

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Красовский Игорь Витальевич

**ОБОВЩЕНИЕ МЕТОДА ЯКОБИЕВЫХ МАТРИЦ
В ТЕОРИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА**

01.04.02 - "Теоретическая физика"

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Харьков - 1996



AB 34.380

Диссертация является рукописью.

Работа выполнена в Харьковском госуниверситете.

Научный руководитель: доктор физ. - мат. наук, профессор
В.И.Пересада

Официальные оппоненты: доктор физ. - мат. наук, профессор
В.В.Ульянов

доктор физ. - мат. наук А.А.Звягин

Ведущая организация: Национальный научный центр ХФТИ

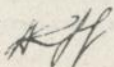
Защита состоится "9" 4 1996 г. в 16³⁰ часов на
заседании Специализированного совета Д 02.35.02 при фи-
зико-техническом институте низких температур им. Б.И.Веркина
НАН Украины (310164, г.Харьков - 164, пр. Ленина, 47).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физико-
технического института низких температур им. Б.И.Веркина НАН
Украины.

Автореферат разослан "7" марта 1996 г.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, с подписью,
заверенной Гербовой печатью, просим направлять по адресу:
310164, г.Харьков - 164, пр. Ленина, 47, ФТИНТ НАН Украины,
ученому секретарю Специализированного совета Д 02.35.02

Ученый секретарь Специализированного совета
доктор физ. - мат. наук

 А.С.Ковалев

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы и степень ее исследования. В настоящее время наблюдается контраст между высоким уровнем развития теории ортогональных многочленов и слабым применением этой теории в физике. В диссертации показано, что использование некоторых моментов этой теории приводит к упрощению решения ряда важных задач физики твердого тела. Важный шаг в исследовании этой тематики был сделан 25 лет назад В.И.Пересадой [1-6] с разработкой метода якобиевых матриц или рекурсивного метода [7]. Метод сразу же нашел многие применения как в физике твердого тела, так и в других областях науки [8]. Дальнейший прогресс в методологическом плане был ограничен исследованиями асимптотического поведения элементов якобиевых матриц (т.е. бесконечномерных матриц вида $L = (L_{ij})$, $L_{ij} = L_{ji}$, где $L_{ij} = 0$, если $|i - j| > 1$) [9].

Основные задачи исследования. Основной целью работы является обобщение метода якобиевых матриц на блочно-трехдиагональные, что позволит точно решить некоторые задачи о линейной цепочке со взаимодействием нескольких "сфер" ближайших соседей а также некоторые двух- и трехмерные задачи. В ходе работы выясняется, что мы можем привести решения ряда задач, в которых гамильтониан есть функция от якобиевых матриц с добавкой конечномерного возмущения. В этом смысле предлагаемый в диссертации подход развивает теорию возмущений в случае, когда возмущение не обязательно мало.

Методы исследований. Исследования опираются на теорию трех- и блочно-трехдиагональных матриц, и теорию ортогональных многочленов.

Научная новизна диссертационной работы заключается в том, что в ней разработано и использовано при решении конкретных задач новое обобщение метода якобиевых матриц.

Впервые метод якобиевых матриц применен для численного решения задачи о двухмагнетонных связанных состояниях ферромагнетика Гайзенберга.

Впервые доказано утверждение об отсутствии связанных двухмагнетонных состояний с энергиями выше зоны непрерывного

спектра для широкого класса гамильтонианов Гайзенберга, описывающих простую ферромагнитную решетку.

Основные положения, которые выносятся на защиту:

1. Метод, позволяющий точно находить величины $\text{Sp} \{f(H + W) - f(H)\}$ (в частности в этом виде представляются изменения термодинамических функций, обусловленные возмущением W) и спектры гамильтонианов H в случае, когда H и $H + W$ — $(2n + 1)$ -диагональные матрицы, представимые в виде $T_n(L) + V$, где L — якобиева матрица с известной спектральной плотностью, $T_n(x)$ — полином степени n , а V — конечномерная матрица. Полученный метод также обобщен на случай, когда оператор $T_n(L)$ заменен более общей функцией якобиевых матриц.
2. Применение указанного в предыдущем пункте метода к исследованию спиновых систем, которые описываются гамильтонианом Гайзенберга. Рассмотрены следующие две задачи:
 - Дана ферромагнитная решетка с точечным спиновым дефектом. Задача состоит в том, чтобы найти: а) обусловленные дефектом изменения термодинамических функций в приближении невзаимодействующих магнов; б) дискретные уровни энергии в пространстве одномагнитных состояний.
Решение этой задачи выполнено в случаях линейной цепочки спинов со взаимодействием между ближайшими и следующими за ближайшими соседями, простой кубической решетки со взаимодействием ближайших соседей, а также в случае линейной цепочки с бесконечным радиусом взаимодействия между спинами.
 - Вторая задача состоит в нахождении энергий связанных двухмагнитных состояний идеального ферромагнитного кристалла.
Решение этой задачи дано в случае линейной цепочки со взаимодействием между ближайшими и следующими за ближайшими соседями.

3. Численное рассмотрение задачи (методом якобиевых матриц) о нахождении энергий связанных двухмагнитных состояний $1D$, $2D$ и $3D$ ферромагнетиков (или антиферро(ферри)магнетиков в сильном магнитном поле), описываемых моделью Гайзенберга со взаимодействием ближайших соседей. Рассмотрены случаи: а) простой решетки одинаковых спинов; б) кристалла из двух простых подрешеток двух различных спинов. Сходимость результатов численной процедуры к энергиям оптически активных связанных состояний в системах б) оказывается особенно быстрой.
4. Теорема об отсутствии связанных двухмагнитных состояний с энергиями выше зоны непрерывного спектра одноосноанизотропного гамильтониана Гайзенберга, который описывает простую ферромагнитную решетку, при условии что каждый атом взаимодействует с несколькими (m) сферами ближайших соседей и $J_i \alpha_i \geq 0$, $i = 1, \dots, m$, где J_i и α_i — соответственно постоянные обмена и анизотропии для i -й сферы соседей. В частном случае $\alpha_i = 0$, $i = 1, \dots, m$ связанные двухмагнитные состояния отсутствуют вообще.

Теоретическая значимость работы состоит в дальнейшем развитии приложенной теории ортогональных многочленов к физическим задачам и развитию теории возмущений в случае произвольных конечномерных возмущений. В работе даны новые строгие доказательства некоторых формул метода якобиевых матриц, в частности, важной формулы для функций сдвига. Практически, предлагаемый метод позволяет упростить точное решение ряда важных задач современной физики твердого тела и дать более общую, чем в обычном методе якобиевых матриц, процедуру приближенного решения более широкого класса задач.

Личный вклад соискателя. Автор диссертации предложил и разработал обобщение известного метода якобиевых матриц и применил это обобщение к решению задач о ферромагнетике Гайзенберга с точечным спиновым дефектом и о двухмагнитных связанных состояниях идеальной ферромагнитной решетки. Также автором диссертации с помощью метода якобиевых матриц

проведен численный расчет энергий двухмагнитных связанных состояний ферромагнетика и доказана теорема об отсутствии таких состояний с энергиями выше зоны непрерывного спектра для широкого класса гамильтонианов Гайзенберга.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на "Международной конференции по магнетизму" (Варшава, август 1994), "Международной школе по магнетизму" (Харьков, сентябрь 1994) конференции "Физические явления в твердых телах" (Харьков, февраль 1995), семинарах в Физико-техническом институте низких температур им. Б.И.Веркина НАН Украины.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из Введения, трех глав, Заключения и списка цитируемой литературы. Она содержит 111 страниц текста, включая библиографию из 58 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении дана краткая характеристика предлагаемого метода, приведены примеры задач, которые этим методом решаются, указана близкая по тематике литература.

В первой главе с помощью обычного метода якобиевых матриц рассматривается задача о приближенном вычислении характеристик двухмагнитного спектра ферромагнетиков Гайзенберга на примере расчета энергий связанных двухмагнитных состояний. Также в этой главе доказывается теорема об отсутствии таких состояний над зоной непрерывного спектра для широкого класса гамильтонианов Гайзенберга, описывающих простую ферромагнитную решетку.

Во второй главе развивается обобщение метода якобиевых матриц.

Ряд задач для линейной цепочки частиц со взаимодействиями каждой частицы с несколькими (n) "сферами" соседей могут быть сформулированы следующим образом: известна матрица H гамильтониана, которая имеет $(2n + 1)$ -диагональный вид ($H =$

(H_{jk}) , где $H_{jk} = 0$ если $|j - k| > n$), и чьи строки одинаковы (т.е. $H_{jj} = a_0$; $H_{j,j+1} = H_{j,j-1} = a_1$; ...; $H_{j,j+n} = H_{j,j-n} = a_n$), начиная с r 'й строки. Задача состоит в нахождении спектра матрицы H и изменений термодинамических функций (вызванных конечномерным возмущением W , таким что матрица $H + W$ остается $(2n + 1)$ -диагональной). Два важнейших обстоятельства, которые дают возможность получить нижеследующее общее решение этой задачи, состоят в том, что:

1. Как нетрудно проверить, матрица H представима в виде $H = T_n(L) + V$. Здесь L — якобиева матрица с одинаковыми элементами на каждой из диагоналей ($L_{jj} = a$, $L_{j,j+1} = b$, $j = 0, 1, \dots$). Такая матрица связана с многочленами Чебышева, она имеет только непрерывный спектр, и ее спектральная плотность известна. $T_n(x)$ — полином степени n . Матрица V конечномерна.
2. Матрица H имеет блочно-трехдиагональную структуру с блоками $n \times n$, т.е.

$$H = \begin{pmatrix} H_{00} & H_{01} & & & 0 \\ H_{10} & H_{11} & H_{12} & & \\ & H_{21} & H_{22} & H_{23} & \\ 0 & & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix},$$

где блоки H_{ik} — $n \times n$ матрицы.

В диссертации рассмотрен общий случай, когда L — некоторая якобиева матрица со спектральной плотностью $\rho(\mu)$. Пусть $H = T_n(L) + V$ ($H_{ij} = 0$, если $|i - j| > n$) — матрица самосопряженного оператора в ортонормированном базисе $\{e_i\}_{i=0}^{\infty}$ гильбертова пространства, $T_n(x)$ — полином степени n , а V — $((2n + 1)$ -диагональный) оператор, такой что $Ve_i = 0$, если $i \geq r$. Предположим, что матричные элементы H_{ij} и коэффициенты полинома $T_n(x)$ вещественные.

Для дальнейшего понадобятся матричные полиномы 1-го и 2-го рода — $P_s^A(z)$ и $Q_s^A(z)$ соответственно, связанные с блочно-

тредиагональной матрицей A (размерность каждого ее блока — $m \times m$), которые, как известно, определены формулами:

$$P_0^A = I; P_1^A = A_{01}^{-1}(zI - A_{00});$$

$$P_{i+1}^A = -A_{i+1}^{-1}((A_{ii} - zI)P_i^A + A_{i,i-1}P_{i-1}^A); \quad i = 1, 2, \dots$$

$$Q_0^A = 0; Q_1^A = A_{01}^{-1};$$

$$Q_{i+1}^A = -A_{i+1}^{-1}((A_{ii} - zI)Q_i^A + A_{i,i-1}Q_{i-1}^A); \quad i = 1, 2, \dots,$$

где A_{ik} — блоки матрицы A (причем блоки $A_{i,i+1}$, $i = 0, 1, \dots$ невырождены), а I — единичная $m \times m$ матрица.

В диссертации установлено, что для построения решения сформулированной выше задачи важное значение имеет следующий определитель:

$$\Delta(z) = \left| \delta_{ij} + \sum_{s=0}^{[r/n]} \sum_{k=0}^{n-1} \left(V \begin{pmatrix} P_0^H(z) \\ P_1^H(z) \\ \vdots \end{pmatrix} \right)_{sn+kj} \right| \times$$

$$\times \left\{ \sum_{m=0}^{n-1} P_{s,hm}^{T_n(L)}(z) R_{im} + Q_{s,hi}^{T_n(L)}(z) \right\}_0^{n-1},$$

$$R_{im} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P_m^L(\mu) P_i^L(\mu)}{T_n(\mu) - z} \rho(\mu) d\mu,$$

где $R(z) = (T_n(L) - zI)^{-1}$, а V умножается на вектор, составленный из матричных полиномов $P_i^H(z)$, по обычным правилам вычисления произведения матриц.

Как показано в диссертации, дискретный спектр $\{\varepsilon_i \text{ disc}\}$ оператора H находится из условия $\Delta(\varepsilon) = 0$.

Обусловленные оператором V изменения термодинамических функций вычисляются по формуле Лифшица [10]:

$$\text{Sp}\{f(T_n(L) + V) - f(T_n(L))\} =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{dx} \xi(x) dx + \sum_i (f(\varepsilon_i \text{ disc}) - f(\varepsilon_i \text{ bound})),$$

где $\varepsilon_i \text{ bound}$ — ближайшая к $\varepsilon_i \text{ disc}$ граница спектра оператора $T_n(L)$ (для определенности здесь предполагается, что спектр

оператора $T_n(L)$ состоит из одного интервала) и в нашем случае, как показано в диссертации,

$$\xi(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{y \downarrow 0} \arg \Delta(x + iy),$$

$\xi \equiv 0$ вне спектра оператора $T_n(L)$.

Иногда в таких задачах как, например, о нахождении рамановского спектра, важно знать спектральные функции ("локальные" плотности состояний), т.е.

$$\rho_{ij}(\lambda) = \frac{(dE_\lambda e_j, e_i)}{d\lambda},$$

где E_λ — разложение единицы оператора H . В терминах метода для них получается следующее выражение:

$$\rho_{ns+i, nt+j}(x) = \sum_{m,l} P_{s,im}^H(x) P_{t,jl}^H(x) \rho_{ml}(x),$$

где

$$\rho_{ml}(x) = \frac{1}{\pi} \Im \lim_{y \downarrow 0} \tilde{R}_{ml}(x + iy), \quad 0 \leq m, l \leq n-1,$$

и матричные элементы резольвенты $\tilde{R}(z) = (H - zI)^{-1}$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{ml}(z) = & \frac{1}{\Delta(z)} \sum_j \Delta_{jm}(z) \left[R_{jl}(z) - \sum_{si} \left(V \begin{pmatrix} Q_0^H(z) \\ Q_1^H(z) \\ \vdots \end{pmatrix} \right)_{ns+i} \right] \times \\ & \times \left\{ \sum_k P_{s,ik}^{T_n(L)}(z) R_{jk} + Q_{s,ij}^{T_n(L)}(z) \right\}, \end{aligned}$$

где $\Delta_{jm}(z)$ — алгебраическое дополнение элемента X_{jm} матрицы, от которой берется определитель $\Delta(z)$. Суммирование по индексам i, j, k ограничено n слагаемыми.

Во второй главе также получено обобщение всех приведенных выше результатов на случай, когда полином $T_n(x)$ заменяется интегрируемой функцией $g(x_1, \dots, x_d)$. Это, в частности, позволяет

рассматривать двух- и трехмерные задачи в рамках разработанного метода, так как некоторые из соответствующих гамильтонианов могут быть представлены в виде $H = H_0 + V$, где возмущение V конечномерно, а H_0 — функция от нескольких якобиевых матриц. Например, пространство одномагнитных возбуждений ферромагнетиков Гайзенберга с точечным спиновым дефектом раскладывается в ортогональную сумму подпространств, в которых

- для (двумерной) квадратной решетки со взаимодействиями между ближайшими и следующими за ближайшими соседями $H = L_1 \otimes L_2 + I \otimes T_1(L_2) + V$,
- для (трехмерной) простой кубической решетки со взаимодействиями между ближайшими соседями $H = L_1 \otimes I \otimes I + I \otimes L_2 \otimes I + I \otimes I \otimes L_3 + V$, где L_i — якобиевы матрицы.

Соответствующие функции $g(x_1, \dots, x_d)$, $d = 2, 3$ в этом случае являются полиномами по своим переменным. С другой стороны, функция $g(x) = -e^x + T_n(x)$ например, связана с моделью линейной цепочки с бесконечным радиусом взаимодействий.

Два очевидных преимущества предлагаемого метода по сравнению с методом функций Грина [11] состоят в том, что:

— размерность определителя $\Delta(z)$ не зависит от размерности $r \times r$ матрицы возмущения, тогда как в методе функций Грина размерность соответствующего определителя равна $r \times r$;

— для нахождения матричных элементов $R_{ml}(z)$ требуется знать спектральную плотность $\rho(\mu)$, тогда как в методе функций Грина при вычислении величин $R_{ml}(z)$ используется больший набор спектральных характеристик — спектр и собственные функции невозмущенного гамильтониана.

В третьей главе рассмотрены примеры приложений метода, а именно:

(Для определенности в работе рассматриваются ферромагнитные спиновые системы, описываемые гамильтонианом Гайзенберга, однако соответствующие задачи для систем колеблющихся частиц, например, решаются совершенно аналогично.)

1. Линейная цепочка спинов со взаимодействиями ближайших и следующих за ближайшими соседей.

- (а) Рассмотрена задача о дискретных уровнях энергии и локальных плотностях состояний непрерывного спектра гамильтониана Гайзенберга в одномагнитном пространстве этой цепочки с точечным спиновым дефектом, а также задача о вызванных дефектом изменениях термодинамических функций в приближении невзаимодействующих магнов. В пределе когда учитывается взаимодействие только ближайших соседей воспроизведены ранее известные результаты [12].
- (б) Рассмотрена задача об энергиях двухмагнитных связанных состояний в идеальной линейной цепочке. Опять-таки в пределе взаимодействия только ближайших соседей получены ранее известные результаты [13].
2. Линейная цепочка с бесконечным радиусом взаимодействия между спинами (J_i , $i = 1, 2, \dots$ — соответствующие константы взаимодействий) при наличии в ней точечного спинового дефекта. Здесь предполагается определенный закон убывания взаимодействия, который позволяет регулировать скорость убывания. Константы взаимодействия дефекта с соседними атомами \tilde{J}_i , полагаются такими, что $\tilde{J}_i = J_i i > r$, где r — некоторое число. Спин атома дефекта предполагается совпадающим со спинами атомов идеальной решетки. Для такой системы ищутся те же величины, что и в пункте 1(а).
3. Рассмотрена та же задача, что и в пункте 1(а), но для простой кубической решетки со взаимодействием между ближайшими соседями при наличии в ней точечного спинового дефекта.

Основные результаты работы отражены в публикациях:

1. I.V.Krasovsky, V.I.Peresada. A new method in the many-body problem. // J.Phys.A: Math.Gen.—1995.—V.28.—P.1493–1505.
2. I.V.Krasovsky, V.I.Peresada. A new method in the many-body problem: II. // J.Phys.A: Math.Gen.—1996.—V.29.—P.133–142.

3. I.V.Krasovsky, V.I.Peresada. J-matrix method in the theory of Heisenberg ferromagnets. // ФНТ.—1994.—Т.20.—С.433–440.

4. I.V.Krasovsky. On spectral properties of the uniaxially anisotropic Heisenberg Hamiltonian. // ФНТ.—1995.—Т.21.—С.331–332.

5. И.В.Красовский, В.И.Пересада. Новый метод в задаче многих тел // Материалы 2-й конференции "Физические явления в твердых телах" (Харьков, февраль 1995), с.25

6. I.V.Krasovsky, V.I.Peresada. J-matrix method in the problem of two-magnon bound states in Heisenberg ferromagnets. // International Conference on Magnetism (Warsaw, August 1994), p.346

7. I.V.Krasovsky, V.I.Peresada. A new method in the many-body problem. // International Conference on Statistical Physics (Xiamen, August 1995), p.16

ЛИТЕРАТУРА

1. Пересада В.И. // Физика конденсированного состояния.—1968.—вып. 2.—С.172–210.

2. Пересада В.И., Афанасьев В.Н. // ЖЭТФ.—1970.—Т.58.—С.135–143.

3. Пересада В.И. // ЖЭТФ.—1967.—Т.53—С.605–614.

4. Пересада В.И., Сыркин Е.С. // Surface Science.—1976.—V.54.—P.293–302.

5. Пересада В.И., Толстолужский В.П. // ФНТ.—1977.—Т.3.—С.788–800.

6. Пересада В.И., Афанасьев В.Н., Боровиков В.С. // ФНТ.—1975.—Т.1.—С.461–472.

7. Haydock R., Heine V. and Kelly M. J. // J.Phys.C:Solid State Phys.—1972.—V.5.—P.2845–2858.

8. Solid State Physics.— N.Y.:Academic, 1980, V.35, ed. H. Ehrenreich, F. Seitz, D. Turnbull (and references therein).

9. The Recursion Method and Its Applications.— Berlin: Springer, 1985, ed. D.G.Pettifor and D.L.Weaire.

10. Лифшиц И.М. // УМН.—1952.—Т.7.—С.171–180.
11. Изюмов Ю.А., Медведев М.В. Теория магнитоупорядоченных кристаллов с примесями.—М.:Наука, 1970.
12. Oguchi T. and Ono I. // J.Phys.Soc.Jpn.—1969.—V.26.—P.32–42.
13. Ono I., Mikado S. and Oguchi T. // J.Phys.Soc.Jpn.—1971.—V.30.—P.358–366.

Krasovsky I.V. "A generalization of the J-matrix method in the theory of condensed matter".

The thesis is submitted for a Ph.D. Degree in Physics and Mathematics, speciality 01.04.02. (Theoretical Physics).

B.I.Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the Ukrainian National Academy of Sciences, Kharkov, Ukraine, 1996

A new method is proposed for exact calculation of the energy levels, spectral functions of Hamiltonians H and the quantities $\text{Sp} \{f(H+W) - f(H)\}$, where W is a finite-dimensional perturbation, in the case when both H and $H+W$ are $(2n+1)$ -diagonal and may be represented in the form $T_n(L) + V$, where $T_n(x)$ is a polynomial of degree n , L is a J-matrix with a known spectral density, and V is finite-dimensional. The method also allows a generalization when $T_n(L)$ is replaced by a more general function of J-matrices. As one of the examples, an impurity problem is considered in a simple cubic lattice and a linear chain with short-range and in a linear chain with long-range interactions. Also in the work, the problem of calculation of the energies of two-magnon bound states in Heisenberg ferromagnets is considered by the J-matrix method, and the statement is proved about the absence of two-magnon bound states above the band of the continuous spectrum for a certain class of ferromagnetic systems.

Красовський І.В. "Узагальнення методу якобієвих матриць в теорії твердого тіла".

ЛНБ ім. В. Стефанишина
АН України

Дисертація у формі рукопису на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02. (теоретична фізика).

Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б.І.Веркіна НАН України, Харків, Україна, 1996

Пропонується новий метод для точного знаходження енергетичних рівней, спектральних функцій гамільтоніанів H та величин $\text{Sp}\{f(H+W) - f(H)\}$, де W — кінечновимірне збудження, у випадку коли гамільтоніани H і $H+W$ — $(2n+1)$ -діагональні та можуть бути зображені у вигляді $T_n(L) + V$, де $T_n(x)$ — поліном степені n , L — яacobієва матриця з відомою спектральною густиною, а матриця V — кінечновимірна. Метод також узагальнюється на випадок, коли $T_n(L)$ замінюється на більш загальну функцію яacobієвих матриць. Як один із прикладів, розглянуто проблему дефекту у простій кубічній решітці та лінійному ланцюжку з малим i в лінійному ланцюжку з великим радіусом взаємодії. У роботі також розглянуто за допомогою метода яacobієвих матриць проблему знаходження енергій двохмагтонних зв'язаних станів у феромагнетик Гайзенберга та доведено ствердження про відсутність двохмагтонних зв'язаних станів над зоною неперервного спектру для певного класу феромагнітних систем.

Ключові слова: яacobієва матриця, ортогональні поліноми, феромагнетик Гайзенберга, двохмагтонні зв'язані стани.

Ответственный за выпуск — канд. физ.-мат. наук Рубин Ю.В.

Подписано к печати 4.03.96

Уч.-изд. л. 1,0 Заказ 4 Тираж 100 экз.

Ротапринт ФТИНТ НАН України
310164, Харьков – 164, пр.Ленина, 47.

ABON. 305

445411

AB 34.382