КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

Багро Ольга Вікторівна

УДК 517.986

ЗОБРАЖЕННЯ ДЕЯКИХ $*-$ АЛГЕБР та $*-$ КАТЕГОРІЙ В КАТЕГОРІЇ ГІЛЬБЕРТОВИХ ПРОСТОРІВ

(01.01.06 - алгебра та теорія чисел)

Автореферат

дисертації на здобуття вченого ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1996

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі вищої математики ... інституту управління та зв"язку

Науковий керівник:

кандидат фізико-математичних наук,

доцент С.А.КРУГЛЯК,

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук,

професор Ю.С.САМОЙЛЕНКО,

кандидат фізико-математичних наук

Ю.М.БЕСПАЛОВ,

Провідна організація: Харківський державний університет

Захист відбудеться "19" квітня 1996 р. о 14 год. на засіданні Спеціалізованої Ради Д 01.01.01 в Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою: 252127, Київ, пр.Академіка Глушкова, 6, Київський університет, механіко-математичний факультет.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського університету ім. Тараса Шевченка.

Автореферат розіслано ".....".............. 1996 р.

Вчений секретар
Спеціалізованої Ради С.А.Овсієнко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. В дисертаційній роботі досліджуються структурні питання теорії зображень $*-$ алгебр, вивчаються зображення $*-$ алгебр з двома твірними та кубічним співвідношенням, лінійним за однією з твірних, а також незвідні зображення алгебри D. Fairlie з $|q| = 1$.

Теорія зображень $*-$ алгебр природньо пов'язана з теорією унітарних зображень груп, яка розвивалась, починаючи з робіт Ф.Г. Фробеніуса, понад 100 років тому. Так, категорії унітарних зображень зліченої групи G, та категорії зображень групової алгебри $\mathcal{A} = \mathcal{C}[G]$ з інволюцією $g^* = g^{-1}$ еквівалентні.

Дослідження унітарних зображень компактних і локально компактних груп Лі зводиться до вивчення зображень універсальної обгортуючої $*-$ алгебри Лі.

Теорія зображень нескінченовимірних груп (груп петель, індуктивних границь скінченовимірних груп, груп дифеоморфізмів) пов'язана з $*-$ зображеннями відповідних нескінченовимірних алгебр Лі (Каца - Муді, Вірасоро та ін.). Нескінчені набори самоспряжених операторів, пов'язані співвідношеннями коммутації, антикоммутації та близьких до них вивчали L. Garding, A. Wightman (1954), І.М. Гельфанд, Н.Я. Віленкін (1961), А.М. Вершик, І.М. Гельфанд, І.М. Граєв (1973), Р.С. Ісмагілов (1976), Ю.М. Березанський (1976), Ю.С. Самойленко (1984) та ін.

В останні десятиріччя поширився інтерес до вивчення більш широкого класу $*-$ алгебр та їх зображень. Це пов"язано з розвитком квантового методу оберненої задачі розсіювання і появою поняття квантових груп (В.Г. Дрінфельд (1985), M. Jimbo (1985), S.L. Woronowicz (1987)). Швидкий розвиток цього напрямку зумовлений застосуваннями його в точно розв"язуваних моделях математичної фізики (Е.К. Склянін, Л.А. Тахтаджян, Л.Д. Фаддєєв та ін), теорії спеціальних функцій (Н.Я. Віленкін, А.У. Клімик, T. Koornwinder та ін.), теорії вузлів та струн (B. Johns), моделях q-квантової механіки та поля (B. Zumino, J. Wess та ін.).

Вивченню $*-$ об"єктів (алгебр, категорій, сагайдаків) над полем з інволюцією та їх зображень присвячені роботи 70-х, 80-х років А.В. Ройтера, В.В.

Сергійчука, С.А. Кругляка, Ю.М. Беспалова та ін. Корисними виявилися розвинуті в теорії зображень асоціативних алгебр підходи - при вивченні зображень змінювати не лише зображення (переходячи до еквівалентного), але й об"єкт, що зображується. Так, при вивченні зображень $*-$ алгебр, виникають $*-$ категорії і $*-$ сагайдаки. Прийнятий в алгебрі поділ асоціативних алгебр на ручні й дикі знайшов своє відображення і в теорії зображень $*-$ об"єктів.

С.А. Кругляк та Ю.С. Самойленко показали (1980), що задача унітарної класифікації пар самоспряжених операторів "містить в собі як підзадачу" задачу унітарної класифікації наборів самоспряжених операторів будь-якої довжини. Це спонукало обрати задачу унітарної класифікації пар самоспряжених операторів за еталон складності, а задачі, що містять в собі еталонну, називати дикими. Зокрема, дикі $*-$ задачі виникали при зображеннях $*-$ алгебр з двома твірними α, β, пов"язаних напівлінійними співвідношеннями, лінійними за твірною β:

$$\sum_i f_i(\alpha)\beta g_i(\alpha) = h(\alpha).$$

Сам підхід до розв"язування таких задач приводить до графа або, при іншому підході, до інволютивного $*-$ сагайдака без співвідношень. Роботи Ю.С. Самойленко, В.С. Шульмана, Ю.М. Беспалова, Л.Б. Туровської (1991 - 1995 рр.) присвячені вивченню зображень афінних $*-$ алгебр з напівлінійними співвідношеннями, зокрема диких $*-$ алгебр, що стають ручними за деякими додатковими співвідношеннями між твірними. Вибір додаткових співвідношень обумовлюється прагненням вивчити зображення класів $*-$ алгебр, що корисні у застосуваннях.

У 1990 році D. Fairlie, в зв"язку з застосуваннями в фізиці елементарних часток та ядерній фізиці, ввів алгебри з трьома твірними, що зв"язані трьома квадратичними співвідношеннями (так звані алгебри D. Fairlie). Зазначимо, що такі алгебри є деформаціями з одного боку алгебри Лі групи $SO(3)$, а з іншого - кольорового аналогу її алгебри Лі. Незвідні самоспряжені зображення останньої вивчались М.Ф. Городнім та І.Б. Подколзіним у 1984 році.

Розділ 1 дисертації присвячений методам доведення твердження про $*-$ дикість категорії з інволюцією (чи породжуючих їх сагайдаків) за допомогою конструкції похідного сагайдака. Ця ж конструкція в деяких випадках може бути застосована до класифікації всіх зображень $*-$ категорій.

В *розділі 2* вищеназвана конструкція похідного сагайдака застосовується до вивчення відомих $*-$ категорій (ансамблів з умовами ортогональності, $*-$ категорій, пов"язаних з частково - впорядкованими множинами, та їх зображень). Одержано критерії їх $*-$ дикості.

За допомогою одержаних результатів в § 1 *розділу 3* сформульовано критерій дикості для $*-$ алгебр з двома твірними і кубічним співвідношенням, лінійним за однією з твірних, в термінах коефіцієнтів співвідношення. В ручному випадку описані всі незвідні зображення. В § 2 класифіковані всі незвідні зображення $*-$ алгебри D. Fairlie для випадку $|q| = 1$.

Мета роботи.

1. Подальший розвиток методів дослідження зображень $*-$ алгебр, $*-$ категорій, $*-$ сагайдаків. Побудова за категорією з інволюцією $\mathcal{K}$ та морфізмом α категорії $\mathcal{K}'_\alpha$ таким чином, що задача класифікації зображень категорії $\mathcal{K}'_\alpha$ "міститься" в задачі класифікації зображень категорії $\mathcal{K}$.

2. Вивчення конкректних $*-$ категорій, які нарівні із $*-$ алгеброю з двома самоспряженими твірними здатні бути еталоном для доведення дикості $*-$ алгебри, що вивчається.

3. Вивчення зображень $*-$ алгебри з двома твірними і кубічним співвідношенням, що лінійне за однією з твірних; визначення типів таких алгебр (ручна, дика) за коефіцієнтами співвідношень.

4. Вивчення зображень дійсних форм алгебр D.Farlie: пари самоспряжених твірних із співвідношеннями

$$[[\alpha, \beta]_\pm, \alpha]_\pm = \beta, \quad [\beta, [\alpha, \beta]_\pm]_\pm = \alpha.$$

Методика дослідження. В роботі використовуються сучасн методи теорії $*-$ категорій, $*-$ алгебр, $*-$ сагайдаків та їх зображень. Зо браження $*-$ алгебри з напівлінійними співвідношеннями (зокрема кубіч ними) зводяться до зображень відповідних $*-$ сагайдаків без співвідношенн Зображення алгебр D.Fairlie є зображення $*-$ сагайдаків із кубічними спів відношеннями.

Наукова новизна.

- Для скінченопороджених $*-$ категорій введено квазі-порядок: $\mathcal{K}_1 \succ \mathcal{K}_2$ якщо задача класифікації зображень категорії $\mathcal{K}_2$ "міститься" в задач класифікації зображень категорії $\mathcal{K}_1$.
- Розглянуто нову конструкцію побудови $*-$ категорії похідної від ка тегорії $\mathcal{K}$ так, що $\mathcal{K} \succ \mathcal{K}'_\alpha$. Техніка похідних категорій застосована д зображень конкретних прикладів (ансамблі з умовою ортогональност зображення частково впорядкованих множин).
- Наведена класифікація (ручні - дикі) алгебр з двома самоспряженим твірними і одним кубічним співвідношенням, лінійним за однією з твір них. Для ручних алгебр одержано класифікацію зображень.
- Класифіковані всі незвідні зображення $*-$ алгебри D.Fairlie при умов $|q| = 1$.

Теоретична та практична цінність. Отримані резуль тати мають теоретичний характер і можуть знайти застосування для по дальшого розвитку теорії $*-$ алгебр та теорії зображень $*-$ алгебр, а тако до вивчення конкретних $*-$ алгебр, що знаходять застосування в теоретичн фізиці.

Апробація роботи. Результати дисертації доповідалися на се мінарі "Алгебраїчні методи в функціональному аналізі" Інституту матема тики НАН України, на Київському семінарі з теорії зображень, на семінар кафедри вищої математики Київського військового інституту керування т зв'язку, а також були представлені на міжнародній конференції "Symmetry in nonlinear mathematical physics" (Київ, 1995).

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані в роботах [1, 2, 3]. Робота [1] написана автором окремо. В спільній роботі [2] автору належить конструкція побудови похідного сагайдака та її вивчення, а також деякі приклади її застосування. В спільній роботі [3] автору належить класифікація всіх незвідних зображень $*-$ алгебри D.Fairlie за умови $|q| = 1$.

Список опублікованих робіт наводиться нижче.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, трьох розділів, кожен з яких розбитий на два параграфи, і списку літератури з 66 найменувань. Обсяг роботи - 93 сторінки.

Автор висловлює щиру подяку своєму науковому керівникові, доценту С.А.Кругляку за допомогу та постійну увагу до роботи.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність проблематики дисертації, наводиться стислий огляд робіт за темою дисертації, характеризується зміст роботи за розділами.

В розділі 1 дисертації пропонується метод доведення твердження про $*-$ дикість категорії з інволюцією (або сагайдака, що її породжує). Вводиться конструкція сагайдака $Q'_\alpha(x_1, x_2, \dots, x_n)$ - похідного від сагайдака Q за стрілкою α в точці $(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Конструкція похідного сагайдака природня для теорії матричних задач. Нехай T зображення категорії $\mathcal{K}(Q)$, $\hat{T}$ - унітарно еквівалентне йому зображення, тоді $\hat{T}(\alpha) = UT(\alpha)V$, де U і V - унітарні оператори ($V = U^*$, якщо $\alpha = \alpha^*$). Цими перетвореннями матриця $T(\alpha)$ може бути діагоналізована. Для кожної стрілки β, що має спільну точку зі стрілкою α, у відповідності з розбиттям матриці $T(\alpha)$ на блоки, звичайним чином матриця $T(\beta)$ розіб'ється на блоки B_{ij}. Матриці $T(\gamma)$ для стрілок γ, що не мають спільних точок із стрілкою α, і матриці B_{ij} можливо розглядати як матриці зображення нового інволютивного сагайдака $Q'_\alpha(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Нові співвідношення для сагайдака Q'_α виникають природньо із старих. Конструювання сагайдака Q'_α може бути формалізовано, тобто проведено без звернення до зображень сагайдака Q. Якщо нова система співвідношень виявляється несуперечливою, то казатимемо, що похідний $*-$ сагайдак Q'_α із співвідношеннями "існує" в точці $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Доводяться теореми 1 і 2 (для випадків $\alpha = \alpha^*$ і α з'єднує дві різні точки):

Теорема 1 , 2. *Якщо для $*-$ сагайдака Q існує похідний сагайдак Q'_α за стрілкою α в точці $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, то $\mathcal{K}(Q) \succ \mathcal{K}(Q'_\alpha)$.*

Теореми 1, 2 дають метод доведення дикості $*-$ категорій ($*-$ алгебр). А саме, якщо багаторазове застосування до сагайдака Q конструкції похідного сагайдака привело до сагайдака Q_2:

Q_2:

$\alpha = \alpha^*, \beta = \beta^*,$

то $*-$ категорія $\mathcal{K}(Q)$ - дика.

При доведенні твердження, що деяка категорія $\mathcal{K}$ є дикою, не обов'язково доводити, що категорія $\mathcal{K}$ мажорує категорію $\mathcal{K}(Q_2)$, досить показати, що вона мажорує будь-яку іншу дику категорію. Тому корисно мати якомога більшу "колекцію" диких $*-$ категорій.

В розділі 2 поповнюється список саме таких $*-$ категорій. Будемо називати ансамблем $*-$ сагайдак $Q_{n \times m}$, що задається наступними матрицями морфізмів (стрілок):

$$\mathcal{A} = \begin{array}{c|cccc|} & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ \hline b_1 & \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ b_2 & \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_m & \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mn} \\ \hline \end{array}, \quad \mathcal{A}^* = \begin{array}{c|cccc|} & b_1 & b_2 & \dots & b_m \\ \hline a_1 & \alpha^*_{11} & \alpha^*_{21} & \dots & \alpha^*_{m1} \\ a_2 & \alpha^*_{12} & \alpha^*_{22} & \dots & \alpha^*_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & \alpha^*_{1n} & \alpha^*_{2n} & \dots & \alpha^*_{mn} \\ \hline \end{array}$$

α_{ij} - стрілка, що прямує з точки a_j в точку b_i. Сагайдак $Q_{n\times n}$ зі співвідношеннями

$$\mathcal{A}^*\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{a_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varepsilon_{a_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_{a_n} \end{bmatrix}$$

називатимемо ансамблем з умовою ортогональності і позначатимемо $Q_{m\times n^\perp}$.

Доведені:

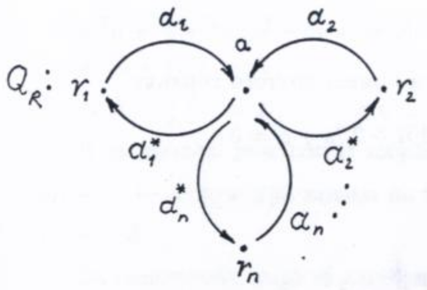
Теорема 3 *За будь-яких натуральних m і n має місце мажорування категорій*

1) $\mathcal{K}(Q_{k\times l^\perp}) \succ \mathcal{K}(Q_{m\times n^\perp})$, якщо $k \geq 2, \quad l \geq 2$;

2) $\mathcal{K}(Q_{k\times 1^\perp}) \succ \mathcal{K}(Q_{m\times n^\perp})$, якщо $k \geq 3$.

Теорема 4 *Категорія $\mathcal{K}(Q_{m\times n^\perp})$ - дика тоді і тільки тоді, коли $k \geq 2$ і $l \geq 2$, або $k \geq 3$.*

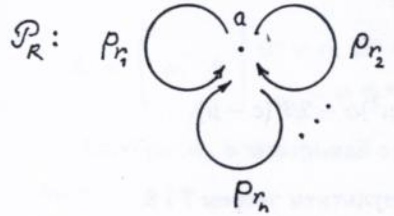
В цьому ж розділі вивчаються зображення $*-$ сагайдаків, що пов'язані з частково впорядкованою множиною $R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$:



$\alpha_i^*\alpha_i = \varepsilon_{r_i}$,

$\alpha_j^*\alpha_i = 0$,

якщо r_i та r_j порівняні в R.



$\rho_{r_i}^* = \rho_{r_i}, \rho_{r_i}^2 = \rho_{r_i}$;

$\rho_{r_i}\rho_{r_j} = \rho_{r_j}\rho_{r_i} = 0$,

якщо r_i і r_j порівняні в R.

Нехай $\mathcal{R}(\mathcal{K},\mathcal{H})$ - категорія зображень $*-$ категорії $\mathcal{K}$ в категорії $\mathcal{H}$ гіл бертових просторів, $\mathcal{R}(R,\mathcal{H})$ - категорія зображень частково впорядкован множини R в категорії $\mathcal{H}$ гільбертових просторів.

Доведені:

Теорема 5 . *Категорії $\mathcal{R}(R,\mathcal{H})$, $\mathcal{R}(Q_R,\mathcal{H})$, $\mathcal{R}(\mathcal{P}_R,\mathcal{H})$ еквівалентні.*

Теорема 6 . *Категорії $\mathcal{K}(Q_R)$, $\mathcal{K}(\mathcal{P}_R)$ - дикі тоді і тільки тоді, коли част ково впорядкована множина R має або ширину $\geqslant 3$ (містить підмножи з трьох непорівняних елементів), або має ширину 2 і містить підмножи*

$$R_2 = \{r_1, r_2, r_3 | r_1 < r_2, r_1 \text{ і } r_3, \text{ а також } r_2 \text{ і } r_3 \text{ непорівняні}\}.$$

З теорем 3, 4, 6 випливає доведення результату, що був отриманий 1980 році С.А.Кругляком і Ю.С.Самойленко про те, що $*-$ алгебра, я породжена "трійкою ортопроекторів", два з яких ортогональні, тобто $*$ алгебра $\mathcal{K}(\mathcal{P}_{R_2})$ - дика. Наведене в роботі доведення цього факту, напевн простіше за оригінальне.

В § 1 розділу III $*-$ алгебри $\mathcal{A}$ з двома самоспряженими твірними кубічним співвідношенням, лінійним за однією з твірних, класифікуються типами (ручні, дикі). Нехай $\mathcal{A} = < a, b|\ a = a^*,\ b = b^*,\ P_3(a,b) = 0 >$, де

$$P_3(a,b) \equiv \varepsilon\{a^2, b\} + i\delta[a^2, b] + 2\mu aba + i\gamma[a,b] + 2\beta\{a,b\} + \alpha b,$$

$$\varepsilon, \delta, \mu, \gamma, \beta, \alpha \in \mathbb{R},\ \{a,b\} = ab + ba,\ [a,b] = ab - ba,\ \varepsilon^2 + \delta^2 + \mu^2 \neq 0.$$

Позначимо через I_1, I_2, I_3 інваріанти кривої другого порядку

$$\varepsilon t^2 + 2\mu ts + \varepsilon s^2 + 2\beta t + 2\beta s + \alpha = 0$$

на площині tOs.

$$I_1 = 2\varepsilon, \quad I_2 = \begin{vmatrix} \varepsilon & \mu \\ \mu & \varepsilon \end{vmatrix} = \varepsilon^2 - \mu^2;$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \varepsilon & \mu & \beta \\ \mu & \varepsilon & \beta \\ \beta & \beta & \alpha \end{vmatrix} = (\varepsilon^2 - \mu^2)\alpha - 2\beta^2(\varepsilon - \mu).$$

Доводиться теорема 9, що об'єднує результати теорем 7 і 8.

Теорема 9 . *$*-$ алгебра $\mathcal{A}$ дика лише в наступних випадках:*

I. Якщо $\delta = \gamma = 0$, коли

або 1) $I_1 > 0,\ I_2 > 0,\ I_3 < 0$;

або 2) $I_2 < 0,\ I_3 = 0$;

або 3) $I_1 > 0,\ I_2 < 0,\ I_3 \neq 0$;

або 4) $I_2 = 0,\ I_3 = 0,\ \beta^2 - \alpha\varepsilon > 0$;

або 5) $I_2 = 0,\ I_3 \neq 0$.

II. Якщо $\varepsilon = \mu = \beta = \alpha = 0$, коли $\delta \neq 0$.

III. Якщо $\delta(\varepsilon^2 + \mu^2) \neq 0$, коли

або 1) $\varepsilon > 0,\ \mu = 0,\ 2\delta\beta - \varepsilon\gamma = 0,\ \alpha\delta^2 - \varepsilon\gamma^2 < 0$;

або 2) $\mu \neq 0,\ 2\delta\beta - (\varepsilon + \mu)\gamma \neq 0$,

$4\beta^2\delta^2(\varepsilon - \mu) + \varepsilon^2\gamma^2(\varepsilon + \mu) - 4\varepsilon^2\beta\gamma\delta + 2\alpha\delta^2\mu^2 = 0$.

Для випадків, коли алгебра $\mathcal{A}$ ручна, зображення класифікуються.

§ 2 розділу III присвячений класифікації незвідних зображень алгебр D.Fairlie з трьома твірними X, Y, Z і співвідношеннями

$$qXY - \tfrac{1}{q}YX = Z,$$
$$qYZ - \tfrac{1}{q}ZY = X,$$
$$qZX - \tfrac{1}{q}XZ = Y, \qquad q \in \mathbb{C}.$$

В дисертації розглянуті зображення дійсної форми алгебри D.Fairlie при $|q| = 1$, $*-$ структура задана на твірних таким чином: $X^* = -X$, $Y^* = -Y$, $Z^* = -Z$.

За зазначених умов ці алгебри $*-$ ізоморфні наступним алгебрам

$$\mathcal{A}_\varphi = \left\{ \alpha,\ \beta \;\middle|\; \begin{array}{lcl} \alpha^* = \alpha,\ \beta^* = \beta,\ \alpha^2\beta - 2\cos\varphi \cdot \alpha\beta\alpha + \beta\alpha^2 - \beta & = & 0 \\ 0 < \varphi < \pi,\ \beta^2\alpha - 2\cos\varphi \cdot \beta\alpha\beta + \alpha\beta^2 - \alpha & = & 0 \end{array} \right\}$$

Алгебри $\mathcal{A}_\varphi$ є деформації алгебри Лі групи $SO(3)$ та її кольорового аналогу.

При зведенні задачі унітарної класифікації незвідних зображень алгебр $\mathcal{A}_\varphi$ до задачі унітарної класифікації зображень деякого інволютивного са гайдака ми користуємось методикою, що розвинута в роботах Ю.М. Беспа лова, Ю.С. Самойленко, В.С. Шульмана (1991 р.) та Ю.С. Самойленко, В.С Шульмана, Л.Б. Туровської (1996 р.).

Якщо T - незвідне зображення алгебри $\mathcal{A}_\varphi$, то власні числа t_1, t_2, t_3 .. оператора $T(\alpha)$ можуть бути параметризовані наступним чином:

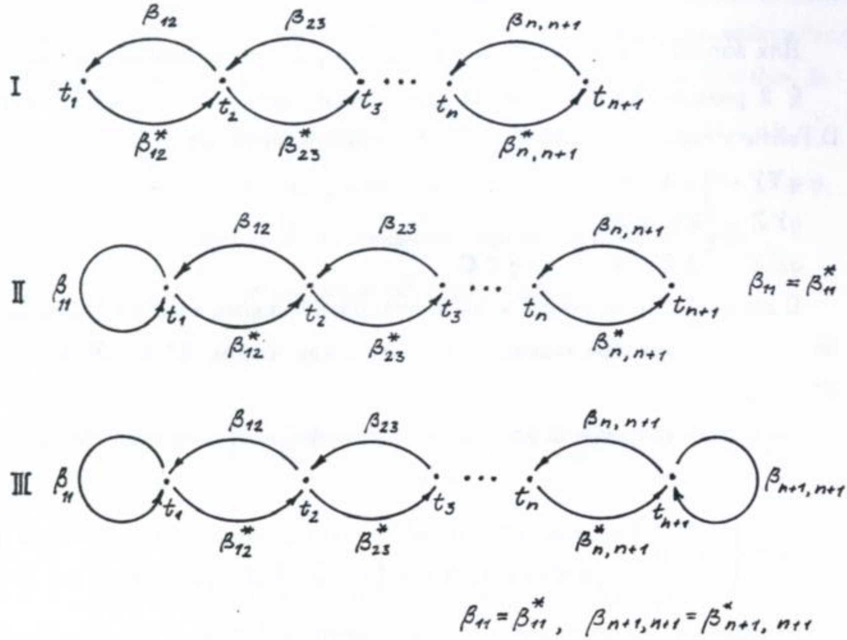
$$t_j = \frac{\cos(\psi + (j-1)\varphi)}{\sin \varphi}, \quad 0 \le \psi \le \pi.$$

Алгебра $\mathcal{A}_\varphi$ породжується сагайдаком Q :

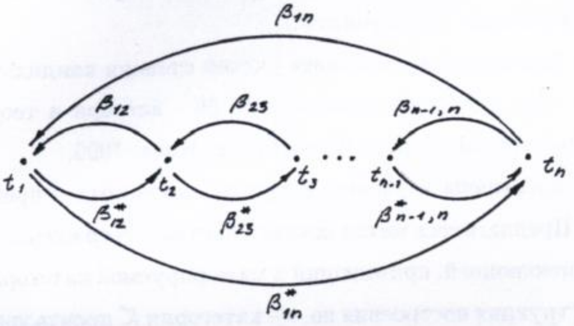
$\alpha = \alpha^*$, $\beta = \beta^*$

зі співвідношеннями алгебри $\mathcal{A}_\varphi$.

Сагайдак $Q'_\alpha(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ співпадає з сагайдаком одного з наступни типів:



IV



Надалі незвідні зображення алгебри $\mathcal{A}_\varphi$, що породжуються зображеннями сагайдака Q'_α

типу I будемо називати зображеннями типу ланцюжка,

типу II - зображеннями типу ланцюжка з петлею,

типу III - зображеннями типу ланцюжка із двома петлями,

типу IY - зображеннями типу циклу.

Якщо оператори A і B задають зображення T алгебри $\mathcal{A}_\varphi$, то тоді і оператори $\pm A$, $\pm B$ також задають зображення алгебри $\mathcal{A}_\varphi$. Такі зображення називатимемо "співпадаючими з точністю до знаку".

В лемах 3 - 7 і теоремах 11, 12, 13 наводиться класифікація незвідних зображень алгебр $\mathcal{A}_\varphi$ з точністю до унітарної еквівалентності і з точністю до знаку.

ПУБЛІКАЦІЇ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. О.В.Багро. *Пары самосопряженных операторов, связанных кубическим соотношением* // Укр. мат. журнал. - 1995. - т. 47. - С. 600 - 602.

2. О.В.Багро, С.А.Кругляк. *Представления инволютивных колчанов и дикие задачи* // КВИУС, К. - 1995. - 38 с.

3. О.В.Багро, С.А.Кругляк. *Представления алгебр D.Fairlie* // КВИУС, К. - 1996. - 34 с.

Ключові слова : $*-$ алгебра, $*-$ категорія, $*-$ сагайдак, незвідні зображення, ручні та дикі $*-$ алгебри та $*-$ категорії, самоспряжені оператори, ансамблі, похідний сагайдак, зображення частково впорядкованих множин, напівлінійні співвідношення, кубічні напівлінійні співвідношення, алгебри D.Fairlie.

Багро О.В. *Представления некоторых $*-$ алгебр и $*-$ категорий в категории гильбертовых пространств.*

Диссертация (рукопись) на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - алгебра и теория чисел. Киевский университет им. Тараса Шевченко, г. Киев, 1996.

Диссертация посвящена изучению вопросов, связанных с представлениями $*-$ алгебр. Предлагается метод доказательства утверждения о дикости $*-$ категории с инволюцией, приводящий к мажорируемой категории. Приводится новая конструкция построения по $*-$ категории $\mathcal{K}$ производной категории $\mathcal{K}'_\alpha$ так, что $\mathcal{K} \succ \mathcal{K}'_\alpha$. Техника использования конструкции для изучения представлений применяется к изучению ряда примеров (ансамбли с условием ортогональности, представления частично упорядоченных множеств). Сформулирован критерий дикости для $*-$ алгебр с двумя образующими и кубическим соотношением, линейным по одной из образующих. Классифицированы все неприводимые представления алгебр D.Fairlie в случае $|q| = 1$.

Bagro O.V. *"Representations of some $*-$ algebras and $*-$ categories in Hilbert space's category".*

A Kandidate of Science thesis Mathematics, speciality 01.01.06 - Algebra and Number Theory, Kiev Taras Shevchenko University, Kiev, 1996.

The thesis is devoted to the study of problems in representation theory of $*-$ algebras. A certain method for proving of the wildness of $*-$ categories with involution has been proposed. For a given $*-$ category $\mathcal{K}$ a new method of construction a derived $*-$ category $\mathcal{K}'_\alpha$ such that $\mathcal{K} \succ \mathcal{K}'_\alpha$ is introduced. Several examples (orthogonal ansembles, posets representations) using this techniques were considered. A criterion of $*-$ wildness for the pairs of self-adjoint operators, satisfying a cubic relation, which is linear with respect to the second operator, is given. This criterion is formulated in terms of coefficients of the relation. For D.Fairlie's algebras with $|q| = 1$ all irreducible representations are described.

Л.-14 от 20.01.1992. Печ.л. 1. Зак. 28. Тир. 75

Уч.печати Укр. института проект. предприятий промышл. и машиностр.
Киев, Тбилиский пер. 4/10.