

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ІМ. С.П.ТИМОШЕНКА

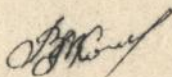
На правах рукопису

КОЛОДНІЦЬКИЙ Василь Миколайович

УДК 539.3

ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН І ТЕРМОСТІЙКІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ І
ПРИЗМАТИЧНИХ ЗРАЗКІВ ІЗ КРИХКИХ МАТЕРІАЛІВ В УМОВАХ
РІЗКИХ ТЕПЛОЗМІН

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла



А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1996



00754320 (L)

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Інституті

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук
Головчан Володимир Терентійович

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник
Козлов Володимир Ілліч

- доктор технічних наук, професор
Майстренко Анатолій Львович

Провідна організація - Інститут проблем матеріалознавства
НАН України

Захист відбудеться " 26 " березня 1996 р., о 14 годині
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.03.03
в Інституті механіки НАН України ім. С.П.Тимошенка за адресою:
252057, Київ-57, вул. П. Нестерова, 3.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту
механіки НАН України (252057, Київ-57, вул. П. Нестерова, 3).

Автореферат розіслано " 25 " лютого 1996 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор фізико - математичних
наук, професор

І.С.Чернишенко

Актуальність теми. Керамічні матеріали є досить перспективними для виготовлення із них деталей теплоенергетичних машин, що працюють в складних умовах термонавантаження. Можливість їх використання в високотемпературних установках обумовлена тим, що матеріали даного класу зберігають достатньо високу міцність і зносостійкість при підвищених температурах і мають здатність витримувати термоудари. Реалізація вказаної можливості, однак, висуває особливі вимоги до конструювання керамічних елементів, які вимагають врахування таких суттєвих властивостей матеріалу як крихкість, малі граничні деформації, погана опірність розтягу і розвиткові тріщин, відсутність пластичності і значне розсіювання міцності.

Дослідження термостійкості матеріалів у лабораторних умовах проводять на зразках циліндричної чи призматичної форми різноманітних розмірів при різних умовах термонавантаження. Значний внесок у розв'язання цієї проблеми внесли Р.О. Андрієвський, В.В. Борунов, Г.А. Гогоці, А.Г. Данін, К.А. Казакавічюс, В.Д. Кінджепі, Г.М. Трет'яченко, *W. B. Buessen, J. C. Glandus, T. K. Gupta, D. P. H. Hasselman, J. Lamon, S. S. Manson, H. D. Tietz* та інші науковці. Для оцінки термостійкості прийнято звертатися до критеріїв, у відповідності з якими руйнування матеріалу настає, наприклад, в момент досягнення максимальним напруженням границі міцності матеріалу. Ряд критеріїв ґазується на енергетичних уявленнях процесу руйнування, інша група критеріїв розглядає термостійкість матеріалу зі статистичних позицій, відповідно котрим руйнування дефектних матеріалів настає в момент найбільшого ризику руйнування. Слід зауважити, що існуючі критерії, як правило, виведені на основі розв'язків досить простих задач термопружності. В більшості робіт, які присвячені експериментальному дослідженню термостійкості кераміки в умовах термоударів, відсутній аналіз термонапруженого стану зразків, що досліджуються. В деяких роботах Г.А. Гогоці, К.А. Казакавічюса, Д.П.Х. Хасельмана та інших проводиться чисельне дослідження полів температури і напружень керамічних зразків при випробуванні їх на термостійкість, але при цьому автори обмежуються однією постановкою задачі.

При випробуванні зразків на термостійкість поля температури і напружень швидко змінюються в часі й складним чином розподіле-

ні по їхньому об'ємові. Через велику різницю між початковою температурою нагрітого зразка й температури охолоджувального середовища теплофізичні й механічні властивості матеріалу змінюються в процесі охолодження, змінним є також режим теплопередачі між поверхнею зразка і рідиною. В зв'язку з цим та з огляду на уваги, що теплопровідність деяких керамічних матеріалів залежить від напрямку, виконання аналізу термонапруженого стану зразків при термоударі є досить складною задачею. Дослідженню полів температури та напружень в тілах призматичної і циліндричної форми аналітичними та чисельними методами присвячені роботи Б.Болі, Б.Гейтвуда, В.Т.Грінченка, А.Д.Коваленка, Л.О.Коздоби, В.І.Козлова, І.О.Мотовиловця, Г.Паркуса, В.І.Савченка, А.Т.Улітка, Ю.М.Шевченка та ін. В даний час існують ефективні методи розв'язання складних задач термопружності, однак в комплексному вигляді термонапружений стан та термостійкість лабораторних зразків із крихких матеріалів з урахуванням реальних умов випробування їх на термостійкість недостатньо вивчені.

Таким чином, проблема розробки ефективного алгоритму чисельного визначення термостійкості зразків із крихких матеріалів та дослідження впливу на їхній термонапружений стан і термостійкість в умовах термоудару форми і геометрії, анізотропії теплопровідності матеріалу, температурної залежності теплофізичних і пружних властивостей матеріалу та теплообміну із зовнішнім середовищем є актуальною.

Метою роботи є розробка ефективного алгоритму чисельного визначення термостійкості циліндричних і призматичних зразків із крихких матеріалів в умовах різких тепловмінів та дослідження впливу геометрії, анізотропії теплопровідності, температурної залежності теплофізичних та пружних властивостей матеріалу і коефіцієнта теплообміну із зовнішнім середовищем на їхній термонапружений стан і термостійкість.

Досягнення указаної мети передбачає розробку алгоритмів і програм для ЕОМ, що дозволяють:

- проводити оперативний розрахунок полів температури і напружень в тілах циліндричної і призматичної форми при різноманітних умовах інтенсивного термічного навантаження з урахуванням анізотропії теплопровідності, температурної залежності теплофізичних і пружних властивостей матеріалу і коефіцієнта теплообміну із зовнішнім середовищем;
- обчислювати ймовірність руйнування термонавантажених крихких

циліндричних і призматичних тіл з врахуванням об'ємного розподілу напружень.

Наукова новизна роботи полягає в наступному:

- використані інтегральні підстановки Гудмена і Кірхгофа до розв'язання нестационарних нелінійних осесиметричної і тривимірної задач анізотропної теплопровідності методом скінченних елементів, що прозводить до зменшення часу обчислень на ЕОМ внаслідок відсутності необхідності обчислення інтегралів по об'єму на кожному шарі по часові;

- застосована двохкрокова процедура при інтегруванні по часові, яка забезпечує високу точність розв'язку;

- поширений варіант моделі крихкого руйнування в умовах тривимірного напруженого стану, що одержаний В.І.Головчаном шляхом об'єднання підходів Вейбулла і Батдорфа, на випадок оцінки термостійкості циліндричних і призматичних зразків із крихких матеріалів в умовах термоудару;

- проведено комплексне дослідження і аналіз впливу геометрії, анізотропії теплопровідності, температурної залежності теплофізичних і пружних властивостей матеріалу та коефіцієнту теплообміну із зовнішнім середовищем на термонапружений стан і термостійкість циліндричних і призматичних зразків із крихких матеріалів в умовах термоудару.

Достовірність результатів, що отримані в роботі, забезпечена коректністю постановки задач, використанням обґрунтованих методів розв'язання, розв'язанням ряду тестових задач, порівнянням з результатами експериментів.

Практична цінність роботи полягає в наступному:

- розроблені алгоритми і програми для ЕОМ та отримані на їхній основі результати про характер розподілу температури і напружень в тілах циліндричної та призматичної форми та дані про імовірність їх руйнування при різких теплозімінах можуть бути використані при атестуванні нових керамічних матеріалів.

Особистим внеском автора є:

- розробка чисельних алгоритмів і прикладних програм для дослідження термонапруженого стану і термостійкості лабораторних зразків із крихких матеріалів в умовах різких теплозімін;

- чисельне дослідження на базі запропонованого підходу впливу геометрії, анізотропії теплопровідності, температурної залежності теплофізичних і пружних властивостей матеріалу та коефіцієнту теплообміну із зовнішнім середовищем на термонапружений стан і

термостійкість циліндричних і призматичних зразків із конструкційної кераміки: в умовах термоудару.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися й обговорювалися на: семінарах відділу математичного моделювання й обчислювальної техніки Інституту надтвердих матеріалів НАН України (Київ, 1988-1995); XII, XIV конференціях молодих вчених ІМ НАН України (Київ, 1987, 1989); Республіканській науково-технічній конференції "Эффективные численные методы решения краевых задач механики твердого деформируемого тела" (Харків, 1989); XV Міжнародній конференції молодих вчених "Получение, свойства и применение сверхтвердых материалов. Планирование, организация, управление и история науки" (Київ, 1990), секції Вченої ради "Надтверді, тугоплавкі й композиційні матеріали та їх властивості" Інституту надтвердих матеріалів НАН України (Київ, 1995); семінарі Інституту механіки за науковим напрямом "Механіка зв'язаних полів в матеріалах і елементах конструкцій" (Київ, 1995).

Публікації. За результатами досліджень, виконаних в дисертації, опубліковано вісім роіт.

Структура та об'єм роботи. Дисертація складається із вступу, п'яти розділів, заключення, списку літератури, що цитується. Загальний об'єм роботи складає 170 сторінок, в тому числі 135 сторінок машинописного тексту, 26 сторінок рисунків, 1 сторінка таблиць, 8 сторінок списку літератури із 80 найменувань.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі обґрунтована актуальність теми, приведений короткий огляд опублікованих роіт, що присвячені експериментальному й теоретичному дослідженню термонапруженого стану й термостійкості зразків із крихких матеріалів в умовах термоудару, формулюються основні положення, які виносяться на захист, приводиться анотація розділів дисертації.

В першому розділі представлені основні співвідношення теорії теплопровідності та сформульовані початково-крайові задачі осесиметричної й тривимірної нестационарної нелінійної анізотропної теплопровідності, приведений алгоритм їх розв'язання.

Рівняння теплопровідності та вектор теплового потоку для анізотропного матеріалу у безрозмірних величинах має вигляд:

$$c(\tau) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla \cdot (\hat{\lambda} \cdot \nabla T) + F', \quad \dot{q} = -q_0 [\hat{\lambda}' \cdot \nabla T], \quad q_0 = \lambda_0 \frac{\theta_0 - \theta_{cr}}{a c_{sp}} \quad (1)$$

Тут $\hat{\lambda}$ - тензор теплопровідності; $T = (\theta - \theta_{cr}) / (\theta_0 - \theta_{cr})$ - відносна температура; τ і ∇ - безрозмірні час і оператор Гамільтона; F' - питома потужність внутрішніх джерел тепла; a - характерний лінійний розмір. Безрозмірні коефіцієнти теплоємності і тензора теплопровідності визначаються із співвідношень

$$c(\theta) = c_0 c'(\tau), \quad \lambda_{ij}(\theta) = \lambda_0 \lambda'_{ij}(\tau), \quad (2)$$

де c_0 і λ_0 - постійні параметри з розмірністю c і λ відповідно.

В ролі функцій, відносно яких розв'язується рівняння (1), введені допоміжні функції теплоємності й теплопровідності, що відповідають інтегральним підстановкам Гудмена і Кірхгофа, такого вигляду:

$$\Lambda_x = \int_1^T \lambda'_x(\tau) d\tau, \quad \Lambda_y = \int_1^T \lambda'_y(\tau) d\tau, \quad \Lambda_z = \int_1^T \lambda'_z(\tau) d\tau, \quad c = \int_1^T c'(\tau) d\tau \quad (3)$$

Функції Λ_x , Λ_y і Λ_z є компонентами тензора $\hat{\lambda}$. Так як

$$\frac{\partial}{\partial \tau} c = c'(\tau) \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial \Lambda_x}{\partial x} = \lambda'_x(\tau) \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Lambda_y}{\partial y} = \lambda'_y(\tau) \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \frac{\partial \Lambda_z}{\partial z} = \lambda'_z(\tau) \frac{\partial T}{\partial z},$$

рівняння (1) перетворюється до виду

$$\frac{\partial}{\partial \tau} c = \nabla \cdot (\nabla \cdot \hat{\Lambda}) + F', \quad \dot{q} = -q_0 \nabla \cdot \hat{\Lambda}. \quad (5)$$

Постановка крайових задач потребує задання відповідних початкової й граничних на зовнішній поверхні Σ умов:

$$\begin{aligned} T(\vec{r}', \tau) &= 1 \text{ при } \tau = 0; & \vec{r}' \in V \\ T(\vec{r}', \tau) &= f'(\vec{r}', \tau), & \vec{r}' \in \Sigma_1; \\ -q_0((\nabla \cdot \hat{\Lambda}) \cdot \vec{n}) &= v(\vec{r}', \tau), & \vec{r}' \in \Sigma_2; \\ -q_0((\nabla \cdot \hat{\Lambda}) \cdot \vec{n}) &= \alpha(\tau)(\theta_0 - \theta_{cr})(T - T_{cr}), & \vec{r}' \in \Sigma_3. \end{aligned} \quad (6)$$

Тут V - об'єм тіла, а \vec{r}' - безрозмірний радіус-вектор. При цьому $\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3$; \vec{n} - одиничний вектор зовнішньої нормалі до Σ_2 і Σ_3 ; T_{cr} - безрозмірна температура зовнішнього середовища в точках на Σ_3 . Коефіцієнт теплообміну α передбачається залежним від температури поверхні тіла Σ_3 .

Формулювання теорії теплопровідності в термінах функцій Λ_x , Λ_y , Λ_z і c як в тривимірному випадку, так і в осесиметричному в термінах Λ_r і Λ_z , розить її диференціальні рівняння лінійними при

умові незалежності від температури джерел тепла F' .

Для розв'язання сформульованої крайової задачі використаний проєкційно-сітковий метод Буднова-Гальборкіна, в результаті чого диференціальне рівняння (6) перетворюється до "слабкої" форми:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V c \varphi_s dV = - \int_V \nabla \cdot \hat{\Lambda} \cdot \nabla \varphi_s dV + \int_{\Sigma} [\hat{\Lambda} \cdot (\nabla \cdot \hat{\Lambda})] d\Sigma + \int_V F' \varphi_s dV. \quad (7)$$

Об'єм тіла V розбивається на M скінченних елементів $V^{(e)}$, що являють собою шестигранні призми з вісіма вузлами в вершинах. В осесиметричному випадку скінченними елементами слугують чотирикутники довільного вигляду. В ролі фінітної функції φ_s вибираються функції форми N_s .

В результаті скінченноелементної дискретизації рівняння (7) з прийнятою для функцій c і $\Lambda_x, \Lambda_y, \Lambda_z$ ізопараметричною апроксимацією на елементі одержана сукупність диференціальних співвідношень відносно вузлових значень C_j і $\Lambda_{xj}, \Lambda_{yj}, \Lambda_{zj}$. Після об'єднання локальних матриць приходимо до глобальних співвідношень

$$c_{nn} \frac{\partial}{\partial \tau} C_n + \lambda_{nn}^{(x)} \Lambda_{xn} + \lambda_{nn}^{(y)} \Lambda_{yn} + \lambda_{nn}^{(z)} \Lambda_{zn} + q_{nn} T_n = F_n, \quad (8)$$

де індекси m, n пробігають значення від 1 до J , причому J - загальна кількість вузлів. Елементами матриці q_{nn} є значення поверхневих інтегралів при виконанні умов конвективного теплообміну на поверхні Σ_2 . Перетворимо (4) до вигляду

$$d\Lambda_{xn} = \frac{\lambda_x'(T_r)}{c'(T_r)} dC_n, \quad d\Lambda_{yn} = \frac{\lambda_y'(T_r)}{c'(T_r)} dC_n, \quad (9)$$

$$d\Lambda_{zn} = \frac{\lambda_z'(T_r)}{c'(T_r)} dC_n, \quad dT_n = \frac{1}{c'(T_r)} dC_n$$

Система рівнянь (8-9) є замкнутою. При її інтегруванні по часові τ в межах від τ_1 до τ_2 рівняння зводяться до алгебраїчних співвідношень відносно значень функцій $c, \Lambda_x, \Lambda_y, \Lambda_z$ і T на кінцях часового інтервалу. При цьому значення теплофізичних властивостей відповідають моменту часу τ_r , де $\tau_1 \leq \tau_r \leq \tau_2$.

Розв'язок алгебраїчної системи виконуємо за допомогою такої двохкрокової процедури. Маючи значення величин $c_n(\tau_p), \Lambda_{xn}(\tau_p), \Lambda_{yn}(\tau_p), \Lambda_{zn}(\tau_p)$ і $T_n(\tau_p)$, покладаємо на першому кроці $\tau_1 = \tau_p, \tau_r = \tau_p$ і $\tau_2 = \tau_p + 0,5(\tau_{p+1} - \tau_p)$ і знаходимо ці величини в момент часу $\tau_p + 0,5(\tau_{p+1} - \tau_p)$. На другому кроці, приймаючи $\tau_2 = \tau_{p+1}, \tau_1 = \tau_p$ і $\tau_r = \tau_p + 0,5(\tau_{p+1} - \tau_p)$, визначаємо

$C_n(\tau_{p+1}), \Lambda_{zn}(\tau_{p+1}), \Lambda_{yn}(\tau_{p+1}), \Lambda_{zn}(\tau_{p+1}), i T_n(\tau_{p+1})$. При цьому для зменшення порядку алгебраїчної системи виключаються величини $\Lambda_{zn}, \Lambda_{yn}, \Lambda_{zn}$ і T_n .

На базі викладеного алгоритму розроблені пакети програми для ЕОМ серії ЕС і ПЕОМ типу *IBM PC/AT*. Практичні переваги алгоритму заключаються в зменненні часу обчислень на ЕОМ внаслідок даної ітераційної процедури і відсутності чисельного інтегрування на кожному шарі по часові при побудові глобальної матриці системи алгебраїчних рівнянь методу скінченних елементів. Застосування двокрокової процедури при інтегуванні по часові забезпечує високу точність розв'язку. Ефективність алгоритму підтверджена розв'язанням ряду тестових одно-, дво- і тривимірних задач теплопровідності при жорстких граничних умовах, сильній залежності від температури і напрямку теплофізичних властивостей, а також задачі, що має розривний розв'язок.

У другому розділі викладений алгоритм розв'язання осесиметричної й тривимірної задач термопружності, що базується на скінченно-елементній дискретизації області, яка досліджується, з використанням методу Бунова-Гальоркіна. В ролі скінченних елементів служать ті ж елементи в формі чотирикутників і призи загального вигляду, що використовуються і при розв'язуванні задач теплопровідності. Виклад алгоритму представлено в тензорному вигляді, що приводить до значного скорочення запису алгоритму і його програмної реалізації.

Термомеханічний стан характеризується тензором напружень \hat{P} , який задовольняє диференціальне рівняння рівноваги

$$\nabla \cdot \hat{P} = 0 \quad (10)$$

при відсутності масових навантажень і сил інерції. Вважаємо процес деформування пружним а тіло однорідним й ізотропним. При малих деформаціях зв'язок між тензорами напружень \hat{P} , деформацій $\hat{\epsilon}$ і температурою T виражається рівнянням стану:

$$\hat{P} = 2\mu(T) \left[\frac{\nu(T)}{1-2\nu(T)} \theta \hat{\epsilon} + \hat{\epsilon} - \frac{1+\nu(T)}{1-2\nu(T)} \alpha(T) (\theta_0 - \theta_{cr}) T \hat{\epsilon} \right], \quad (11)$$

де $\mu(T)$, $\nu(T)$ - модуль зсуву й коефіцієнт Пуассона матеріалу; $\alpha(T)$ - коефіцієнт термічного розширення; $\theta = 1/a \nabla \cdot \hat{u}$ - відносна зміна об'єму, що дорівнює дивергенції вектора перемішень \hat{u} ; $\hat{\epsilon}$ - метричний тензор.

Останнім співвідношенням, що доповнює (10-11) до замкнутої

системи, є рівняння зв'язку між тензором деформації $\hat{\epsilon}$ і вектором переміщення \vec{u} :

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{2\alpha} [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^*], \quad (12)$$

де зірочка відповідає операції транспонування тензора, що стоїть в дужках.

Використовуючи процедуру Буснова-Гальборкіна з урахуванням рівняння (11) та виразу для вектора напруження \vec{p}_n на довільній площадці з нормаллю \vec{n} , $\vec{p}_n = \hat{P} \cdot \vec{n}$, рівняння (10) переходить в таке:

$$\int_V \mu \left[\frac{\nu}{\alpha} (\nabla \cdot \vec{u}) \hat{\epsilon} + \hat{\epsilon} \right] \cdot \nabla \varphi_n dV = \int_V \mu \alpha' (T-1) \hat{\epsilon} \cdot \nabla \varphi_n dV + \frac{1}{2} \int_{\Sigma} \varphi_n \vec{p}_n d\Sigma; \quad (13)$$

$$\nu' = \frac{\nu(T)}{1-2\nu(T)}, \quad \alpha' = \frac{1+\nu(T)}{1-2\nu(T)} \alpha(T) (\sigma_0 - \sigma_{cr}).$$

Тензор деформації $\hat{\epsilon}$ виражається через вектор переміщення \vec{u} за допомогою (12), тому в ролі невідомих залишаються лише переміщення. Після переходу до локальної криволінійної системи координат (ξ, η, ζ) та введення ізопараметричної апроксимації

$$\vec{u} = U^p N_p, \quad p = \overline{1,8}, \quad (14)$$

де U^p - вузлові значення вектора \vec{u} , і проведення інтегрування по ос'єму та гранях стандартного елемента V_0 приходимо в результаті відповідних перетворень до скалярних рівнянь:

$$U^p \int_{V_0} \mu \left[\left[2\nu' \frac{\partial N_p}{\partial \xi^i} \frac{\partial N_s}{\partial \xi^j} + \frac{\partial N_p}{\partial \xi^j} \frac{\partial N_s}{\partial \xi^i} \right] r_k^i r_l^j + \delta_{kl} \frac{\partial N_p}{\partial \xi^i} \frac{\partial N_s}{\partial \xi^j} g^{ij} \right] \sqrt{g} d\xi d\eta d\zeta =$$

$$= 2\alpha \int_{V_0} \mu \alpha' (T-1) r_k^i \frac{\partial N_p}{\partial \xi^i} \sqrt{g} d\xi d\eta d\zeta + \alpha \int_{\sigma} N_s p_n^i d\sigma; \quad p=1,2,\dots,8; \quad i=1,2,3;$$

$$i,j,k=\overline{1,3}; \quad s=\overline{1,8}. \quad (15)$$

В (15) введено позначення $r_k^j = \xi_k \vec{e}^j$, де ξ_k - базисні декартові вектори і \vec{e}^j - взаємний координатний базис криволінійної системи; δ_{kl} - символ Кронекера; \sqrt{g} - дорівнює детермінанту матриці переходу від глобальної до локальної системи координат.

Згідно даного алгоритму розв'язання осесиметричної й тривимірної задач термопружності розроблені пакети програм для ЕОМ. Ефективність алгоритму доведена розв'язанням тестових задач про напружений стан диску при термоударі і кубу при складному законі зміни тривимірного поля температури. При сильному термоударі, що характеризувався значенням критерію Біо $\beta = 50$, найбільше відхилення чисельного розв'язку від точного не перевищує 1.1%.

У третьому розділі проведено дослідження термозпруженого стану при різкому охолодженні трьох типорозмірів циліндрів з відношенням піддовжини l до радіуса в рівних 0,3 (короткий), 1,0 (кубоподібний) і 2,0 (довгий). Передбачається, що циліндр рівномірно нагрітий до температури θ_0 і занурюється в охолоджувальну рідину з температурою $\theta_{ср}$. Процес теплообміну рахується конвективним з коефіцієнтом h . Для досягнення достатньої точності виконання граничних умов четверта частина меридіонального перерізу циліндра розбивалася на 120, 400 і 800 нерівномірних елементів відповідно для короткого, кубоподібного й довгого циліндрів. Згущення скінченно-елементної сітки проводилося в напрямку ребра циліндра - місця найбільшої зміни температурного поля. Крок по часові приймався рівним $\Delta\tau = 0,00125$.

При інтенсивному охолодженні циліндра особливий інтерес має розподіл температури на зовнішній поверхні тіла, а також зміна від часу найбільшої різниці температур. В роботі приведені графіки розподілу температури на зовнішній поверхні і в центральному перерізі циліндрів, виявлено вплив довжини циліндра на характер температурного поля. Порівняння полів температури циліндрів скінченної довжини з відповідним полем нескінченнодовгого циліндра вказує на їх значну відмінність. Так, при інтенсивності термоудару, що характеризується числом Біо $Bi_0 \beta = hR/\lambda_0$ рівним 10, час досягнення найбільшої різниці температур в короткому циліндрі менший, ніж в кубоподібному, нескінченнодовгому і довгому, відповідно в 5,5, 6,5 і 8,0 рази. При цьому значення $\Delta\tau_{max}$ для короткого і нескінченнодовгого циліндрів однієї між собою і на 17% менші, ніж для циліндрів з $l/R = 1,0$ і 2,0.

При охолодженні зразка на його поверхні виникають напруження розтягу, які є головною небезпечкою для крихкого матеріалу. Результати досліджень показали, що середні області торців і бічної поверхні циліндра перебувають в напруженому стані, який близький до довільного рівномірного розтягу. Характерно, що максимальні напруження в випадку короткого циліндра мають місце на ребрі, а в випадку довгого - в точці $z = 0, r = R$. Обумовлені термічним ударом однакової інтенсивності максимальні напруження в нескінченнодовгому циліндрі менші, ніж в короткому, кубоподібному і довгому циліндрах відповідно на 22, 65 і 52%, причому час їх досягнення в 3 рази більший, чим для короткого. Внутрішня область об'єму циліндра знаходиться в умовах стиску, при цьому рівень напружень тут нижчий рівня напружень розтягу на зовнішній

поверхні.

Вплив інтенсивності теплообміну на температурне поле циліндрів досліджувався при $\beta = 10, 15$ і 20 . Встановлено, що зміна значення β не веде за собою прямопропорційної зміни температури точок циліндра. Із збільшенням β час досягнення максимальної різниці температур точок циліндра скорочується, при цьому для довгого циліндра він більший, ніж для короткого.

Аналіз напруженого стану в моменти часу, які відповідають найбільшому рівню напружень короткого ($\tau = 0,005$) і довгого ($\tau = 0,02$) циліндрів показує, що збільшення β , починаючи з 10 , в першу, а потім два рази призводить до збільшення напружень в середній області торців і оскової поверхні короткого циліндра приблизно на одну і ту ж величину. Подібно зростання напружень в центральних областях зовнішньої поверхні довгого циліндра із збільшенням інтенсивності термоудару помітно зповільнюється.

На прикладі короткого циліндра із карбїду кремнія SiC досліджувався термонапружений стан зразка при врахуванні температурних залежностей теплофізичних і пружних властивостей матеріалу. Інтенсивність термоудару задавалася значенням критерію Біо $\beta = 10, 15$ і 20 . Для проведення розрахунків використовувалися функціональні залежності коефіцієнтів λ, c, E і α такого вигляду:

$$\lambda(\theta) = 228 - 0,253\theta + 8,19 \cdot 10^{-5}\theta^2 \quad \text{Вт/м}\cdot\text{К};$$

$$c(\theta) = -663 + 7,26\theta - 0,0121\theta^2 + 1,03 \cdot 10^{-5}\theta^3 - \\ - 4,33 \cdot 10^{-9}\theta^4 + 7,12 \cdot 10^{-13}\theta^5 \quad \text{Дж/кг}\cdot\text{К};$$

$$E(\theta) = -0,041(\theta - 273) + 345,82, \quad \text{ГПа}; \quad (16)$$

$$\alpha(\theta) = 6,31 \cdot 10^{-7} + 1,36 \cdot 10^{-8}\theta - 2,32 \cdot 10^{-11}\theta^2 + 2,11 \cdot 10^{-14}\theta^3 - \\ - 9,29 \cdot 10^{-18}\theta^4 + 1,57 \cdot 10^{-21}\theta^5, \quad \text{К}^{-1}$$

В діапазоні зміни температури, що розглядалася, від 1363 до 300 К теплоємність зменшується в $1,85$, а теплопровідність збільшується в $4,52$ рази. Збільшуються при цьому також модуль пружності в $1,14$ та коефіцієнт термічного розширення в $1,65$ рази. Врахування температурних залежностей матеріалу призводить до зниження максимальної різниці температур на $19 - 29\%$ і максимальних напружень на $30 - 36\%$.

Вплив анізотропії теплопровідності на термонапружений стан досліджувався на короткому і кубоподібному циліндрах при зміні відношення коефіцієнтів теплопровідності в радіальній і осьовій площинах від $0,1$ до 10 . Виявлено, що збільшення значення λ_2 в

більшій мірі впливає на інтенсивність охолодження внутрішніх точок, що прилягають до осі циліндра. Зростання λ_z порівняно з λ_x суттєво сповільнює охолодження бічної поверхні і досить слабо впливає на зміну температури торців, особливо їх центрів. Ступінь анізотропії теплопровідності впливає на місце розташування максимальних напружень. При $\lambda_z/\lambda_x < 0,7$ максимальних значень в короткому циліндрі досягають напруження σ_x на торці на відстані 0,55 r від осі циліндра, а в куболоподібному і довгому циліндрах при $\lambda_z/\lambda_x < 0,9$ максимальними є напруження σ_x і σ_y в центрі торців. Для $\lambda_z/\lambda_x \approx 0,7$ максимальні значення в короткому циліндрі приймають напруження σ_y на ребрі, а в куболоподібному і довгому при $\lambda_z/\lambda_x \approx 0,9$ - напруження σ_x в точках з координатами $z = 0$ і $r = R$.

У четвертому розділі проведено чисельний аналіз термонапруженого стану кількох типорозмірів призматичних зразків із крихких матеріалів в умовах різкого охолодження. Досліджено вплив геометрії, інтенсивності теплообміну, залежності від температури теплофізичних властивостей матеріалу та теплообміну із зовнішнім середовищем на поля температур і напружень. З метою порівняння полів температури і напружень призми й циліндра розрахунки проводилися для подібних з циліндрами типорозмірів призми: короткої з відношенням півдовжини l до півоснови a рівним 0,3, куба з $l/a = 1,0$ і призми з $l/a = 1,2$. Розглядалися призма квадратного перерізу з $l/a = 0,785$, об'єм якої дорівнює об'ємові куболоподібного циліндра, та призма неквадратного перерізу, об'єм якої дорівнює об'ємові куба. Враховуючи симетрію полів температур і напружень, за розрахункову область вибрана 1/8 частина призми, яка розбивалася на 256 для короткої й 343 для куба і призми з $l/a = 1,2$ нерівномірних шестигранних елементів. Крок по часові $\Delta t = 0,00125$.

При охолодженні призматичного зразка його зовнішня поверхня знаходиться під дією напружень розтягу. У випадку призми квадратного перерізу середні області торців знаходяться під дією двовісного рівномірного розтягу. Для призми, відносна довжина яких менша одиниці, максимальними є напруження на ребрах: σ_y при $z = 1$, $y = 0$ і σ_x при $z = 1$, $x = 0$. Для кубу і призми більшої довжини σ_y і σ_x в цих точках зменшуються, а зростає напруження σ_x на ребрах при $z = 0$ й приймає максимальне значення. На напружений стан зразка впливає геометрія його поперечного перерізу. Рівень напружень призми неквадратного перерізу нижчий, чим призми однако-

вого об'єму квадратного перерізу.

Встановлено, що при однаковому теплообміні зовнішня поверхня призми охолоджується інтенсивніше, ніж точки на поверхні по діяного типорозміру циліндра, що призводить до вишого рівня максимальної різниці температур в призмі порівняно з циліндром а, відповідно, і вишого рівня напруженого стану. Порівняння напружених станів призми й відповідного їй циліндра показує, що найбільш навантаженим місцем призми є середні частини її ребер. Якщо напруження σ_p в точках перетину торця з бічною поверхнею кубоподібного циліндра, досягнувши пікового значення, починає падати, то напруження σ_y й σ_x у відповідні моменти часу на ребрах торцевої поверхні призми однакового з циліндром об'єму продовжують інтенсивно зростати.

На прикладі призматичного зразка з $l = 3,0 \cdot 10^{-3}$ м і $a = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м із окислу алюмінію досліджено вплив залежності від температури теплофізичних властивостей матеріалу зразка і теплообміну із зовнішнім середовищем на його термонапружений стан. Передбачається, що нагрітий до температури $\theta_0 = 493$ К зразок різко занурюється в воду з температурою $\theta = 293$ К. Температурні залежності теплоємності і теплопровідності задавалися виразами:

$$c = 1,126 + 0,126 \cdot 10^{-3} \cdot \theta - 0,347 \cdot 10^{-5} \cdot \theta^{-2}, \quad (\text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})) \quad (17)$$

$$\lambda = -14,1 + 7,6 \cdot 10^{-3} \cdot (\theta - 273) + 15,36 \cdot 10^{-3} \cdot \theta^{-1}, \quad (\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})) \quad (18)$$

Функціональна залежність коефіцієнта теплообміну розмірністю $\text{кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ визначена апроксимацією експериментальних даних і має вигляд:

$$\begin{aligned} \text{для } 273 \text{ К} < \theta < 389,7 \text{ К} \quad h &= 5,3249 \cdot 10^2 - 3,9046\theta + 7,4345 \cdot 10^{-3} \cdot \theta^2; \\ \text{для } 389,7 \text{ К} < \theta < 481,4 \text{ К} \quad h &= -1,837198 \cdot 10^3 + 9,177\theta - 1,0538 \cdot 10^{-2} \cdot \theta^2; \\ \text{для } 481,4 \text{ К} < \theta < 1000 \text{ К} \quad h &= 4,46352 \cdot 10^2 - 0,8559 \cdot \theta + \\ &+ 4,38156 \cdot 10^{-4} \cdot \theta^2 \end{aligned} \quad (19)$$

Оскільки крива, яка описує температурну залежність коефіцієнта h , має чітко виражений максимум при 435 К охолодження зразка проходить при зростаючому теплообміні до моменту досягнення точками поверхні даної температури, після чого інтенсивність теплообміну різко падає. Сповільнення теплообміну спричиняє повільну зміну найбільшої різниці температур, що стає передумовою збереження на довгому проміжку часу рівня напружень, що близький до максимального. Після досягнення напруженнями на ребрах призми максимального значення найбільша різниця температур продовжує ще зростати. При цьому в центрах граней напруження теж

збільшуються до певного рівня, що значно менший максимального.

П'ятий розділ присвячений визначенню термостійкості крихких матеріалів з урахуванням тривимірного напруженого стану на основі варіанту статистичної теорії крихкого руйнування, запропонованого В.Т.Головчаном. Здійснена програмна реалізація алгоритму обчислення ймовірності руйнування крихких тіл при складному напруженому стані. Інтеграл по об'єму замінювали сумою по кожному із скінченних елементів, при цьому головні напруження обчислювали в центрах ваги елементів.

Достовірність даної моделі підтверджена порівнянням теоретичної і експериментальної оцінки термостійкості стабілізованого двоокису цирконію в умовах різкого нагріву та окислу алюмінію при різкому охолодженні. Статистичний аналіз руйнування зразків із окису алюмінію та карбїду кремнію проводився на прикладі чотирьох типорозмірів циліндрів з $l/R = 0,3; 0,5; 1,0; 2,0$; призми однакового об'єму, але різної геометрії: призми, об'єм якої дорівнює об'ємові кубоподібного циліндра. Розглядався двопараметричний розподіл Вейбулла. Проведено дослідження впливу на ймовірність руйнування довжини зразка і форми його поперечного перерізу, інтенсивності термоудару і різниці між початковою температурою зразка і температурою зовнішнього середовища, температурної залежності теплофізичних і пружних властивостей матеріалу та теплообміну з охолоджувальною рідиною.

В табл. 1 представлені значення ймовірності руйнування при однакових умовах термонавантаження призми однакового об'єму, але різної геометрії, (колонка 1 - $4,0 \times 5,2 \times 6,0$ мм; колонка 2 - $5,0 \times 5,0 \times 5,0$ мм) та призми квадратного перерізу (колонка 3 - $5,0 \times 5,0 \times 3,92$ мм), об'єм якої дорівнює об'ємові кубоподібного циліндра з $2l = 5,0$ мм і $R = 2,5$ мм (колонка 4) із окислу алюмінію.

Видно, що на ймовірність руйнування впливає геометрія та форма зразка, оскільки ризик руйнування куосу більший, ніж призми неквадратного перерізу, а ймовірність руйнування призми менша, чим циліндра однакового об'єму.

В таблиці 2 приведені результати обчислення ймовірності руйнування короткого циліндру з $2l = 6$ мм і $R = 10$ мм із карбїду кремнію при постійних та змінних від температури теплофізичних і пружних властивостях. Температурні залежності властивостей мате-

Головчан В.Т. Об одном варианте статистической теории хрупкого разрушения // Прикл. механика. - 1989. - 25, 1. - С. 101 - 106.

Таблиця 1.

$\tau \cdot 10^2$	P_f			
	1	2	3	4
0,50	0,244	0,380	0,285	0,415
1,00	0,624	0,766	0,633	0,779
1,50	0,798	0,892	0,780	0,890
2,00	0,867	0,932	0,833	0,925
2,50	0,894	0,946	0,850	0,935
3,00	0,902	0,949	0,848	0,937
3,50	0,899	0,946	0,834	0,927

різлу та коефіцієнта теплообміну задавалися виразами (16) і (19), початкова температура нагрітого зразка дорівнювала 700 К, температура охолоджувальної рідини - 300 К. За постійні значення теплофізичних і пружних характеристик матеріалу бралися їх середньоінтегральні значення в діапазоні зміни температури від 700 до 300 К, параметри Вейбулла були вибрані відповідно $m = 7$ і $\sigma_0 = 0,0121$ ГПа·м^{3/8}.

Таблиця 2.

$\tau \cdot 10^2$	P_f			
	λ, c, E, α -const	$\lambda(\theta), c(\theta); E, \alpha$ -const	$\lambda(\theta), c(\theta); E(\theta), \alpha$ -const	$\lambda(\theta), c(\theta); E(\theta), \alpha(\theta)$
0,250	0,017	0,009	0,008	0,029
0,500	0,272	0,151	0,143	0,417
0,750	0,684	0,512	0,503	0,891
1,000	0,867	0,750	0,745	0,983
1,250	0,947	0,859	0,856	0,996
1,500	0,952	0,901	0,899	1,000
1,750	0,928	0,887	0,887	0,997
2,000	0,866	0,829	0,830	0,989

Аналіз таблиці показує, що при не врахуванні температурної залежності суцільної з теплофізичних і пружних характеристик імовірність руйнування менша, ніж при визначенні термостійкості з урахуванням реальних властивостей матеріалу. При залежності від температури коефіцієнт термічного розширення α , який в процесі охолодження зменшується від $4,054 \cdot 10^{-6}$ до $3,12 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹, рівень напруженого зразка зростає, разом з ним зростає і імовірність його руйнування. Якщо при $\alpha = 3,12 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹ безрозмірне максимальне напруження $\bar{\sigma}_{max} = 0,205$ а при $4,054 \cdot 10^{-6}$ воно дорівнює

0,266, то при α що змінюється від температури, максимальне напруження досягає значення 0,278, що більше, чим при максимальному значенні α .

В заключенні формулюються основні результати, що отримані в роботі:

Представлені ефективні алгоритми чисельного розв'язання осесиметричної та тривимірної задач нестационарної нелінійної анізотропної теплопровідності, незв'язаної термопружності і обчислення ймовірності руйнування крихких тіл з урахуванням об'ємного розподілу напружень. На основі розробленого підходу, який реалізовано у вигляді програмного комплексу, проведено дослідження температурних полів, напруженого стану і термостійкості циліндричних і призматичних зразків із крихких матеріалів в умовах термоудару з урахуванням анізотропії теплопровідності, температурної залежності теплофізичних і пружних властивостей матеріалу та коефіцієнта теплообміну із зовнішнім середовищем. В результаті проведених досліджень встановлено:

1. При термоударі із збільшенням довжини зразка час досягнення максимальної різниці температур $\Delta\theta_{\max}$ зростає. При цьому значення $\Delta\theta_{\max}$ для циліндрів з $l/R = 1,0$ і $2,0$ переважають максимальні різниці температур для короткого циліндра в 1,2 рази. Максимальні напруження в короткому, кубоподібному і циліндрі з $l/R = 2,0$ при однакових умовах термонавантаження більші, ніж в нескінченнодовгому на 22, 63 і 52 %.

2. Врахування температурних залежностей теплофізичних властивостей матеріалу при інтенсивності термоудару в діапазоні зміни критерію Біо від 20 до 10 зменшує $\Delta\theta_{\max}$ на 19 — 28%, а величину максимальних напружень на 29 — 36 %.

3. Ступінь анізотропії теплопровідності матеріалу впливає на величину і місце розташування максимальних напружень в зразку. При $\lambda_z/\lambda_r < 0,7$ максимальних значень в короткому циліндрі досягають напруження σ_r на торці на відстані $0,55R$ від осі циліндра, а в кубоподібному і довгому циліндрах при $\lambda_z/\lambda_r < 0,9$ максимальними є напруження σ_r і σ_θ в центрі торців. Для $\lambda_z/\lambda_r \geq 0,7$ максимальні значення в короткому циліндрі приймають напруження σ_θ на ребрі, а в кубоподібному і довгому при $\lambda_z/\lambda_r \geq 0,9$ — напруження σ_z в точках з координатами $z = 0$ і $r = R$.

4. В умовах термоудару максимальні напруження в призмі квадратного перерізу переважають відповідні їм напруження в призмі рівного об'єму з неквадратним поперечним перерізом.

5. При однакових умовах термонавантаження і рівному об'ємі циліндричних і призматичних тіл найбільші напруження досягаються в призмі, однак ймовірність руйнування циліндра при цьому більша.

6. Ймовірність руйнування зразка кубічної форми вища, ніж призми рівного об'єму неквадратного перерізу.

7. Врахування в розподілі Вейбулла тільки максимального значення розтягуючих напружень знижує ймовірність руйнування короткого, кубоподібного і довгого циліндрів відповідно на 88, 47 і 16 %.

8. При залежному від температури коефіцієнті термічного розширення, який в процесі охолодження зменшується, рівень напруженого стану і ймовірність руйнування зразка вищі, чим при будь-якому постійному значенні даного коефіцієнта із діапазону його зміни.

9. Виявлений сильний вплив геометрії, температурної залежності теплофізичних і пружних властивостей матеріалу і коефіцієнта теплообміну із зовнішнім середовищем на термонапружений стан і ймовірність руйнування вказує на необхідність використання зразків стандартних розмірів при визначенні їх термостійкості та розв'язання відповідних крайових задач теплопровідності і термопружності в уточненій постановці.

Основні результати дисертації опубліковано в таких роботах:

1. Головач В.Т., Дутка В.А., Колодницький В.Н., Никитюк Н.И., Петасюк О.У. Эффективный вариант метода конечных элементов для решения трехмерных нестационарных нелинейных задач теплопроводности//Докл. АН УССР. Сер. А. — 1987. — №10. — С. 70 — 73.

2. Колодницький В.Н. Влияние интенсивности теплообмена на динамику температурного поля в образце в условиях резкого охлаждения//В кн.: Сверхтвердые материалы в ускорении научно-технического прогресса. — Киев. — ИСМ АН УССР. — 1987. — С. 61 — 63.

3. Головач В.Т., Колодницький В.Н. Эффективный алгоритм решения трехмерной нестационарной нелинейной краевой задачи анизотропной теплопроводности//Эффективные численные методы решения краевых задач механики твердого деформируемого тела: Тез. докл. респ. конф. Ч. 1. — Харьков. — 1989. С. 74 — 76.

4. Колодницький В.Н. Влияние геометрии керамического образца цилиндрической формы на его разрушение при резком охлаждении//В кн.: Сверхтвердые материалы. — Киев. — ИСМ АН УССР. — 1989. — С.114 — 117.

5. Колодницький В.Н. Алгоритм и программы исследования влияния анизотропии теплопроводности керамических материалов на температурное поле при испытании их на термостойкость//В кн.: Лучшие научные результаты и технические разработки 1989 года. — Киев. — ИСМ АН УССР. — 1990. — С. 8 — 9.

6. Колодницький В.Н. Влияние анизотропии теплопроводности на динамику температурного поля в керамическом образце призматической формы в условиях резкого охлаждения//В кн.: Сверхтвердые и композиционные материалы и покрытия, их применение. — Киев. — ИСМ АН УССР. — 1991. — С. 79 — 83.

7. Головач В.Т., Колодницький В.Н., Куш В.И., Дутка В.А. Статистический анализ разрушения хрупкого цилиндра в условиях термических ударов//Прил. механика. — 1990. — 26, № 6. — С. 57 — 61.

8. Колодницький В.М. Про достовірність однієї моделі крихкого руйнування стосовно керамічних зразків в умовах різкого нагріву// Доп. АН України. — 1994. — №3. С. 83 — 85.

Аннотация.

Колодницкий В.Н. Термонапряженное состояние и термостойкость цилиндрических и призматических образцов из хрупких материалов в условиях резких теплосмен.

Диссертация является рукописью на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела, Институт сверхтвердых материалов НАН Украины, Киев, 1996.

Защищаются результаты исследования влияния геометрии, анизотропии теплопроводности, температурной зависимости теплофизических и упругих свойств материала и коэффициента теплообмена с внешней средой на термонапряженное состояние и термостойкость цилиндрических и призматических образцов из хрупких материалов в условиях резких теплосмен. Предложены эффективные алгоритмы решения осесимметричных и трехмерных нестационарных нелинейных задач теплопроводности, несвязанной задачи термоупругости. Установлена достоверность одного варианта статистической теории хрупкого разрушения, учитывающего объемное распределение напряжений. Выполнен статистический анализ разрушения керамических образцов при термоударе.

Annotation

Kolodnizky V.N. Thermostressed state and heat resistance of cylindrical and prismatic specimens made from brittle materials under the thermal impact.

The thesis is a manuscript submitted for awarding the Candidate Degree of Physics and Mathematics on speciality 01.02.04 — the mechanics of deformable solids, Institute for Superhard Materials of Ukrainian National Academy of Sciences, Kiev, 1996.

The results of investigations on the influence of geometry, anisotropy of thermal conductivity, thermal dependence of thermophysical and elastic properties of the materials and the coefficient of heat-exchange with environment on thermo-stressed state and heat resistance of cylindrical and prismatic specimens made from brittle materials under the thermal impact are defended. The effective solve algorithms for the axisymmetrical and three-dimensional transient nonlinear heat conduction problems and non-coupled thermoelasticity problem are proposed. The confidence of one variant of statistical theory of brittle fracture, taking into account the three-dimensional stress distribution is established. The statistical analysis of the ceramic specimens fracture under heat impact has been undertaken.

Ключеві слова: термонапружений стан, термостійкість, зразок, хрупкі матеріали, ймовірність руйнування, термічний удар, метод скінченних елементів.

АВ 34.155

Підп. до друку 22.02.96. Формат 60x90/16. Папір пис. № І.
Друк офс. Ум. друк. арк. 1,0. Ум.ф.-відб. І,0. Обл.-вид. арк. 0,9.
Тираж 100 экз. Зам. № 211. Безплатно.

Інститут надтвердих матеріалів НАН України
254074, Київ-74, вул. Автозаводська, 2

Ротапринт ІНМ НАН України