] \times E_n$ , ( $0 < T \leq \infty$ ), для квазілінійного параболічного рівняння

$$\frac{\partial u(t; x, \omega)}{\partial t} = \sum_{|k| \leq 2b} a_k(t, x) D_x^k u(t, x, \omega) + b(t, x, u(t, x, \omega)) \frac{\partial \omega(t, \omega)}{\partial t} + \int_V p(t, v) u(t, x, \omega) \dot{v}(v, t), \quad t > 0 \quad (18)$$

$$u(t, x, \omega) \Big|_{t=t_0} = \varphi(x, \omega), \quad (19)$$

Нас цікавить існування майже напевно і асимптотична стійкість при  $t \rightarrow \infty$  в середньому квадратичному розв'язку задачі (18), (19) за нормою

$$\|u(t, x, \omega)\|_{L_2} = \left[ \int_{E_n} M(|u(t, x, \omega)|^2) dx \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (20)$$

Теорема 5. (про існування) Якщо виконуються умови теореми існування фундаментального розв'язку  $Z(t, \tau, x, y)^*$  відповідної детермінованої задачі у шарі  $\Pi_{[t_0, T]}$ , початкова функція  $\varphi(x, \omega) \in \epsilon, L_2$  і для довільних  $f_1(t, x, \omega)$  і  $f_2(t, x, \omega)$  в  $L_2$  справджуються нерівності

$$\|b(t, x, f_1)\|_{L_2}^2 \leq 1 + \|f_1(t, x, \omega)\|_{L_2}^2, \quad (21)$$

$$\|b(t, x, f_2) - b(t, x, f_1)\|_{L_2}^2 \leq L_0 \|f_2 - f_1\|_{L_2}^2, \quad L_0 > 0. \quad (22)$$

Тоді існує і єдиний з точністю до стохастичної еквівалентності розв'язок, для якого справедлива нерівність

$$\|u(t, x, \omega)\|_{L_2} \leq k(\|\varphi\|_{L_2} + 1), \quad (23)$$

де  $k$  залежить від  $c, C, t_0, T$ .

Теорема 6. Нехай виконуються умови теореми 5, для  $Z(t, \tau, x, y)$  виконується оцінка  $(\lambda_1^+)^*$ , а функції  $b(t, x, u)$  і  $p(t, v)$  задовольняють умови

$$\|b(t, x, f)\|_{L_2}^2 \leq q(t) \|f\|_{L_2}^2, \quad (24)$$

крім того,

$$\int_{t_0}^{\infty} G(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{\infty} \left\{ q(\tau) + \int_V \frac{p^2(\tau, v)}{v^2} dv \right\} d\tau < +\infty.$$

Тоді нульовий розв'язок задачі Коші (18), (19) є стійким в середньому квадратичному.

Якщо для функцій  $b(t, x, u)$  і  $p(t, v)$  виконуються умови теореми 6, а для  $Z(t, \tau, x, y)$  вірна оцінка  $(\lambda_2^+)^*$ , тоді нульовий розв'язок стохастичної задачі буде асимптотично стійким в середньому квадратичному, тобто

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|u(t, x, \omega)\|_{L_2}^2 = 0. \quad (25)$$

Властивість  $2m$ -го моменту інтеграла Вінера-Іто привела до дослідження поведінки  $2m$ -го моменту розв'язку задачі Коші для квазілінійного рівняння в §1.7.

\* ) Эйделман С.Д. Параболические системы. - М. - Наука. - 1964. - 444с.

Теорема 7. Якщо фундаментальний розв'язок  $Z(t, \tau, x, y)$  задовольняє умову  $(\lambda_1^+)$ , а для  $b(t, x, f)$  справедливі нерівності (21), (22), то на  $(0, \omega)$  існує розв'язок задачі Коші, для якого справджується оцінка

$$\|u(t, \cdot)\|_{2m} \leq C_m \left( \|\varphi\|_{2m} + t^{\frac{1}{2}} \right) \exp(ct^m).$$

Якщо ж для  $b(t, x, f)$  виконується нерівність (24),

$$\text{де } q_0 = \int_0^{\infty} t^{m-1} q(t) dt < \infty,$$

то

$$\|u(t, \cdot)\|_{2m} \leq C_m \left( 1 + t^{\frac{m-1}{2m}} \right) \|\varphi\|_{2m}.$$

Якщо ж для  $Z(t, \tau, x, y)$  виконується оцінка  $(\lambda_2^+)$ , то розв'язок є асимптотично стійкий по  $L_{2m}$  нормі і вірною є (25).

У §1.8 для лінійного стохастичного параболічного рівняння із збуренням типу "білого шуму" побудовано розв'язок задачі Коші і виділено функцію Гріна як ядро оберненого оператора.

В області  $G_T = [0, T] \times E_n \times \Omega$  розглядається задача Коші

$$\begin{aligned} d_t u(t, x, \omega) = & \left[ A(t, D_x) u(t, x, \omega) + f(t, x) \right] dt + \\ & + \left[ B(t, D_x) u(t, x, \omega) + g(t, x) \right] dW(t, \omega) \end{aligned} \quad (26)$$

$$u(t, x, \omega) \Big|_{t=0} = \varphi(x), \quad (27)$$

де  $A(t, D_x)$ ,  $B(t, D_x)$  - диференціальні многочлени виду

$$A(t, D_x) = \sum_{|k| \leq 2b} A_k(t) D_x^k, \quad B(t, D_x) = \sum_{|k| \leq m} B_k(t) D_x^k,$$

$f(t, x)$ ,  $g(t, x)$ ,  $\varphi(x)$  - детерміновані функції.

Теорема 8. Якщо коефіцієнти многочленів  $A(t, D_x)$  і  $B(t, D_x)$  неперервні функції по  $t$  і виконується умова

$$\operatorname{Re} A(z, t\sigma) + \frac{1}{2} \operatorname{Im} (B(z, t\sigma))^2 \leq -\delta, |\sigma|^{2b} + c, \quad (28)$$

то з ймовірністю 1 існує функція Гріна  $G(t, x, \omega)$ , яка має стохастичний диференціал по  $t$  і похідні по  $x$ . З її допомогою розв'язок задачі (26), (27) визначається за формулою

$$u(t, x, \omega) = \int_{E_n} G(t, 0; x - \xi, \omega) \varphi(\xi) d\xi + \int_0^t dt \int_{E_n} G(t, \tau; x - \xi, \omega) [f(\tau, \xi) - B(\tau, D_\xi)g(\tau, \xi)] d\xi + \iint_{CE_n} G(t, \tau; x - \xi, \omega) g(\tau, \xi) d\xi dW(\tau, \omega). \quad (29)$$

Якщо  $\varphi \in C^{2b}(E_n)$ ,  $f \in C_x^\alpha(\Pi)$ ,  $B(t, D_x)g(t, x) \in C_x^\alpha(\Pi)$ , то для норми розв'язку

$$\|u(t, x, \omega)\|_{2b}^k = \sum_{|k| \leq 2b} \sup_{\Pi} |MD_x^k u(t, x, \omega)|$$

виконується нерівність

$$\|u(t, x, \omega)\|_{2b}^k \leq C \left( \|\varphi\|_{2b}^k + \|f\|_\alpha + |B(t, D_x)g|_\alpha \right). \quad (30)$$

Якщо ж  $\varphi \in C(E_n)$ , то

$$|MD_x^k u(t, x, \omega)| \leq Ct^{-\frac{|k|}{b}} \left( \|\varphi\|_{2b} + \|f\|_\alpha + |B(t, D_x)g|_\alpha \right), \quad k \leq 2b \quad (31)$$

де  $\|f\|_\alpha = \|f\|_C + \|f\|_\alpha$ ,  $\|f\|_\alpha = \sup_{x \in E_n} \left[ \frac{\Delta_x f(t, x)}{|\Delta x|^\alpha} \right]$ ,  $\Delta \in (Q, L)$

$$\|f\|_{2b} = \sum_{|k| \leq 2b} \sup_{\Pi} |D_x^k f(t, x)|.$$

У II розділі розглянуті стохастичні моделі задач для регулярних і сингулярних рівнянь математичної фізики з вінерівськими і пуассонівськими збуреннями в коефіцієнтах при наймоладших похідних і детермінованими початковими умовами і отримані достатні умови експоненціальної стійкості в середньому квадратичному розв'язків детермінованих і стохастичних задач коливань і теплопровідності.

У регулярному випадку вивчаються:

1) процес коливання струни (§2.1), що описується рівнянням

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 2\beta \frac{\partial u}{\partial x} - \left( \gamma - S, \frac{dW(t, \omega)}{dt} \right) u + S_2 u \int_V f(v) \dot{v}(v, t) - 0 \quad (32)$$

і характеризується крайовими і початковими умовами

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad t \geq 0 \quad (33)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x); \quad u_t(x, 0) = \psi(x). \quad (34)$$

Нехай початкова функція  $\varphi(x)$ , визначена на  $[0, l]$ , має кусково-неперервну 3-ю похідну, причому  $\varphi(0) = \varphi(l) = 0$  і  $\varphi'(0) = \varphi'(l) = 0$  (належить класу  $KC^3$ ), а початкова функція  $\psi(x) \in KC^2$ , то існує класичний розв'язок детермінованої задачі. Якщо коефіцієнти рівняння коливань задовольняють умови

$$\beta > 0, \quad \beta^* = \frac{\pi^2}{l^2} + \gamma - \frac{\beta^2}{\alpha^2} > 0, \quad \beta_1 = \alpha^{-1} \sqrt{\beta^*},$$

то його розв'язок є експоненціально стійкий, тобто

$$\|u(x, t)\|_{L_2} \leq \left(1 + \frac{\beta}{\alpha^2 \beta_1} + \frac{1}{\beta_1}\right) \exp(-\frac{\beta}{\alpha^2} t) (\|\varphi\| + \|\psi\|).$$

У припущенні, що розв'язок детермінованої задачі експоненціально стійкий і для коефіцієнтів стохастичної задачі виконується умова

$$\alpha^4 \left[4\beta \left(\gamma + \frac{\pi^2}{l^2}\right)\right]^{-1} \left[S_1^2 + S_2^2 \int_V \frac{f^2(v)}{v^2} dv\right] < 1,$$

розв'язок стохастичної задачі також експоненціально стійкий з параметром  $\alpha > 0$

$$M\{|u(x, t, \omega)|^2\} \leq N e^{-\alpha t} \left\{\|\varphi\|^2 + \frac{1}{\beta_1^2} \|\psi\|^2\right\};$$

$$\text{де } \alpha = \frac{2\beta}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta_1^2} \left[S_1^2 + S_2^2 \int_V \frac{f^2(v)}{v^2} dv\right].$$

II) Задача Діріхле для стохастичного рівняння теплопровідності (§2.2)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x, t, \omega)}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u(x, t, \omega)}{\partial x^2} &= bu(x, t, \omega) \frac{dW(t, \omega)}{dt} + \\ &+ cu(x, t, \omega) \int_V f(v) \dot{v}(v, t) \end{aligned} \quad (35)$$

з крайовими умовами

$$u(0, t, \omega) = u(l, t, \omega) = 0 \quad (36)$$

і початковою

$$u(x, 0, \omega) = \varphi(x). \quad (37)$$

Розв'язок детермінованого рівняння теплопровідності має похідні, що входять в рівняння в замкненій області ( $0 \leq x \leq l$ ,  $0 < t \leq T$ ) і задовольняє умови (36), (37) при довільній кусково-диференційованій функції  $\varphi(x)$ , що перетворюється в нуль при  $x = 0$ ,  $x = l$ . Він є завжди експоненціально-стійкий, бо його  $L_2$ -норма задовольняє нерівність

$$|u(x, t)| \leq \exp(-\alpha^2 \frac{\pi^2}{l^2} t) |\varphi|$$

Достатня умова експоненціальної стійкості нульового розв'язку стохастичної задачі в термінах коефіцієнтів і власних значень має вигляд

$$A = \left[ b^2 + c^2 \int_V f^2(v) \frac{dv}{v^2} \right] < \frac{2\alpha^2 \pi^2}{l^2}, \quad (38)$$

причому

$$M\{|u(x, t, \omega)|^2\} \leq e^{-\alpha t} |\varphi|^2,$$

де  $\alpha = 2\alpha^2 \frac{\pi^2}{l^2} - A$ .

У сингулярному випадку вивчаються:

I) процес коливань (§2.3)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varphi \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 2\beta \frac{\partial u}{\partial t} - \left[ \gamma S_1 \frac{\partial W(t, \omega)}{\partial t} \right] u + B_{k, y} u + S_2 u \int_V f(v) \dot{v}(v, t), \quad (39)$$

де

$$B_{k, y} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{k}{y} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad (k = 2\nu + 1 \geq 0)$$

з початковими умовами

$$u(x, y, t)|_{t=0} = \varphi(x, y), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \psi(x, y); \quad (40)$$

$$\text{крайовими по } x \quad u(0, y, t) = u(l, y, t) = 0, \quad t, y > 0 \quad (41)$$

$$\text{по } y: \text{ а) випадок: } y \in [0, R) \quad \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0} = 0, u|_{y=R} = 0 \quad (42)$$

$$\text{б) випадок: } y \in [0, +\infty) \quad \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0} = 0 \quad (43)$$

Введемо в розгляд простори функцій  $L_2$ , у яких функції

$f(x,y)$  визначені і неперервні на  $[0,1] \times [0,R]$  у точках  $0, 1, R$  приймають нульові значення з скінченною ваговою нормою

$$\|f\|_{2,1,R} = \left( \int_0^1 \int_0^R |f(x,y)|^2 y^k dy dx \right)^{\frac{1}{2}},$$

або визначених на  $[0,1] \times [0,\infty]$  з нормою

$$\|f\|_{2,1,R_1} = \left( \int_0^1 \int_0^{\infty} |f(x,y)|^2 y^k dy dx \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Відносно початкових функцій  $\phi$  і  $\phi_0$  будемо припускати, що вони розкладаються в абсолютно і рівномірно збіжні ряди Фур'є за власними функціями крайових задач у випадку а), а у випадку б) існує перетворення Бесселя по змінній  $y$ . Розв'язок крайових задач будемо шукати методом розділення змінних.

а) Якщо коефіцієнти відповідного (39) детермінованого рівняння задовольняють умови

$$\beta > 0, \quad \frac{\pi^2}{l^2} + \gamma + \mu_1^{(\nu)2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2} > 0, \quad (44)$$

то норма розв'язку задовольняє нерівність

$$\|u(t,x,y)\|_{2,1,R} \leq 4 \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha^2 \beta_{11}} + \frac{1}{\beta_{11}} \right)^2 \exp(-\frac{\beta}{\alpha^2} t) (|\phi| + |\phi_0|),$$

де  $\beta_{11} = \frac{1}{\alpha} \left[ \gamma + \frac{\pi^2}{l^2} + \mu_1^{(\nu)2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right]^{\frac{1}{2}}$ ,  $\frac{\pi^2}{l^2} + \mu_1^{(\nu)2}$  - найменше власне значення відповідної крайової задачі.

Для стохастичної задачі (39) - (42) виконання нерівності (44) і умови

$$\alpha^4 \left[ 4\beta \left( \gamma + \mu_1^{(\nu)2} + \frac{\pi^2}{l^2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) \right]^{-1} \left[ S_1^2 + S_2^2 \int_V \frac{f^2(\nu) d\nu}{\nu^2} \right] < 1 \quad (45)$$

є достатньою умовою для експоненціальної стійкості розв'язку стохастичної задачі, причому

$$E \left\{ \|u(t,x,y,\omega)\|^2 \right\}_{2,1,R} \leq 4 \left[ 1 + \frac{\beta}{\alpha^2 \beta_{11}} + \frac{1}{\beta_{11}} \right]^2 \times$$

$$\text{хелр} \left[ -\left(\frac{2\beta}{\alpha^2} - A_{11}\right)t \right] \left[ |\varphi|^2 + |\Phi|^2 \right],$$

$$\text{де } A_{11} = \frac{1}{\beta_1^2} \left[ S_1^2 + S_2^2 \int_V \frac{r^2(v)}{v^2} dv \right].$$

б) Отримано аналогічні умови стійкості розв'язків детермінованої і стохастичної задач при  $y \in [0, \infty)$ . Аналогом умови (44) для детермінованої задачі є виконання нерівності:

$$\beta > 0, \quad \frac{\pi^2}{l^2} + \gamma - \frac{\beta^2}{\alpha^2} > 0. \quad (46)$$

Для стохастичної задачі (39) - (41), (43) при виконанні співвідношення (46) отримуємо залежність між коефіцієнтами і власними значеннями для експоненціальної стійкості розв'язку

$$\alpha^4 \left[ 4\beta \left( \gamma + \frac{\pi^2}{l^2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) \right]^{-1} \left[ S_1^2 + S_2^2 \int_V \frac{r^2(v)}{v^2} dv \right] < 1, \quad (47)$$

тобто

$$M \left\{ |u(t, x, y, \omega)|^2 \right\}_{2, l, R_1} \leq 4 \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha^2 \beta_1} + \beta_1 \right)^2 x$$

$$\text{хелр} \left[ -\left(\frac{2\beta}{\alpha^2} - A_{11}\right)t \right] \left[ |\varphi|^2 + |\Phi|^2 \right],$$

$$\text{де } A_{11} = \frac{1}{\beta_1^2} \left[ S_1^2 + S_2^2 \int_V \frac{r^2(v)}{v^2} dv \right].$$

II) Мішана задача для стохастичного сингулярного рівняння теплопровідності (§2.4)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x, y, t, \omega)}{\partial t} &= \alpha_0^2 \frac{\partial^2 u(x, y, t, \omega)}{\partial x^2} + \alpha_1^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{k}{y} \frac{\partial}{\partial y} \right) u(x, y, t, \omega) + \\ &+ \nu u(x, y, t, \omega) \frac{\partial W(t, \omega)}{\partial t} + c u(x, y, t, \omega) \int_V f(v) \dot{v}(v, t) \end{aligned} \quad (48)$$

$$\text{з початковою умовою } u|_{t=0} = \varphi(x, y), \quad (49)$$

$$\text{крайовими умовами } u|_{x=0} = u|_{x=l} = 0, \quad (50)$$

а також:

$$а) \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=R} = 0. \quad (51)$$

$$б) \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad y \in [0, +\infty). \quad (52)$$

Слід відмітити, що розв'язок відповідної детермінованої задачі є експоненціально стійкий як у випадку а), так і б).

а) Розв'язок стохастичної задачі (48) - (51) буде стійким за умови

$$A < 2 \left( \alpha \frac{2\pi^2}{\lambda^2} + \mu_1^{(v)^2} \right), \quad (53)$$

$$\text{де } \alpha^2 = \alpha_0^2 \alpha_1^{-2}.$$

б) Умовою стійкості нульового розв'язку задачі (48) - (50), (52) є нерівність (38), при виконанні якої справджується оцінка

$$M \left\{ \|u(x, y, t, \omega)\|^2 \right\}_{2, l, R_1^*} \leq N, \exp \left[ -(2\alpha_1^2 \lambda_1 - A)t \right] \|\varphi\|_{2, l, R_1^*}^2,$$

$$\text{де } \lambda_1 = \alpha \frac{2\pi^2}{\lambda^2}.$$

В останньому §2.5 отримано умови асимптотичної стійкості нульового розв'язку задачі Коші для зліченної системи звичайних стохастичних рівнянь, до якої можна звести задачу з частинними похідними та наведено приклад.

#### ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

- Для лінійного рівняння спеціальної конструкції, коефіцієнти якого містять "білий шум" і пуассонівські збурення, побудовано розв'язок задачі Коші і встановлено умови асимптотичної стійкості нульового розв'язку в середньому квадратичному;

- отримані необхідні і достатні умови стабілізації розв'язків мішаної задачі для рівнянь із сталими коефіцієнтами 1-го порядку по  $t$  та узагальненими крайовими умовами;

- встановлені умови асимптотичної стійкості нульового розв'язку задачі Діріхле для стохастичного рівняння  $n$ -го порядку по  $t$  і результат застосовано до модельної задачі асимптотичної

стабілізації стрижня, на який діють "білий шум" і пуассонівські збурення;

- доведено теорему про існування і асимптотичну стійкість у середньому квадратичному розв'язку крайової задачі системи зі змінними коефіцієнтами спеціального вигляду з багатьма просторовими змінними;

- для квазілінійного диференціального рівняння параболического типу зі змінними по  $t$  і  $x$  коефіцієнтами отримано:

- умови стабілізації розв'язку в середньому квадратичному 2-го моменту розв'язку задачі Коши при наявності "білого шуму" і пуассонівських збурень,

- поведінку 2-го моменту розв'язку при наявності неперервних збурень ("білого шуму").

- отримано зображення розв'язку задачі Коши за допомогою функції Гріна для лінійного стохастичного рівняння і проведено оцінки похідних розв'язку в спеціальному нормованому просторі;

- отримані умови експоненціальної стійкості розв'язку однорідних задач Діріхле для рівнянь коливань і теплопровідності з сталими коефіцієнтами і однією просторовою змінною;

- для задачі Діріхле з оператором Бесселя доведено теореми про експоненціальну стійкість розв'язку в середньому квадратичному в прямокутній області і необмеженій смузі.

Основний зміст дисертації відображено в статтях та тезах всеукраїнських і міжнародних конференцій.

1. В.К.Ясинский, Г.М.Перун. Стабилизация решения стохастического уравнения колебаний с оператором Бесселя при наличии пуассоновских возмущений //Укр. мат. журн.- 1990.- 42, N 7, С. 974 - 978.

2. Г.М.Перун, В.К.Ясинский. Исследование задачи Коши для стохастических уравнений в частных производных //Укр. мат. журн.- 1993.- 45, N 9. - С. 1259 - 1265.

3. В.К.Ясинский, Г.М.Перун. О стабилизации решения задачи Дирихле для стохастического уравнения теплопроводности с разрывными траекториями и оператором Бесселя //Кибернетика и вычислительная техника.- 1991. -N 9Г. - С. 19 - 25.

4. В.К.Ясинський, Г.М.Перун. Асимптотическое поведение решений счетных систем стохастических дифференциальных уравнений с разрывными траекториями //Кибернетика и вычислительная техника. - 1993. - № 99, С. 31 - 33.

5. Г.М.Перун. Задача Коші для сингулярних стохастичних рівнянь з частинними похідними //Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр. - Київ: Ін-т матем. АН України, 1992.- Вип. I. - С. 144 - 149.

6. Перун Г.М., Ясинський В.К. Стабілізація розв'язків лінійних стохастичних рівнянь з частинними похідними // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр. - Київ: Ін-т матем. АН України, 1993.- Вип. 4. - С. 145 - 152.

7. Г.М.Перун. Про стабілізацію розв'язків крайової задачі для систем стохастичних рівнянь з частинними похідними //Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр. - Київ: Ін-т матем. АН України, 1994.- Вип. 7. - С. 191 - 198.

8. Галина Перун. Стабілізація в середньому квадратичному розв'язків задачі Коші для стохастичного рівняння параболічного типу при наявності пуассонівських збурень //Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр. - Київ: Ін-т матем. АН України, 1995.- Вип 9. - С. 229 - 236.

9. Перун Г.М. Задача Коші для стохастичних параболічних рівнянь з вінерівським процесом і міром Пуассона //Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения: Сб. науч. тр. - Киев: Ін-т матем. НАН України, 1994. - С. 154.

10. Г.М.Перун. Про  $L_2$ -стійкість розв'язку задачі Коші для стохастичного квазілінійного параболічного рівняння // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения: Сб. науч. тр. - Киев: Ін-т матем. НАН України, 1995. - С. 204-206.

11. Ясинський В.К., Матийчук Г.М. (Перун Г.М.). Стабілізація решений смешанной задачи для стохастических уравнений колебаний струны и теплопроводности при наличии пуассоновских возмущений. - Черновиц. ун-т. Черновиц, 1988. - 14 с. Деп. в УкрНИИ НТИ 08.02.88, № 372-Ук88.

12. В.К.Ясинський, Г.М.Перун. Стабілізація розв'язків

лінійних стохастичних рівнянь параболічного типу // "Нові підходи до розв'язування диференціальних рівнянь" ( Дрогобич, 25 - 27 січня 1994 р. ): Тези доп. - К: Ін-т математики НАН України, 1994. - С. 194.

13. Перун Г.М. Про стабілізацію розв'язків задачі типу Дірікле для стохастичних параболічних рівнянь //Українська конференція "Моделирование и исследование системы" ( Київ, 16 - 20 травня 1994 р. ): Тези доп. - К.: Ін-т матем. і кібернетики, 1994. - С. 103 - 104.

14. Перун Г.М. Задача Коші для стохастичних параболічних рівнянь //Третя міжнародна наукова конференція ім. академіка М.Кравчука ( Київ, 25 - 27 травня 1994 р. ): Тези доп. К.: Ін-т математики АН України, 1994. С. 92.

15. Перун Г.М. Про задачу Коші для стохастичних сингулярних рівнянь параболічного типу // Міжнародна математична конференція, присвячена пам'яті Ганса Гана ( Чернівці, 10 -15 жовтня 1994 р. ): Тези доп. - Чернівці: Рута, 1994. - С. 119.

Висловлюю щиро подяку науковому керівнику Володимирі Кириловичу Ясинському.

Перун Г.М. Стабилизация решений стохастических дифференциальных уравнений с частными производными и пуассоновскими возмущениями.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, Черновицкий государственный университет, Черновцы, 1995.

Защищается 15 научных работ, которые содержат условия стабилизации в среднем квадратическом решений задачи Коши и смешанных задач для линейных уравнений специальной конструкции и квазилинейных уравнений параболического типа. Получены условия экспоненциальной устойчивости в среднем квадратическом в терминах собственных значений краевой задачи и коэффициентов уравнения задач Дирихле для стохастических регулярных и сингулярных уравнений колебаний и теплопроводности.

Perun G.M. Stabilization of solution of stochastic equations with partial devivatives and Poisson's disturbances.

Candidate of Science Thesis ( Physics and Mathematics ) specialization 01.01.02 – differential equations. Chernivtsy University, Chernivtsy, 1996.

The 15 scientific works are protected, which concerns conditions of mean-square stabilization of the Cauchet problem solutions, combained problems for linear equations with special structure and quasilinear parabolic equations. The conditions of exponential mean-square stability have been obtained in terms of eigenvalues and Dirihle problem coefficients for regular and singular equations of heat conductivity and vibrations.

Ключові слова: стохастичне диференціальне рівняння, вінерівський процес, міра Пуассона, задача Коші, крайова задача, експоненціальна стійкість, стійкість в середньому квадратичному.





Підписано до друку 01.02.96.  
Формат 60х84/16.Папір друкарський.  
Друк офсетний. Ум.друк.арк. 1,2.  
Обл.-вид. арк. 1,2. Тираж 100 прим.  
Зам.021.

Друкарня видавництва "Рута" Чернівецького держуніверситету  
274012, Чернівці, вул. Коцюбинського, 2

14407

AB 34.154