

Національна академія наук України  
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова

На правах рукопису

ДОЦЕНКО Марія Ростиславівна

УЗАГАЛЬНЕНІ ГІПЕРГЕОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ  
ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

01.05.01 — теоретичні основи інформатики та кібернетики  
(математична кібернетика)

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Київ 1996



Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України.

Науковий керівник: член-кореспондент НАН України,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор  
СКОПЕЦЬКИЙ Василь Васильович.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,  
професор ПОПОВ Богдан Олександрович,  
кандидат фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
ЯКОВЛЄВ Михайло Федорович.

Провідна організація: Київський національний університет  
імені Тараса Шевченка.

Захист відбудеться «———» ————— 199 р.  
о———год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.39.02  
при Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України  
за адресою:

252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічному  
архіві інституту.

Автореферат розісланий «———» ————— 199 р.

Учений секретар  
спеціалізованої вченої ради СИНЯВСЬКИЙ В. Ф.

### Загальна характеристика роботи

**Актуальність теми.** Роз'язання різноманітних задач математичної фізики, механіки суцільного середовища, аеромеханіки, теорії потенціалу і т. п. призводять до спеціальних функцій різної природи та складності. Кількість спеціальних функцій за останні півстоліття різко зросла в зв'язку з широкими проблемами застосування теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, з розвитком обчислювальної математики тощо.

Розвиток теорії спеціальних функцій стимулює розвиток теорії відповідних інтегральних перетворень з ядрами, що містять ту чи іншу спеціальну функцію. Як відомо, метод інтегральних перетворень виявився одним із найефективніших аналітичних методів розв'язання широкого класу крайових задач.

З практики розв'язання конкретних задач виникло питання про зображення функцій не тільки у вигляді тригонометричних рядів, а й у вигляді рядів за іншими спеціальними функціями. Це особливо стимулювало розвиток теорії спеціальних функцій (циліндричних та сферичних, гіпергеометричних функцій, еліптичних функцій, функцій Мат'є, поліномів Ерміта, Лагерра, Чебишева, Якобі, Лежандра та ін.).

Гіпергеометричні функції відіграють особливо важливу роль як в теорії, так і в застосуваннях, при розв'язанні широкого класу крайових задач різноманітних галузей прикладної математики та фізики. Гіпергеометричне рівняння - одне із найвідоміших в аналізі - було предметом досліджень багатьох математиків протягом більше двох сторіч. Це рівняння належить до фуксового класу рівнянь з двома особливими точками, є найпростішим прикладом лінійного диференціального рівняння, що не інтегрується елементарними методами. Це єдине з рівнянь порядку вище першого з трьома особливими точ-

ками, інтеграли якого визначаються положенням його особливих точок та коренями відповідного фундаментального рівняння.

Дослідження гіпергеометричного рівняння перепліталось з вивченням гіпергеометричного ряду, що є одним із інтегралів вищезгаданого рівняння. Треба відзначити праці Гаусса, Куммера, Рімана, Якобі, Шлефлі та ін. Зображення гіпергеометричних функцій у формі визначених інтегралів було предметом цікавих досліджень Ейлера, Гурса, Шафхейтліна, Похгаммера, Ваерштрасса та ін. Цикл робіт Гобсона, Гурса, Ватсона та ін. стосувався теорії квадратичних і кубічних перетворень гіпергеометричних функцій. На початку ХХ сторіччя посилюється розвиток гіпергеометричних функцій від двох та багатьох змінних. Розглядаються та досліджуються і різні випадки виродження гіпергеометричних функцій.

В останні десятиріччя посилився інтерес до узагальнених гіпергеометричних функцій по Райту, вивчаються та досліджуються окремі випадки, які мають не тільки теоретичне, але й практичне значення.

Аналіз робіт, що мають відношення до узагальнень гіпергеометричних функцій, інтегральних перетворень з ними, дає змогу зробити висновок, що теорія цих гіпергеометричних функцій, розширення сфери їх застосувань потребує подальших досліджень. У зв'язку з цим та з дедалі частішим застосуванням саме узагальненої гіпергеометричної функції по Райту виникла потреба у подальшому дослідженні розмаїтих випадків узагальнених гіпергеометричних функцій.

Дисертаційна робота присвячена подальшому розвитку теорії та застосувань узагальнених гіпергеометричних функцій (по Райту).

Мета роботи та задачі дослідження. Метою роботи є запровадження нових узагальнень гіпергеометричних функцій, нових узагальнених функцій Лежандра, вивчення їх властивостей, подання

прикладів застосування. Для досягнення поставленої мети сформульовано такі задачі дослідження:

довести формули інтегрального зображення узагальненої гіпергеометричної функції  ${}_2R_1^{a, \mu}(a, b; c; a, \mu; z) = {}_2R_1^{a, \mu}(z)$ ;

вивчити властивості узагальненої гіпергеометричної функції  ${}_2R_1^{a, \mu}(z)$ ;

побудувати інтегральне перетворення з функцією  ${}_2R_1^{a, \mu}(z)$  в ядрі;

обчислити визначені інтеграли з функцією  ${}_2R_1^{a, \mu}(z)$ , нові в науково-довідковій математичній літературі;

аналогічні дослідження провести для нової узагальненої конфлюентної гіпергеометричної функції  ${}_1\Phi_1^{a, \mu}(a; c; a, \mu; z) = {}_1\Phi_1^{a, \mu}(z)$ ;

запровадити нові узагальнення (по Рейту) приєднаних функцій Лежандра I та II роду  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ,  $Q_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ;

побудувати аналог формули типу Мелера - Дірихле для узагальненої функції Лежандра  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ;

дати приклади застосування вищезапроваджених узагальнених гіпергеометричних функцій до розв'язання інтегральних рівнянь, до обчислення нових визначених інтегралів складнішої конструкції;

провести обчислення значень узагальнених гіпергеометричних функцій за конкретними значеннями параметрів та змінних, провести розрахунки для скінченного інтегрального перетворення.

**Достовірність** основних наукових положень та одержаних результатів забезпечується узгодженістю їх з числовими даними; рогістю постановки задач й застосовуваних математичних методів при

доведенні основних формул; порівнянням одержаних нових результатів з раніше відомими частинними випадками.

Методи досліджень. Основу методології досліджень складають розроблені в дисертації методи побудови нових узагальнень різних типів гіпергеометричних функцій, схема проведення досліджень властивостей цих функцій, що містять ці узагальнені гіпергеометричні функції. Широко використовуються також методи математичної фізики, теорії спеціальних функцій, чисельні методи математичного аналізу.

#### До захисту виносяться

побудовані нові узагальнені гіпергеометричні функції  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(a, b; c; \omega, \mu; z)$ , узагальнені конфлюентні гіпергеометричні функції  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(a; c; \omega, \mu; z)$ , узагальнені приєднані функції Лежандра I роду  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ , II роду  $Q_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ;

доведені формули основних інтегральних зображень для  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ ,  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$ ,  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ,  $Q_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ;

досліджені основні властивості запропонованих нових узагальнених функцій гіпергеометричного типу;

побудовані інтегральні перетворення відповідно з функцією  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$  та з функцією  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$  в ядрі;

виведена формула типу Мелера - Діріхле для узагальненої приєднаної функції Лежандра  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ;

розв'язання інтегрального рівняння Фредгольма I роду з узагальненою гіпергеометричною функцією  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ ;

обчислення нових визначених інтегралів, відсутніх у наявній науково-довідковій математичній літературі;

таблиці з обчисленнями узагальнених гіпергеометричних функцій за конкретними значеннями параметрів і змінних, а також з обчисленнями одного типу скінченного інтегрального перетворення з  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ .

**Наукова новизна.** Запропоновано нові узагальнення практично важливих функцій гіпергеометричного типу: гіпергеометричних функції Гаусса, конфлюентних гіпергеометричних функцій, приєднаних функцій Лежандра I та II роду, досліджено їх основні властивості, доведено формули для основних інтегральних зображень цих функцій. Побудовано нові інтегральні перетворення з узагальненими функціями гіпергеометричного типу  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ , з  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$ , подано використання одержаних теоретичних результатів для розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма I роду, для обчислення визначених інтегралів, що відсутні у відомій науково-довідковій математичній літературі.

**Практична цінність.** Запропоновані в дисертації нові узагальнені функції гіпергеометричного типу, досліджені властивості їх, побудовані нові інтегральні перетворення мають значення для подальшого розвитку теорії спеціальних функцій, обчислювальної математики, для практичного розв'язання достатньо широкого класу крайових задач, інтегральних рівнянь, обчислення нових визначених інтегралів складнішої конструкції.

**Апробація результатів.** Основні результати дисертації доповідались на International Conference "Constructive theory of function - 91 (Varna, 1991); The Second International Colloquium on Differential equations (Plovdiv, 1991); 5-th International Conference on Complex Analysis and Applications with

Symposium on generalized functions (Varna, 1991); Міжнародній науковій конференції "Дифференциальные и интегральные уравнения. Математическая физика и специальные функции" (Самара, 1992); Міжнародній науковій конференції "Вырождающиеся уравнения и уравнения смешанного типа" (Ташкент, 1993); The Fourth International Conference on Differential equations (Plovdiv, 1993); Об'єднаному міжвузівському семінарі "Диференційні рівняння та їх застосування" (Київ, 1994); четвертій Міжнародній науковій конференції ім академіка Кравчука (Київ, 1995). Міжнародній науковій конференції, присвяченій 150-річчю від дня народження видатного українського фізика і електротехніка Івана Пулюя (Тернопіль, 1995); The Sixth International Colloquium on Differential equations (Plovdiv, 1995); Conference "Different aspects of differentiability II" (Warsaw, 1995); Семінарі відділу "Математичні системи моделювання проблем екології та енергетики" Інституту кібернетики НАН України (Київ, 1995).

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 13 робіт.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, трьох розділів, додатків, містить 148 сторінок машинописного тексту і список літератури з 69 найменувань.

### Зміст роботи

У вступі викладено основні питання, що складають предмет дослідження, обґрунтовується їхня важливість та актуальність. Вказано мету дисертаційної роботи та сформульовано положення, що виносяться до захисту, подано короткий зміст роботи.

Перший розділ присвячено узагальненій гіпергеометричній функції  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(a, b; c; \alpha, \mu; z) = {}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ , узагальненій конфлюентній гіпергеометричній функції  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(a; c; \alpha, \mu; z) = {}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$ . досліджено їх

основні властивості, побудовано інтегральні перетворення відповідно з функціями  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$  і  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$  в ядрі.

Узагальнена гіпергеометрична функція  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$  визначається формулою

$${}_2R_1^{\omega, \mu}(a, b; c; \omega, \mu; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+\frac{\omega}{\mu}n)}{\Gamma(c+\frac{\omega}{\mu}n)} \frac{z^n}{n!} \quad (1)$$

де  $a, b, c$  можуть бути і комплексними,  $\frac{\omega}{\mu} \in \mathbb{R}$ ,  $\frac{\omega}{\mu} > 0$ ; причому  $a+n \neq 0, -1, -2, \dots$ ,  $b+\frac{\omega}{\mu}n \neq 0, -1, -2, \dots$ ,  $c+\frac{\omega}{\mu}n \neq 0, -1, -2, \dots$ , коли  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $a, b,$

$c$  такі, що  $\Gamma(a+n), \Gamma(b+\frac{\omega}{\mu}n), \Gamma(c+\frac{\omega}{\mu}n)$  - скінченні для  $n = 0, 1, 2, \dots$

Очевидно, що при  $\frac{\omega}{\mu} = 1$  (1) буде функцією Гаусса  ${}_2F_1(a, b; c; z)$ .

Лема 1.1 дає основне інтегральне зображення для функції  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ , а саме: якщо  $Re c > Re b > 0$ , то має місце такий аналог формули Ейлера для узагальненої гіпергеометричної функції  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ :

$${}_2R_1^{\omega, \mu}(z) = \frac{\Gamma(c)\mu}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_0^1 t^{\mu b-1} (1-t^\mu)^{c-b-1} (1-zt^\omega)^{-a} dt \quad (2)$$

Установлено також формули диференціювання, зв'язок з  $F_1(a, b, c, d; x, y)$ , з  $\Psi$  - функцією, з  $G$  - функцією Меєра тощо.

У §3 побудовано інтегральне перетворення з функцією  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$  у такому вигляді

$$K_{c,k}^{a,b} f(x) \equiv x^k \int_0^x x^{\omega} t^{\mu(c-1)+b-c} t^{\mu b-1} {}_2R_1^{\omega, \mu}(a, b; c; \omega, \mu; -xt^\omega) f(t) dt. \quad (3)$$



Розглянено інтегральне перетворення Лапласа для функції  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(kt)$ :

$$L\{t^{b-1} {}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(a; c; \omega, \mu; kt)\} = \Gamma(b) s^{-b} {}_2R_1^{\omega, \mu}(b, a; c; \omega, \mu; ks^{-1}), \quad (9)$$

де  $Re b > 0$ ,  $Re s > \max(0, Re k)$ ,  $|s| > |k|$ .

Інтегральне перетворення з узагальненою конфлюентною функцією  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$  запропоновано у вигляді

$$\widetilde{K}_{c, k}^a f(x) \equiv x^k \int_0^{\infty} x^{\omega(c-1)+a-c} t^{\omega a-1} {}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(a; c; \omega, \mu; -xt^{\omega}) f(t) dt \quad (10)$$

( $x > 0$ ,  $c > a > 0$ ).

Вивчено властивості інтегрального оператора  $\widetilde{K}_{c, k}^a(x)$ , а також одержано формулу обернення.

У другому розділі запропоновано узагальнені ( по Райту) приєднані функції Лежандра  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ,  $Q_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ , досліджено їх основні властивості, подано приклади застосування.

Лема 2.1 дає інтегральне зображення для узагальненої приєднаної функції Лежандра I роду, а саме:

якщо  $Re(1-\mu) > Re(\nu+1) > 0$ ,  $\omega, \beta \in R$ ,  $\omega > 0$ ,  $\beta > 0$ , то

$$P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z) = \left(\frac{z+1}{z-1}\right)^{\frac{\mu}{2}} \beta^{-1}(\nu+1) \Gamma^{-1}(-\mu-\nu) \times \\ \times \int_0^1 t^{\beta(\nu+1)-1} (1-t^{\beta})^{-\mu-\nu-1} \left(1-\frac{1-z}{2} t^{\omega}\right)^{\nu} dt \quad (11)$$

Зазначимо, що можна одержати велику низку формул для інтегральних зображень узагальненої функції Лежандра  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ .

Лема 2.2 дає інтегральне зображення узагальненої приєднаної функції Лежандра II роду:

якщо  $\operatorname{Re}(v + \frac{3}{2}) > \operatorname{Re}(\frac{\mu + v + 1}{2}) > 0$ ,  $v > \mu$ ,  $\omega, \beta \in R$ ,  $\omega > 0$ ,  $\beta > 0$ , то

$$Q_{v,\omega,\beta}^{\mu}(z) = e^{\mu i \pi} 2^{-v-1} \sqrt{\pi} \beta z^{-v-\mu-1} (z^2-1)^{\frac{\mu}{2}} \times \\ \times \Gamma(v+\mu+1) \Gamma^{-1}\left(\frac{\mu+v+1}{2}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{v-\mu}{2} + 1\right) \times \\ \times \int_0^1 t^{\beta\left(\frac{v+\mu+1}{2}\right)-1} (1-t^{\beta})^{\frac{v-\mu}{2}} (1-z^{-2}t^{\omega})^{-\frac{v+\mu}{2}-1} dt. \quad (12)$$

Подано також деякі інші форми інтегральних зображень узагальненої приєднаної функції Лежандра  $Q_{v,\omega,\beta}^{\mu}(z)$ .

Побудовано аналог формули типу Мелера - Діріхле для узагальненої приєднаної функції Лежандра  $P_{v,\omega,\beta}^{\mu}(z)$  (§2):

$$P_{v,\omega}^{\mu}(ch) = A \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{s(1+v+\mu)} (e^{\alpha} - e^{\beta})^{-\frac{\mu+\frac{1}{2}\omega}{\alpha}} \times \left[ 1 - \left( \frac{e^{\alpha} - e^{\beta}}{2sh\alpha} \right)^{\frac{1}{\omega}} \right]^{\mu-\frac{1}{2}} du \quad (13)$$

де  $\operatorname{Re} \mu < \frac{1}{2}$ ,  $\omega > 0$ ,  $\beta = 1$ ,  $z = ch \alpha$

$$A = 2^{\mu} \frac{2^{\mu-1}}{2\omega} \omega^{-1} \Gamma^{-1}(1-\mu) \Gamma^{-2}\left(\frac{1}{2}-\mu\right) \Gamma(1-2\mu) (sh\alpha)^{-\mu} \frac{\mu}{\omega} \frac{1}{2\omega}$$

Третій розділ присвячено застосуванню вищезапроваджених узагальнених спеціальних функцій гіпергеометричного типу.

Розв'язано інтегральне рівняння Фредгольма I роду у вигляді (§ 1)

$$\int_0^c \frac{f(t)}{\Gamma(c)} {}_2F_1(a, b; c; \omega, \mu; -\frac{t^{\omega}}{x}) f(t) dt = g(x), \quad (14)$$

де  $f(x)$  - шукана функція;  $g(x)$  - відома функція;  $a, b, c$  можуть бути і

комплексними;  $\operatorname{Re} s > 0$ ,  $\omega, \mu \in \mathbb{R}$ ,  $\omega > 0$ ,  $\mu > 0$ ;  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$  - узагальнена гіпергеометрична функція (1).

Доведено три леми, що дозволило записати розв'язок рівняння (14) у вигляді композиції дробового інтегралу та інтегрального оператора Стілтєса.

У § 2 цього розділу обчислено декілька нових визначених інтегралів, що містять узагальнену гіпергеометричну функцію  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ .

Зокрема

$$\int_1^x x^{p-1} (1-x^s)^{r-1} {}_2R_1^{\omega, \mu}(a, b; c; \omega, \mu; \alpha x^{ms}) dx = D {}_2R_2^{\omega, \mu}(a, b; d_m; c, e_m; \omega, \mu; \alpha), \quad (15)$$

де  $D$ ,  $d_m$ ,  $e_m$  мають відповідно вигляд

$$D = \frac{\Gamma(\gamma)}{sm^\gamma} \frac{\prod_{r=0}^{m-1} \Gamma\left(\frac{p+r}{m}\right)}{\prod_{r=0}^{m-1} \Gamma\left(\frac{p+\gamma+r}{m}\right)}, \quad (16)$$

$$\alpha_m = \frac{p+r}{m}, \quad e_m = \frac{p+\gamma+r}{m}, \quad (17)$$

$$s > 0, \operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} \gamma > 0.$$

У цьому ж параграфі подано приклад обчислення визначеного інтегралу з узагальненою конфлюентною гіпергеометричною функцією  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$ .

§ 3 містить приклад застосування узагальнених приєднаних функцій Лежандра, зокрема, обчислено інтеграл у вигляді

$$\int \frac{sh^{-2\mu} \tau (ch\tau + 1)^{3\mu - \frac{1}{2}} d\tau}{[(cha + sha) - 2sha \left(\frac{2}{ch\tau + 1}\right)^\mu]^{r-\mu}} =$$

$$= \frac{\Gamma(1-\mu)\Gamma^2\left(\frac{1}{2}-\mu\right)}{\sqrt{2}\Gamma(1-2\mu)} \operatorname{si}^\mu \alpha P_{\nu,\omega}^\mu(\operatorname{ch}\alpha). \quad (18)$$

Додатки, що знаходяться з кінці дисертації, містять кілька визначених інтегралів, значення яких подано через узагальнені функції Лежандра;

доведення рівності

$$\int_0^\infty \frac{\Gamma^{1-a} r(t)}{x+t} dt = \int_0^\infty \frac{\Gamma(a)}{(x+t)^a} r(t) dt, \quad (19)$$

де  $\Gamma^{1-a}$  - оператор дробового інтегрування,  $\operatorname{Re} a > 0$ .

9 таблиць, в яких подано обчислення узагальнених гіпергеометричних функцій  ${}_2R_1^{\omega,\mu}(a, b; c; \omega, \mu; z)$ , при конкретних значеннях параметрів та змінної, а також обчислення одного типу скінченного інтегрального перетворення.

Розрахунки проводились на машині IBM PS/AT, процесор - INTEL 80386. Реалізацію виконано за допомогою пакета програмного забезпечення МСАД.

### Основні результати роботи

1. Побудовано основні узагальнені гіпергеометричні функції  ${}_2R_1^{\omega,\mu}(z)$ , узагальнені конфлюентні гіпергеометричні функції  ${}_1\Phi_1^{\omega,\mu}(z)$ , узагальнені приєднані функції Лежандра I роду  $P_{\nu,\omega,\beta}^\mu(z)$ , II роду

$$Q_{\nu,\omega,\beta}^\mu(z).$$

2. Одержано формули основних інтегральних зображень для нових узагальнених спеціальних функцій гіпергеометричного типу  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ ,  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$ ,  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ ,  $Q_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ .

3. Досліджено основні властивості вищезгаданих узагальнених спеціальних функцій гіпергеометричного типу.

4. Побудовано інтегральні перетворення відповідно з функцією  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ , з функцією  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$ , в ядрі. Знайдено для них відповідні формули обернення.

5. Виведена формула типу Мелера - Діріхле для узагальненої приєднаної функції Лежандра  $P_{\nu, \omega, \beta}^{\mu}(z)$ .

6. Дано застосування одержаних теоретичних результатів до розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма I роду, до обчислення нових визначених інтегралів складнішої конструкції, що відсутні в наявній науково-довідковій літературі.

Користуючись нагодою, висловлюю щире подяку своєму науковому керівникові Василю Васильовичу Скопечькому за постійну увагу та допомогу в роботі.

Основні положення дисертації опубліковані в таких працях:

1. Dotsenko M. On some applications of Wright's hypergeometric functions // Compt. rend. Acad. Bulgare des Sci. - 1991. - 44, №6. - P.13-16

2. Dotsenko M. On one integral transform with the generalized confluent hypergeometric function // 5<sup>th</sup> Intern. Conf. on complex analysis and applications with Synthesized generalized functions. - Varna, 1991. - P.9.

3. Dotsenko M. On one integral equation with the Wright' hypergeometric function // Abst. of the 2-th Intern. Colloquium on differ. eq. - Plovdiv, 1991. - P.76.

4. Dotsenko M. On the construction of some integral operators with the Wright's functions // Constructive theory of functions - 91, Intern. Conf., Varna, 1991. - P.25.

5. Доценко М.Р. О некоторых применениях обобщенной гипергеометрической функции Райта // Диф. и интегр. уравнения. Матем. физика и специальные функции. Междунар. науч. конф.: Тез. докл. - Самара, 1992. - С.90.

6. Доценко М.Р. Об одном интегральном преобразовании с гипергеометрической функцией Райта // Мат. физика и нелинейная механика. - 1993. - Вып. 18(52). - С.47-52.

7. Доценко М.Р. О дифференциальных уравнениях, связанных с некоторыми функциями Райта // Тез. докл. междунар. науч. конф. "Вырождающиеся уравнения и уравнения смешанного типа". - Ташкент, 1993. - С.65.

8. Dotsenko M. On some functional relations and the differential equation satisfied by function  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$  // Abst. of invited and short commun. delivered at the Fourth Intern. Colloquium on differ. equations, Plovdiv, 1993. - P.56.

9. Dotsenko M. On one generalization of Legendre's functions and its applications // Conf. "Different aspects of different. II". - Warsaw, 1995. - P.11.

10. Доценко М.Р. Про деякі властивості узагальненої функції // Тези доп. четвертої Міжнар. наук. конф. ім. акад. М. Кравчука. - Київ, 1995. - С.98.

11. Доценко М.Р. Застосування функцій Лежандра для математичного моделювання задач математичної фізики (дифузії масопе-

реносу) // Міжнар. наук. конф., присвячена 150-річчю від дня народження видатного укр. фізика і електротехніка Івана Пулюя: Тези доп. - Тернопіль, 1995. - С.24.

12. Скопецкий В.В., Доценко М.Р. Про одне узагальнення функцій Лежандра // Доп. НАН України. - 1996. - № 2. - С.12-15.

13. Скопецкий В.В., Доценко М.Р. Интегральное преобразование с обобщённой конфлюэнтной гипергеометрической функцией // Кибернетика и системный анализ. - 1996. - № 1, - С. 80-85.

Доценко М.Р. Обобщённые гипергеометрические функции и их применения. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.01. - теоретические основы информатики и кибернетики (математическая кибернетика). Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, 1996.

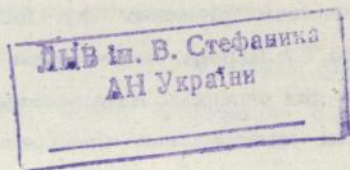
Введены новые обобщения специальных функций гипергеометрического типа: гипергеометрических функций Гаусса, конфлюэнтных гипергеометрических функций, присоединённых функций Лежандра I и II рода, исследованы их основные свойства, получены формулы для основных интегральных представлений этих функций. Построены интегральные преобразования с обобщёнными гипергеометрическими функциями  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ ,  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$ . Даны применения полученных теоретических результатов к решению интегральных уравнений Фредгольма I рода, к вычислению новых определённых интегралов.

Dotsenko M.R. Generalized hypergeometric functions and its applications. Dissertation for obtaining of the scientific degree of phys. - mathem. sciences on the speciality 01.05.01. - theoretical basis of informatics and

cybernetics (mathematical cybernetics). V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 1996.

New generalizations of the special functions of hypergeometric types: Gauss' hypergeometric functions, confluent hypergeometric functions, associated Legendre's functions of the first and the second kind are introduced. The basic properties of these functions are investigated, some formulae for the main integral representations of these functions are obtained. Integral transforms with the generalized hypergeometric functions  ${}_2R_1^{\omega, \mu}(z)$ ,  ${}_1\Phi_1^{\omega, \mu}(z)$  are constructed. Some applications of these obtained theoretical results to the solving of Fredholm' integral equations of the first kind, to calculation of new definite integrals are given.

Ключові слова: узагальнена функція, інтегральне перетворення, основне інтегральне зображення, інтегральне рівняння, оператор дробового інтегрування.



Підп. до друку 28.03.96. Формат 60×84/16. Папір для розмнож. апар.  
Офс. друк. Ум. друк. арк. 0,93. Ум. фарбо-відб. 1,05. Обл.-вид. арк. 1,0.  
Зам. 185. Тираж 100 прим.

---

Редакційно-видавничий відділ з поліграфічною дільницею  
Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України  
252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40

AB 34.450  
**AB 34.450**