КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

на правах рукопису

ІСАЄВА Тетяна Львівна

УДК 532.5.516

ОСОБЛИВОСТІ НЕСТАЦІОНАРНИХ ДВОВИМІРНИХ ТЕЧІЙ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ ПРИ МАЛИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА В ПРЯМОКУТНІЙ ПОРОЖНИНІ

01.02.05 – механіка рідини, газу та плазми

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ–1996

Дисертація є рукописом
Робота виконана в Інституті гідромеханіки НАН України.

Науковий керівник	–	доктор фізико-математичних наук, В.В.Мелешко
Науковий консультант	–	академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор В.Т.Грінченко
Офіційні опоненти	–	доктор фізико-математичних наук, професор Ю.І.Шмаков
	–	доктор фізико-математичних наук В.Ф.Горбань
Провідна установа	–	Інститут математики НАН України

Захист відбудеться "____" _____ 1996 р. о "____" на засіданні спеціалізованої ради К 01.01.29 при механіко - математічному факультеті Київського університету ім. Тараса Шевченка за адресою: м. Київ, пр. академіка Глушкова, 6, КДУ, механіко - математічний факультет.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського університету ім. Тараса Шевченка.

Відгук на автореферат просімо надсилати на адресу: 252017, Київ-17, вул. Володімірська 64, КДУ, мех.-мат. факультет, вченому секретарю спеціалізованної раді, доценту Каліону В.А.

Автореферат розіслано "____" _____ 1996 г.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
кандидат фіз.-мат. наук В.А.Каліон

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00740326 (М)
Б ім. В. Стефаника
АН України

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ ТА СТАН ПРОБЛЕМИ.

Серед різних типів руху рідини течії з малими числами Рейнольдса утворюють багатий на фізичні ефекти та важливий для застосування клас задач. Їх вивчення дозволяє якісно та кількісно описати значення в'язкості у формуванні структур дуже складних течій. Існує цілий ряд галузей в індустрії, в екології, у природних системах, де потоки з малими числами Рейнольдса відіграють велику роль. У багатьох випадках, виникає ряд цікавих питань, пов'язаних з процесами адвекції та транспорту або ділянковими структурами, що утворюються в потоках. Проте, обмеженість числа існуючих аналітичних розв'язків для функції току стоксових течій значно утруднює теоретичні та числові дослідження.

З іншого боку, для випадків відомого поля швидкості, вивчення кінематики потоків останній час збогатилось новими напрямками досліджень. Цьому сприяло застосування в механіці рідини теорії динамічних систем та концепцій детермінованого хаосу. На сьогодні актуальною темою досліджень стала кінематика перемішування. З огляду на те, що процеси перемішування зустрічаються і в природі і в різних технологіях, інтерес до вивчення механізмів перемішування постійно зростає. Досі переважна більшість досліджень, присвячених кінематиці перемішування, грунтувались на апріорному заданні поля швидкості різними нескладними аналітичними виразами, і основна увага приділялась безпосередньому вивченню траєкторій лагранжевих частинок потоку (Ареф, Оттіно, Стоун, Максвелл та ін.)

З цієї точки зору дослідження двовимірної Стоксової течії в прямокутній порожнині, тим більше, що таким течіям присвячені різноманітні експериментальні дослідження, є особливо важливою задачею. Більшість числових або чисельно-аналітичних методів для знаходження функції току такої течії, розглянутих у роботах Діна, Девіса, Франсіоні, Пана та ін., - варіаційний метод скінченних різниць, методи скінченних елементів, власних функцій та інтегральних рівнянь, є громіздкими, потребують багато часу для обчислення і не дають достатньо простих аналітичних виразів для швидкого обрахунку компонент швидкості в будь-якій точці порожнини, що в свою чергу утруднює числове моделювання кінематики потоку і, особливо, дослідження лагранжевої турбулентності, яка

лежить у основі перемішування в потоці.

МЕТОЮ ДАНОЇ ДИСЕРТАЦІЇ є вивчення кінематики двовимірної Стоксової течії у прямокутній порожнині, отримання аналітичного розв'язку для функції току течії Стокса у прямокутній порожнині, вивчення кінематики перемішування та виведення загальних механізмів перемішування у нестаціонарних потоках.

НАУКОВА НОВИЗНА ДИСЕРТАЦІЇ полягає в тому, що:

Розширені методи опису нестаціонарних течій в'язкої рідини на ділянках складної форми.

Виконано якісний та кількісний аналіз течій у порожнинах при наявності кутових точок для різних значеннях параметрів течії. Побудовані методи визначення періодичних точок потоку, границь регулярних і нерегулярних ділянок течії. Виведені механізми перемішування у зонах нерегулярної течії та закономірності кінематики перемішування у хаотичних зонах.

Сформульовані кількісні оцінки впливу похибки у визначенні поля швидкості на кінематику розрахованого потоку. Вироблені критерії оцінки якості знайдення характеристик потоку відносно закладеного при обрахунках ступеня точності.

ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ ДОСЛІДЖЕНЬ полягає в тому, що:

розроблено методику дослідження та моделювання кінематики перемішування, що є універсальною для широкого класу задач;

сформульовано нові критерії якості визначення поля швидкості необхідні для чисельного моделювання потоків, яким присутня лагранжева турбулентність;

виявлено існування горизонту передбачуваності - часової межі, в границях якої результати отримані чисельно є коректними;

досягнуто глибокого розуміння механізмів, які керують перемішуванням та формують структуру перемішованого потоку, що є надзвичайно важливим для вироблення практичних рекомендацій.

ОСОБИСТИЙ ВНЕСОК ДИСЕРТАНТА полягає у:

отриманні розв'язку крайової бігармонічної задачі методом суперпозиції для випадку прямокутньої порожнини, отриманні остаточних розрахункових формул, що використовуються у чисельних алгоритмах;

розробці методики дослідження кінематики перемішування: розробці алгоритмів знаходження періодичних точок, виборі достат-

ньої кількості та місця розташування маркерів, побудові біфуркаційної діаграми та перерізу Пуанкаре, дослідженні різноманітності та визначення характеру їх перетину, виробленні рекомендації що до реалізації режимів ефективного перемішування;

розробці комп'ютерних алгоритмів та програм для чисельного моделювання перемішуваного потоку, вибір найбільш підходячих чисельних методів;

визначення режимів хаотичної адвекції - лагранжевої турбулентності та їх аналіз;

розробці критеріїв оцінки якості отриманих результатів.

АПРОБАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ. Матеріали дисертації доповідались та обговорювались на

39 Європейському семінарі з хаосу та лагранжевої турбулентності (Франція, 1994);

республіканському науковому семінарі з гідромеханіки (Інститут гідромеханіки НАН України, керівник академік НАН України, проф. В.Т.Грінченко, Київ);

республіканському науковому семінарі "Проблеми механіки" (Київський Університет ім. Т.Г.Шевченка, керівник чл.-кор. НАН України проф. А.Ф.Улітко, Київ).

РІВЕНЬ РЕАЛІЗАЦІЇ НАУКОВИХ РОЗРОБОК. Результати, включені у дисертацію, використані при виконанні Інститутом гідромеханіки НАН України НДР з відповідних тематик.

СТРУКТУРА ТА ОБ'ЄМ ДИСЕРТАЦІЇ.

Дисертація складається з вступу, трьох глав, висновків, та списку використаної літератури. Рукопис містить 169 сторінок друкованого тексту, в тому числі 25 рисунків, 6 таблиць та бібліографічний список, який включає 94 найменування.

ПЕРША ГЛАВА присвячена побудові точного аналітичного розв'язку для визначення поля швидкості течії Стокса у прямокутній порожнині: $|X| \leq W, |Y| \leq H$.

У рамках математичної моделі квазістаціонарного процесу нестаціонарна двомірна течія в'язкої рідини у прямокутній порожнині з малим числом Рейнольдса, викликана рухом верхньої та нижньої стінок порожнини із заданними швидкостями $V_{top}(t)$, $V_{bot}(t)$ відповідно, може бути описана функцією току, яка є розв'язком бігармонічного рівняння. Для безрозмірних координат $x = X/W$; $y =$

Y/W; $h = W/H$ визначення поля швидкості зводиться до розв'язку такої граничної задачі для бігармонічного рівняння відносно функції току:

$$\nabla^2 \nabla^2 \psi = 0, \tag{1}$$

$$\psi = 0, \qquad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \begin{cases} V_{top}(t) \\ V_{bot}(t) \end{cases}, \quad y = \pm 1, \tag{2}$$

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad |x| = h. \tag{3}$$

Граничні умови відображають факт повного прилипання в'язкої рідини до стінок порожнини.

Принциповим моментом при розгляді сукупності нестаціонарних граничних задач (1), (2) є можливість виразити в загальному випадку функцію току ψ для будь-яких $V_{top}(t), V_{bot}(t)$ через розв'язок двох стаціонарних бігармонічних задач. Оскільки загальна задача (1) - (3) завжди може бути зведена до двох задач - симетричної та антисиметричної відносно осі OX, то шукана функція $\psi(x, y, t)$ може бути представлена у вигляді:

$$\psi(x, y, t) = V_1(t)\, \psi_1(x, y) + V_2(t)\, \psi_2(x, y), \tag{4}$$

$$V_1(t) = \frac{V_{top}(t) - V_{bot}(t)}{2}, \qquad V_2(t) = \frac{V_{top}(t) + V_{bot}(t)}{2}. \tag{5}$$

Симетрична та антисиметрична задачі ідентичні по складності і були розв'язані одноманітно. Нижче докладно приводиться розв'язок симетричної задачі. Потрібно знайти загальний розв'язок бігармонічного рівняння для таких граничних умов:

$$\nabla^2 \nabla^2 \psi_1(x, y) = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial y} = 1; \qquad \psi_1 = 0; \qquad y = 1,$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial y} = -1; \qquad \psi_1 = 0; \qquad y = -1, \tag{7}$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial x} = 0, \qquad \psi = 0, \qquad |x| = h, \tag{8}$$

Загальний розв'язок граничної задачі (6) будується з використанням методу суперпозиції. Після задоволення нульових граничних

умов для функцій току, розв'язок може бути поданий у вигляді:

$$\psi_1(x,y)=\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\frac{X_m}{\alpha_m^2}\left(\tanh\alpha_m\frac{\cosh\alpha_m y}{\cosh\alpha_m}-y\frac{\sinh\alpha_m y}{\cosh\alpha_m}\right)\cos\alpha_m x-$$

$$-h\sum_{l=1}^{\infty}(-1)^l\frac{Y_l}{\beta_l^2}\left(h\tanh\beta_l h\frac{\cosh\beta_l x}{\cosh\beta_l h}-x\frac{\sinh\beta_l x}{\cosh\beta_l h}\right)\cos\beta_l y \quad (9)$$

де

$$\alpha_m=\frac{2m-1}{2h}\pi,\qquad \beta_l=\frac{2l-1}{2}\pi.$$

Граничні умови (7), (8), що залишились, породжують нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$X_m(\tanh\alpha_m+\frac{\alpha_m}{\cosh^2\alpha_m})-\sum_{l=1}^{\infty}Y_l\frac{4\alpha_m^3}{(\beta_l^2+\alpha_m^2)^2}=\frac{2\alpha_m}{h};$$

$$Y_l h^2(\frac{\tanh\beta_l h}{\beta_l h}+\frac{1}{\cosh^2\beta_l h})-\sum_{m=1}^{\infty}X_m\frac{4\beta_l^3}{(\beta_l^2+\alpha_m^2)^2}=0. \quad (10)$$

Стандартний підхід до аналізу нескінченних систем, що виникають у процесі розв'язку граничних задач математичної фізики полягає у доказі їх регулярності. Це надає можливість виправдати формальний спосіб отримання таких систем та дозволяє застосовувати метод простої редукції для їх розв'язку . Проте система (10) має принципову відмінність, яка полягає у зростанні вільних членів при зростанні номера рівняння.

Для того, щоб одержати можливість використовувати розвинену методику аналізу регулярних систем введено нові невідомі x_m та y_l:

$$X_m=x_m+a\alpha_m,\qquad Y_l=y_l+b\beta_l \quad (11)$$

де a та b поки довільні константи. Підстановка (11) у (10) приводить до нової системи відносно нових невідомих коефіцієнтів:

$$x_m\Delta(\alpha_m)=\sum_{l=1}^{\infty}y_l\frac{4\alpha_m^2}{(\beta_l^2+\alpha_m^2)^2}+F_m$$

$$y_l h^2\Delta(\beta_l h)=\sum_{m=1}^{\infty}x_m\frac{4\beta_l}{(\beta_l^2+\alpha_m^2)^2}+G_l \quad (12)$$

де

$$\Delta(x) = \frac{\tanh x}{x} + \frac{1}{\cosh^2 x}$$

На F_m та G_l накладаються вимоги спадання як O ($1\alpha_m^2$), що забезпечує потрібний порядок спадання вільних членів у системі (12) та дозволяє знайти значення введених констант:

$$a = \frac{2\pi^2}{h(\pi^2 - 4)}; \quad b = \frac{4\pi}{h(\pi^2 - 4)}. \tag{13}$$

Таким чином, нескінчена система лінійних алгебраїчних рівнянь (12) задовольняє умовам регулярності. Окрім цього, для неї виконується закон асимптотичних виразів. Це забезпечує існування обмеженого головного розв'язку і дає можливість після переходу до скінченої системи лінійних рівнянь визначити я невідомі коефіцієнти.

Був проведений доказ збіжності рядів у загальних розв'язках, встановлені особливості поведінки функції току та поля швидкості в кутових точках та сформульовані вимоги до алгоритму розв'язку нескінчених систем з точки зору точності кількісних оцінок.

На основі аналізу збіжності рядів визначений порядок редукованої скінченої системи, необхідний для досягнення заданої точності виконання граничних умов.

Отримані остаточні розрахункові формули для визначення функції току $\psi_1(x, y)$ та поля швидкості $u_1(x, y), v_1(x, y)$ з урахуванням граничних співвідношень та, аналогічно, знайдено розв'язок антисиметричної граничної задачі.

Доведено здатність запропонованного методу розв'язку описувати усі особливості поля швидкості та функції току, які вінікають внаслідок наявності кутових точок, що є основою побудови ефективних алгоритмів для кількісного вивчення кінематичних характеристик потоку в прямокутній порожнині.

У ДРУГІЙ ГЛАВІ розглядається кінематика двовимірного потоку в'язкої рідини у прямокутній порожнині за дії заданого поля швидкості з точки зору перемішування частинок рідини шляхом адвекції. Головна увага приділяється вивченню хаотичної адвекції або лагранжевої турбулентності.

З урахованням виразу (4) для функції току рівняння адвекції для лагранжевих частинок рідини досліджуємої прямокутної порож-

нини має вигляд:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{U \cdot T}{W} \left(v1(\tau)\, u_1(x,y) + v2(\tau)\, u_2(x,y) \right),$$
$$\frac{dy}{d\tau} = \frac{U \cdot T}{W} \left(v1(\tau)\, v_1(x,y) + v2(\tau)\, v_2(x,y) \right). \qquad (14)$$

де $\tau = 2t/T$ - безрозмірний час,
$U \cdot T/W = D$ - безрозмірний параметр,
$u_1(x,y)$, $v_1(x,y)$ - компоненты симетричного поля швидкості,
$u_2(x,y)$, $v_2(x,y)$ - компоненты антисиметричного поля швидкості,
$v1(\tau) = V_1(\tau)/U$, $v2(\tau) = V_2(\tau)/U$.

Траєкторія конкретної лагранжевої частинки знаходиться як розв'язок задачі Коші після інтегрування рівняння (14) . Для дослідження кінематики течії у всій розглядуваній області, рівняння адвекції вивчаються як динамічна система, у якій поле швидкості $\vec{v}(\vec{x}, y)$ в'язкої рідини у прямокутній порожнині викликає потік, що описує розв'язок рівнянь адвекції для всіх рідких частинок $\vec{x}_0$, розглуваної зони.

Для двовимірної течії досліджуванні рівняння адвекції (14) мають гамільтонову структуру, де $\psi(x,y,t)$ - функція току, яка грає роль гамільтоніана системи.

Для ефективого перемішування у потоці внаслідок адвекції лагранжевих частинок необхідно, щоб досліджувана гамільтонова система (14) була хаотичною на всій множені визначення, що досягається за умови інтегрованості системи. Якщо гамільтонова система є неінтегрованою, то їй може бути притаманною як регулярна, так і хаотична поведінка. Режими та умови регулярної та хаотичної адвекції були вивчені шляхом аналізу топології фазового простору з використанням відображення Пуанкаре. Існування інтегралів руху, які відповідають регулярній траєкторії, визначалось із аналізу перетину траєкторії з поверхнею перерізу Пуанкаре.

Розглядався періодичний у часі потік, для якого переріз Пуанкаре визначен глобально, та простір фізичного (або чисельного) експеримента, тобто прямокутна порожнина, є перерізом Пуанкаре динамічної системи яка визначається рівняннями адвекції (14).

Метод перерізу Пуанкаре зводить рівняння адвекції до відображення:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n) = \mathbf{f}_T^n(\mathbf{x}_0) \qquad (15)$$

де $\mathbf{x}_0 \in U$ - початкове положення частинки, n - число ітерацій потоку, f - відображення.

Відображення знаходилось чисельно, як розв'язок задачи Коши (14) методом Рунге-Кута четвертого порядку з автоматичним вибором довжини кроку. Вибір початкових умов, або вибір маркерів - лагранжевих частинок, є дуже важливим аспектом досліджень, т.я. важливо отримати переріз Пуанкаре не окремої траєкторії, а всього потоку, в той час коли розв'язати задачу Коші (14) для всіх точок досліджуваної зони неможливо - це нескінченновимірна задача. Обійти цю проблему можна розглянувши такий важливий клас розв'язків динамічних систем як періодичні системи.

Беспосередньо знайти періодичні точки періоду 1 як криві розв'язку системи (14) шляхом числового інтегрування (задача Коші) неможливо. Для знаходження періодичних точок періоду 1 та періода був запропонований принципово інший підхід, прі якому використовується принцип сим трії. Проведено аналіз стійкісті періодичних точок та визначен тип кожної з них. На рис. 1 показано розміщення та характер періодичних точок у порожнині. Знання місця розташування періодичних точок відображення (15) та їх тину дає уявлення про структуру фазового простору усього потоку та дозволяє вірно вибрати маркери - мічені лагранжеві частинки. Виявляється, що достатньо лише декількох маркерів для розуміння кінематики потоку в цілому.

Було зроблено досліджено, як в залежності від параметру потоку D змінюється розташування та характер періодичних точок. Була побудована біфуркаційна діаграма, яка показує структуру потоку для довільних величин параметра D.

Була вивчена залежність кінематика перемішування від розміщення маркера або плями маркерів відносно періодичних точок. Показано, що з еліптичною періодичною точкою пов'язана деяка зона фазового простору, де гамільтонова система є локально інтегрованою. Розглянуто відображення та поведінку лагранжевих частинок поблизу гіперболічних точок періоду 1 для значення параметру $D = 6.24$. Чисельно отримані різноманіття, пов'язані з розглядуваними гіперболічними точками. Побудовано переріз Пуанкаре для значення параметру $D = 6.24$ (1000 ітерацій для маркера, вибраного в околиці гіперболічної точки 1 - див. рис. 2). Аналіз перерізу

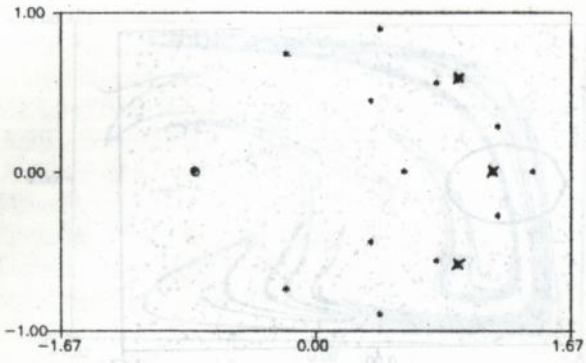

Рис. 1: Розміщення та характер періодичних точок: ∘ - еліптічна періоду 1; × - гіперболічна періоду 1; • - гіперболічна періоду 2

Пуанкаре дозволяє зробити висновок про те, що для значення параметру $D = 6.24$ існує глобальна хаотична зона, яка охоплює усі гіперболічні точки, що свідчить про великомасштабний гетероклинний перетин різноманіть. Фазовий простір розпадається на дві характерні зони - зону регулярного руху поблизу еліптичної періодичної точки та зону хаотичного руху, яка повністю займає залишоок доступної частини фазового простору. Ці зони відділені одна від одної інваріантною кривою (крива b на рис. 2). Це свідчить про те, що у двовимірному потоці в'язкої рідини у прямокутній порожнині при значенні параметру $D = 6.24$ існують дві принципово різні кінематичні зони - зона стійкої течії та зона нестійкої течії. У рамках зони нестійкої течії, яка відповідає хаотичній ділянці на перерізі Пуанкаре, процес перемішування, тобто видовження полем швидкості плями мічених частинок, локалізованих у початквий момент в одному місці, на всю область існування течії, буде ефективним, не залежно від початкового розташування міченої плями. Ділянка стійкої течії являє собою ізольований острів, який кінематично відділен від всього іншого потоку, тобто рідина, розміщена всередині острова, ніколи не перемішується з рідиною, яка розташована за його межами. Такі острови є основною перешкодою для перемішування у потоці.

Був вівчений механізм та основні закономірності кінематики

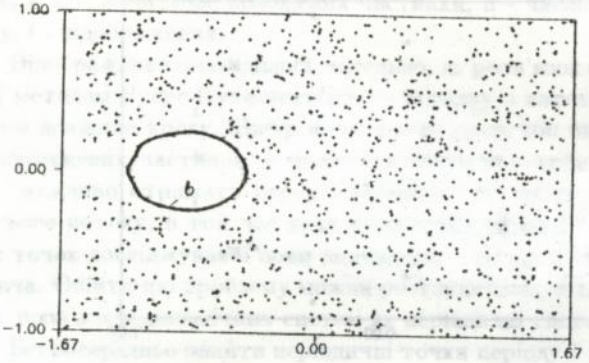

Рис. 2: Переріз Пуанкаре

перемішування на ділянках нерегулярної хаотичної течії шляхом дослідження еволюції у часі п'яти різних кругових контурів. Показано, що незалежно від початкового розміщення, кінематика плями повністю визначається різноманіттями, пов'язаними з гіперболічними точками періоду 1. В околиці гіперболічних точок, внаслідок впливу різноманіть, відбуваються процеси розтягування та стискання плями; експоненційно зростає довжина границі. При цьому виникає типова складкова структура. Виявлено спільну закономірність: незалежно від розміщення плями, після певного періоду часу пляма розмішується полем течії та приймає форму подібну до різноманіть (якщо не враховувати додаткових згинів та складок), вписуючись у них як вкладені структури. На рис. 3 показані усі п'ять розглянутих деформованних контурів. На ньому проілюстровано, як різноманіття формують структуру перемішуваного потоку.

Таким чином, можна зробити висновок про те, що кінематика перемішування у хаотичній зоні повністю визначається різноманіттями, пов'язаними з гіперболічними точками одиничного періоду. Найбільш інтенсивне перемішування буде відбуватися у зонах, безпосередньо пов'язанних з гіперболічними точками.

У ТРЕТІЙ ГЛАВІ досліджується вплив точності розв'язку граничної задачі на характеристики потоку. Кожний кожен член ряду у віразі (9) для загального розв'язку задачі задовольняє бігармоніче

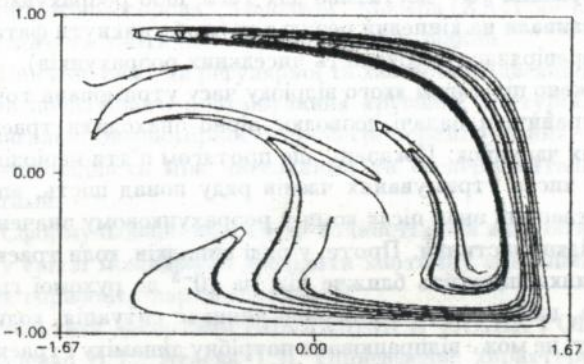

Рис. 3: Структура перемішуваного потоку

рівняння, а строге дотримання граничних умов відповідає нескінченному числу членів ряду. Точність розв'язку граничної задачі можливо оцінити тільки за якістю задоволення граничних умовах. У розрахунках використовується зрізаний розв'язок, коли в рядах залишається тільки відповідно M та L перших доданків. Значення величин M та L, по суті, визначають точність розв'язку граничної задачі, тобто ступінь відповідності заданого на границі розподілу швидкостей та функції току.

Вивчено залежність значення функції току та поля швидкості на границі та всередині зони для довільного числа утримуваних членів ряду. Показано, що для забезпечення точності 10^{-1} процента у величинах функції току та поля швидкості достатньо вже двох перших членів у рядах Фурьє. При збільшені утримуваних членів ряду до шести доданків, точність стає 10^{-3} процента, а при восьми доданках - покращується ще на один порядок.

Вивчено вплив точності розв'язку граничної задачі на особливості руху лагранжевих частинок рідини у порожнині. Показано, що траєкторія залежить від двох факторів: від точності визначення поля швидкості (точності розв'язку граничної задачі), та від похибки вичислення (точності розв'язку задачі Коші). Показано, що точність розв'язку задачі Коші позначається на результатах менше, ніж точність визначення поля швидкості, і точності число-

вого інтегрування 10^{-7} достатньо для того, щоб розрахункові похибки не впливали на кінцевий результат (щоб уникнути фатальної похибки, перевірялася обернені чисельних розрахунків).

Досліджено протягом якого відрізку часу утримована точність розв'язку граничної задачі дозволює вірно знаходити траекторії лагранжевих частинок. Показано, що протягом п'яти періодів часу збільшення числа утримуваних членів ряду понад шість, впливає лише на четвертий знак після коми у розрахунковому значенні координати рідкої частинки. Проте, у ряді випадків, коли траекторія рідкої частинки підходіть ближче ніж на 10^{-3} до рухомої границі або до кута, вже на другому періоді виникає ситуація, коли вказана точності не може відпрацювати потрібну динаміку і траекторія виходить за межі області (прямокутної порожнини). При збільшені числа утримуваних членів ряду до восьми, такої ситуації не виникає. Це відповідає покращенню точності розв'язку граничної задачі до 10^{-4} процента. Така точність дозволяє вірно відслідковувати кінематику потоку аж до дванадцяти періодів. Виявилось, що після дванадцяти періодів часу чисельне моделювання кінематики Стоксового потоку стає некоректним, і що збільшення точності розв'язку граничної задачі не може виправити ситуацію. Це - так званний горизонт передбачуваності за яким похибка обрахунку, похибка у визначенні параметрів та похибка у визначенні функції току стають рівними і приводять до втрати достовірности результату розрахунків.

ВИСНОВКИ. Основні результати дисертації такі:

1. Побудовано математичну модель потоку для довільного закону руху границь. При використанні методу суперпозиції отримано аналітичний розв'язок для функції току та поля швидкості. Розроблені алгоритми, які забеспечують рівень точності, потрібній для розв'язку нелінійної задачі - адвекції у прямокутної зоні.

2. На основі отриманих чисельно-аналітичних результатів вивчено кінематику двовимірного Стоксового потоку у прямокутній порожнині. В залежності від значення динамічного параметру досліджено структуру потоку, визначено зони стійкої та нестійкої течії. Побудовано біфуркаційну діаграму, яка показує діапазони параметрів для вказаних зон течії.

3. Розроблено методики визначення періодичних точок потоку

га границь Колмогорова - Арнольда - Мозера (КАМ зон), - границь регулярного та хаотичного руху частинок рідини.

4. Вивчено режими регулярної та хаотичної адвекції для різних випадків початкового розташування кругових контурів. Встановлено загальні закономірності процесів перемішування. Показано повну відповідність між чисельними та експериментальними результатами.

5. Сформульовано вимоги до точності розв'язку бігармонічної задачі у світлі можливості дослідити хаотичну адвекцію частинок у межах горизонту передбачуваності.

Результати дисертації ВИКЛАДЕНІ В ТАКИХ РОБОТАХ:

1. Гринченко В.Т., Исаева Т.Л. Определение характеристик потока при наличии лагранжевой турбулентности // Докл. АН Украины. - 1994, No.12, с. 62 - 65.

2. Гринченко В.Т., Исаева Т.Л. Течение Стокса в прямоугольной полости и явление детерминированного хаоса // Сб. Современные проблемы механики сплошной среды. - МП "Книга", Ростов - на - Дону, 1995.

3. Гринченко В.Т., Исаева Т.Л., Мелешко В.В. Двумерное течение вязкой жидкости в прямоугольной полости при малом числе Рейнольдса // Докл. АН Украины. - 1991, No.8, с. 64 - 70.

4. Исаева Т.Л., Мелешко В.В. Адвекция частиц в поле скорости нестационарно движущегося цилиндра // Гидромеханика - 1991, No.64. с. 67-72.

5. Исаева Т.Л., Мелешко В.В. Адвекция частиц при замкнутом цикле движения цилиндра в идеальной жидкости // Докл. АН Украины. - 1991, No.1. с. 21-23.

6. Isaeva T.L. Periodic points in two-dimentional flow of viscous fluids in the rectangular cavity. // Доп. АН України. - 1994, No.11. с. 71 - 76.

7. Grinchenko V., Isaeva T., Meleshko V.; Chaotic mixing in the rectangular cavity.// Proc. of the Conf. EUROTERM SEMINAR 39 on the Heat Transfer Enhancement by Lagrangian Chaos and Turbulence, 1994, Nantes.

ЛНБ ім. В. Стефа... АН Україн...

Исаева Т.Л. Особенности нестационарных двумерных течений вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса в прямоугольной полости (рукопись).
Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 механика жидкости, газа и плазмы, Ин-т гидромеханики НАН Украины, Киев, 1996.
Защищаются 7 научных работ, содержащих теоретические исследования особенностей нестационарных двумерных течений вязкой жидкости в прямоугольной полостипри малых числах Рейнольдса. С использовании метода суперпозиции получены аналитические выражения для функции тока и поля скорости. Изучена кинематика потока в прямоугольной полости как кинематика перемешивания путем адвекции частиц жидкости. Исследованы режимы регулярной и хаотической адвекции, а также перемешивание в областях устойчивого и неустойчивого течения. В результате анализа динамических систем выработаны новые требования к точности решения бигармонической проблемы, гарантирующие корректность численного моделирования кинематики перемешивания.

Isaeva T.L. Non-stationary two-dimentional flow of viscous fluid with a low Reynolds number in a rectangular cavity.
Thesis for Candidate of Physical and Mathematical Sciences degree, speciality 01.02.05 - mechanics of fluid, gas and plasma, Ins. of Hydromechanics of NAS of Ukraine, Kiev, 1996.
7 articles have been published in the reference to this topic. Based on superposition method the analytical solution for the velocity field and the stream function has been successfully obtained. The kinematics of the flow has been studied as a mixing through the advection process. Both regular and chaotic regimes of advection have been studied. On the basis of dynamic system analysis the new criterions for accuracy in analytical solution of biharmonic problem have been obtained.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Стоксові течії, хаотічна адвекція, перемішування.

Підп. до друку 18.02.96. Формат 60×84 1/16. Папір друк. № 2 . Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 0,93
Умовн. фарбо-відб. 1.04. Облік.-вид. арк. 1.0
Тираж 100 . Зам. № 6-1036 .

Фірма «ВІПОЛ».
252151, Київ, вул. Волинська, 60.

АВ 34.328