

Міністерство освіти України  
Запорізький державний технічний університет

На правах рукопису

ШИНКАРЕНКО Владислав Борисович

РОЗРАХУНОК ТА РАЦІОНАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ  
ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ  
З УРАХУВАННЯМ АНІЗОТРОПІЇ МАТЕРІАЛУ ТА НЕЛІНІЙНИХ ЕФЕКТІВ

05.02.07 - Механіка деформівного твердого тіла

А в т о р е ф е р а т  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Запоріжжя - 1996

Дисертація є рукопис.

Робота виконана на кафедрі обчислювальної механіки і мі-  
ноті конструкцій Дніпропетровського державного університету.

Науковий керівник - кандидат технічних наук,  
доцент Бінкевич Є.В.

Офіційні опоненти - член-кореспондент НАН України,  
доктор технічних наук,  
професор Гудрамович В.С.

доктор фізико-математичних наук,  
Кузьменко В.І.

Провідна організація - Інститут механіки НАН України (м.  
Київ).

Захист дисертації відбудеться "28" травня 1996г. о  
15<sup>00</sup> на засіданні спеціалізованої вченої ради К 08.02.03 Запо-  
різького державного технічного університету за адресою:  
330063, м. Запоріжжя, МСП-39, вул. Жуковського, 64, ауд. 253.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Запорізько-  
го державного технічного університету за адресою: 330063, м.  
Запоріжжя, МСП-39, вул. Жуковського, 64.

Автореферат розіслано "18" квітня 1996 р. В. Стефанія

АН України

Вчений секретар спеціалізованої  
вченої ради, д.т.н., проф.

*Швей*

Волчок І.П.

ЛІНБ України ім.В.Стефаніка



00754388 (Z)

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність проблеми.** У першій половині ХХ століття основна частина досліджень по механіки деформівного твердого тіла являла собою застосування до усіляких крайових задач давно сформульованих лінійних теорій. В сучасних умовах для адекватного опису поведінки реальних конструкцій все частіше доводиться враховувати різні ефекти, пов'язані з наявністю нелінійностей.

Враховання цих ефектів приводить до нелінійних рівнянь, розв'язок яких на основі класичних методів аналізу стикається з великими труднощами. Через це головним інструментом для розв'язування таких задач ставть числові методи, висока ефективність яких є наслідком застосування уточнених математичних моделей та сучасної обчислювальної техніки.

Один з розділів механіки, у якому отримання достатньо точних рішень спряжено зі значними математичними та обчислювальними труднощами, пов'язан з розрахунком оболонкових конструкцій. Широке розповсюдження таких конструкцій у різних галузях сучасної техніки привело до необхідності аналізу різноманітних розрахункових схем. Разом з тим, задачу дослідження оболонкових конструкцій навряд чи можна вважати вичерпанов, особливо щодо враховання специфічних властивостей матеріалу (шаруватість, анізотропія, можливість деформування у пластичній області), уточнених моделей поведінки (наприклад, врахування поперечного зсуву у тонкостінних елементах), реальних умов взаємодії окремих елементів конструкції (наявність ділянок однобічного контакту), а також явищ, виникаючих при великих деформаціях (геометрична нелінійність та інші ефекти).

Числові методи розрахунку оболонкових конструкцій можуть бути розділені на дві групи. До першої групи увійдуть

"спеціалізовані" методи, призначені для розрахунку конкретних класів конструкцій (типів навантаження) і при розробці яких максимально враховуються властивості цього класу. Другу групу складають "універсальні" методи, які придатні для розрахунку практично будь-яких конструкцій. Основними факторами, стримуючими загальне розповсюдження зазначених методів, виявляються для методів першої групи - обмеженість області застосування, а для другої - підвищена обчислювальна трудомісткість; в зв'язку з цим питання про створення нових більш ефективних методів та підвищення ефективності існуючих залишається відкритим.

Мета роботи: 1) розробка методів розрахунку та раціонального проектування оболонкових конструкцій, які єднали б у собі ефективність алгоритму, достатньо широкі можливості застосування, легкість програмування та зручність проведення розрахунків; 2) розв'язок тестових задач для перевірки вірогідності результатів та ефективності методів; 3) розв'язок ряду нових задач розрахунку і раціонального проектування оболонкових конструкцій.

Наукова новизна роботи: 1) побудовано узагальнення на випадок шаруватого анізотропного матеріалу алгоритму розрахунку шанпоута, з'єданого з пучком оболонок, методом роздільного інтегрування; 2) розроблено методику покращення обумовленості матриць жорсткості скінчених елементів шляхом ортогоналізації функцій форми; 3) побудовано класифікацію, яка показує зв'язок засобів усунення "замикання" з традиційними формулюваннями МСЕ; 4) розроблено методику та алгоритм підвищення ефективності розв'язку системи лінійних рівнянь методом спряжених градієнтів шляхом використання цілочислової арифметики; 5) розроблено методику застосування об'єктно-орієнтованого підходу при програмній реалізації методу скінчених елементів (МСЕ); 6) от-

решено результати розв'язку нових задач розрахунку та раціонального проектування оболонкових конструкцій з урахуванням шаруватості, анізотропії матеріалу і нелінійних ефектів.

**Практична цінність** роботи полягає у: 1) розробці ефективних алгоритмів розрахунку і раціонального проектування оболонкових конструкцій на основі методу скінчених елементів (для якого реалізовані стержневі, балочні, пластинчаті, оболонкові, вісесиметричні та об'ємні елементи) та методу роздільного інтегрування; 2) реалізації розроблених алгоритмів у вигляді програмних комплексів для ЕОМ серій ЕС та IBM PC; 3) розв'язку ряду практично важливих задач для шпангоута з оболонками, зокрема, дослідження впливу параметрів конструкції і моделей деформування на контактну взаємодію з ложементом та характеристики рівномірних конструкцій. Створені методики та алгоритми використовуються при виконанні госпдогвірних та держбюджетних тем у лабораторії математодів МДТТ ДДУ. Методи та результати розв'язку задач можуть бути використані у розрахунковій практиці проектних організацій, що займаються відповідними дослідженнями.

**Вірогідність** отриманих результатів визначається: 1) коректністю постановок задач розрахунку та адекватністю прийнятих моделей реальному характеру деформування; 2) контролем практичної збіжності алгоритмів та точності обчислень; 3) збігом результатів розв'язаних задач з результатами, отриманими раніше, в окремих випадках; 4) відповідності результатів загальним якісним закономірностям, характерним для розглядаємих класів задач.

**На захист висунуто:** 1) методи розрахунку та раціонального проектування шпангоута з оболонками, які враховують шаруватість і анізотропію матеріалу; 2) методики частинної ортогона-

лізації функцій форми скінчених елементів та застосування цілочислової арифметики до розв'язку систем лінійних рівнянь; 3) класифікацію методик усунення "замикання"; 4) результати дослідження впливу різних факторів на контактну взаємодію шпангоута, з'єднаного з циліндричною оболонкою, та ложемета; 5) результати дослідження залежності рівномірних схем шпангоута, з'єднаного з пучком оболонок, від конфігурації конструкції, дискретності задоволення критеріїв і анізотропії матеріалу.

Особистий внесок дисертанта полягає у розробці числових алгоритмів розрахунку та раціонального проектування, їх реалізації на ЕОМ, проведенні розрахунків та аналізі отриманих результатів.

Апробація роботи. Результати дисертації доповідались на засіданнях кафедри обчислювальної механіки і міцності конструкцій Дніпропетровського держуніверситету, на IX-й Міжреспубліканській студентській конференції "Проблеми підвищення міцності елементів машинобудівних конструкцій" (Москва, 1991), III-й Міжнародній науковій конференції "Матеріали для будівельних конструкцій" (Мекіівка, 1994), семінарі відділу будівної механіки тонкостінних конструкцій Інституту механіки НАН України (Київ, 1995), семінарі "Оптимальне проектування конструкцій, машин та приладів" філіалу Наукової Ради НАН України по проблемі "Кібернетика" при Придніпровському науковому центрі (Дніпропетровськ, 1995), IV-й Міжнародній конференції з механіки неоднорідних структур (Тернопіль, 1995), III-му Міжнародному симпозиумі "Некласичні проблеми теорії тонкостінних елементів конструкцій та фізико-хімічної механіки композиційних матеріалів" (Івано-Франківськ, 1995), 51-й Міжнародній науково-технічній конференції "Стан та перспективи розвитку науки у БДПА" (Мінськ, 1995), на конференціях по підсумкам науко-

во-дослідної роботи ДДУ (1991-1996).

Публікації. Основні результати наукових досліджень опубліковано у /1-10/.

Структура й обсяг роботи. Дисертаційна робота сукупним обсягом 221 сторінок складається з вступу, чотирьох глав, заключення і додатку та містить 150 сторінок машинописного тексту, 35 малюнків, 16 таблиць і бібліографів з 279 найменувань.

#### ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовується актуальність теми досліджень, формулюється мета роботи, її наукова новизна та практична цінність, характеризується вірогідність отриманих результатів, приводиться короткий зміст роботи по главах.

Перша глава присвячена методам розрахунку шпангоута, з'єданого з пучком шаруватих анізотропних оболонок, який спирається на опірний пристрій - ложемент. У першому розділі глави приведені основні характеристики даної конструкції: шпангоут представляє собою кругове кільце з будь-якою формою поперечного перерізу; у якості оболонок можуть виступати циліндричні, конічні, сферичні, тороїдальні оболонки та круглі пластинки з товщиною, змінною у мерідиональному напрямку та розподіленою несиметрично відносно поверхні зведення (серединної поверхні). Шпангоут може бути навантаженим довільною комбінацією зусиль, а навантаження, прикладене до оболонок, вважається повільно змінючимся у круговому напрямку. Основне спрощення, яке можна зробити при розрахунку даної конструкції, складається у припущенні повільної змінюємості НДС оболонок в круговому напрямку; це стає можливим, якщо жорсткість шпангоута достатньо велика у порівнянні з жорсткістю оболонок.

Другий розділ глави містить огляд методів розрахунку, які

відносяться до групи "спеціалізованих" методів (метод варіаційних суперітерацій, метод Канторовича-Власова, метод рядів Фур'є).

У третьому розділі приводиться опис реалізованого методу розрахунку конструкції, називаємого у роботі методом роздільного (послідовного) інтегрування (MPI), у постановці, яка враховує шаруватість та анізотропію матеріалу оболонок. Згідно з цим методом, розрахунок конструкції проводиться у три етапи: 1) розв'язок системи рівнянь для кожної оболонки при заданих у якості параметрів переміщеннях і кутах повороту шпангоута та отримання жорсткостей оболонок у припущенні лінійної залежності реакцій оболонки від перемішень, кутів повороту та їх перших похідних; 2) отримання НДС шпангоута при заданих жорсткостях оболонок та жорсткості ложементів; 3) отримання НДС кожної оболонки при заданих переміщеннях та кутах повороту у місці з'єднання її з шпангоутом.

Для опису НДС оболонки використовуються рівняння моментної теорії оболонок обертання, основані на гіпотезах Кірхгофа-Лява:

$$\bar{r}_s = [F_0] \cdot \bar{r} + [F_1] \cdot \bar{r}_\phi + [F_2] \cdot \bar{r}_{\phi\phi} + \bar{r}_r, \quad (I)$$

де  $\bar{r} = \langle u \ v \ w \ \theta \ N \ R \ S \ M \rangle$  - вектор, який містить переміщення, кут повороту, нормальне, радіальне і зсувне зусилля та згинаючий момент у точці оболонки з меридіональною координатою  $s$  та круговою координатою  $\phi$ ;  $\bar{r}_r$  - складова від зовнішнього навантаження; матриці  $[F_0]$ ,  $[F_1]$  та  $[F_2]$  визначаються геометрією оболонки; комою означена похідна по відповідній координаті. У якості граничних умов по торцю, з'єднаному з шпангоутом, задані переміщення та кути повороту; на другому торці задані силиві або кінематичні умови.

Розв'язок рівняння (I) будується в ході ітераційного про-

цесу, в якому доданки, які містять похідні по круговій координаті, розглядаються як додаткове зовнішнє навантаження та уточнюються в ході ітерацій. У якості величин  $\bar{r}_\phi$  та  $\bar{r}_{\phi\phi}$  беруться відповідні похідні від рішення, отриманого на попередній ітерації (у ці величини увійдуть похідні від переміщень та кутів повороту шпангоута). Збіжність даного ітераційного процесу досліджувалась чисельно; обчислення показали, що при  $1/h^4 > 1000$  (де  $l$  - мінімальний момент інерції перерізу шпангоута,  $h$  - товщина оболонки) достатньо виконати дві ітерації.

У другій главі розглядаються різні аспекти застосування методу скінчених елементів до розрахунку шаруватих анізотропних оболонкових конструкцій з врахуванням фізичної та геометричної нелінійностей. В першому розділі глави характеризуються основні властивості МСЕ як "універсального" обчислювального методу; проводиться порівняльний аналіз варіантів цього методу (метод переміщень, метод зусиль, гібридний метод, структурний метод та метод рівноважних граничних елементів); дається короткий історичний огляд динаміки розвитку тонкостінних скінчених елементів та показується, що одними з найбільш простих і ефективних елементів цього класу є елементи, отримані "виродженням" об'ємного елемента на основі гіпотез Тимошенко.

В другому розділі глави описуються: загальна схема реалізованого алгоритму МСЕ, використані типи скінчених елементів (Серендіпові, лагранжеві та гетерозисні квадратичні ізопараметричні прямокутні елементи), схеми числового інтегрування (повна, скорочена та вибіркова), спосіб врахування шаруватості матеріалу (формулювання єдиних гіпотез для усього пакету шарів) та методика врахування фізичної і геометричної нелінійностей (упруго-пластична поведінка матеріалу описується на основі теорії течії та критерія Мізеса, узагальнених на випадок

анізотропного матеріалу, а наявність скінчених деформацій - на основі загальної формулювання Лагранжа).

В третьому розділі розглядається ряд додаткових аспектів застосування МСЕ. На основі порівняння кривих залежності похибки розв'язку тестових задач від числа ступенів вільності дискретної моделі показується, що використані у роботі квадратичні чотирикутні елементи являють собою достатньо вдалий вибір з точки зору зручності застосування та ефективності розрахунків. Після огляду методів розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь здійснюється порівняльний аналіз прямих та ітераційних методів. Описуються h-, p- та h-p- версії МСЕ та приводяться теоретичні оцінки похибки скінчено-елементного розв'язку. Викладено методику підвищення точності обчислення внутрішніх зусиль шляхом заміни чисельного диференцювання поля переміщень на його інтегрування на основі принципу віртуальних робіт.

У четвертому розділі глави описується запропонована методика часткової ортогоналізації функцій форми скінчених елементів 2-го та більш високого порядків, яка дозволяє покращити обумовленість їх матриць жорсткості та знизити кількість ненулевих елементів в них. Показується, що не всі з співвідношень

$$N_i(\xi_{1j}, \xi_{2j}, \xi_{3j}) = \delta_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (2)$$

(де  $N_i$  - функція форми i-го вузла,  $\xi_{kj}$  - k-я координата j-го вузла елемента,  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера), яким задовільняють традиційні функції форми, є реально необхідними для забезпечення сумісності скінченного елемента, а виникнувшу свободу можна використати для досягнення максимальної ортогональності функцій форми. Для трьохвузлового одновимірного квадратичного елемента, у якого стандартні функції форми мають вид

$$N_1(\xi) = -\xi + \xi^2/2, \quad N_2(\xi) = 1 - \xi^2, \quad N_3(\xi) = \xi + \xi^2/2, \quad (3)$$

побудовано 3 альтернативних набори цих функцій: "набір I"

$$N_1(\xi) = (1-\xi)/2, \quad N_2(\xi) = 1-\xi^2, \quad N_3(\xi) = (1+\xi)/2, \quad (4)$$

для якого виконується рівняння  $||N_{1,\xi} \cdot N_{2,\xi}|| = ||N_{3,\xi} \cdot N_{2,\xi}|| = 0$  (де під символом норми розуміється інтеграл по довжині скінченного елемента), "набір 2"

$$N_1(\xi) = (1 - 4\xi + 3\xi^2)/8, \quad N_2(\xi) = 1 - \xi^2, \quad (5)$$

$$N_3(\xi) = (1 + 4\xi + 3\xi^2)/8,$$

для якого  $||N_{1,\xi} \cdot N_{3,\xi}|| = ||N_{1,\xi} \cdot N_{2,\xi}|| = 0$ , та "набір 3"

$$N_1(\xi) = (-1 - 4\xi + 5\xi^2)/8, \quad N_2(\xi) = 1 - \xi^2, \quad (6)$$

$$N_3(\xi) = (-1 + 4\xi + 5\xi^2)/8,$$

для якого  $||N_{1,\xi} \cdot N_{2,\xi}|| = ||N_{2,\xi} \cdot N_{3,\xi}|| = 0$ . Функції форми для двовимірних та тривимірних прямокутних скінчених елементів будуються шляхом помноження одновимірних функцій.

Результати розрахунку шпангоута з оболонкою під зосередженою силою показали, що для даної конструкції оптимальним є набір "2", прискорюючи процес розрахунку до 2.5 разів. Для конструкцій, які складаються тільки з одновимірних елементів, оптимальним виявляється набір "1" (виграш тут рівен приблизно 1.3 рази).

У п'ятому розділі глави розглядаються засоби усунення явища "замикання" у тонкостінних "вироджених" скінчених елементах (такі як несумісні скінчені елементи, дискретні елементи Кірхгофа, гібридна схема, скорочене (вибіркове) інтегрування, р-версія МСЕ, моментна схема, підстановочні функції форми та метод зовнішніх скінчено-елементних апроксимацій). Пов'язані з цими методиками концепції, які пояснюють причини появи "замикання" та пропонують засоби його усунення, часто дуже відрізняються і інколи навіть протирічать один одному, що говорить про необхідність систематизації даних концепцій та створення їх єдиної класифікації.

На мал. 1 зображена побудована у дисертаційній роботі

класифікація підходів, які використовуються при формулюванні МСЕ, до якої включено як класичні варіанти цього методу, так і їх модифікації, призначені для усунення "замикання". За базову взята гібридна схема, побудована за допомогою методу Гальоркіна і названа тут "узагальненою" (у відміню від "стандартної" гібридної схеми, яка базується на змішаному варіаційному принципі). Лінії на мал. 1 ведуть від більш загального методу до більш часткового, причому безперервною лінією зображено прямі зв'язки, штриховою - непрямі, а штрихпунктирною лінією - прямі зв'язки, які мають місце при певних умовах. Запропонована класифікація дозволяє поширити теоретичні положення про збіжність та оцінки похибки, отримані для "класичних" варіантів МСЕ, на підходи, призначені для усунення "замикання".

Дослідження показали, що техніка скороченого інтегрування є частковим випадком "узагальненої" гібридної схеми МСЕ. Для того, щоб ця техніка могла розглядатися як частковий випадок "стандартної" гібридної схеми, а моментна схема МСЕ - "узагальненої" гібридної схеми, необхідно виконання ряду вимог: у загальному випадку можна сподіватися, що результати розрахунків, отримані на базі цих методик, будуть мати схожі властивості. Несумісні скінчені елементи та методики, які використовують підстановочні функції, можна звести до "стандартної" гібридної схеми непрямым образом: можна підібрати сумісні функції форми, "гібридне" рішення для яких співпадає з рішенням по методу переміщень, побудованому на несумісних функціях.

У шостому розділі розглядаються питання програмної реалізації МСЕ. Обговорюється процес розвитку методів створення комп'ютерних програм і дається характеристика однієї з найбільш перспективних концепцій - об'єктно-орієнтованого підходу (ООП); описується структура розробленої скінчено-елементної

програми (яка в термінах ООП називається ієрархією класів).

Викладається пропонуєма методика прискорення розв'язку системи рівнянь МСЕ методом спряжених градієнтів, побудована на нормалізації системи рівнянь та використанні арифметики з фіксованою крапкою (цілочислової арифметики). Основні положення, які обумовлюють ефективність цієї методики, складаються у тому, що швидкість виконання цілочислових обчислень як правило перевищує швидкість дійсних обчислень, причому навіть у персональних ЕОМ є можливість паралельної обробки цілочислових та дійсних даних. Оцінка ефективності даної методики проводилась на задачі розрахунку шпангоута з оболонков під зосередженою силою; для ЕОМ IBM 360/70 з 33 МГц прискорення досягало 1,35 раза, причому змінення алгоритму обчислень практично не впливало на отримувемі значення компонент НДС.

У табл. I подано сумарні дані щодо вплива різних удосконалень на час розв'язку системи рівнянь при розрахунку шпангоута с оболонкою. Перший рядок таблиці відповідає початковому варіанту розрахунку (без удосконалень), а наступні - розрахунку з включенням чергового удосконалення. Реалізовано такі методики: 1) нормалізація системи рівнянь, яка покращує її обумовленість; 2) усунення з матриці жорсткості елементів, менших ніж задане значення; 3) ручна оптимізація машинних команд у матричних операціях; 4) використання "покрашеного" набору функцій форми (набір "2"); 5) використання цілочислових обчислень при розв'язку системи. Перші дві методики були узяті з літератури, останні три розроблені автором.

У цьому розділі глави проводиться тестування реалізованих алгоритмів розрахунку та дослідження збіжності отриманих результатів. Для тришарової балки з углепластика, яка навантажена косинусоїдним тиском, результати скінчено-елементного

розрахунку порівнюються з рішенням по теорії пружності; добра точність обчислень була отримана при  $L/h > 4$  - для переміщень, та при  $L/h > 10$  - для напружень.

Для нескінченної анізотропної циліндричної оболонки під кільцевим навантаженням проведено розрахунки на базі МСЕ (область крайового ефекту розбивалася на 3-узлові вісесиметричні оболонкові елементи) та на основі МРІ; результати розрахунків порівнюються з аналітичними рішеннями для моделі Тимошенко. Обчислення проводились для тонкої одношарової оболонки з відношенням радіуса до товщини  $R/h = 1000$  та для товстої тришарової оболонки з  $R/h = 50$ ; при цьому навіть для "товстої" оболонки рішення Кірхгофа і Тимошенко відрізнялися суттєво лише навколо місця приложення навантаження. Отримано залежності похибки скінчено-елементного рішення від гущини розбиття сітки (дискретна модель містила від 1 до 1000 елементів); порядок збіжності результатів у цілому відповідає теоретичним оцінкам.

Наступна конструкція являє собою шпангоут двотаврового перерізу, з'єднаного з затиснутою по другому торцю циліндричною оболонкою та навантаженою зосередженою силою. Шпангоут розбивався на 3-узлові балочні, а оболонка - на 9-узлові Лагранжеві скінчені елементи. Обчислення, проведені на сітках різної гущини (сама густа сітка містила 48 скінчених елементів по меридіану оболонки, 24 елементи - по окружності й мала 23765 ступенів вільності) та на основі МРІ, порівнюються з результатами, отриманими заміною реакції оболонки на синусоїдний потік дотичних зусиль, а також з одержаними методом рядів Фур'є у припущенні безмоментності оболонки. При цьому значення параметрів НДС шпангоута, отримані на основі усіх методів, крім того, що використовує потік дотичних зусиль, виявились практично однаковими; для НДС оболонки отримано добре співпа-



Мал. 1

КОД розрахунку		$h_1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	$h_2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	$h_3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	$h_4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	$P_{\text{об}} \cdot \text{Н}$	$P_{\text{шп}} \cdot \text{Н}$	$P \cdot \text{Н}$
A	2F	0.51	0.43	0.19	0.31	3750	1920	5670
	F	0.53	0.48	0.19	0.34	4050	960	5010
	F/2	0.55	0.57	0.18	0.46	4700	480	5180
C1	2F	0.80	0.70	0.15	0.29	4170	1920	6090
	F	0.85	0.75	0.16	0.33	4550	960	5510
	F/2	1.05	1.01	0.16	0.49	5960	480	6440
C2	2F	0.20*	0.20*	0.36	0.55	3030	1920	4950
	F	0.20*	0.20*	0.34	0.53	2880	960	3840
	F/2	0.23	0.20	0.31	0.56	3250	480	3730

Табл. 1

ТИП удосконалення	час рішення системи	число ітерацій	час на ітерацію	прискорення до попередн.	прискорення до базового
базовий алгоритм	1ч1'32"	2805	0.77"		
нормалізація	10'05"	783	0.77"	6.10	6.10
усунення малих елементів	8'31"	786	0.65"	1.18	7.23
оптимізація матричних операцій	5'12"	785	0.39"	1.64	11.83
функції форми "2"	2'44"	450	0.36"	1.90	22.51
цілочислові обчислення	2'07"	456	0.27"	1.29	29.07

Табл. 2

діння результатів для МСЕ та МРІ. На базі отриманих результатів побудовано залежності похибки рішення від гущини сітки; як і було зазначено теоретично, у точці прикладення навантаження для прогину та поперечної сили у шпангоуті має місце надзвичайність (порядок зростання на одиницю більше).

Як приклад розрахунку з врахуванням фізичної та геометричної нелінійностей проведено розрахунок циліндричної панелі радіуса  $R = 7.62\text{м}$ , довжиною  $L = 15.24\text{м}$ , кутом піврозчину  $\alpha = 40^\circ$  і товщиною  $h = 0.0762\text{м}$ ; криволінійні краї панелі шарнірно оперті, прямолінійні - вільні. Модуль пружності матеріалу  $E = 21000\text{МПа}$ , коеф. Пуассона  $\nu = 0$ , напруження текучості  $\sigma_y = 4.2\text{МПа}$ ; панель навантажена вертикальним рівномірним розподіленим зусиллям  $p$ . Отримано діаграми деформування панелі для випадків пружної та пружно-пластичної поведінки та побудовано розподіл пластичних зон по верхній і нижній поверхням панелі при різних інтенсивностях навантаження, при наявності та відсутності геометричної нелінійності; отримано добре співпадіння з результатами інших авторів.

Для цієї ж конструкції проведено розрахунки, ілюструючи явище "замикання" (пов'язане з використанням повної схеми інтегрування), для різних значень товщини панелі ( $10 < R/h < 1000$ ). Отримані результати показують, що для тонкої панелі повне інтегрування приводить до значного перевищення жорсткості конструкції, особливо для грубого розбиття, а застосування скороченого інтегрування істотно покращує точність рішення.

У кінці сьомого розділу ілюструється застосування МСЕ до розрахунку товстих оболонок, вісесиметричних та масивних тіл. Приводяться рішення двох задач: розрахунку рулона тонкої штаби з врахуванням міжшарових проміжків при пружному і пружно-пластичному деформуванні, та розрахунку обтіску металевої за-

готовки фігурними валками.

Третя глава містить результати дослідження впливу конст-руктивних та технологічних факторів на контактну взаємодію си-лового шпангоута оболонки та ложементу. У першому розділі гла-ви описан алгоритм розв'язку контактної задачі, який полягає у проведимому в ході ітерацій прямому розрахунку конструкції (при якому ложемент розглядається як лінійна вінклерівська ос-нова з двобічним зчепленням), модифікації ділянок контакту та визначенні нових жорсткостей ложементу.

У другому розділі розглядаються питання адекватності ви-користання вінклерівської основи як моделі опірного пристрою. Розрахунки показують, що моделювання ложементу плоскою пласти-ною дозволяє врахувати дійсний характер спірання та оцінити ефекти, пов'язані з особливостями його конструкції. Для можли-вості заміни ложементу вінклерівською основою необхідно, щоб у місцях спіліска контактних зусиль ложемент був опертим.

У третьому розділі глави провадиться оцінка впливу на контактну взаємодію довжини і матеріалу оболонки, врахування поперечно-зсувних деформацій та дискретності прикріплення обо-лонки до шпангоуту.

Розглянемо конструкцію (мал. 2а) з радіусом шпангоута  $r = 0.8\text{ м}$ , моментом інерції  $I = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$ , довжиною оболонки  $L = 3.2 \text{ м}$ , товщиною  $h = 0.002 \text{ м}$ , шириною ложементу  $t = 0.023 \text{ м}$ , висотю  $H = 0.4 \text{ м}$ , модулями пружності і коэф. Пуассона шпангоута, обо-лонки та ложементу рівними  $E_{\text{ш}} = E_0 = E_{\text{л}} = 70000 \text{ МПа}$ ,  $\nu_{\text{ш}} = \nu_0 = \nu_{\text{л}} = 0.3$ , значенням зусилля  $P = 1 \text{ кН}$ ; оболонка прикріплена до шпангоута у окремих точках. На мал. 2б зображено отримані графіки контакт-ного тиску; біля кожної кривої проставлена кількість точок прикріплення (значок "∞" позначає з'єднання по усьому контуру, а значок "0" - відсутність з'єднання). Приведені графіки пока-

зують, що дискретність прикріплення оболонки до шпангоута зні-  
жає підкріплюючий вплив оболонки; у даної конструкції це при-  
кріплення можна прибіжно вважати суцільним, якщо воно забез-  
печено не менш ніж у 10 точках контура шпангоута.

У четвертій главі приведено результати раціонального про-  
ектування шпангоута, з'єданого з пучком оболонок. У першому  
розділі глави розглядаються переваги та вади рівномісних і оп-  
тимальних конструкцій. У другому розділі описується алгоритм  
отримання дискретно рівномісних конструкцій з врахуванням ша-  
руватості й анізотропії матеріалу (товщина оболонки вважається  
змінною по меридіану та постійною - у круговому напрямку).

В третьому розділі глави приведено результати пошуку рів-  
номісних схем для шпангоута, з'єданого з циліндричною оболон-  
кою та навантаженого зосередженою силою, а також для посудини,  
яка складається з циліндричної та сферичної оболонок і наван-  
тажена внутрішнім тиском. У четвертому розділі для шпангоута,  
з'єданого з кількома оболонками різного типу, проведено дос-  
лідження впливу кількості оболонок, ступеню оптимізації конст-  
рукції (пошук рівномісних або допускаємих проектів) та диск-  
ретності задоволення критеріїв рівномісності на характеристики  
рівномісних оболонок. У п'ятому розділі для аналогічної конст-  
рукції досліджується вплив жорсткості шпангоута та анізотропії  
матеріалу.

Розглянемо конструкцію, яка складається зі шпангоута та  
4-х оболонок обертання (мал. 3); навантаження дорівнюють  $P = 1$   
МН,  $q = 0.5$  МПа. Матеріал кільця та внутрішніх оболонок - АМІ'-  
6, а зовнішніх оболонок - або АМІ'-6 або тришаровий набір з  
товщиною заповнювача  $1.5 \cdot 10^{-2}$  м та несучими шарами з Е-скла. За  
момент інерції шпангоута обрали значення  $I_x = 2.5 \cdot 10^{-5}$ ,  $10^{-4}$  і  
 $4 \cdot 10^{-4}$  м<sup>4</sup>. Товщина основних ділянок оболонок 1 і 2 визначалась



з умови стійкості, а товщина оболонок 3 і 4 та ділянок крайових ефектів оболонок 1 і 2 - з умови міцності; конструктивне обмеження на товщину мало вид  $h \geq 2 \cdot 10^{-3}$  м.

У табл. 2 подано результати раціонального проектування. Код "А" відповідає випадку, коли оболонки 1 і 2 алюмінієві, код "С1" - з однонаправленого (вздовж меридіана), а код "С2" - з ортогонально армованого склопластика. Код "F" відноситься до розрахунку з шпангоутом нормальної жорсткості, код "2F" - підвищеної, а код "F/2" - зниженої жорсткості. Колонки  $h_1, h_2, h_3, h_4$  містять товщини основних ділянок рівномірних оболонок, колонка  $P_{OB}$  - сумарну вагу оболонок, колонка  $P_{шп}$  - вагу шпангоута, а колонка P - сумарну вагу конструкції. Зірочков позначено випадки, коли було активно конструктивне обмеження.

Мінімальна вага оболонок досягалася, як правило, при найбільш жорсткому шпангоуті, бо в цьому випадку навантаження передається на оболонки найбільш плавно. Проте врахування ваги шпангоута приводить до того, що найменша вага має місце для конструкції зі шпангоутом нормальної чи зниженої жорсткості.

У заключенні проведено узагальнення результатів та зроблено висновки по роботі.

У додатку приведено документи, які підтверджують використання результатів дисертаційної роботи.

#### ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. Побудовано узагальнення методу роздільного інтегрування, призначеного для розрахунку шпангоута, з'єднаного з пучком оболонок обертання, та методики пошуку рівномірних конструкцій на випадок шаруватого анізотропного матеріалу.

2. Розроблено методики покращення обумовленості матриць жорсткості скінчених елементів та прискорення розв'язку систе-

ми рівнянь МСЕ, які підвищують ефективність розрахунку.

3. Проведено огляд методик усунення "замикання" та встановлено зв'язки цих методик із стандартними варіантами МСЕ.

4. На основі об'єктно-орієнтованого підходу розроблено та налагоджено скінчено-елементний програмний комплекс, до якого включено різні удосконалення алгоритму.

5. Розв'язок тестових задач і порівняння з даними інших авторів свідчать про вірогідність результатів, отриманих за допомогою розроблених алгоритмів, та їх високу ефективність.

6. Розв'язано ряд нових задач розрахунку оболонкових конструкцій; досліджено деякі питання, пов'язані з розв'язком контактних задач та побудовою раціональних конструкцій.

Основний зміст дисертації опубліковано у роботах:

1. Бинкевич Е.В., Комаров А.А., Шинкаренко В.Б. Конечно-элементный анализ влияния различных факторов на контактное взаимодействие оболочки со шпангоутом и ложементом // Прикл. механика.- 1996.- 32, N 1.- С. 31-35

2. Mamuzich I., Binkevich I. V., Shynkarenko V. B. Application of finite element method to the analysis of coils of thin cold-rolled strip // Metalurgija.- 1995.- 34, N 4.- P. 151-153

3. Комаров А.А., Шинкаренко В.Б. Варианты построения базисных функций, порядок аппроксимации и точность конечно-элементного решения плоской упругой задачи.- в со. Методы решения прикладных задач механики деформируемого твердого тела.- Днепропетровск: ДГУ, 1992.- С. 59-69

4. Шинкаренко В.Б. Влияние конфигурации конструкции и степени дискретности удовлетворения критериев на характеристики равнопрочных проектов.- в со. Актуальные проблемы вычислительной механики и прочности конструкций.- Днепропетровск: ДГУ, 1995.- С. 101-106

5. Шинкаренко В.Б. Математическое обеспечение прочностных расчетов ложементов при наличии сжимаемых прокладок в зоне нагружения //Программа и тезисы докладов IX-й Межреспубликанской студенческой конференции "Проблемы повышения прочности машиностроительных конструкций". - М.: МВТУ, 1991. - С. 7

6. Шинкаренко В.Б. Влияние жесткости шпангоута и степени анизотропии материала на равнопрочные проекты оболочечных конструкций //Тезисы докладов III-й Международной научной конференции "Материалы для строительных конструкций". - Ч.1. - Днепропетровск: ШГАСА, 1994. - С. 148-149

7. Бинкевич Е.В., Комаров А.А., Шинкаренко В.Б. Вариант построения конечных элементов для расчета нелинейных анизотропных оболочечных конструкций //Материалы 51-й Международной научно-технической конференции "Состояние и перспективы развития науки в БГПА", в 8 ч. - Ч. 5. - Минск: БГПА, 1995. - С. 66-67

8. Комаров А.А., Шинкаренко В.Б. Адаптация программы дискретизации плоских областей на машинах серии ЕС. - Днепропетровск, 1990. - 70 с. - Деп. в ВИНТИ 20.12.90. - н 6336-В90

9. Комаров А.А., Шинкаренко В.Б. Интегральный учет повреждений в тонкостенных конструкциях. - Днепропетровск, 1995. - 14 с. - Деп. в ГНТБ Украины 03.01.95. - н 54-Ук95

10. Шинкаренко В.Б. Применение объектно-ориентированного подхода при программировании алгоритмов матричной алгебры. - Днепропетровск, 1995. - 9 с. - Деп. в ГНТБ Украины 03.01.95. - н 55-Ук95

Шинкаренко В.Б. Расчет и рациональное проектирование оболочечных конструкций с учетом анизотропии материала и нелинейных эффектов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.02.07 - механика деформируемого твердого тела. Запорожский государственный технический университет, Запорожье, 1996

Разработаны методики и алгоритмы расчета шпангоута, соединенного с пучком слоистых анизотропных оболочек вращения, основанные на раздельном интегрировании уравнений для каждого элемента конструкции. Применительно к расчету нелинейных оболочечных конструкций разработан вариант метода конечных элементов с частично ортогональными функциями формы. Проведен обзор способов устранения явления "запирания" и построена классификация, связывающая их с традиционными вариантами МКЭ.

Разработанные алгоритмы реализованы в виде компьютерных программ с использованием объектно-ориентированного подхода и оттестированы на примере расчета одномерных, двумерных и трехмерных конструкций.

Проведено исследование влияния конструктивных и технологических факторов на контактное взаимодействие шпангоута, соединенного с цилиндрической оболочкой, и лежмента. Исследована зависимость равнопрочных схем шпангоута с оболочками от конфигурации конструкции, дискретности удовлетворения критериев и анизотропии материала.

Результаты диссертационной работы использованы при выполнении хозяйственных и госбюджетных тем.

Ключові слова: оболочкова конструкція, метод скінчених елементів, контактна взаємодія, рівномірна конструкція.

445558

AB 34.479

# AB 34.479

Shynkarenko V. B. Analysis and rational design of shell structures taking into account material anisotropy and nonlinear effects. Thesis for the application of the Candidate of Technical Sciences degree on speciality 05.02.07 - Mechanics of Solids, Zaporozhsky State Technical University, Zaporozhye, 1996.

The methods and algorithms for the analysis of the ring joining laminar anisotropic shells of revolution are developed, which are based on the separate integration of the equations for each structural element. The variant of the finite element method with partly orthogonal shape functions is elaborated for the analysis of nonlinear shell structures. The review of the locking elimination techniques is performed and the classification, connecting them to the traditional variants of the FEM, is constructed.

The computer programs are realized using the object-oriented approach and tested for 1-D, 2-D and 3-D structures.

The investigation of influence of structural and technological factors on contact interaction of the ring joined to a cylindrical shell and the support device is performed. The dependence of the equistrength schemes of the ring joining shells on the structural configuration, material anisotropy and discreteness of satisfaction of criterions is investigated.

The results of the thesis are used in the work of the scientific laboratory.

*Shynkarenko V. B.*

Надп. до друку 09.04.96. Формат 60x84<sup>1</sup>/16 Папир друк. N 1  
Обсяг 1.0 умовн. друк. арк. Тираж 100 Зам. N 919.  
Типографія ДДУ

320625, Дніпропетровськ, вул. Квасова, 40