

КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

**Я К У Б О В А**  
*Людмила Петрівна*

УДК 539.3

**ЗВ'ЯЗАНІ ЕЛЕКТРОПРУЖНІ КОЛИВАННЯ  
БІМОРФНИХ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ ПЛАСТИН**

01.02.04 —

механіка деформівного твердого тіла

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Київ 1996

АВ 34.329

Дисертація є рукописом.

Робота виконана в Київському університеті ім. Тараса Шевченка та Інституті електрозварювання ім. Є.О.Патона НАН України.

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук В.А.Санченко.

Науковий консультант: член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор А.Ф.Улітко.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, ведучий науковий співробітник О.М.Гомілко

кандидат фізико-математичних наук, доцент В.А.Борисейко

Провідна організація: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України (м.Львів).

Захист відбудеться "17" квітня 1996р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої ради К 01.01.29 при механіко-математичному факультеті Київського університету ім. Тараса Шевченка за адресою: м.Київ, проспект академіка Глушкова, 6, КДУ, механіко-математичний факультет.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського університету ім. Тараса Шевченка.

Відгук на автореферат просимо надсилати на адресу: 252017, Київ-17, вул. Володимирська 64, КДУ, мех.-мат. факультет, вченому секретарю спеціалізованої ради, доценту Каліону В.А.

Автореферат розіслано "15" березня 1996р.

Вчений секретар спеціалізованої ради, кандидат фіз.-мат. наук

В.А.Каліон

*В. Каліон*

ЛННБ України ім.В.Стефаніка



00740327 (N)

ЛННБ ім. В. Стефані  
АН України

AB-34.329  
ЗАГАЛЬН. ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність проблеми. Теорія коливань і розповсюдження електропружних хвиль в п'езокерамічних твердих тілах є однією з актуальних задач нового розділу механіки - електропружності. Актуальність цих задач підтверджуються з одного боку складністю динамічних явищ в п'езокерамічних середовищах, недостатнім вивченням цих явищ, і, з іншого боку, - практичною необхідністю в розробці методів розрахунку динамічних характеристик елементів конструкцій з п'езокераміки, які знаходять широке застосування як електромеханічні перетворювачі енергії.

П'езокерамічні матеріали знайшли широке використання в техніці. Вони застосовуються в полосових фільтрах, ультразвукових лініях затримки в акустоелектроніці, гідроакустиці, неруйнівному контролі, при визначенні механічних характеристик твердих тіл (модуль Юнга, твердість, тощо) за допомогою ультразвуку, для аналізу вібрацій елементів конструкцій.

Забезпечення надійної роботи вище згаданих пристроїв потребує вивчення взаємодії електричного поля і поля механічних напружень і деформацій в п'езоелементах. Точні розв'язки просторових задач електропружності отримані лише для обмеженого класу таких задач, і природньо, що для розв'язку прикладних задач необхідно було розробити методика їх розв'язку наближеними методами. Основні результати досліджень в цих напрямках приводяться в роботах Н.К.Балакірева, І.А.Гілінського, В.Т.Грінченка, А.Ф.Улітка, М.А.Шульги, М.Р.Короткіної, Д.Берлінкура, Д.Керран, Г.Жаффо, У.Мезона, В.Новацького, В.З.Партона, В.А.Кудрявцева, Г.Ф.Тирстена, Є.Р.Єрніса, Р.Холланда та інших.

Предметом багатьох теоретичних і експериментальних досліджень є дослідження зв'язаних електропружних коливань п'езокерамічних тіл. Більшість досліджень в області акустоелектричних хвиль в деформівних тілах із п'езокерамічних матеріалів присвячено вивченню закономірностей їх розповсюдження в неограниченому середовищі, поверхневим хвилям різного типу з плоскими направляючими границями, хвилям вздовж плоских границь розділу. Менше досліджені нормальні хвилі в шарі з плоскими границями. Зокрема - В.В.Мадорський і Ю.А.Устинов провели аналіз коренів дисперсійного

рівняння антисиметричних коливань п'єзокерамічної плити. В.А.Борисейко, В.Т.Грінченко, А.Ф.Улітко розросли теорію планарних коливань згину тонких п'єзокерамічних пластин та оболонки, та провели на основі цієї теорії їх дослідження.

Подальше узагальнення теорії коливань для біморфних елементів є вивчення нормальних хвиль в біморфних пластинах. Літературні джерела в цьому напрямку відсутні.

Метою дисертаційної роботи є постановка та розробка ефективних методів розв'язку задач зв'язаних електропружних коливань біморфних п'єзокерамічних пластин, теоретичні та експериментальні дослідження механічних та електричних ефектів, що виникають при коливанні таких пластин. Детальне дослідження проведено для важливої при вимірюванні характеристики чутливості.

Наукова новизна. В роботі метод інтегральних перетворень Лапласа, теорія узагальнених і спеціальних функцій, метод асимптотичних наближень застосовуються до розв'язання нового класу задач зв'язаних електропружних коливань біморфних п'єзокерамічних пластин. Використовуючи узагальнену гіпотезу Кіргофа, побудовані рівняння і граничні умови коливань згину біморфних пластин при механічному та електричному навантаженні. Отримано їх розв'язок для круглих біморфних пластин при гармонічному і імпульсному навантаженні. Визначені теоретично і експериментальним шляхом резонансні частоти для конкретних біморфних пластин. Досліджені коливання і визначені характеристики чутливості біморфних пластин при імпульсному навантаженні. Досліджені мікрорезонанси і до першого резонансу проміжки в коливальних процесах біморфних пластин. Отримано асимптотичне наближення для вихідної різниці потенціалів, яке значно спрощує розрахунки коливальних процесів в біморфних пластинах.

Вірогідність результатів впливає із фізичного та математичного обґрунтування розглянутих моделей та апробованих методик, забезпечується узгодженням частинних випадків з відомими в літературі результатами, задовільним співпаданням результатів теоретичних та експериментальних досліджень.

Практична цінність. Результати проведених досліджень можуть бути використані при розробці чутливих елементів датчиків для

визначення вібрацій та шумів, коливань згину елементів конструкцій.

Апробація роботи. Результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на міжнародній конференції "Сварные конструкции" (Київ, 1990), на всеукраїнській школі-семінарі "Механіка разрушения и прочность сварных соединений и конструкций" (Ленінград, 1991), на науково-технічній школі-семінарі "Автоматизация методов неразрушающего контроля качества сварных соединений" (Славське, 1991), на всеукраїнській науково-технічній конференції "Прочность и диагностика сварных конструкций" (Тверь, 1991), на другій всеукраїнській конференції "Сучасні фізико-математичні дослідження молодих науковців ВУЗів України (Київ, 1996), науковому семінарі кафедри теоретичної та прикладної механіки Київського університету ім.Т.Г.Шевченка (Київ, 1994-1995рр).

Основні положення, що виносяться на захист.

1. Розв'язки нових задач зв'язаних електропружних коливань біморфних п'єзокерамічних пластин.
2. Результати дослідження коливань біморфних п'єзокерамічних пластин при гармонічних та імпульсних механічних і електричних навантаженнях.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 8 наукових праць.

Структура і об'єм роботи. Дисертація складається із вступу, 4-х глав, висновків та списку літератури і додатків. Робота викладена на 147 сторінках машинопису, містить 31 малюнок та 1 таблицю. Список літератури налічує 113 назв.

## ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі містяться огляд наукових праць, які присвячені дослідженню електропружних коливань в п'єзокерамічних пластинах і оболонках, визначається актуальність розглянутих в дисертації задач, їх місце в загальній проблемі - дослідження зв'язаних задач електропружних коливань біморфних п'єзокерамічних пластин методами математичної фізики та теорії електропружності.

В першій главі на основі лінійної теорії п'єзоелектрики

одержано рівняння стану середовища із п'езокераміки, яке поляризоване в напрямку однієї з вісей декартової системи координат. Викладені основні рівняння коливань згину п'езокерамічних біморфних пластин. В межах лінійної теорії пружності та класичної електродинаміки Максвелла в декартовій системі координат отримана система диференціальних рівнянь та граничних умов, які описують зв'язані електропружні коливання п'езокерамічних пластин.

В другій главі розглянуто стаціонарні коливання круглих біморфних пластин при електричному і механічному навантаженнях. Диференціальне рівняння поперечних коливань пластинки в полярних координатах має вигляд

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{q}{D} \quad (1)$$

де  $w$  - функція прогину,  $r$  і  $\varphi$  - полярні координати,  $\rho$  - густина матеріалу,  $h$  - товщина пластинки,  $D$  - циліндрична жорсткість, яка залежить від пружних та електричних характеристик матеріалу,  $t$  - час,  $q$  - довільне навантаження.

При збудженні коливань електричним полем моменти згину  $M_r, M_\varphi$  і обертачі моменти  $M_{r\varphi}, M_{\varphi r}$  визначаються через прогин та різницю потенціалів електричного поля

$$M_r = -D \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \bar{\nu} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right] + \frac{h^2}{4} \frac{d_{31}}{S_{11}^E (1-\nu)} \frac{V_o(t)}{h}$$

$$M_\varphi = -D \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \bar{\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] + \frac{h^2}{4} \frac{d_{31}^c}{S_{11}^E (1-\nu)} \frac{V_o(t)}{h}$$

$$M_{r\varphi} = \frac{h^2}{12 S_{11}^E (1+\nu)} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right), \quad (2)$$

де  $V_o(t)$  - вихідна різниця електричних потенціалів між електродами,  $S_{11}^E, S_{33}^E$  - пружна податливість при нульовому електричному полі,  $d_{31}$  - п'езоелектрична стала,  $\nu = -S_{32}^E/S_{11}^E$  - коефіцієнт Пуассона

в плоскості ізотропії,  $\nu$  - приведений коефіцієнт Пуасона. Перерізувачі сили  $Q_r$  і  $Q_\varphi$  не відрізняються від класичних виразів.

Напруженість електричного поля  $E_z$  для короткозамкнутих електродів визначається через різницю потенціалів і прогин виразом

$$E_z = -\frac{V_0(t)}{h} - \left(\frac{h}{4} + z\right) \frac{1}{2d_{za}} \frac{K_p^2}{1-K_p^2} \nabla^2 W(r, \varphi), \quad (3)$$

де  $K_p^2$  - статичний планарний коефіцієнт електромеханічного зв'язку.

Компонента вектора електричної індукції  $D_z$  визначається через різницю потенціалів і прогин виразом

$$D_z = -\varepsilon_{za}^T (1-K_p^2) \left[ -\frac{V_0(t)}{h} + \frac{h}{8} \frac{1}{d_{za}} \frac{K_p^2}{1-K_p^2} \nabla^2 W(r, \varphi) \right], \quad (4)$$

де  $\varepsilon_{za}^T$  - діелектрична проникливість при нульових напруженнях.

Величину струму провідності зовнішнього ланцюгу визначено у вигляді

$$I(t) = -\frac{dQ}{dt} = C_0 \frac{d}{dt} \left[ V_0(t) + \frac{h^2}{8} \frac{1}{d_{za}} \frac{K_p^2}{1-K_p^2} \frac{1}{S} \iint (S) \nabla^2 W r dr d\varphi \right], \quad (5)$$

де  $Q$  - повний заряд,  $C_0$  - ємність біморфної прямокутної пластинки при нульових деформаціях,  $S$  - повна поверхня електродів.

Якщо зовнішній ланцюг відсутній, то вихідна різниця потенціалів  $V(t)$  між електродами, що знаходяться на поверхні пластинки

$Z = \pm \frac{h}{2}$ , і моменти мають вигляд

$$V(t) = -\frac{h}{8} \frac{1}{d_{za}} \frac{K_p^2}{1-K_p^2} \frac{1}{S} \iint (S) \nabla^2 W r dr d\varphi, \quad (6)$$

$$M_r = -D \left[ \frac{\partial^2}{\partial^2 r} + \bar{\nu} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} \right) \right] - \frac{h^2}{32 S_{za}^T (1-\nu)} \frac{K_p^2}{1-K_p^2} \frac{1}{S} \iint (S) \nabla^2 W r dr d\varphi,$$

$$M_{\varphi} = -D \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + \nabla \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \right) -$$

$$- \frac{h^3}{32 S_{sk}^2 (1-\nu)} \frac{K_p^2}{1-K_p^2} \frac{1}{S(S)} \int \int \sqrt{v} W r dr d\varphi,$$

Для стаціонарних коливань з частотою навантаження задається в вигляді

$$q(r, \varphi, t) = e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} [a_n^{(1)}(r) \cos n\varphi + a_n^{(2)}(r) \sin n\varphi] \quad (7)$$

Невідому функцію прогину знаходимо, як

$$w(r, \varphi, t) = e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} [w_n^{(1)}(r) \cos n\varphi + w_n^{(2)}(r) \sin n\varphi] \quad (8)$$

Загальний розв'язок рівняння (I) має вигляд

$$w_n(\beta r) = A_n I_n(\beta r) + B_n K_n(\beta r) + C_n J_n(\beta r) + D_n Y_n(\beta r) - \frac{a_n r^{n+1}}{\rho \omega^2 h} \quad (9)$$

де  $\beta = \sqrt{\rho r + \gamma^2 r^2}$ ,  $A_n, B_n, C_n, D_n$  - довільні сталі інтегрування,  $I_n(\beta r), K_n(\beta r), J_n(\beta r), Y_n(\beta r)$  - циліндричні функції Бесселя. Довільні сталі визначаються з граничних умов.

Досліджено стаціонарні коливання біморфної пластинки, опертої в центрі, навантаженої поперечним осцилюючим зосередженим зусиллям в центрі II.

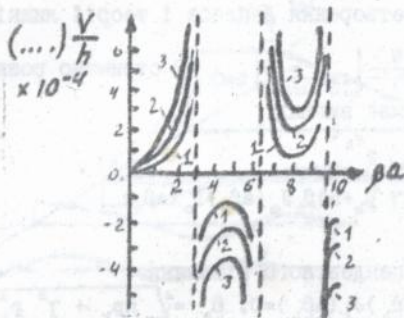
При використанні біморфних пластин, як вимірвальних елементів для визначення вібрацій та шумів, інформативною характеристикою є різниця потенціалів  $V(t)$  між електродами, розташованими на поверхнях пластинки  $z = \pm \frac{h}{2}$ . Через прогин вона визначається з допомогою виразу

$$\frac{V(t)}{h} = - \frac{h}{4a^2} \frac{k_p^2}{d_{ps} (1 - k_p^2)} \int \int \sqrt{v} W r dr, \quad (10)$$

де  $a$  - радіус пластинки.

Проведено розрахунки вихідної різниці потенціалів для пластинки із п'єзокераміки PZT-4 для значень  $\frac{h}{a} = 0,05; 0,1; 0,15$  в діапазоні частот, які визначаються зміною хвильового числа  $\beta a$  від нуля до 10, при коефіцієнті Пуассона  $\nu = 0,33$  і планарному коефіцієнті електро механічного зв'язку  $K_p = 0,34$ .

Результати розрахунків представлено на мал. I. Показано, що довжина лінійного проміжку для цих величин в низькочастотній області (до першого резонансу) збільшується з ростом товщини диску. В частотних інтервалах між резонансними значеннями амплітуда різниці потенціалів не має лінійних проміжків.



Мал. I. Залежність вихідної різниці потенціалів від частоти коливань біморфної пластини: 1 -  $h/a = 0,05$ ; 2 -  $h/a = 0,1$ ; 3 -  $h/a = 0,15$ .

Розглянуто коливання біморфної пластинки при гармонічному електричному навантаженні та знайдено механічні і електричні характеристики для цього випадку:

$$\frac{V(t)}{h} = \frac{V_0}{h} e^{i\omega t}, \quad (11)$$

$$W(r, 0, t) = e^{i\omega t} [C_c^{(0)} J_0(\beta r) + A_c^{(0)} I_0(\beta r)], \quad (12)$$

$$\hat{I} = i\omega C_0 V_0 \left( 1 - \frac{3}{4} \frac{K_p^2}{1 - \frac{3}{4} K_p^2} \right), \quad (13)$$

В третій главі досліджуються коливання та характеристики чутливості круглих біморфних пластин при нестационарних навантаженнях.

Рівняння вимушених коливань згину пластин під дією імпульсного навантаження з врахуванням коефіцієнту затухання  $n$  має вигляд

$$\nabla^2 \nabla^2 W + \frac{q}{D} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + n \frac{\partial W}{\partial t} = \delta(t) \frac{Q_0}{D} \quad (14)$$

де  $\delta(t)$  - функція Дірака,  $Q_0$  - величина зовнішнього навантаження.

З допомогою перетворення Лапласа і теорії лишків при початкових умовах  $\left. \frac{\partial W}{\partial t} \right|_{t=0} = W|_{t=0} = 0$  отримано розв'язок рівняння (14), який має вигляд

$$W(r, t) = \frac{2Q_0}{D\alpha} \sum_{k=1}^m \frac{A_k e^{p_k t}}{(2\gamma^2 p_k + n) \beta_k J_0(a\beta_k) I_0(a\beta_k)} \quad (15)$$

де  $p_k$  - корені трансцендентного рівняння

$$J_0(a\beta_k) I_1(a\beta_k) + I_0(a\beta_k) J_1(a\beta_k) = 0, \quad \beta_k = \sqrt{np_k + \gamma^2 p_k^2},$$

$$\gamma^2 = \sqrt{\frac{q}{D}}, \quad A_k = I_1(a\beta_k) J_0(r\beta_k) + J_1(a\beta_k) I_0(r\beta_k)$$

При дослідженні нестационарних коливань під дією періодичних навантажень, (права частина в рівнянні (14) має вигляд  $q = \left(\frac{Q_0}{D}\right) * \cos \omega t$ , розв'язок записується у вигляді

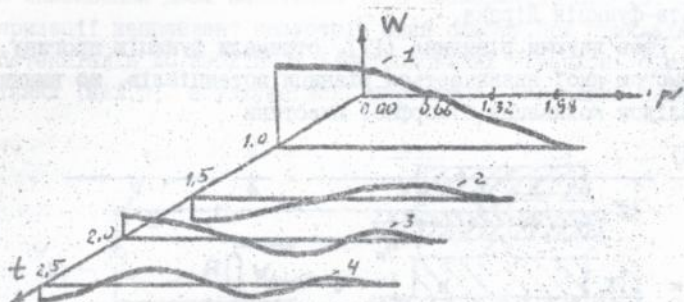
$$W = \frac{Q_0}{D} \left( \frac{D_n \sin \omega t + q \omega \cos \omega t}{\omega (D^2 n^2 + q^2 \omega^2)} - \frac{2}{Dq} \sum_{k=1}^m \frac{p_k A_k e^{p_k t}}{\beta_k (2\gamma^2 p_k + n) (p_k^2 \omega^2) J_0(a\beta_k) I_0(a\beta_k)} \right) \quad (16)$$

На малюнках 2,3 приведені результати розрахунку для диска

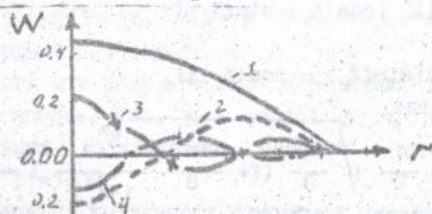
радіусом 3,3см; товщиною 0,3см, при  $\nu = 0,3$ ,  $E = 8,13 \cdot 10^9$  кг/см<sup>2</sup>,  
 $\rho = 7,5 \cdot 10^3$  кг/см<sup>3</sup>,  $Q_0 = 9,81 \cdot 10^2$  кг/см<sup>2</sup> для різних моментів часу  
 при імпульсному та періодичному навантаженнях.

Аналіз результатів розрахунку дає можливість зробити висновки, що при імпульсному навантаженні зі збільшенням порядку номеру моди збільшується число вузлів з закономірністю: число вузлів в пластині дорівнює номеру моди мінус одиниця.

Вказана закономірність узгоджується з умовами ортогональності-амплітуди форм головних коливань різних мод мають вздовж радіусу пластинки зміну знаку зі збільшенням частоти (мал.3)



Мал.2. Ізохронні коливання пластини для перших чотирьох мод ( $\beta_k$ ): 1 -  $\beta_k = 0,9686$ ; 2 -  $\beta_k = 1,911$ ; 3 -  $\beta_k = 2,860$ ; 4 -  $\beta_k = 3,811$ .



Мал.3. Розподіл форми амплітуди головних коливань перших чотирьох мод ( $\beta_k$ ) в залежності від частоти при  $t = 1,3$  і коефіцієнті затухання  $n = 1$ .

При дії на пластинку періодичного навантаження маємо осцилюючі коливання з урахуванням коефіцієнту затухання. Без врахування цього коефіцієнту, коливання супроводжується явищами резонансу.

Розв'язано задачу згину біморфної пластинки при дії імпульсної сили, прокладеної в центрі II.

Рівняння згину має вигляд

$$\nabla^2 \nabla^2 w + \frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{1}{D} P \frac{H(t)}{2\pi r} \delta(r), \quad (17)$$

де  $H(t)$  - функція Хевісайда,  $P$  - зовнішнє навантаження,  $\delta(r)$  - дельта-функція Дірака.

Розв'язуючи рівняння (17), отримали функцію прогину, з допомогою якої визначається різниця потенціалів, що виникає внаслідок коливання біморфної пластини

$$\begin{aligned} \frac{V(t)}{h} &= \frac{1}{4\pi} \frac{P}{D} \frac{h}{4} \frac{1}{a_{31}} \frac{K_p^2}{1-K_p^2} = \frac{1}{4} \frac{1}{1 - \frac{1-\nu}{2}} \\ &- 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{L(X_k)}{X_k \Delta(X_k)} \cos\left[ \frac{h}{a} X_k^2 \frac{\tau}{2\sqrt{3}} \right], \quad (18) \end{aligned}$$

$$\text{де } L(X_k) = \frac{X_k}{X_k} \sqrt{\frac{2}{\pi X_k}} \left( \frac{\sqrt{2}[\sin(X_k) - \cos(X_k)]}{e^{X_k}} - 1 \right),$$

$$X_k \Delta(X_k) = \frac{e^{X_k} \sqrt{2}}{\pi X_k} (X_k^2 [\cos(X_k) + \sin(X_k)] -$$

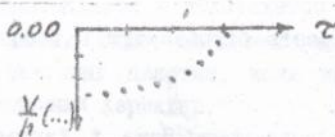
$$- 2(1-\nu_1)[(1-\nu_1)-1][\sin(X_k) - \cos(X_k)]],$$

$C_{os}$  - швидкість світла,

$$\tau = \frac{1}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} t = \frac{h}{a} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1+\nu}{8} \frac{K_p^2}{1-K_p^2} \right)} \frac{C_{os} t}{a}$$

- безрозмірний час.

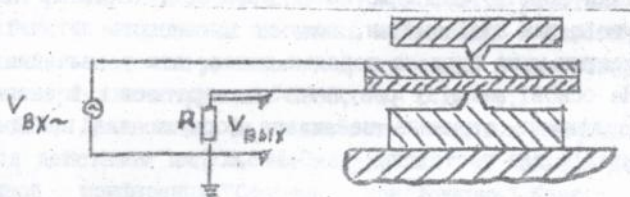
Залежність вихідної різниці потенціалу від  $\tau$  показана на мал.4.



Мал.4.Залежність вихідної різниці потенціалів від безрозмірного часу.

В четвертій главі проводяться експериментальні дослідження коливань та п'єзочутливості круглої біморфної пластинки з поляризацією по її товщині.

Біморфна пластинка діаметром 66,4мм, товщиною 6мм одержана з допомогою склеювання двох пластинок із п'єзокераміки ЦТС-19. Вектори поляризації направлені назустріч один одному. При прикладанні різниці потенціалів до зовнішніх електродованих поверхонь біморфної пластинки (мал.5), збуджувались, переважно, коливання згину.



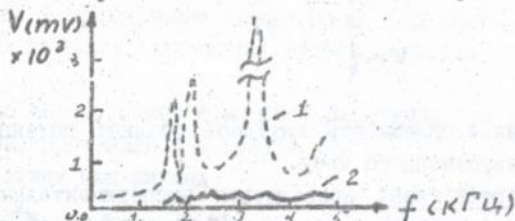
Мал.5.Схема експериментальних досліджень біморфної пластини.

Визначені амплітудно-частотні характеристики та форми коливань біморфної пластинки.

Розбіжність між результатами теоретичних і експериментальних досліджень незначна. Так, для першої форми коливань згину при експериментальних дослідженнях частота  $f_1=3,16$ , а при розрахунках  $f_1=3,08$ .

При визначенні чутливості біморфної пластинки навантаження проводилось на вібраційному стенді ВЕД-10. Одночасно на цьому ж стенді закріплювався промисловий акселерометр типу "АВС".

Вихідна різниця потенціалів в досліджуваній біморфній пластині виявилась в 16 разів більшою ніж в типовому акселерометрі (мал.6).



Мал.6. Порівняльні амплітудно-частотні характеристики: 1 - ---- біморфна пластина; 2 - ——— промисловий акселерометр типу "ABC".

Це дає можливість стверджувати, що застосування біморфних пластин в якості датчиків при дослідженнях коливальних процесів згину в елементах конструкцій має непогану перспективу для оцінки поведінки конструкції при таких процесах, отримати значно ширшу інформацію для цієї оцінки, тому що чутливість датчиків з біморфних пластин може бути на порядок вищою, ніж у звичайних.

На основі аналізу результатів теоретичних і експериментальних досліджень отримана наближена формула для вихідної різниці потенціалів для частот при  $\beta a = 0,1-0,5$

$$\hat{V} = \frac{1}{32d_{31}B} \frac{K_p^2}{1 - K_p^2} \frac{ph^2}{\pi(1+\nu)} \quad (19)$$

яка значно спрощує вираз (10).

Числові значення різниці потенціалів  $V$  в проміжках частот при  $\beta a = 0,1-0,5$  мають розбіжність в межах 5% між результатами теоретичних і експериментальних досліджень.

#### Основні результати роботи.

1. На основі підходів В.Т.Грінченка, А.Ф.Улітка, В.О.Борисейка проведено постановку і розроблено метод розв'язку задач зв'язаних електропружних коливань біморфних п'єзокерамічних пластин.

2. Побудовані рівняння і граничні умови задачі коливань згину біморфних пластин при механічних і електричних навантаженнях.

3. Розв'язано ряд нових задач зв'язаних електропружних коливань біморфних п'єзокерамічних пластин, коли навантаження мають імпульсний або періодичний характер.

4. Проведено теоретичні і експериментальні дослідження коливань біморфних пластин при імпульсному навантаженні. Визначені характеристики чутливості, досліджено міжрезонансні і до першого резонансу проміжки в коливальних процесах біморфних пластин. Отримано асимптотичне наближення для вихідної різниці потенціалів.

5. Доведено з допомогою розрахунків та експериментальними дослідженнями, що чутливість біморфних пластин відносно вихідної різниці потенціалів значно підвищується в порівнянні зі звичайною п'єзокерамікою при вібраційних навантаженнях.

6. Отримано задовільне співпадання результатів теоретичних та експериментальних досліджень для конкретних задач.

Основні результати дисертації опубліковані в роботах:

1. Якубова Л.П. О вынужденных изгибных колебаниях в пластинах под действием импульсного нагружения // Диагностика и прогнозирование разрушения сварных конструкций.-1988, 7.- С.22-25.

2. Якубова Л.П. Диагностика и надежность листовых сварных конструкций под действием импульсных нагружений // Тезисы докладов Международной конференции "Сварные конструкции", Киев, 1990.- К, 1990.- С.134-135.

3. Якубова Л.П. Колебательный процесс листовых сварных конструкций под действием периодического нагружения // Всесоюзная школа-семинар "Механика разрушения и прочность сварных соединений и конструкций", Ленинград, 1991.

4. Якубова Л.П. Колебательные процессы листовых сварных конструкций под действием импульсных нагружений // Тезисы докладов школы-семинара "Автоматизация методов неразрушающего контроля качества сварных соединений", Славское, 1991.-С.60.

5. Улитко А.Ф., Якубова Л.П. Стационарные колебания биморфной круглой пластинки, опертой в центре // Доклады Академии наук Украинской ССР.-1991, 5.-С.58-61.

6. Якубова Л.П. Исследование колебаний сварных конструкций с помощью биморфного пьезокерамического датчика // Тезисы докладов

Всероссийской научно-технической конференции "Прочность и диагностика сварных конструкций", Тверь, 1991.-М., 1991.- С.96.

7. Улитко А.Ф., Якубова Л.П. Изгибные колебания биморфных пьезокерамических пластин // Динамические системы.-1992. Вып.10.-С.20-26.

8. Санченко В.А., Якубова Л.П. Экспериментальные исследования пьезокерамической биморфной пластинки // Диагностика и неразрушающий контроль.-1996. Вып. .-С..

9. Якубова Л.П. Зв'язані електропружні коливання біморфної п'єзокерамічної пластинки // Доп. Друга всеукр. конференція "Сучасні фізико-математичні дослідження молодих науковців вузів України", Київ, 1996.

#### АННОТАЦИЯ

Якубова Л.П. Связанные электроупругие колебания биморфных пьезокерамических пластин.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04-механика деформируемого твердого тела, Киевский университет им.Тараса Шевченко, Киев, 1996.

Метод интегральных преобразований, теория обобщенных и специальных функций, метод асимптотических приближений при решении нового класса задач - связанных электроупругих колебаний биморфных пьезокерамических пластин. Используя обобщенную гипотезу Кирхгоффа, выведены уравнения и граничные условия колебаний изгиба биморфных пластин при механических и электрических нагрузениях. Получено решение для круглых биморфных пластин при гармонической и импульсной нагрузках. Определены с помощью расчета и экспериментально резонансные частоты для конкретных биморфных пластин. Исследованы колебания и определены характеристики чувствительности биморфных пластин при импульсной нагрузке. Исследованы межрезонансные и до первого резонанса промежутки в колебательных процессах биморфных пластин. Получено асимптотическое приближение для выходной разности потенциалов, которое значительно упрощает расчеты связанных электроупругих колебаний биморфных пьезокерамических пластин.

**Ключові слова:**

біморфні пластини, електропружність, зв'язані задачі, коливання, вібрації, чутливість.

**ABSTRACT**

"The connected electroelastic fluctuations of the bimorphes piezoceramic plates" by I.P.Yakubova.  
The dissertation of the Candidate of Physical-Mathematical Sciences on the Speciality 01.02.04. - Mechanics of the Deformed Solid Body. T.Shevchenko Kiev University, 1996.  
The method of the integral transformations, the theory of the generalized and special functions, the method of the asymptotical approximates were used for decision of the new class of problems about the connected electro-elastic fluctuations of bimorphes piezoceramic plates. Using Kerhgoff's generalised hypothesis the equations and the limit conditions of the fluctuations of the bend of bimorphes plates under mechanical and electrical loads. The decision was received for the circle bimorphes plates under harmonic and impulsed loads. The resonanced frequencies were determined for the concrete bimorphes plates with the help of calculation and experimentaly. The fluctuations were investigated and the characterizations of the sensitiveness of the bimorphes plates determined under impulsive load. The interresonanced and first resonance intervals were investigated in the fluctuating processes of the bimorphes plates. The asymptotical approximate was received for the outlet difference of potentials, wich importantly simplifies the calculations of the connected electro-elastic fluctuations of the bimorphes piezoceramic plates.

Підп. до друку 12.03.96. Формат 60x84/16. Пап. офс. № 2. Обс. друк.  
Ум. друк. арк. 0,93. Ум. фарбо-відб. 1,16. Обл.-вид. арк. 0,96.  
Тираж 110 прим. Зам. 6-56.

---

ІЕЗ ім. Е.О.Патона. 252650 Київ 5, МСП, вул. Горького, 69.  
ВОП ІЕЗ ім. Е.О.Патона. 252650 Київ 5, МСП, вул. Горького, 69.

444804

AB 34.329