МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

На правах рукопису
УДК 515.2

ВЕРЕЩАГА ВІКТОР МИХАЙЛОВИЧ

ДИСКРЕТНО-ПАРАМЕТРИЧНИЙ МЕТОД ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ ЛІНІЙ ТА ПОВЕРХОНЬ

Спеціальність 05.01.01. - Прикладна геометрія,
комп'ютерна графіка,
дизайн та ергономіка

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ, 1996

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00759658 (/)

До захисту пропонується

Роботу виконано в Таврійській державній агротехнічній академії (м.Мелітополь).

Науковий консультант: академік АІН України, доктор технічних наук, професор Найдиш В.М.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор Куценко Л.М.

доктор технічних наук, професор Підкоритов А.М.

доктор технічних наук, професор Грибов С.М.

Провідна організація - Науково-дослідний інститут спеціальних технологій Міністерства освіти України

Захист відбудеться "17" квітня 1996р. о 13 годині

на засіданні спеціалізованої ради Д 01.18.06. в Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури.

252037, Київ-37, Повітрофлотський проспект,31, КДТУБА.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці КДТУБА.

Автореферат розіслано "12" березня 1996р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 01.18.06
кандидат технічних наук, доцент Плоский В.О.

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

НВ

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Геометричні моделі знаходять дедалі широке і різноманітне застосування в багатьох галузях науки і техніки для опису та дослідження явищ і процесів, їх аналізу, розрахунків, прогнозування та оптимізації окремих параметрів та явищ в цілому. Розширюється спектр досліджуваних явищ, зростає різноманіття моделей, що застосовуються, та геометричних ідей, які при цьому використовуються.

Стрімке впровадження сучасної обчислювальної техніки в усі сфери наукової та виробничої діяльності вимагає розробки адекватних методів дискретної обробки інформації, які максимально враховують дискретний характер обчислювальних процесів в ПЕОМ, а також дискретний характер роботи виконавчих механізмів та пристроїв виводу графічної інформації (верстати з ЧПУ, графопобудувачі та ін.).

В теорії та практиці дискретного геометричного моделювання (ДГМ) найбільшого розвитку досягли методи дискретної інтерполяції дискретно представлених кривих (ДПК) та поверхонь (ДПП). Зокрема це стосується проектування функціональних поверхонь: кузовів легкових автомобілів, аеродинамічних поверхонь, робочих поверхонь грунтообробних знарядь і т.ін.; розрахунку рівноважних систем та ін.

Методи ДГМ мають багато переваг в порівнянні з методами неперервного геометричного моделювання. Насамперед це - покроковий контроль розв'язку та його похибки з метою забезпечити за дану точність та попередити виникнення осциляції розв'язку шляхом цілеспрямованої його корекції, для чого методи ДГМ надають широкі можливості. За умов забезпечення повторності розрахунків методи ДГМ надають можливості максимальної швидкодії розрахунків, економії машинних ресурсів та мінімального об'єму пам'яті для збереження інформації.

Методам ДГМ притаманна універсальність, як у відношенні геометричних характеристик вихідних точкових масивів, так і в відношенні напрямку та характеру використання результатів моделювання, завдяки чому вони обіцяють стати основою побудови ефективних універсальних обчислювальних систем.

Для досягнення цієї мети треба розробити нові методи чисельного диференціювання та інтегрування ДПК і ДПП, а також розвинути та запропонувати нові способи дискретної інтерполяції, що враховують значення вищих похідних. В наявних дослідженнях методи дискретного диференціювання та інтегрування взагалі не розроблені, не досліджені питання дискретної інтерполяції точкових рядів з особливостями, не розроблені способи дискретної інтерполяції за умов одночасної неосциляції ДПК та графіків її похідних, що є вкрай важливим для забезпечення заданої точності та стійкості обчислювального процесу. Все це обумовлює актуальність роботи.

Мета роботи полягає в розробці теоретичних основ та дослідженні єдиного методу розв'язання дифференціально-інтегральних задач формотворення дискретно представлених кривих та поверхонь за умов відсутності осциляції кривих та графіків їх похідних.

Для досягнення поставленої мети в роботі розв'язуються такі задачі:

- розробка основних положень теорії утворення та завдання дискретно представлених кривих (ДПК);
- розробка теоретичних основ методу дискретного диференціювання плоских ДПК, в т.ч. і спіралевидних;
- розробка нових способів дискретної інтерполяції ДПК з кратними вузлами;
- розв'язання загальної задачі дискретного інтегрування плоских ДПК;
- розробка нових способів інтегрування звичайних диференціальних рівнянь;
- розробка нових способів дискретної інтерполяції ДПП;
- створення програмного забезпечення запропонованого методу та впровадження результатів досліджень в практику.

Методика досліджень. Для розв'язання поставлених задач застосовувались методи нарисної, аналітичної, диференціальної геометрій, теорії інтерполяції, обчислювальних методів, диференціального та інтегрального обчислень.

При проведенні досліджень були прийняті такі передумови:

1. Задана ДПК має свою внутрішню геометрію, що визначається сукупністю значень ординат точок та розділених різниць на заданій сітці.
2. Вихідні дані задані без похибок.
3. Вихідні дані, як і результат моделювання, не мають осциляції.

4. Кінцевою метою дискретного геометричного моделювання є згущена ДПК, що задовольняє поставленим умовам, або супроводжуюча ламана лінія, яка послідовно з'єднує всі точки останнього кроку згущення та являє собою образ(апроксимацію)неперервної кривої при наступних розв'язаннях практичних задач моделювання.

5. Значення параметрів (наприклад, похідних), а також координат точок згущення не розраховуються однозначно, а вибираються в межах поля допуску, де гарантується виконання поставлених умов, що в найбільшій мірі відповідає інтерактивному характеру моделювання.

Наукову новизну досліджень складає дискретно-параметричний метод моделювання кривих ліній і поверхонь, характерною ознакою якого є побудова смуги допустимих значень розв'язку поставленої задачі та вибір шуканого значення усередині побудованої смуги.

Концептуальною основою методу є варіативність розв'язку, вибір шуканого значення із множини припустимих.

Геометричною основою методу є побудова смуги припустимих значень.

Обчислювальною основою методу є розв'язок системи нерівностей.

В межах методу одержані нові результати, що відображають його зміст:

- розроблені загальні положення теорії ДПК та їх завдання;
- розроблені теоретичні основи методу дискретного диференціювання плоских ДПК;
- запропоновані нові способи дискретної інтерполяції ДПК з кратними вузлами;
- розроблені загальні положення методу дискретного інтегрування плоских ДПК;
- запропоновано новий спосіб дискретного інтегрування звичайних диференціальних рівнянь;
- запропоновані нові способи дискретної інтерполяції ДПП.

Практична цінність результатів досліджень полягає в наступному:

1. Сукупність теоретичних положень та алгоритмів може слугувати основою для створення універсальної обчислювальної системи дискретного геометричного моделювання з максимальною швидкодією та широкими можливостями корекції розв'язку.

2. Розроблене програмне забезпечення надає проектувальнику широкі можливості врахування багатьох вихідних та додаткових ви-

мог, корекції розв'язку, одержання проектних варіантів з покращеними технологічними, експлуатаційними та іншими характеристиками.

На захист виноситься дискретно-параметричний метод моделювання кривих ліній та поверхонь та складові, що відображають його зміст і мають наукову новизну.

Реалізація результатів досліджень здійснена в вигляді програм розрахунку дискретного точкового каркасу неосцилюючих лінійних обводів та поверхонь з неосцилюючим характером зміни їх похідних. Програми впроваджені у відділі САПР ПО "АвтоЗАЗ" (формотворення кузовних поверхонь); прийняті до впровадження на ПО "Азовсталь" (м.Маріуполь) при формотворенні поверхонь штампів та обробці експериментальних даних.

На основі дискретно-параметричного методу створено ППП формування ліній водопотоків та водорозділів при розрахунках розміщення гідротехнічних споруд на схилах та впроваджено в НДІ охорони грунтів УААН (м.Луганськ).

Обсяг публікацій за темою дисертації складає 38 найменувань.

Апробація роботи. Основні положення дисертаційної роботи повідомлено і обговорено на X Всесоюзному науково-методичному семінарі "Інженерна і машинна графіка" в Полтаві (1991р.); на Всесоюзній конференції "КОГРАФ-91" в Н-Новгороді (1991р.); на міжнародних конференціях в Севастополі (1991р.,1992р.); на республіканському науково-практичному семінарі в Вітебську (1992р.); на XIII Всеукраїнській науково-методичній конфереції в Харкові (1993р.); на міжнародних науково-практичних конференціях в Мелітополі (1994р.,1995р.); на міжнародній науково-методичній конференції у Львові (1994р.); на міжвузівському семінарі з прикладної геометрії та інженерної графіки в КДТУБА (1994р.), на науково-методичних конференціях ТДАТА(м.Мелітополь)в 1990...1995 рр.

Структура та об'єм роботи. Дисертація складається із вступу, п'яти глав, висновків, списку літератури із 152 найменувань, додатку. Робота містить 294 сторінок друкованого тексту, 119 рисунків та 21 таблицю.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовується актуальність досліджень з теми дисертації, формулюється мета та задачі дослідження, наукова новизна та практична цінність результатів роботи.

Наводяться особливості дискретного геометричного моделювання

(ДГМ) у співставленні з неперервним геометричним моделюванням, виконується аналіз літературних джерел та досягнень в галузі ДГМ.

Розглядаються загальні положення теорії дискретних функцій (ДФ), які представляються множиною значень ординат $y_0,...,y_n$ на деякій сітці $x_0,...x_n$ і вважаються такими, що не мають неперервного прообразу, а залишаються дискретними при як завгодно щільному згущенні множини $y_0,...,y_n$. Графічним представником дискретної функції є ДПК, яка є об'єктом ДГМ. Результатом ДГМ є ДПК на згущеній сітці (або згущена ДПК).

Множина ДФ є метричним і одночасно лінійним нормованим простором і задовольняє їх аксіомам.

Розглядається збіжність послідовності ДФ в метричному (нормованому) просторі.

Для множини $f_0,...,f_n$ різноманітних ДФ на одній і тій же сітці вводиться ознака лінійної незалежності елементів і, як приклад, наводиться послідовність лінійно незалежних дискретних алгебраїчних рядів.

На основі відповідних теорем диференціальної геометрії регулярних кривих доводиться

Твердження І. Для того, щоб ДПК була точковим рядом деякої регулярної кривої, необхідно і достатньо, щоб в кожній точці ДПК існував єдиний ненульовий вектор дотичної.

Це твердження визначає основну вимогу до ДГМ: на довільному кроці згущення будь-яка точка ДПК повинна мати ненульовий вектор дотичної.

Важливим при цьому є відсутність осциляції графіка похідних, що підвищує стійкість обчислювального процесу та його точність.

Розглядаються умови завдання ДПК.

Визначником неперервної кривої будемо називати сукупність незалежних геометричних елементів і алгоритм побудови довільної її точки, що однозначно визначають положення кривої у просторі.

В якості незалежних геометричних елементів виступає ДПК, а в якості алгоритму - один з алгоритмів ДГМ.

Розглядаються різноманітні варіанти завдання ДПК.

У першій главі теоретично обгрунтовується метод дискретного диференціювання та розробляються його різноманітні обчислювальні схеми в співставленні з відомим методом чисельного диференціювання.

Задача призначення значень похідних у вузлах ДПК є некоректною до тих пір, поки не вибрано апарат моделювання або алгоритм згущення. З геометричної точки зору це значить, що в заданих вузлах ДПК можна провести дотичні як завгодно, якщо не визначені додаткові вимоги і умови. Якщо поставити вимогу відсутності осциляції, то вектор дотичної в кожному вузлі повинен розміщуватися усередині кута суміжності сусідніх ланок ламаної лінії. Від положення цього вектора залежить повнота кривої у проміжку між вузлами, її симетрія та інші характеристики, які в прикладній математиці не розглядаються, але відіграють неабияку роль при практичному проектуванні.

Таким чином, задача чисельного диференціювання зводиться не до розрахунку похідної, а до її вибору в певних межах. Такий процес диференціювання назвемо **дискретним диференціюванням.** Його характерними рисами є:

- визначення граничних значень похідної (поля допуску) в заданому вузлі;
- вибір значення похідної усередині побудованої смуги з урахуванням додаткових вимог формотворення кривої (повнота, симетрія і т.ін.).

Для опуклої (уверх) ДПК маємо

$$a_i=\frac{y_i-y_{i-1}}{h}<y'_i<\frac{y_{i+1}-y_i}{h}<b_i,\quad i=\overline{1;n-1} \tag{1}$$

де a_i та b_i - вузлові значення смуги, яка названа автором **смугою диф-проекцій** (рис.I) усередині якої повинні розміщатися точки y'_i значень похідної, що не викликають осциляції ДПК при її згущенні.

Для угнутої (униз) ДПК знаки нерівностей (1) треба замінити на протилежні.

Наводяться основні властивості смуги. Ширина Δ_i смуги в заданій точці дорівнює

$$\Delta_i=|b_i-a_i|=\left|\frac{\delta_i^0}{h}\right|,\quad i=\overline{1;n-1} \tag{2}$$

де

$$\delta_i^0=y_{i-1}-2y_i+y_{i+1}, \tag{3}$$

- друга кінцева різниця, за допомогою якої визначається опуклість ДПК. Для опуклої ДПК $\delta_i^0<0$, для угнутої $\delta_i^0>0$.

В початковій та кінцевій точках ДПК можна взяти

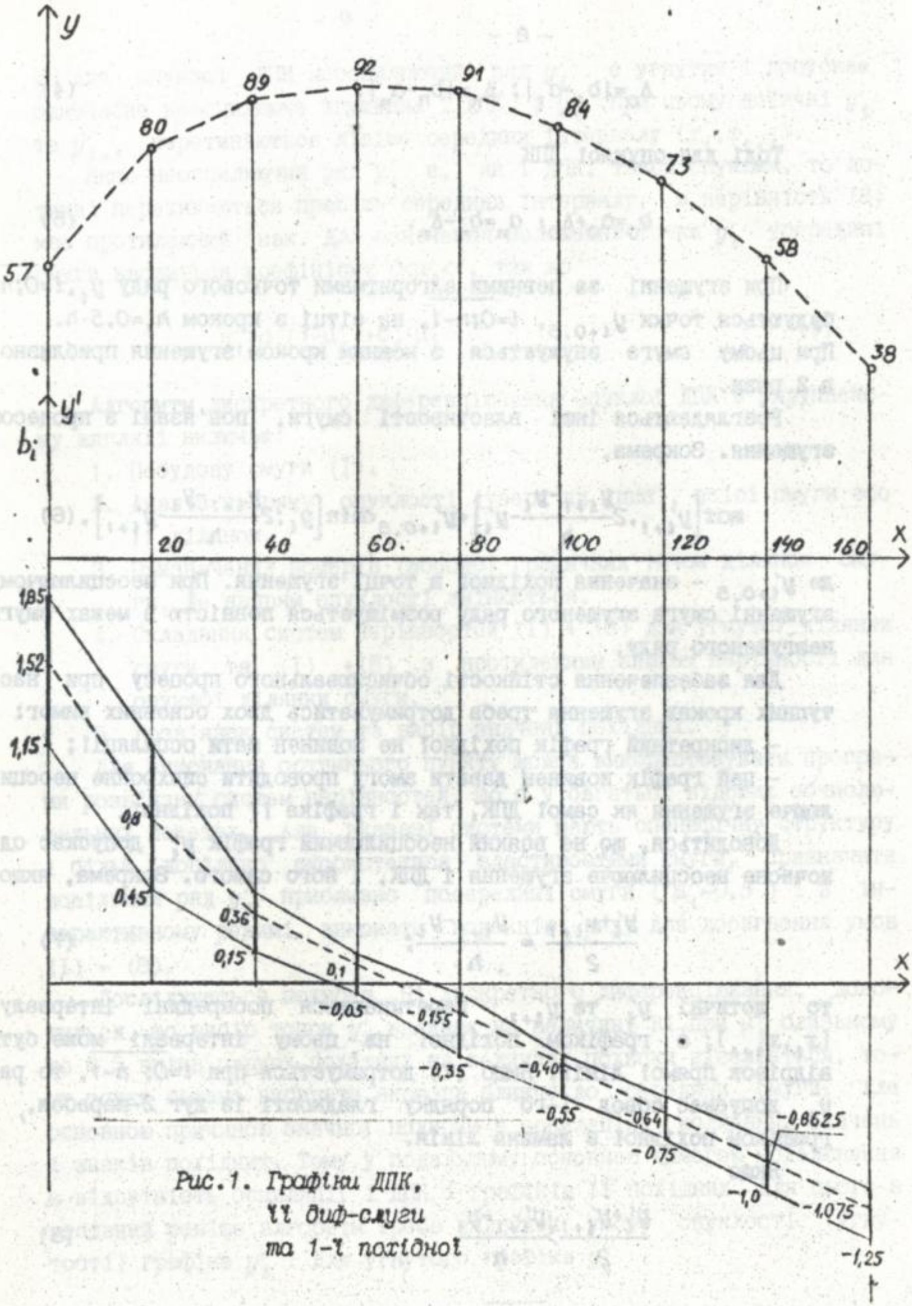

Рис.1. Графіки ДПК, її диф-смуги та 1-ї похідної

$$\Delta_0=|b_1-a_1|;\ \Delta_n=|b_n-a_n|. \tag{4}$$

Тоді для опуклої ДПК

$$b_0=a_0+\Delta_0;\ a_n=b_n-\Delta_n. \tag{5}$$

При згущенні за певними алгоритмами точкового ряду $y_i, i=\overline{0;n}$, будуються точки $y_{i+0,5}$, $i=0;n-1$, на сітці з кроком $h_1=0,5\cdot h$. При цьому смуга звужується з кожним кроком згущення приблизно в 2 рази.

Розглядаються інші властивості смуги, пов'язані з процесом згущення. Зокрема,

$$\max\left[y'_{i+1};2\frac{y_{i+1}-y_i}{h}-y'_i\right]<y'_{i+0,5}<\min\left[y'_i;2\frac{y_{i+1}-y_i}{h}-y'_{i+1}\right], \tag{6}$$

де $y'_{i+0,5}$ - значення похідної в точці згущення. При неосцилюючому згущенні смуга згущеного ряду розміщується повністю в межах смуги незгущеного ряду.

Для забезпечення стійкості обчислювального процесу при наступних кроках згущення треба дотримуватись двох основних вимог:

- дискретний графік похідної не повинен мати осциляції;
- цей графік повинен давати змогу проводити синхронне неосцилююче згущення як самої ДПК, так і графіка її похідної.

Доводиться, що не всякий неосцилюючий графік y'_i допускає одночасне неосцилююче згущення і ДПК, і його самого. Зокрема, якщо

$$\frac{y'_i+y'_{i+1}}{2}=\frac{y_{i+1}-y_i}{h}; \tag{7}$$

то дотичні y'_i та y'_{i+1} перетинаються посередині інтервалу $[x_i,x_{i+1}]$, а графіком похідної на цьому інтервалі може бути відрізок прямої лінії. Якщо (7) дотримується при $i=0;\ n-1$, то ряд y_i допускає обвод I-го порядку гладкості із дуг 2-парабол, а графіком похідної є ламана лінія.

Якщо

$$\frac{y'_i+y'_{i+1}}{2}>\frac{y'_{i+1}-y_i}{h} \tag{8}$$

то для опуклої ДПК неосцилюючий ряд y'_i є угнутим і допускає одночасне неосцилююче згущення і ДПК, і y'_i. При цьому дотичні y'_i та y'_{i+1} перетинаються лівіше середини інтервалу $[x_i, x_{i+1}]$.

Якщо неосцилюючий ряд y'_i є, як і ДПК, також опуклим, то дотичні перетинаються правіше середини інтервалу, а нерівність (8) має протилежний знак. Для означення положення точки y'_i усередині смуги вводиться коефіцієнт $0<\mu'_i<1$, так що

$$y'_i=a_i(1-\mu'_i)+b_i\cdot\mu'_i \qquad (9)$$

Алгоритм дискретного диференціювання опуклої ДПК в укрупненому вигляді включає:

1. Побудову смуги (I).
2. Аналіз напряму опуклості (уверх чи униз), всієї смуги або її ділянок.
3. Призначення номерів (абсцис) граничних точок ділянок смуги, де напрям опуклості змінюється.
4. Складання систем нерівностей (I) + (8) для угнутої ділянки смуги, та (I) +(8) з протилежним знаком нерівності для опуклої ділянки смуги.
5. Розв'язок систем та вибір значень похідних.

Для виконання останнього пункту можна використовувати програми розв'язку систем нерівностей, що є у багатьох відомих обчислювальних пакетах. Але вказані системи мають специфічну структуру і більш доцільно скористатися властивостями смуги, призначити довільний ряд y'_i приблизно посередині смуги ($\mu'_i\approx0,5$) і в інтерактивному режимі виконати корекцію ряду для досягнення умов (I) + (8).

Досліджується похибка R1 дискретного диференціювання, доводиться, що вибір точок y'_i впливає на величину R1. При μ'_i близькому до 0,5 вплив парних похідних на величину похибки нівелюється, тому точки бажано вибирати якомога ближче до середини смуги. Але основною причиною значної похибки є осциляція, коливання значень і знаків похідних. Тому у подальшому основною вимогою моделювання є відсутність осциляції і ДПК і графіків її похідних. Для цього в згаданий раніше алгоритм треба включити умову опуклості (угнутості) графіка y'_i. Для угнутого графіка y'_i

$$y'_{i-1}-2y'_i+y'_{i+1}\geqslant0,\ i=\overline{1;n-1} \qquad (10)$$

для опуклого - (I0) має протилежний знак.

Враховуючи специфіку сумарної системи (I) + (8) + (I0), в роботі пропонується графічний спосіб її розв'язання.

Крім згаданого вище, в роботі пропонується ще 7 способів реалізації методу дискретного диференціювання. Ці способи відрізняються або видом ДПК, для яких вони призначені, або способом розв'язання системи нерівностей. Основним серед них є спосіб, що базується на властивостях смуги диф-проекцій. Доводиться 7 тверджень відносно того, яким повинен бути графік похідної для заданої ДПК (опуклим, угнутим, ламаною лінією і т.ін.) та як він повинен розміщуватись в диф-смузі. Зокрема, для угнутого графіка y'_i середина відрізку $y'_i \; y'_{i+1}$ повинна розміщуватись вище горизонталі $a_i \; b_{i+1}$ смуги (рис.2), для опуклого - навпаки, що випливає з геометричного тлумачення (8).

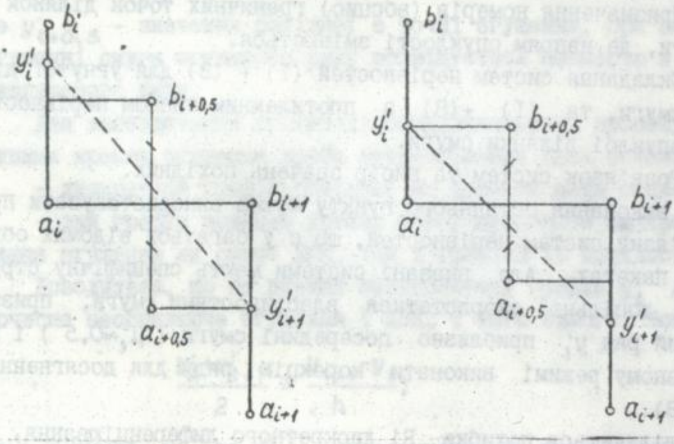

Рис.2. Вплив взаємного розташування точок y'_i та y'_{i+1} на напрям опуклості графіка y'

Раніше було доведено, що необхідною умовою побудови угнутого (опуклого) графіка y'_i усередині смуги є можливість трансформації верхньої (нижньої) межі смуги у опуклу вниз (вверх) в межах самої смуги. В роботі доводиться, що достатньою умовою побудови такого графіка з урахуванням його подальшого неосцилюючого згущення є наявність зазору між трансформованою (угнутою) верхньою межею та серединою смуги, що виражається значенням критерія $SK_{i+1}=(\bar{b}_i+\bar{b}_{i+1}) - 2b_{i+1} > 0$ із (8), де $\bar{b}_{i+1}$-значення вузлових точок трансформованої верхньої межі.

Дається відповідний алгоритм, який є основою програмної реалізації методу дискретного диференціювання.

Коли розв'язок задачі дискретного диференціювання треба мати в режимі реального часу (визначення швидкостей руху, розв'язання траєкторних задач і т.ін.), актуальним стає автоматичний спосіб розв'язання задачі. Щоб досягти цього, треба перейти від системи нерівностей до системи рівнянь або змішаних систем і вказати ЕОМ алгоритм вибору точки розв'язку в полі допуску.

В роботі пропонується дві схеми для перетворення системи (8) в систему рівнянь. Системи (I) і (10) використовуються при цьому, як системи обмежень на значення управляючого параметра.

Вводиться деякий коефіцієнт ν_i, що компенсує різницю в значеннях лівої і правої частин (8) і перетворює (8) в рівняння. Так як ν_i виступає в ролі множника, то таку схему названо **мультиплікативною** по аналогії з видами перешкод в теорії сигналів. Досліджується 4 різновиди схеми, з яких найбільші можливості має спосіб, що веде до системи рівнянь

$$y'_i \cdot \nu_i + y'_{i+1} \cdot \left(1-\nu_i\right) = b_{i+1}, \quad i=\overline{0;n-1} \qquad (11)$$

При $0<\nu_i<0,5$ дотичні y'_i та y'_{i+1} перетинаються лівіше середини інтервалу $[x_i, x_{i+1}]$, а графік y'_i є угнутим. При $0,5 < \nu_i < 1$ дотичні перетинаються правіше середини, а графік y'_i - опуклий. При $\nu_i=1/2$ система (11) формує при умовах (1) +(10) дотичні параболічного обводу.

Наводяться розрахункові формули та вказівки відносно вибору значення управляючого параметра y'_0 при формуванні неосцилюючого при згущенні графіка y'_i.

Друга схема названа **аддитивною**, оскільки компенсуючий параметр d_{i+1} виступає в вигляді доданка

$$y'_i + y'_{i+1} = 2b_{i+1} + d_{i+1}, \quad i=\overline{0;n-1}. \qquad (12)$$

Із співставлення (8) та (12) видно, що параметр d_{i+1} визначає відстань середини відрізку $y'_i\ y'_{i+1}$ від горизонталі $a_i b_{i+1}$. При $d_{i+1} > 0$ графік y'_i угнутий, при $d_{i+1} < 0$ - опуклий, при $d_{i+1} = 0$ - ламана лінія. Очевидно, щоб уникнути осциляції, $|d_{i+1}|<|SK_{i+1}|$.

Наводяться розрахункові схеми та даються рекомендації щодо вибору параметра y'_0 при заздалегідь призначених d_{i+1} відповідно згаданого обмеження.

В теорії дискретної інтерполяції, розвиненої в роботах акад. Найдиша В.М. та його учнів, найбільш поширеними є три методи:

- метод геометричних співвідношень;
- метод тотожностей;
- метод базисних функцій інтерполяції.

Розглянуті вище способи дискретного диференціювання можна вважати узагальненням методу геометричних співвідношень.

Розглядається можливість дискретного диференціювання на основі тотожностей. Основна тотожність згущення

$$\delta^1_{i-0.5} + 2\delta^1_i + \delta^1_{i+0.5} = \delta^0_i, \quad i=\overline{1;n-1}. \qquad (13)$$

зв'язує значення других кінцевих різниць зліва $\delta^1_{i-0.5}$ та справа $\delta^1_{i+0.5}$ від вузлової і-ї точки зі значеннями δ^1_i та δ^1_i (до згущення та після згущення) у вузловій точці. Індекси вгорі визначають номер кроку згущення.

При $\delta^1_i = 0$ система (13) формує значення $\delta^1_{i-0.5}$ та $\delta^1_{i+0.5}$ такі, що пряма, що з'єднує відповідні їм точки $(i-0,5)'$ та $(i+0,5)'$ проходить, через y_i і може вважатися дотичною до майбутньої кривої в і-му вузлі (рис.3).

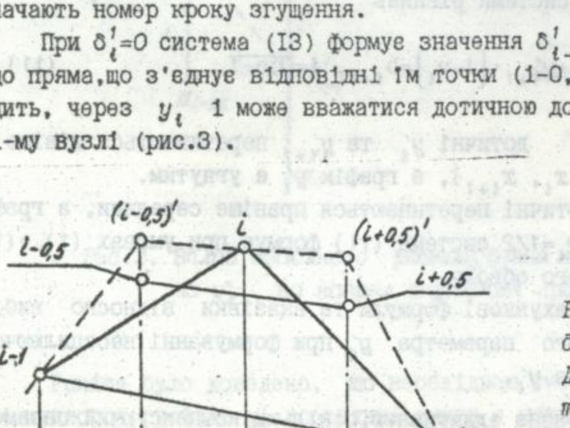

Рис.3. Формування дотичних у вузлах ДПК на основі тотожностей

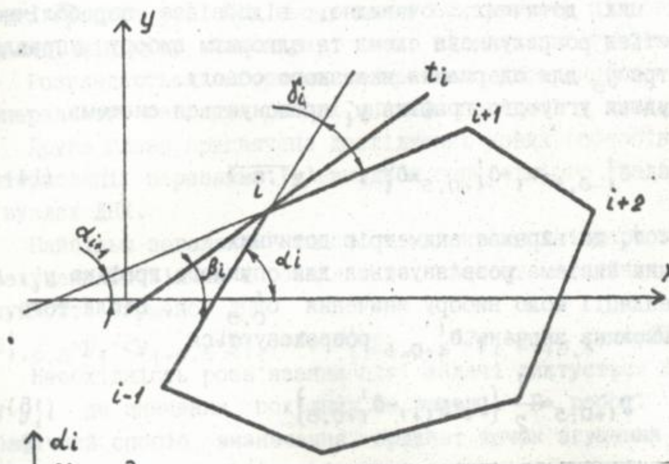

Рис.4. До визначення кутів суміжності ланок ламаної лінії замкненої ДПК

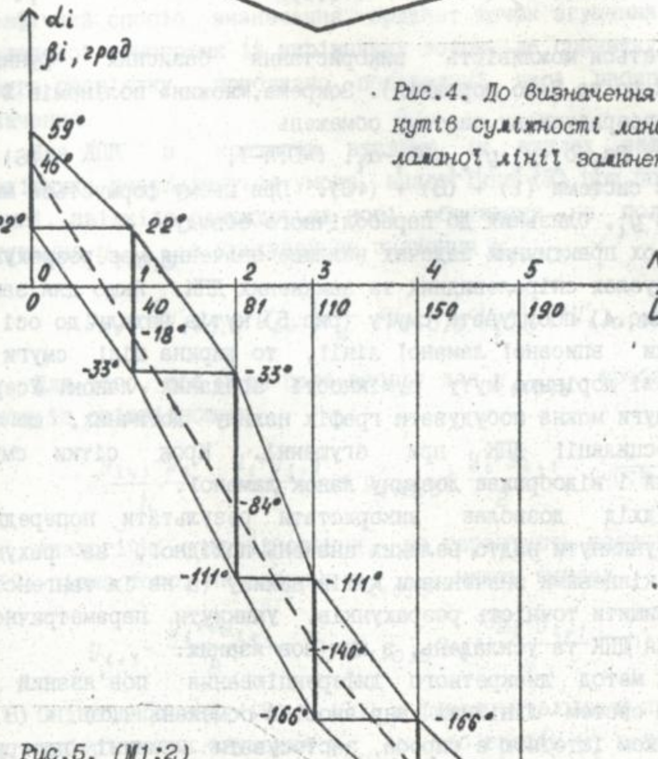

Рис.5. (М1:2) Смуга кутів суміжності та графік кутів нахилу дотичних у вузлах ДПК (рис.4.)

Множина цих дотичних, очевидно, відповідає параболічному обводу. Дається розрахункова схема та алгоритм вибору управляючого параметра y'_0 для одержання вказаного обводу.

Для побудови угнутого графіка y'_i пропонується система

$$\delta'_{i-0,5} \cdot v_i + \delta'_{i+0,5} = \delta^0_i, \quad i=\overline{1;n-1} \tag{14}$$

при $0 < v_i < 1$, що виражає асиметрію дотичних.

Аналогічна система розв'язується для опуклого графіка y'_i, даються рекомендації щодо вибору значення $\delta'_{0,5}$. Після того, як сформована множина значень $\delta'_{i+0,5}$ розраховуються

$$y_{i+0,5} = \frac{1}{2}\left(y_i + y_{i+1} - \delta'_{i+0,5}\right). \tag{15}$$

Досліджується можливість використання базисних функцій (поліномів 2-го та 3-го порядків). Зокрема, множина поліномів 2-го порядку дає розрахункову систему обмежень

$$3a_i - b_i < y'_i + y'_{i+1} < 3b_i - a_i, \quad i=\overline{0;n-1}, \tag{16}$$

яка доповнює системи (1) + (8) + (10). При цьому формується множина значень y'_i, близьких до параболічного обводу.

В багатьох практичних задачах важливе значення має розрахунок дотичних у вузлах спіралевидних та замкнених ДПК. Якщо для замкненої ДПК (рис.4) побудувати смугу (рис.5) кутів нахилу до осі Ох кожної ланки вписаної ламаної лінії, то ширина цієї смуги у кожному вузлі дорівнює куту суміжності згаданих ланок. Усередині цієї смуги можна побудувати графік нахилу дотичних, що не викликають осциляції ДПК при згущенні. Крок сітки смуги нерівномірний і відображає довжину ланок ламаної.

Такий підхід дозволяє використати результати попередніх досліджень, уникнути надто великих значень похідної, за рахунок операцій з кінцевими значеннями кутів нахилу (а не їх тангенсів) суттєво підвищити точність розрахунків, уникнути параметричного представлення ДПК та ускладень, з ним пов'язаних.

Оскільки метод дискретного диференціювання пов'язаний з розв'язанням систем лінійних нерівностей-обмежень (1) + (8) + (10), то цілком істотною є спроба застосувати машинні програми розв'язку задачі лінійного програмування для формування неосцилюючого графіка y'_i. При цьому можна використати цільову функцію у вигляді мінімуму (максимуму) площі під ламаною графіка y'_i.

Розглядаються алгоритми дискретного диференціювання у випадку попереднього завдання деяких значень похідної у вузлах ДПК.

Друга глава присвячена дослідженню нових способів дискретної інтерполяції переважно у випадках попереднього завдання дотичних у вузлах ДПК.

Найбільш загальним способом дискретної інтерполяції ДПК без врахування похідних є розв'язання системи лінійних нерівностей опуклості згущеної ДПК

$$\delta^1_{i+0.5}=y_i-2y_{i+0.5}+y_{i+1}<0,\ \delta^1_i=y_{i-0.5}-2y_i+y_{i+0.5};\ i=\overline{0;n-1}. \quad (17)$$

Необхідність розв'язання цієї задачі диктується згущенням ряду y'_i, де значення похідних не задані. В роботі пропонується графічний спосіб визначення ординат точок згущення за допомогою складеної номограми із вирівняних точок, де спочатку визначається смуга розв'язку, приблизно посередині якої вибираються шукані значення.

Для ДПК з кратними вузлами (у вузлах задані значення похідних) розглядається умова, аналогічна (8) при повторному згущенні, звідкіля одержуються нові обмеження на положення точки згущення $y_{i+0.5}$ з урахуванням значення $y'_{i+0.5}$.

$$y_{i+1}-\left[y'_{i+0.5}+y'_{i+1}\right]\frac{h}{4}<y_{i+0.5}<y_i+\left[y'_i+y'_{i+0.5}\right]\frac{h}{4}; \quad (18)$$

Для того, щоб мати поле вибору для $y_{i+0.5}$, треба $y'_{i+0.5}$ вибрати із співвідношень

$$2\frac{y_{i+1}-y_i}{h}-\frac{y'_i+y'_{i+1}}{2}<y'_{i+0.5}<\frac{y'_i+y'_{i+1}}{2},\ i=\overline{0;n-1}. \quad (19)$$

Аналогічні співвідношення, що гарантують наявність розв'язку (19) після того, як вибрано $y_{i+0.5}$, мають вигляд

$$y_{i+1}-\frac{y'_i+3y'_{i+1}}{8}\cdot h<y_{i+0.5}<y_i+\frac{3y'_i+y'_{i+1}}{8}\cdot h; \quad (20)$$

Співвідношення (19) і (20) є фундаментальними при попередньому виборі точки згущення $y_{i+0.5}$ (щоб графік y'_i в точці $y'_{i+0.5}$ не осцилював) або значення $y'_{i+0.5}$ (щоб ДПК y_i в точці згущення не осцилювала). В роботі в зв'язку з цим розглядається 2 шляхи одночасного згущення y_i і y'_i в залежності від того, яке значення вибирається першим. В подальшому все це реалізовано в програмному забезпеченні.

Для локального згущення ДПК з кратними вузлами на інтервалі $[x_i, x_{i+1}]$ пропонується спосіб, що базується на ідеї мультиплікативної схеми. На основі того, що дотичні на кожному кроці згущення перетинаються зліва від середини в точці на відстані $\nu_i \cdot \frac{h}{2}$ від лівого вузла, пропонуються формули послідовного розрахунку похідної і точки згущення

$$y'_{i+0.5} = 2b_{i+1} - \left[y'_i \cdot \nu_i + y'_{i+1}\left[1-\nu_i\right]\right], \qquad (21)$$

$$y_{i+0.5} = y_i + \frac{h}{2}\left[y'_i \cdot \nu_i + y'_{i+0.5}\left[1-\nu_i\right]\right]. \qquad (22)$$

Після цього аналогічне згущення слід провести на кожній з половинних ділянок і т.д. При цьому за умов угнутості графіка y'_i необхідно, щоб з кожним кроком значення ν_i зростало, але заключне $\nu_i < 0{,}5$.

На основі мультиплікативної схеми пропонується ще один спосіб згущення, який передбачає розв'язок системи рівнянь і формування зрізу опуклого ланцюга дотичних шляхом поділу інтервалу $[x_i, x_{i+1}]$ на K рівних частин. Наводяться відповідні формули, дається алгоритм розрахунку і досліджується можливість його автоматизації.

Аналогічні задачі розв'язуються для адитивної схеми: спочатку спосіб послідовного розрахунку, потім - формування опуклого ланцюга дотичних на основі параметра d_{i+1}. Установлюється зв'язок між параметрами ν та d на одному і тому ж кроці згущення.

Значні можливості має спосіб згущення спіралевидних ДПК на основі кутів суміжності ланок вписаної ламаної лінії. Досліджуються залежності між лінійними та кутовими параметрами згущення, що дозволяє застосувати результати попередніх досліджень. Поставлена та вирішена у відповідності з алгоритмами дискретно - параметричного методу задача формування на певному кроці згущення такої ДПК, щоб всі кути суміжності були рівні.

Недоліком цього способу є те, що точка перетину ланок ламаної лінії згущеної ДПК невідома.

Пропонується інший спосіб локального згущення точками, що розташовані на серединних перпендикулярах до відповідних ланок (рис.6). Тотожність згущення, виражена через кути суміжності, в цьому випадку має вигляд

$$\gamma^1_{i-0.5}+2\gamma^1_i+\gamma^1_{i+0.5}=2\gamma^0_i,\quad i=\overline{1;n-1} \tag{23}$$

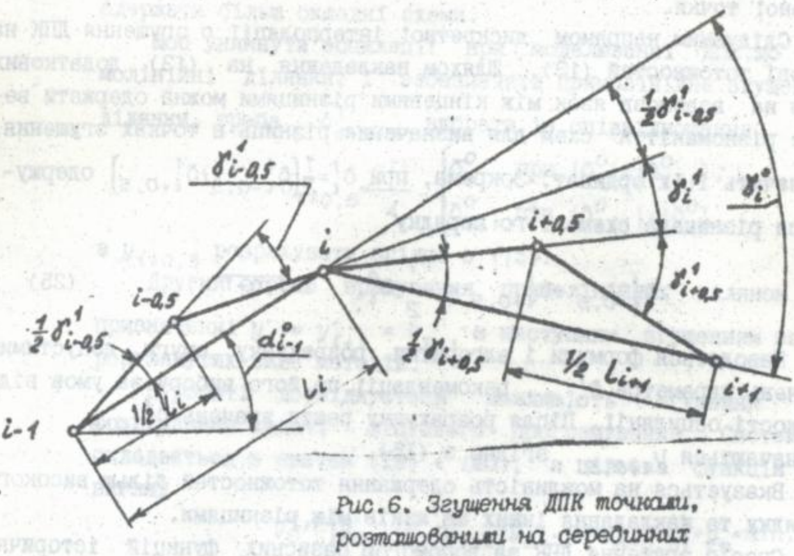

Рис.6. Згущення ДПК точками, розташованими на серединних перпендикулярах

Шляхом накладання додаткових зв'язків між кутами із (23) можна одержати немало розрахункових схем. Зокрема, при $\gamma^1_i=\gamma^1_{i+0.5}$ одержується різницева схема I-го порядку

$$\gamma^1_{i-0.5}+3\gamma^1_{i+0.5}=2\gamma^0_i, \tag{24}$$

стійка при прямій прогонці. Наводяться інші можливості, даються розрахункові формули одержання опуклої згущеної ДПК.

Розглядаються можливості виконання згущення при різних способах завдання ДПК.

Для того, щоб при згущенні врахувати значення кривини в заданій точці ДПК, приймається, що це значення обернене до радіуса кола, яке інцидентне 3-м точкам: заданій, точці до і після неї. Кривина залежить від величини кута суміжності ланок ламаної в

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

заданій точці та величини хорди, що стягує сусідні точки. Одержана тотожність, виражена через кривини та лінійні параметри ДПК. На основі геометричних співвідношень одержані формули розрахунку смуги кривини, вибору та розрахунку кута суміжності та ординати шуканої точки.

Слідуючим напрямом дискретної інтерполяції є згущення ДПК на основі тотожностей (13). Шляхом накладення на (13) додаткових умов на взаємозв'язок між кінцевими різницями можна одержати велике різноманіття схем для визначення різниць в точках згущення, а значить і їх ординат. Зокрема, при $\delta^1_i=\frac{1}{2}\left(\delta^1_{i-0.5}+\delta^1_{i+0.5}\right)$ одержується різницева схема I-го порядку

$$\delta^1_{i-0.5}+\delta^1_{i+0.5}=\frac{1}{2}\delta^0_i, \quad i=\overline{1;n-1} \tag{25}$$

Наводяться формули і алгоритми розрахунку смуги допустимих значень параметра $\delta^1_{0.5}$, рекомендації по його вибору за умов відсутності осциляції. Після розрахунку решти значень $\delta^1_{i+0.5}$ визначаються $y_{i+0.5}$ згідно з (I5).

Вказується на можливість одержання тотожностей більш високого порядку та накладання інших зв'язків між різницями.

Спосіб згущення ДПК за допомогою базисних функцій історично явився першим способом дискретної інтерполяції. В роботі розглядається його узагальнення на випадок, коли задані дотичні у вузлах ДПК. Наприклад, ордината $y_{i+0.5}$ точки згущення розраховується за допомогою 3-полінома, заданого значеннями $y_i, y'_i, y_{i+1}, y'_{i+1}$

$$y_{i+0.5}=\frac{y_i+y_{i+1}}{2}+\frac{y'_i-y'_{i+1}}{8}\cdot h, \tag{26}$$

а значення похідної $y'_{i+0.5}$ того ж полінома в точці згущення дорівнює

$$y'_{i+0.5}=\frac{3}{2}\,\frac{y_{i+1}-y_i}{h}-\frac{y'_i+y'_{i+1}}{4}. \tag{27}$$

Після того, як згущення розраховано, одержаний ряд перенумеровується і згущення повторюється.

Але цей спосіб не дає можливості корекції розв'язку. Цього можна досягнути, об'єднавши спосіб тотожностей і різницеві представлення алгебраїчних поліномів.

Зокрема, різницеве рівняння 3-полінома з урахуванням точок згущення має вигляд

$$\delta^{1}_{i-0,5} - 2\delta^{1}_{i} + \delta^{1}_{i+0,5} = 0, \quad i=\overline{1;n-1}.$$

Розглядаючи це рівняння разом з тотожністю (13) та виключаючи δ^{1}_{i}, можна одержати різницеву схему (25). Аналогічно можна одержати більш складні схеми.

Щоб уникнути осциляції при моделюванні ДПК, що мають прямолінійні ділянки, і забезпечити прямолінійне згущення вказаної ділянки, треба $\delta^{1}_{i+0,5}$ вибрати із співвідношення

$$\delta_{i+0,5} = \frac{1}{4}\begin{cases}\delta^{0}_{i} \text{ при } |\delta^{0}_{i}|<|\delta^{0}_{i+1}|, \\ \delta^{0}_{i+1} \text{ при } |\delta^{0}_{i+1}|<|\delta^{0}_{i}|,\end{cases} \qquad (28)$$

а $y_{i+0,5}$ розрахувати згідно з (15).

Другий спосіб врахування прямолінійних ділянок полягає в призначенні $y'_{i} = y'_{i+1} = \delta_{i+1}$ з наступним згущенням за одним із розглянутих вище методів.

В роботі досліджується можливість згущення на основі розв'язання задачі лінійного програмування. Система обмежень складається з систем (19) + (20), а цільова функція може мати вигляд

$$y'_{0}+2\left(y'_{0,5}+y'_{1}+y'_{1,5}+y'_{2}+\ldots+y'_{n-0,5}\right)+y'_{n}=min. \qquad (29)$$

Відтак знайдеться нижня межа розв'язку. Якщо замінити min на max, то знайдеться верхня межа розв'язку. Множина підходящих розв'язків знаходиться, як суперпозиція граничних значень.

На закінчення другої глави розглядається спосіб доповнення на рівномірній сітці інформації, представленої на нерівномірній сітці. Основою способу є мультиплікативна або аддитивна схеми згущення.

В третій главі теоретично обгрунтовується метод дискретного інтегрування плоскої ДПК, який відрізняється від відомих методів чисельного інтегрування тим, що точки первісної кривої вибираються з поля допуску, а не розраховуються однозначно. Доводиться, що кожен з відомих методів чисельного інтегрування (метод рядів, метод невизначених коефіцієнтів, метод інтерполяції) має відповідні дискретні аналоги і може успішно використовуватись в практиці ДГМ.

Найбільшими можливостями з точки зору точності, швидкодії, інтерактивного характеру моделювання володіє запропонований в роботі на основі дискретно-параметричного методу спосіб смуги первісної кривої, яка визначається обмеженнями (для опуклої ДПК)

$$y'_{i+1} < \Delta_i < y'_i, \quad i=\overline{0;n-1}, \qquad (30)$$

де

$$\Delta_i = \frac{y_{i+1}-y_i}{h}, \quad y_{i+1}=y_i+\Delta_i \cdot h. \qquad (31)$$

Розглядаються 3 можливості завдання похідних:

- аналітично, деяким диференціальним рівнянням;
- графічно у вигляді неперервного графіка;
- дискретно у вигляді точкового ряду.

Перші два способи шляхом дискретизації зводяться до третього, але перед ним мають перевагу в тому, що крок дискретизації можна вибирати довільно, тим самим регулюючи точність інтегрування.

Обмеження (30) утворюють смугу (рис.7), усередині якої можна побудувати графік Δ_i 1, маючи початкове значення Δ_0 побудувати точковий ряд первісної кривої. Доводиться, що цей ряд буде опуклим, коли множина значень Δ_i буде монотонно спадна. Досліджується умова, при виконанні якої угнутий графік y'_i має первісну ДПК таку, що можливо одночасне неосцилююче згущення первісної ДПК y_i і дискретного графіка y'_i. Це можливо, коли

$$\Delta_{i+1} < \frac{y'_i + y'_{i+1}}{2}, \quad i=\overline{0;n-1}. \qquad (32)$$

Після того, як вибрана множина Δ_i задовольняє (30) і (32), можна визначити точки первісної ДПК згідно (31). Очевидно, що графік Δ_i є верхньою межею диференціальної смуги первісної ДПК для вибору y'_i.

Розглядається дискретне інтегрування графічно представленого диференціального рівняння:

- невпорядкованим точковим масивом, в кожній точці якого задане певне значення похідної;
- впорядкованим точковим масивом по лініям зв'язку $x=x_i$, де в кожній точці y_i задано значення y'_j;
- сукупністю ізоклин $y' = y'_i$;
- графіком $y' = y'(x)$.

Перший спосіб методами двовимірної дискретної інтерполяції (гл.4) можна легко перевести в другий або третій.

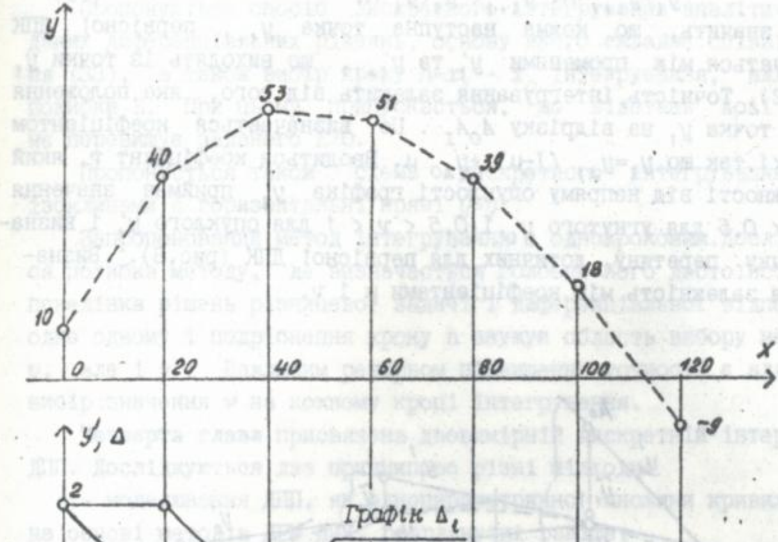

Рис.7. Графіки y'_i, Δ_i та y_i первісної ДПК

Основу дискретного інтегрування становить співвідношення, що витікає з (30),

$$y_i + y'_{i+1} \cdot h < y_{i+1} < y_i + y'_i \cdot h. \quad (33)$$

Це значить, що кожна наступна точка y_{i+1} первісної ДПК розміщується між променями y'_i та y'_{i+1}, що виходять із точки y_i (рис.12). Точність інтегрування залежить від того, яке положення займає точка y_1 на відрізку $A_O A_I$. Це визначається коефіцієнтом $0 < \mu < 1$, так що $y_i = y_{A1}(1-\mu) + y_{AO}\mu$. Вводиться коефіцієнт ν, який в залежності від напряму опуклості графіка y'_i приймає значення $0 < \nu < 0.5$ для угнутого y'_i, і $0.5 < \nu < 1$ для опуклого y'_i і визначає точку перетину дотичних для первісної ДПК (рис.8). Визначається залежність між коефіцієнтами μ і ν.

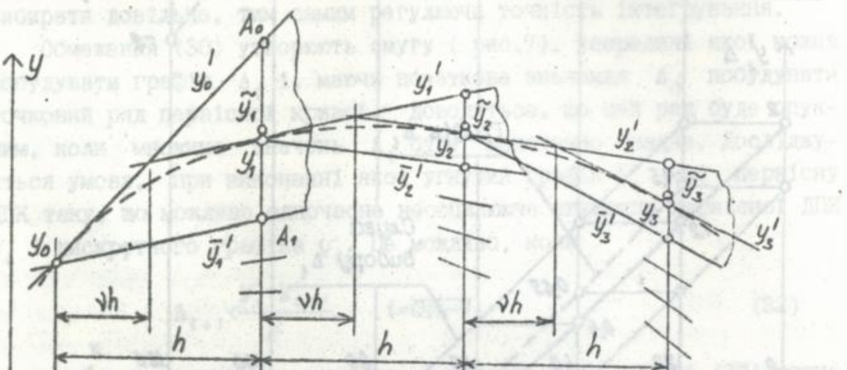

Рис.8. Схема розв'язання дифрівняння, представленого ізолініями $x = x_i$

Пропонується алгоритм, що відслідковує у ситуації рис: 8 напрям опуклості графіка y'_i, а також первісної ДПК і визначає межі зміни ν з врахуванням наступного неосцилюючого згущення і первісної ДПК, і графіка y'_i. Одержано аналогічний алгоритм у випадку, коли рівняння представлене ізоклинами. Тут можливі два випадки, коли ізоклини за дані неперервними кривими або представлені точковими рядами (дискретно). В останньому випадку для визначення точок перетину променів y'_i та y'_{i+1} з ізоклиною $y'=y'_{i+1}$ притягують методи локальної дискретної інтерполяції.

Пропонується спосіб дискретного інтегрування аналітично заданих диференціальних рівнянь, основу якого складає співвідношення (33), а також вибір кроку $h=x_1 - x_0$ інтегрування, виходячи з похибки Е. При цьому припускається, що відстань AoAI (рис.8) не перевищує заданого Е>0.

Пропонується також схема дискретного інтегрування, коли ізоклинами є горизонтальні прямі $y=y'$.

Запропонований метод інтегрування є однокроковим. Досліджується похибка методу, де визначається головне його достоінство: поведінка рішень різницевої задачі і диференціальної відповідають одне одному і подрібнення кроку h звужує область вибору не тільки y, але і y'. Важливим резервом підвищення точності є адаптивний вибір значення ν на кожному кроці інтегрування.

Четверта глава присвячена двовимірній дискретній інтерполяції ДПП. Досліджуються два принципово різні підходи:

- моделювання ДПП, як однопараметричної множини кривих ліній, на основі методів ДГМ ДПК, розглянутих раніше;
- моделювання ДПП, як двопараметричної множини точок згідно спеціальних алгоритмів, що пропонуються в роботі.

Моделювання поверхні, дискретно представленої координатами вузлових точок на прямокутній, рівномірній в плані сітці з кроками h_x та h_y, в першому випадку здійснюється через послідовну дискретну інтерполяцію, згідно з якою визначається апліката довільної точки $(\bar{x}, \bar{y})$ в плані даної ДПП. Спочатку методами дискретної одновимірної інтерполяції моделюються ряди $y = y_{j-1}$, y_j, y_{j+1},... з метою визначення аплікат z_{j-1}, z_j, z_{j+1},... точок цих рядів з абсцисою $x=\bar{x}$. Потім одержаний таким чином ряд $x=\bar{x}$ інтерполюється вздовж осі Oy з метою знаходження аплікати $\bar{z}$ при $y=\bar{y}$. За допомогою векторів дотичних в кожному з напрямів визначається дотична площина в точці $(\bar{x},\bar{y},\bar{z})$.

Для уникнення осциляції необхідне узгодження поздовжніх та поперечних одновимірних інтерполяцій.

Пропонується алгоритм узгодженого вибору точок $x=\bar{x}$ в кожному з рядів $y=y_{j-1}$, y_j... таким чином, щоб одержаний ряд $x=\bar{x}$ в напрямі осі Oy був опуклим (угнутим). Це досягається шляхом побудови смуги рішень вздовж осі Oy на основі полів допуску на вибір точок

$x=\bar{x}$ в кожному з рядів $y=y_{j-1}$, y_j,... Побудова неосцилюючої ДПК в цій смузі не викликає осциляції названих рядів.

Двовимірна дискретна інтерполяція ДПП досліджується в трьох напрямках:

- формування опуклої чарунки ДПП на основі геометричних співвідношень;
- одержання розрахункових алгоритмів на основі тотожностей;
- використання базисних функцій інтерполяції.

На основі проведених разом з Брустіновим В.М. досліджень одержано алгоритм розрахунку точки М згущення усередині опуклої чарунки, у вузлах якої завдані дотичні площини. Цей алгоритм включає згущення ребер чарунки (гл.2) з наступним співставленням обмежень на положення точки М: знизу (відносно середин хорд, що з'єднують протилежні точки середин ребер, та хорд, що з'єднують вузли чарунки) та зверху (відносно точок дотичних площин в вузлах чарунки та серединах бокових ребер, розташованих над серединами хорд). Точка М вибирається усередині отриманого таким чином поля допуску, а дотична площина визначається узгодженою суперпозицією чотирьох дотичних векторів (у поздовжньому, поперечному та двох діагональних напрямах). У подальшому точки чарунки перенумеровуються і алгоритм згущення повторюється.

Розглядається тотожність двовимірного згущення для складеної чарунки [(i-1, j-1), (i-1, j+1), (i+1, j-1), (i+1, j+1)] з точками (i, j-1), (i-1, j), (i, j+1), (i+1, j) на ребрах та (i, j) усередині

$$\Delta^1_{i-0,5,j-0,5}+\Delta^1_{i-0,5,j+0,5}+\Delta^1_{i+0,5,j-0,5}+\Delta^1_{i+0,5,j+0,5}+ \\ +4\Delta^1_{i,j}=\Delta^0_{i,j}-2\bar{\Delta}^0_{i,j};\ i=\overline{1;m-1};\ j=\overline{1;n-1}, \tag{34}$$

де

$$\Delta^0_{i,j}=z_{i,j}-\frac{1}{4}\left[z_{i-1,j-1}+z_{i-1,j+1}+z_{i+1,j-1}+z_{i+1,j+1}\right]-$$

перевищення точки $z_{i,j}$ відносно центра вершин складеної чарунки,

$$\bar{\Delta}^0_{i,j}=z_{i,j}-\frac{1}{4}\left[z_{i,j-1}+z_{i-1,j}+z_{i+1,j}+z_{i,j+1}\right]-$$

перевищення точки $z_{i,j}$ відносно центра середин бокових ребер,

$\Delta^1_{i-0,5,j-0,5}=z_{i-0,5,j-0,5}-\frac{1}{4}\left[z_{i-1,j-1}+z_{i,j-1}+z_{i,j}+z_{i-1,j}\right]$-перевищення точки згущення $z_{i-0.5,j-0.5}$ відносно центра вершин, які її оточують. Аналогічно визначаються інші перевищення формули (34). Вони є узагальненням других кінцевих різниць для точкових рядів, розглянутих у гл.2. Система (34) має (m-1) (n-1) рівнянь з m·n невідомими. Для одержання однозначного рішення недостатньо (m+n-1) рівнянь, які можна одержати накладенням додаткових зв'язків на перевищення Δ^1 .

Розглядаються різноманітні варіанти накладення зв'язків на перевищення при умові відсутності осциляції ДПП, наводяться формули розрахунків перевищень, звідкіля можна одержати аплікати точок згущення.

Важливим напрямом двовимірної інтерполяції, де в повній мірі враховуються змішані похідні, є використання базисних функцій, як продовження та узагальнення аналогічного методу одновимірної інтерполяції. Для побудови точки згущення усередині чарунки [(i,j),(i+1,j),(i,j+1),(i+1,j+1)] застосовується базисна функція - параболоїд z=ax+by+cxy+d, інцидентний вершинам чарунки. Точка згущення $z_{i+0.5,j+0.5}$, що належить цьому параболоїду, має аплікату

$$z_{i+0.5,j+0.5}=\frac{1}{4}\Big[z_{i,j}+z_{i+1,j}+z_{i+1,j+1}+z_{i,j+1}\Big]. \quad (35)$$

За цією формулою розраховуються точки згущення будь-якої чарунки.

Аналогічне (35) рівняння можна використати і при параметричному представленні поверхні. Тоді кожна з координат x,y або z точки згущення дорівнює середньому арифметичному від відповідних координат вузлів чарунки.

Найбільше можливостей для формотворення ДПП надає рівняння чарунки Кунса.

$$-(u,v)=\begin{array}{c|ccc} & -1 & l_1(v) & l_2(v) \\ \hline -1 & 0 & (4,0) & (4,1) \\ l_1(u) & (0,v) & (0,0) & (0,1) \\ l_2(u) & (1,v) & (1,0) & (1,1) \end{array}, \quad (36)$$

де (u,0),(u,1),(0,v),(1,v) - рівняння ребер чарунки; l1,l2-перехідні функції від u або v, $l_1(u)=u$, $l_2(u)=1-u$.

При u=v=1/2 (рис.9) координата (I/2, I/2) дорівнює

$$(1/2,1/2)=\frac{1}{2}\Big[(1/2,0)+(1/2,1)+(0,1/2)+(1,1/2)\Big]-$$

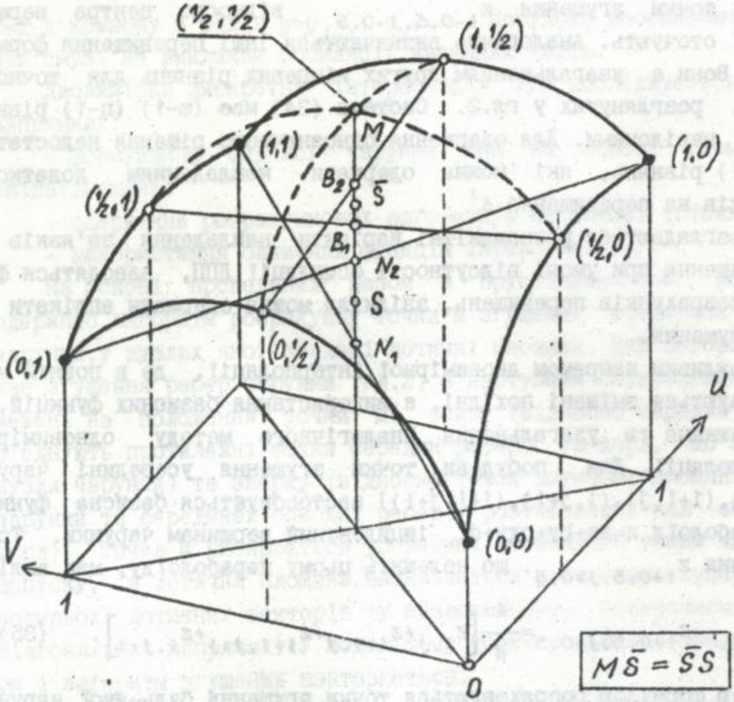

Рис.9. До обгрунтування розрахунку точки згущення 4 - кутної чарунки

$$- \frac{1}{4}\Big[(0,0)+(0,1)+(1,0)+(1,1)\Big]. \tag{37}$$

Розглядається розширення (36) до похідних другого порядку (змішаних похідних 4-го порядку) і алгоритм розрахунку точки згущення та диференціальних характеристик в ній з урахуванням вказаних похідних.

Близькою до формули Кунса є формула чарунки кускової поверхні, запропонована Найдишем В.М., звідки координата (і+0,5, j+0,5) точки згущення дорівнює

$$(i+0,5,j+0,5)=\frac{-1}{\Delta}\begin{vmatrix} 0 & (i+0,5,j)-(i\pm 0,5,j\pm 1) \\ (i,j+0,5) & (i,j) \qquad (i,j+1) \\ (i+1,j+0,5) & (i+1,j) \qquad (i+1,j+1) \end{vmatrix} \qquad (38)$$

де $\Delta \neq 0$ - обкреслений визначник. Ця формула відрізняється від (36) відсутністю перехідних функцій, які, особливо при врахуванні похідних, сприяють осциляції. Розглядаються умови розрахунку (38), коли $\Delta = 0$, а також узагальнення (38) з метою врахування похідних високих порядків.

Розглянуті способи двовимірної дискретної інтерполяції мають нескладну програмну реалізацію на основі стандартних підпрограм обчислення визначників, не потребують значних об'ємів оперативної пам'яті ЕОМ, відрізняються від неперервних методів високою точністю, швидкодією та можливістю боротися з осциляцією.

У п'ятій главі досліджується можливість ефективної автоматизації дискретного геометричного моделювання ДПК дискретно-параметричним методом.

Основним напрямом цієї роботи є орієнтація на розробку програмного забезпечення в межах однієї із поширених САПР. При цьому використовуються широкі можливості системи в проведенні діалогу, візуалізації та документуванні рішення. Орієнтуючись на систему Auto CAD 10,0 в роботі одержані розрахункові формули та складені програми дискретного диференціювання та інтерполяції ДПК. Програми дають можливість візуалізації ДПК, диф-смуги та графіка похідної; широкої корекції форми як кривої, так і графіка її похідної; доповнення процесу моделювання додатковими вимогами та умовами; друкування графіків та таблиць за результатами моделювання, а також їх передачі до пристроїв відтворення інформації. В процесі впровадження результатів дослідження в практику складені алгоритми та програми показали високу ефективність на прикладах дискретного моделювання обводів кузовної поверхні. На базі дискретно-параметричного методу в роботі одержані моделі рельєфу місцевості, які передбачають побудову довільної точки рельєфу, формування його горизонталей, побудову ліній водорозділу та водопотоку і т.ін. Вказані моделі використані в НДІ охорони грунтів (м.Луганськ) при складанні ППП розрахунку розміщення гідротехнічних споруд на схилах з метою попередження водної ерозії.

ВИСНОВКИ

Виконані в дисертаційній роботі дослідження дали змогу одержати результати, які мають наукову новизну та практичну цінність.

I. Запропоновано, досліджено та впроваджено в практику проектування дискретно-параметричний метод геометричного моделювання кривих ліній та поверхонь, характерною ознакою якого є побудова смуги припустимих значень неосцилюючого розв'язку поставленої задачі та вибір шуканого значення усередині побудованої смуги.

Метод забезпечує локальність, високу точність розрахунків, широкі можливості корекції розв'язку при дотриманні заданих вимог, значну швидкодію та економію машинних ресурсів.

Метод дає змогу розв'язувати широкий спектр прикладних задач при дотриманні значного числа диференціально-геометричних умов.

Складовими дискретно-параметричного методу, які становлять його зміст, є:

1.1. Метод дискретного диференціювання плоскої дискретно представленої кривої (ДПК), який дає змогу одержати множину значень похідної у вузлах кривої, яка гарантує відсутність осциляції при згущенні і ДПК і графіка її похідної.

Виконано теоретичне обгрунтування методу, запропоновано п'ять обчислювальних схем його реалізації, а також мультиплікативна та адитивна схеми обчислювального процесу, максимально наближеного до автоматичного. Запропоновано спосіб формування дотичних у вузлах спіралевидних та замкнених ДПК, який спирається на формування смуги припустимих значень кутів нахилу дотичних.

1.2. Сукупність із 6 способів дискретної інтерполяції (згущення) точкового ряду та точкового ряду з дотичними. Способи тісно ув'язані з аналогічними реалізаціями методу дискретного диференціювання і являються їх органічним продовженням.

1.3. Метод дискретного інтегрування різноманітними способами заданих або представлених диференціальних рівнянь, який гарантує високу швидкість та точність за рахунок відповідності розрахункової схеми геометрії диференціального рівняння.

Виконано теоретичне обгрунтування методу, запропоновано 3 способи його реалізації в залежності від способів представлення диференціального рівняння.

І.4. Сукупність із 4 способів двовимірної інтерполяції, які базуються на раніше розроблених способах одновимірної інтерполяції і являють їх подальший розвиток та узагальнення в межах дискретно-параметричного методу.

Способи дають змогу здійснювати дискретне моделювання параметрично представлених поверхонь з урахуванням диференціально-геометричних характеристик завданого порядку, включаючи змішані частинні похідні за параметрами.

2. За результатами досліджень на основі пакету Auto CAD розроблено програмне забезпечення автоматизованого проектування плоских та просторових обводів, яке використовує переваги та сервісні можливості пакета і реалізує всі можливості дискретно-параметричного методу. Пакет програм впроваджено на ПО "АвтоЗАЗ" (м.Запоріжжя) при проектуванні лінійних обводів кузовних поверхонь, в НДІ охорони грунтів УААН (м.Луганськ) при проектуванні розташування гідротехнічних споруд на схилах, а також прийнято до впровадження на ПО "Азовсталь". Результати досліджень впроваджені в навчальному процесі ТДАТА в курсі "Математичне моделювання в розрахунках на ЕОМ".

Основним достоїнством запропонованого в роботі дискретно-параметричного методу є розрахунок обмежень, усередині яких розв'язок задовольняє поставлені вимоги, що дає широкі можливості його варіації та оптимізації.

Основні положення дисертації
опубліковані у таких основних роботах:

1. Верещага В.М. Дискретное дифференцирование.Таврич.гос.агротехн. академия.Мелитополь,1995г. 89 с.; Деп. в ГНТБ Украины, 20.10.95г. №2304-Ук.95.
2. Верещага В.М. О поле дифпроекций эмпирической кривой.В кн."Начертательная геометрия и черчение" (межвузовский сборник), Алма-Ата,1979,с.63-66
3. Верещага В.М.,Цымбал В.И.Формирование дискретного точечного ряда, определяющего расположения гидротехнических сооружений. В кн.: "Прикладная геометрия и инженерная графика",К.,1992, Вып.53, с.83-85.
4. Верещага В.М., Брустинов В.М. Дискретна інтерполяція лінійних

каркасів кузовних поверхонь. В кн.:"Прикладна геометрія та інж.графіка". К.,1994,Вып.56,с.84-85.

5. Найдыш В.М.,Верещага В.М.Проблемы численного интегрирования. В кн.:"Прикладная геометрия и инжен.графика",К.1994,Вып.57, с.21-24
6. Верещага В.М. Алгоритмы конструирования поверхностей с использованием дифпроекций.В библиогр.указателе ВИНИТИ,Депонированные рукописи, 1979, №12/98 с.146.
7. Верещага В.М. Формирование производных в узлах плоской дискретно представленной кривой.Мелитопольский ин-т мех.с.х.,Мелитополь,1994, -18с.: Деп.в ГНТБ Украины,22.02.94 №336-Ук94.
8. Верещага В.М. Преобразование полосы дифпроекций при сгущении точечного ряда. Мелитопольский ин-т мех.с.х.,Мелитополь,1994, Деп.в ГНТБ А.В. Украины,22.02.94 №337-Ук94.
9. Верещага В.М. О построении выпуклой ДПК в полосе диф-проекций. Мелитопольский ин-т мех.с.х.,Мелитополь,1994,Деп.в ГНТБ Украины,22.02.94 №339-Ук94
10. Верещага В.М.,Щербина В.М. Дискретное моделирование замкнутых кривых.Мелитопольский ин-т мех.с.х.,Мелитополь, 1994, Деп.в ГНТБ Украины,20.04.94 №803-Ук94.
11. Найдыш В.М.,Верещага В.М.,Брустинов В.М.,Найдыш А.В. Последовательная дискретная интерполяция поверхностей.Мелитопольский ин-т мех.с.х., Мелитополь,1994,-9с.Деп.в ГНТБ Украины,20.04.94 №806-Ук94 А.В.
12. Найдыш В.М.,Верещага В.М.Дискретное интегрирование таблично представленной функции. Мелитопольский ин - т мех.с.х., Мелитополь,1994,-11с. Деп.в ГНТБ Украины,20.04.94 №807-Ук94.
13. Найдыш В.М.,Верещага В.М.,Брустинов В.М.,Найдыш А.В. Дискретное моделирование дискретно представленных поверхностей. Мелитопольский ин-т мех.с.х., Мелитополь,1994, - 13с. Деп. в ГНТБ Украины,20.04.94 №808-Ук94.
14. Верещага В.М.,Найдыш А.В.,Голубцов В.П. Геометрическое моделирование-основа автоматизированного проектирования противоэрозионных мероприятий. Тезисы Всесоюзной научно-практической конференции " Почвозащитное земледелие с контурно-мелиоративной организацией территории в степной зоне. Луганск,1991,т.I,с.26-28
15. Верещага В.М. Формирование точечного каркаса поверхности на основе двумерной дискретной интерполяции. Х Всесоюзный научно-

- методический семинар "Инженерная и машинная графика". Тезисы докладов.Полтава,I99I,с.I40.

16. Верещага В.М. О дискретном загущении ячеек поверхности с использованием метода Кунса. В кн." Проблемы графической технологии",Тезисы докладов научно-технической конференции,ч.II,Севастополь,I99I, с.46.
17. Верещага В.М.Дискретное моделирование поверхностей. Материалы научно-практического семинара "Компьютерная графическая подготовка специалистов",Тез.докл.Витебск, февраль I992, с.68-69.
18. Верещага В.М.Геометрическое моделирование дискретно представленных поверхностей. Всеукраинская научно-метод.конф."Перспективы развития машин.графики в преподавании граф.дисциплин"тез.докл.Одесса,I992,с.I04.
19. Верещага В.М.Двумерная дискретная интерполяция. Материалы Всеукраинской научно-методической конференции"Геометричне моделювання. Інженерна та маш.граф."Тезисы докл.Харьков,сентябрь,I993г.с.29
20. Верещага В.М., Щербина В.М. Моделирование неоднозначных кривых. Тезисы междунар.научно-метод.конф." Геометричне моделювання.Інженерна та комп. графіка",Львів,I994, с.55-56.
21. Найдыш В.М.,Верещага В.М.,Брустинов В.М.,Найдыш А.В. Сгущение 4-угольных ячеек дискретного точечного каркаса поверхности. Тезисы междунар.научно-метод.конф." Геометричне моделювання. Інженерна та комп.графіка",Львів, I994, с.I7-I8.
22. Найдыш В.М.,Верещага В.М. Дискретное моделирование первообразной. Тезисы междунар. научно-метод.конф." Геометричне моделювання. Інженерна та комп.графіка",Львів, I994,с.57-58.

Верещага Виктор Михайлович. Дискретно-параметрический метод геометрического моделирования кривых линий и поверхностей. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.0I.0I. - "Прикладная геометрия, компьютерная графика, дизайн и эргономика".

Киевский государственный технический университет строительства и архитектуры. Киев,I996.

Защищаются двадцать две научных работы,в которых изложены основные вопросы дискретного геометрического моделирования дискретно представленных на равномерной сетке кривых линий и поверхностей. Теоретически обоснован и разработан дискретно-параметричес-

кий метод и его составляющие: метод дискретного дифференцирования, новые способы одномерной и двумерной дискретной интерполяции, метод дискретного интегрирования. Предложены различные схемы вычислительного процесса и соответствующие им алгоритмы управления формой и формирования как угодно плотного точечного множества моделируемых кривых линий и поверхностей при условии отсутствия осцилляции и кривых линий и графиков их производных. Разработано программное обеспечение дискретно-параметрического метода для использования его в решении практических задач реального проектирования криволинейных обводов.

Ключевые слова: дискретное моделирование, полоса допустимых значений, осцилляция, сгущение.

Vereshchaga Victor Mikhajlovich. Discrete and Parametric Method of Curve and Surface Geometrical Modelling.

Dissertation for scientific degree of Doctor of Technical Sciences on speciality of 05.01.01. - Appleicd geometry, computer graphics, design and ergonomics. Kiev State Construction and Architecture Technical University, Kiev, 1996. .

Twenty two scientific works are under defence where basic problems of discrete and geometrical modelling are presented discretely at uniform net of curves and surfaces.

Discrete and parametric method was theoretically substantiated and worked out as well as its components: discrete differentiation method, new methods of one - and two dimentioned discrete interpolation, discrete integration method.

Various schemes of computational process are proposed and corresponding to them algorithms of form control and forming the point set of modelling curves and surfaces of any density provided that there is deficiency of oscillation both curves and graphs of their derivatives.

Discrete and parametric method software was worked out for using to solve practical proflems of real design of curved countours.

Key words: discrete modelling, legitimate value strip, oscillation, concentration.

Підписано до друку 2.03.96 р., формат 60 x 84 1/16. Папір друку № 3. Спосіб друку - офсетний. Умовн. друк. - арт. 1.16. Умовн. фарбо-відб -1.27. Тираж 100. Замовлення № 1.

Ab 34.271