

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ГІДРОМЕХАНІКИ**

на правах рукопису

ЛУКЬЯНОВ Павло Володимирович

УДК 551.511.001

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РЕСТРАТИФІКАЦІ
НА ФІНАЛЬНІЙ СТАДІІ ВИРОДЖЕННЯ
ТУРБУЛЕНТНОСТІ У СТІЙКО
СТРАТИФІКОВАНИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

01.02.05 – Механіка рідини, газу та плазми .

**Автореферат
дисертації на одбуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук**

Київ–1996



Робота виконана в Інституті гідромеханіки НАН України.

Науковий керівник –	доктор фізико - математичних наук В.С.Мадерич
Офіційні опоненти –	доктор фізико - математичних наук Е.І.Нікіфорович
-	кандидат фізико - математичних наук М.Й.Железняк

Провідна установа – Морський гідрофізичний Інститут НАН України

Захист відбудеться *23 травня* 1996 р. о *14⁰⁰* на засіданні спеціалізованої ради Д 01.04.01 в Інституті гідромеханіки НАН України за адресою: 252057, Київ, вул. Желябова, 8/4.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту гідромеханіки НАН України.

Автореферат розісланий *18 квітня* 1996 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор технічних наук

С.І. Криль

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ ТА СТАН ПРОБЛЕМИ.

Дослідження Світового Океану за останні 30 років показали, що водні товщі складаються з тонких прошарків. Області (по товщині) з постійною густиною та адіабатичною рівновагою перемежуються з зонами, де густина та інші властивості води різко змінюються. Ці області зустрічаються в стратифікованій товщі океану у вигляді тонких прошарків. Товщини таких зон у багато разів менші за глибини океанів і мають розміри від міліметрів до кількох метрів. Тому цей феномен отримав назву мікроструктури та тонкої структури. Одним з головних чинників утворення мікроструктури є виродження турбулентності у стійко стратифікованій рідині. На відміну від багатьох теоретичних, чисельних, та лабораторних досліджень виродження турбулентності, механізми рестратифікації вивчені менше. Цим і пояснюється актуальність теми дисертації, яка присвячена моделюванню процесів рестратифікації на фінальній стадії виродження турбулентності у стійко стратифікованих середовищах. Інтерес до вивчення зазначеного явища пов'язаний з метеорологією, вивченням процесів перемішування у стратифікованих водоймищах, а також з підводною акустикою та гідрооптикою. Існують теоретичні роботи, в яких знайдені автомодельні розв'язки для еволюції інтрузії на в'язкій стадії; є також публікації з модовим аналізом затухання обурень швидкості, температури та солоності на дифузійно - в'язкій стадії. Розв'язана задача про дифузійно - в'язку стадію колапсу інтрузії у нескінченному просторі. Експериментальні дослідження колапсу плями у стратифікованій рідині показали, що на в'язкій та дифузійно - в'язкій стадії, якщо їх розглядати разом, динаміка інтрузії описується (у загальному випадку) нелінійною моделью. Ця модель повинна враховувати конвекцію плавучості. Суттєвим недоліком попередніх досліджень є відсутність моделювання процесу рестратифікації, який відбувається за рахунок колапсу випадкових ансамблів плям, що приводить до утворення мікроструктури та тонкої структури.

Виходячи із сказаного, МЕТОЮ ДАНОЇ ДИСЕРТАЦІЇ є вивчення динаміки та енергетики рестратифікації на фінальній стадії виродження турбулентності у стійко стратифікованій рідині.

НАУКОВА НОВИЗНА ДИСЕРТАЦІЇ полягає у тому, що:

- отриманні на підставі асимптотичного аналізу рівнянь Нав'є -

Стокса у наближенні Буссинеска безрозмірної системи рівнянь, яка описує поведінку інтрузій на в'язкій та дифузійно-в'язкій стадіях у стійко стратифікованій за температурою та солоністю рідині; розробці алгоритмів розв'язку задачі на підставі спектрального та псевдоспектрального методів;

- аналітичному та чисельному дослідженні одиничних інтрузій та їх ансамблів;
- дослідженні механізму утворення перемішаних прошарків великої довжини в ансамблю взаємодіючих інтрузій;
- застосуванні до моделювання динаміки та енергетики рестратифікації динаміко - стохастичних методів;
- вивченні структури полів температури та солоності при колапсі інтрузії на в'язкій та дифузійно-в'язкій стадіях;
- розробці моделі рестратифікації для використання у імітаційному моделюванні процесів розповсюдження звуку та світла у морському середовищі.

ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ ДОСЛІДЖЕНЬ полягає у тому, що :

- Розроблена модель може бути використана у підводній акустиці та гідрооптиці при імітаційному моделюванні процесів розповсюдження звуку та світла у морях та океанах.
- Результати, які містяться в дисертації, можна використати для параметризації перемішування у глибинних шарах океану, що, у свою чергу, важливо при моделюванні клімату та переносу забруднень у морях.

ОСОБИСТІЙ ВНЕСОК ДИСЕРТАНТА полягає у :

- аналітичному розв'язанні слабонелінійної задачі;
- розробці алгоритмів чисельного розв'язання нелінійної задачі;
- застосуванні до моделювання динаміки та енергетики рестратифікації динаміко - стохастичних методів;
- постановці та розв'язанні задачі рестратифікації у рідині, стратифікованій за температурою та солоністю;

- фізичній інтерпретації отриманих результатів.

АПРОБАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ. Матеріали дисертації доповідались та обговорювались на

- I та II Всеукр. конф. мол. вчених (Київський Університет ім. Т.Г.Шевченка, Київ, 1994, 1995);
- республіканському науковому семінарі з гідромеханіки (Інститут гідромеханіки НАН України, керівник ак. НАН України проф. В.Т.Григченко, Київ, 1996);
- семінарі відділу Вихрових рухів Інституту гідромеханіки НАНУ;
- семінарі відділу Моделювання екологічних систем Інституту проблем математичних машин і систем НАНУ.

РІВЕНЬ РЕАЛІЗАЦІЇ НАУКОВИХ РОЗРОБОК.

Результати, що включені у дисертацію, використані при виконанні Інститутом гідромеханіки НАН України НДР в відповідних тематик.

СТРУКТУРА ТА ОБСЯГ ДИСЕРТАЦІЇ

Дисертація складається з вступу, 4 глав, висновків та списку використаної літератури. Рукопис містить 135 сторінок друкованого тексту, в тому числі 41 малюнок та бібліографічний список, який включає 72 найменування.

ПЕРША ГЛАВА складається з двох частин. У першій частині зроблено огляд теоретичних та експериментальних робіт, які безпосередньо стосуються змістовної частини дисертації. У другій частині розглянуто асимптотичний аналіз системи рівнянь Нав'є - Стокса у наближенні Бусінеска, котра у випадку стратифікації рідини за солоністю та температурою має вигляд

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{V}_H}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla \mathbf{V}_H &= - \frac{\nabla_H p}{\rho_0} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}_H, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla w &= - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \alpha T - \beta S + \nu \nabla^2 w, \\ \nabla_H \mathbf{V}_H + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla T + N_T^2 w &= \chi_T \nabla^2 T, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{V}\nabla S + N_s^2 w = \chi_s \nabla^2 S,$$

В рівнянні (1) через N_T^2 і N_S^2 позначені: $N_T^2 = \alpha g(dT_s/dz)$, $N_S^2 = -\beta g(dS_s/dz)$, α - коефіцієнт температурного розширення, β - коефіцієнт солонісного збільшення густини.

Поряд з відомими двома типами рухів (внутрішніми хвилями та квазігоризонтальними вихровими рухами) виділено третій тип - інтрузійних рухів. Цей тип рухів також має місце на фінальній стадії виродження турбулентності у стійко стратифікованій рідині. Динаміка таких рухів характеризується малими значеннями числа Рейнольдса ($Re < 1$), дуже малими числами Фруда ($F \ll 1$), сплющеною формою інтрузії ($l_v/l_h = \delta \ll 1$), (l_v - вертикальний масштаб інтрузії, l_h - горизонтальний). Безрозмірна система рівнянь для інтрузійного типу рухів має вигляд:

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ 0 &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \\ 0 &= -\frac{\partial p}{\partial z} + f_T T - f_S S \\ \nabla V &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V}\nabla T + w &= \epsilon_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{V}\nabla S - w &= \epsilon_S \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \end{aligned}$$

Система рівнянь (2) містить чотири безрозмірних параметра: $f_T = (N_T/N)^2$; $f_S = (N_S/N)^2$; $\epsilon_T = \nu \chi_T l_h^2 / (N^2 l_v^3)$; $\epsilon_S = \nu \chi_S l_h^2 / (N^2 l_v^3)$. Тут $N^2 = N_T^2 + N_S^2$ - квадрат частоти Вейселя. Безрозмірні параметри ϵ_T та ϵ_S характеризують відношення ефектів молекулярної дифузії (тепла та солі) до сили плавучості. Закінчується друга частина першої глави постановкою задачі про еволюцію інтрузій на в'язкій та дифузійно - в'язкій стадіях. На цих стадіях інтрузії мають вигляд шарових структур.

Якщо ввести допоміжну функцію Q , яка визначається з рівнянь (3):

$$p = \frac{\partial^3 Q}{\partial z^3}; f_T T - f_S S = \frac{\partial^4 Q}{\partial z^4}; u = \frac{\partial^3 Q}{\partial x \partial z}; v = \frac{\partial^3 Q}{\partial y \partial z}; w = -\nabla_H^2 Q, \quad (3)$$

то система рівнянь (2) перетворюється на систему двох рівнянь відносно введеної функції Q та однієї з двох функцій: температури T або солоності S . У дисертації приведено систему рівнянь для невідомих функцій Q та S , яка має вигляд

$$\frac{\partial^4 Q}{\partial t \partial z^4} - \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right) - \epsilon_T \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} - f_S (\epsilon_T - \epsilon_S) \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = -NL \left(\frac{\partial^4 Q}{\partial z^4} \right),$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right) - \epsilon_S \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} = -NL(S) \quad (4)$$

$$\text{де } NL() = \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial y} \frac{\partial}{\partial y} - \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Граничні умови системи рівнянь (4) для області у вигляді прямокутного паралелепіпеда з розмірами $[-l_x; l_x] \times [-l_y; l_y] \times [-h; h]$ можна замінити на умови періодичності:

$$\begin{aligned} Q(x + 2l_x, y, z, t) &= Q(x, y, z, t) \\ Q(x, y + 2l_y, z, t) &= Q(x, y, z, t) \\ Q(x, y, z + 2h, t) &= Q(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (5)$$

Це пов'язано з тим, що в умовах океану, характерні масштаби якого у багато разів більше за масштаби тонкої структури, можна припускати однорідність та горизонтальну анізотропію при моделюванні випадкового ансамблю плям. Крім того, в експериментах, в яких проводиться порівняння, розміри експериментального лотка були набагато більше від початкових розмірів інтрузій. Враховуючи повільний характер росту областей обурень гідрофізичних полів на фінальній стадії, граничні умови відповідають умовам періодичності, якщо розміри областей обурень у декілька разів менші від розмірів області середовища.

Початкові умови для рівнянь (4) можна задавати для будь-яких шуканих функцій та їх похідних (на порядок менших ніж старший порядок у рівняннях). Але для моделювання зручно задавати початкові обурення плавучості та солоності:

$$\frac{\partial^4 Q}{\partial z^4} \Big|_{t=0} = f_T T_0 - f_S S_0 = b_0(\vec{x}); \quad S(\vec{x}, t) \Big|_{t=0} = S_0(\vec{x}) \quad (6)$$

Система рівнянь (4) разом з умовами (5) та початковими умовами (6) містять у собі постановку задачі про еволюцію шарових структур.

У ДРУГІЙ ГЛАВІ розглянуто аналітичні та чисельні розв'язки задачі у випадку стратифікації за одним з чинників - температурою або солоністю. У реальному океані мікроструктурні неоднорідності не є повністю перемішаними. Тому для визначення міри перемішаності введено параметр

$$\vartheta = \frac{b_0}{L_0 N^2}, \quad (7)$$

де b_0 - характерне значення відхилення плавучості. При повній перемішаності усередині інтрузії $\vartheta = 1$. Якщо ввести заміну

$$Q = \vartheta \tilde{Q}, \quad b = \vartheta \tilde{b}, \quad \text{де} \quad \vartheta = \frac{b}{L_0 N^2}, \quad (8)$$

то система рівнянь (4) спрощується до одного рівняння відносно шуканої допоміжної функції Q :

$$\frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial z^3} - \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right) - \varepsilon \frac{\partial^3 Q}{\partial z^3} = -\vartheta NL \left(\frac{\partial^4 Q}{\partial z^4} \right), \quad (9)$$

де значок \sim взято для зручності.

Граничні умови замінено на умови періодичності, а початкова умова трансформується в умову для початкового обурення плавучості:

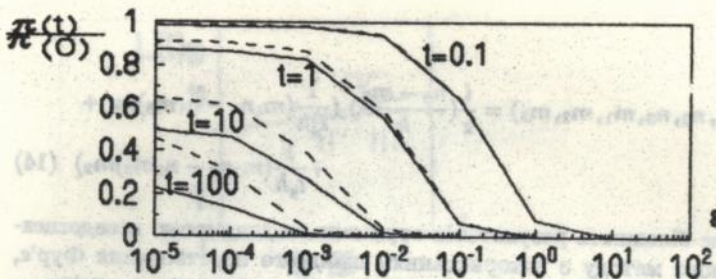
$$\frac{\partial^4 Q}{\partial z^4} \Big|_{t=0} = b_0(x, y, z)$$

Аналітичний розв'язок було отримано для слабонелінійної задачі за допомогою методу малого параметру. Шуканий повний розв'язок за цим методом замінюється на апроксимаційний за формулою

$$Q(x, y, z, t) = Q_0(x, y, z, t) + \vartheta Q_1(x, y, z, t), \quad (10)$$

а початкова умова (9) трансформується у дві початкові умови:

$$\frac{\partial^4 Q_0}{\partial z^4} \Big|_{t=0} = b_0(x, y, z), \quad \frac{\partial^4 Q_1}{\partial z^4} \Big|_{t=0} = 0. \quad (11)$$



Малюнок 1: Потенційна енергія обурень густини у різні моменти (безрозмірного) часу. -- лінійна модель; — слабонелінійна ($\vartheta = 0.2$).

Вплив слабкої нелінійності або слабкої адвекції (конвекції) показаний на мал.1.

На цьому малюнку приведено характер затухання потенційної енергії обурень густини у різні моменти безрозмірного часу в залежності від параметра ε , який свідчить про необхідність врахування адвекції плавучості, котра прискорює рестратифікацію.

Далі у другій главі розглянуто розв'язок нелінійного рівняння (9) за допомогою двох чисельних методів: спектрального та псевдоспектрального. Згідно з обома з цих методів, шукана функція представляється у вигляді:

$$Q_0(x, y, z, t) = \sum_{n_1, n_2, n_3} C(n_1, n_2, n_3, t) \exp[i\pi(\frac{n_1 x}{l} + \frac{n_2 y}{l} + \frac{n_3 z}{h})], \quad (12)$$

який дозволяє звести задачу до розв'язку нелінійної системи звичайних диференціальних рівнянь відносно шуканих коефіцієнтів $C(n_1, n_2, n_3, t)$:

$$\begin{aligned} & \frac{dC(n_1, n_2, n_3, t)}{dt} + \left(\frac{h}{\pi n_3}\right)^4 \left(\left(\frac{\pi n_1}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{\pi n_2}{l_y}\right)^2 + \varepsilon \left(\frac{\pi n_3}{h}\right)^6 \right) \times \\ & \times C(n_1, n_2, n_3, t) = -\vartheta \left(\frac{h}{\pi n_3}\right)^4 \sum_{m_1, m_2, m_3} C(m_1, m_2, m_3, t) \times \\ & \times C(n_1 - m_1, n_2 - m_2, n_3 - m_3, t) \varphi(n_1, n_2, n_3, m_1, m_2, m_3) \quad (13) \\ & |n_1|, |n_2| = 0, 1, 2, \dots, N; |n_3| = 1, 2, \dots, N; (m_3 \neq n_3) \end{aligned}$$

де

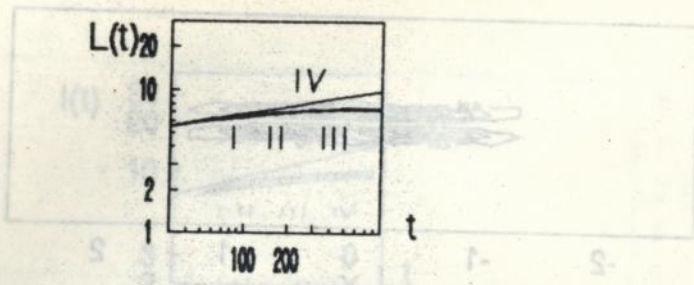
$$\varphi(n_1, n_2, n_3, m_1, m_2, m_3) = \frac{i}{\pi} \left(\frac{n_3 - m_3}{h} \right)^4 \left(\frac{1}{l_2^2 h} (m_1 n_3 - n_1 m_3) m_1 + \right. \\ \left. + \frac{1}{l_1 h} (m_2 n_3 - n_2 m_3) m_2 \right) \quad (14)$$

Але більшість результатів отримано за допомогою псевдоспектрального методу з використанням швидкого перетворення Фур'є, яке дозволяє значно зменшити потребуваний машинний час. Згідно з цим методом, обрахунки нелінійних доданків одійснюються в фізичному просторі шляхом розв'язання наступного рівняння для коефіцієнтів плавучості $B(n_1, n_2, n_3, t)$

$$\frac{dB(n_1, n_2, n_3, t)}{dt} + f(n_1, n_2, n_3)B(n_1, n_2, n_3, t) = -\vartheta \int_V NL \left(\frac{\partial^4 Q}{\partial x^4} \right) dV \quad (15)$$

Наприкінці другої глави розглянуто чисельне моделювання процесу рестратифікації. Дано рекомендації щодо вибору класів функцій, за допомогою яких можна моделювати початкове збурення поля плавучості. Ці рекомендації стосуються можливості почленного диференціювання допоміжної функції Q при знаходженні шуканих характеристик задачі за формулами (3).

У ТРЕТІЙ ГЛАВІ розглянуто декілька прикладів колапсу. Перший приклад - розтікання циліндричної інтрузії в віссю-симетрії паралельною горизонту. Дані про початкову форму перерізу плями були взяті з експериментальної роботи Т.О.Абрамян. Експериментальний лоток мав розміри 50 x 375 x 380 мм. Розміри перерізу інтрузії на початку фінальної стадії колапсу були рівними: $l_V = 0,8$ см; $l_H = 5,5$ см. Вода у лотку була стратифікована за солоністю ($N = 0,77c^{-1}$). Обчислення проводились за нелінійною моделю на підставі спектрального та псевдоспектрального методів. По кожній з координат утримувалось 8 членів ряду. Криві росту горизонтального розміру перерізу інтрузії - експериментальна (II) та розрахункові (I, III) представлені на мал.2. Зупинка розтікання відбувається тоді, коли виникають горизонтальні градієнти тиску. Порівняння кривих I - III свідчить про хорошу збіжність експериментальних та теоретичних результатів. Відхилення цих кривих від автономного розв'язку IV пояснюється початком дії ефектів неповної перемішаності

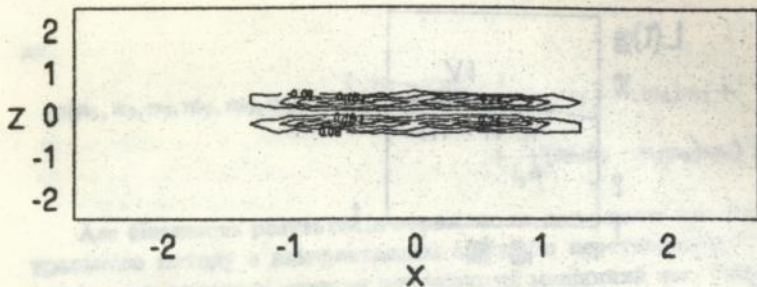


Малюнок 2: Залежність росту горизонтального розміру інтрузії. I – нелінійна модель (псевдоспектральний метод); II – експеримент Т.О.Абрамян, III – нелінійна модель (спектральний метод), IV – автомодельний розв'язок

та молекулярної дифузії. Далі розглядається задача про взаємодію двох циліндричних інтрузій, які розтікаються на одному горизонті. Дані були взяті із статті А.М.Кудіна та Т.О.Абрамян. Експерименти проводились у тому ж самому лотку. Розміри інтрузій на початку фінальної стадії колапсу були рівними: $l_V = 1$ см; $l_H = 7$ см; стратифікація була солоністною ($N = 0,69\text{c}^{-1}$).

Особливістю цієї задачі є ефект блокування розтікання внутрішніх частин плям (інтрузій), котрий пояснюється перебудовою поля густини у просторі між плямами згідно з стратифікацією самих плям (див. мал.3). Криві росту горизонтального розміру плям представлено на мал. 4. Криві I та II були отримані за допомогою лінійної моделі при $\vartheta = 0.2$ та $\vartheta = 0.3$. Крива III - експериментальна залежність, крива IV - отримана при $\vartheta = 1$ за нелінійною моделлю (псевдоспектральний метод). Порівняння кривих свідчить, що значення параметру ϑ у експерименті було меншим 1. Тому спочатку спостерігається перевищення розрахунковою кривою (IV) експериментальної (III), а потім - навпаки. Як і в задачі про одну інтрузію, спостерігається відхилення розрахункових та експериментальної кривих від автомодельного розв'язок V.

Було розглянуто задачу про колапс вертикального пакету плям, зображеного на мал.5. Знайдено, що лише при достатньо близькому



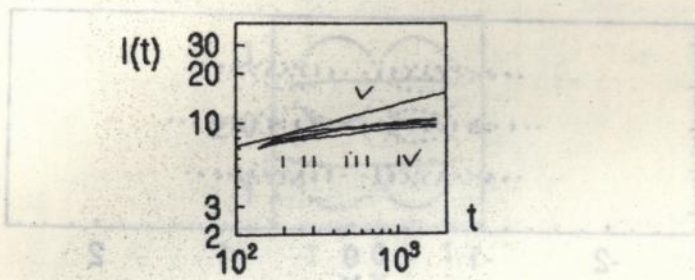
Малюнок 3: Поле обурень плавучості у момент часу, коли блокування роотікання майже відбулось.

рооташуванні плям у пакеті спостерігається рівниця у роотіканні центральних та периферійних інтрузій. Ця рівниця пояснюється більш швидким виродженням обурень периферійних інтрузій.

Ефект блокування роотікання може мати місце також у тривимірних задачах. Як приклад, було рооглянуто колапс чотирьох інтрузій, перерізи $z = 0$ яких мали вигляд чотирьох попарно дотичних кіл. На мал.6 зображені перерізи у моменти часу, коли роотікання припинилось. Взаємне блокування роотікання внутрішніх частин інтрузій призводять до того, що зовнішні половинки відтягують середні лінії цих контурів. Це свідчить про те, що в реальних умовах рух частинок внутрішніх половинок після блокування омінює свій напрямок на протилежний.

Як і свідчить теорія (Г.І.Баренблат 1978, В.С.Мадерич і В.І.Нікішов 1986), ріст горизонтального рооміра інтрузій відбувається менше у порівнянні з двовимірним випадком (див. мал.7). Це пояснюється більш швидким виродженням полів обурень у тривимірних задачах. На відміну від двовимірних задач, відхилення роорахункової кривої I від автомодельного роо зв'язку II відбувається сильніше.

В реальних умовах океану всі обурення гідрофізичних полів, що залишаються після виродження переміжної турбулентності, є випадковими. Тому на підставі методу статистичних випробувань Монте-Карло був оомодельований процес виродження випадкового ансамблю



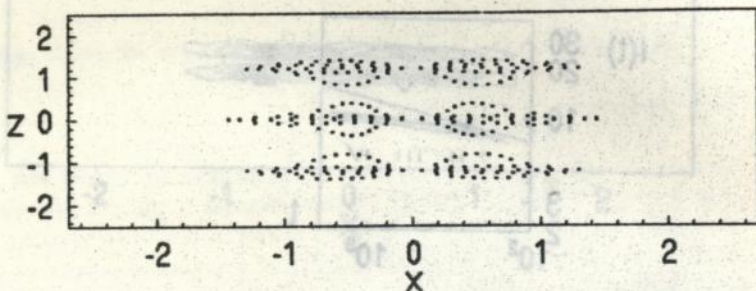
Малюнок 4: Горизонтальний розмір інтрузій. Криві I и II – лінійна модель ($\phi = 0.2$ та $\phi = 0.3$). Крива III – експеримент. Крива IV – нелінійна модель. Пряма V – автоматичний розривок.

плям в випадковій прошарки.

Була розглянута область з розмірами [-1;1] в безрозмірних координатах. Усередині цієї області генерувався випадковий ансамбль плям з розмірами від 0.1 до 1. Величина стратифікації задавалась наближеною до реальних значень ($N = 0.01c^{-1}$). Обчислення виявили, що інтегральна характеристика, котрою є потенційна енергія обурень густини, практично не залежить від характеру щільності розподілу ймовірностей для товщин плям. В момент утворення прошарків (припинення розтікання) доля потенційної енергії обурень густини складає лише 2-3 відсотка від початкового значення. Крім цього, аналіз спектрів для потенційної та кінетичної енергій показав, що амплітуди обурень швидкості зменшуються дуже швидко у порівнянні з амплітудами обурень густини.

У ЧЕТВЕРТІЙ ГЛАВІ в лінійному наближенні розглянута задача про в'язку та дифузійно-в'язку стадії процесу рестратифікації у стійко стратифікованій за температурою та солоністю рідині.

Система рівнянь (2) завдяки періодичності шуканих функцій зводиться до системи лінійних диференціальних рівнянь відносно коефіцієнтів рядів Фур'є для солоності та температури:



Малюнок 5: Контури вертикального паєту (3x2) плям - кінцевий вигляд.

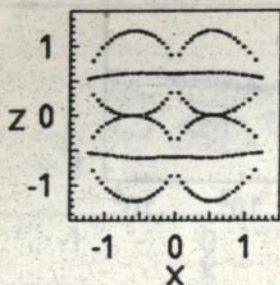
$$\begin{aligned}\frac{d\Gamma(\vec{n}, t)}{dt} &= AT(\vec{n}, t) + BS(\vec{n}, t) \\ \frac{dS(\vec{n}, t)}{dt} &= CT(\vec{n}, t) + DS(\vec{n}, t)\end{aligned}\quad (16)$$

де

$$\begin{aligned}B &= f_S \left(\frac{\pi n_3}{h}\right)^{-4} \left(\left(\frac{\pi n_1}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{\pi n_2}{l_y}\right)^2 \right) \\ C &= f_T \left(\frac{\pi n_3}{h}\right)^{-4} \left(\left(\frac{\pi n_1}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{\pi n_2}{l_y}\right)^2 \right) \\ A &= -\epsilon_T \left(\frac{\pi n_3}{h}\right)^2 - C \quad D = -\epsilon_S \left(\frac{\pi n_3}{h}\right)^2 - B\end{aligned}\quad (17)$$

Розв'язок цієї задачі має вигляд :

$$\begin{aligned}S(\vec{n}, t) &= \frac{S_0(\vec{n})}{k_2 - k_1} \left(\frac{D - A + \sqrt{(A - D)^2 + 4BC}}{2} \exp\{k_2 t\} + \exp\{k_1 t\} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{A - D + \sqrt{(A - D)^2 + 4BC}}{2} \right) + \frac{T_0(\vec{n})C}{k_2 - k_1} (\exp\{k_2 t\} - \exp\{k_1 t\}) \\ T(\vec{n}, t) &= \frac{S_0(\vec{n})B}{k_2 - k_1} (\exp\{k_2 t\} - \exp\{k_1 t\}) + \frac{T_0(\vec{n})}{k_2 - k_1} \times\end{aligned}$$



Малюнок 6: Кінцевий вигляд контурів перерізів $z = 0$ чотирьох шарів.

$$\times \left(\frac{D - A + \sqrt{(A - D)^2 + 4BC}}{2} \exp\{k_1 t\} + \frac{A - D + \sqrt{(A - D)^2 + 4BC}}{2} \exp\{k_2 t\} \right) \quad (18)$$

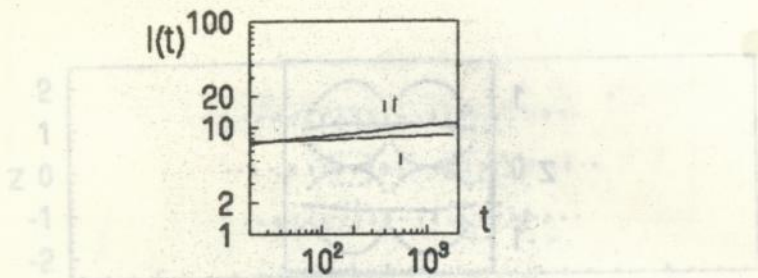
Аналіз розв'язку показав, що у випадку, коли одне із обурень (Т або S) у початковий момент дорівнює нулеві і стратифікація за температурою значно сильніша ніж за солоністю, найбільш повільно затухаючі температурна та солонісна моди мають швидкість виродження одного порядку.

Для одержання конкретних результатів розглядалась область початкових обурень з розмірами $l_x = 1\text{ м}$, $l_y = 100\text{ м}$. Величина стратифікації задавалась рівною: $10^{-2}c^{-1}$ та $2,5 \times 10^{-3}c^{-1}$.

В ході досліджень було виявлено утворення внутрішньої структури полів обурень температури та солоності (див. мал.8), а також поля плавучості. З часом внутрішня структура Т і S обурень вироджувалась за рахунок дії молекулярної дифузії. Чисельне моделювання дозволило також виявити ситуацію, коли поле обурень плавучості вироджується набагато швидше ніж обурення Т і S, котрі взаємно компенсують одне одного.

ВИСНОВКИ. Основні результати дисертації такі:

1. На підставі асимптотичного аналізу рівнянь Нав'є - Стокса



Малюнок 7: Ріст горизонтального розміру інтрузій у трьохвимірній задачі.

у наближенні Буссінєска виділено новий тип рухів, який описує динаміку шарових структур на в'язкій та дифузійно - в'язкій стадіях у стійко стратифікованому за температурою та солоністю середовищі. Сформульована задача про еволюцію шарових структур.

2. Аналітично розв'язана слабконелінійна задача про еволюцію шарових структур на в'язкій та дифузійно - в'язкій стадіях. Показано, що адвекція плавучості прискорює процес рестратифікації.

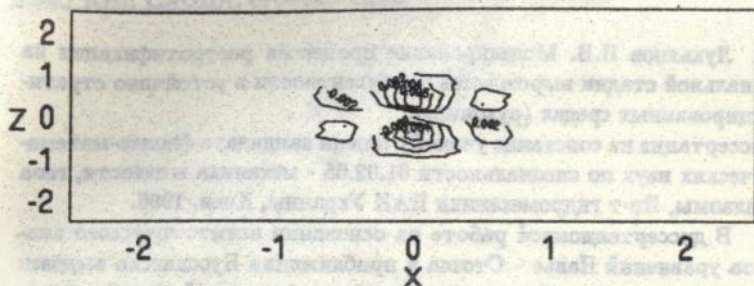
3. На підставі спектрального та псевдоспектрального методів розроблені алгоритми чисельного розв'язку нелінійної задачі.

4. Проведено апробацію моделі шляхом порівняння з існуючими експериментальними даними та відомими асимптотичними рішеннями, яка підтверджує вірогідність моделі.

5. Аналітично та чисельно розв'язано ряд задач: колапсу одичної двовимірної інтрузії; взаємодії інтрузій у складі вертикальних пакетів; колапсу тривимірного кластера з чотирох інтрузій.

6. Показано наявність специфічного механізму злиття ансамблю інтрузій у прошарки. Його природа пояснюється перебудовою під дією бароклічних сил поля густини як усереднені інтрузії так і між ними. Дією цього механізму можна пояснити виникнення в океані перемішаних шарів великої довжини.

7. На підставі методу статистичних випробувань Монте - Карло вивчено поведінку випадкового поля обурень гідрофізичних полів. Показано, що характеристики процесу рестратифікації не залежать від



Малюнок 8: Збурення температури у момент (безрозмірного) часу $t=10$.

щільності розподілу імовірностей випадкових величин. Збурення швидкості затухають набагато швидше у порівнянні зі збуреннями густини.

8. У лінійному наближенні розв'язана задача рестратифікації у стійко стратифікованій за температурою та солоністю рідині. Виявлено ефект утворення на перехідному етапі внутрішньої структури обурень плавучості, температури та солоності. В частині випадків виродження обурень плавучості відбувається раніше ніж обурень температури та солоності завдяки компенсуючій дії останніх.

Результати дисертації ВИКЛАДЕНІ В ТАКИХ РОБОТАХ:

1. Lukyanov P.V., Maderich V.S. Restratification processes in the final stage of turbulence decay in a stably stratified medium. Доповіді НАН України, 1995, 5, с 46 - 48.

2. Lukyanov P.V., Maderich V.S. Layered structures dynamics at the final stage of turbulence decay in stably stratified media. Annual Workshop "Laboratory modelling of dynamical processes in oceans" Proc. of 8 Intern. session "Boundary effects in stratified and / or rotating fluids". Russia, St. Peterburg, June 6-8, 1995, p 15 - 17.

3. Лук'янов П.В. Інтрюїйна взаємодія на дифузійно - в'язкій стадії виродження турбулентності у стійко стратифікованій рідині. Праці другої Всеук. конф. мол. вчених. Київ, 16 - 18 травня 1995 р.

Лукьянов П.В. Моделирование процессов рестратификации на финальной стадии вырождения турбулентности в устойчиво стратифицированных средах (рукопись).

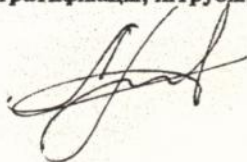
Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 - механика жидкости, газа и плазмы, Ин-т гидромеханики НАН Украины, Киев, 1996.

В диссертационной работе на основании асимптотического анализа уравнений Навье - Стокса в приближении Буссинеска выделен новый тип движений, существующий на финальной стадии вырождения турбулентности в устойчиво стратифицированной жидкости. Это движения слоистых структур (интрузий). Приводятся аналитическое и численные решения задачи об эволюции слоистых структур на вязкой и диффузионно - вязкой стадиях. Впервые, на основании указанных решений, смоделирован процесс коллапса. Получено соответствие с существующими экспериментальными данными. На основании разработанной модели изучен процесс образования случайного поля прослоек плотности, остающегося после вырождения перемежаемой турбулентности в устойчиво стратифицированной среде.

Lukyanov P.V. Restratification processes' modeling in the final stage of turbulence decay in stably stratified media (manuscript).
Thesis for a Candidate of Physical and Mathematical Sciences degree, speciality 01.02.05 - mechanics of fluid, gas and plasma, Inst. of Hydromechanics of NAS of Ukraine, Kiev, 1996.

A new type of motions which are exist in final stage of turbulence decay in stably stratified fluid is picked out by using asymptotical analysis of Navier-Stokes equations in Boussinesq approximation. They are layered structures (intrusions like) motions. An analytical and numerical solutions of the layered structures motions' problem during viscous and diffusive - viscous stages are given. The collapse process which is driven by cited solutions have been modeled for the first time. The correspondence to existing experiments have been gotten. The process of creating of random field of the thin layered structures which are remnants of intermitent turbulence in stably stratified media have been investigated by using developed model.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: стратифікація, інтрузія, колапс.



Підписано додруку 10.04.96р. Формат 60x84/16
Папір офсетний. Умовн.-друк.аркуш. 1,0.
Об.-вид.аркуш 1,0, Тираж 100 . Замовл.15? .

Поліграф.дільн. Інституту електродинаміки АН України,
252680, Київ-57, проспект Перемоги, 56

AB34.452

AB 34.452