

АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ

На правах рукопису

Комяк Валентина Михайлівна

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕРЕГУЛЯРНОГО
РОЗМІЩЕННЯ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ У ОБЛАСТЯХ
ДОВІЛЬНОЇ ПРОСТОРОВОЇ ФОРМИ

05.13.02 - математичне моделювання у наукових
дослідженнях

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

В. Комяк

Харків - 1996



00759829 (/)

Дисертація є рукопис
Робота виконана у відділі _____
оптимального проектування Інституту проблем машинобудування
НАН України

Науковий консультант : член-кореспондент НАН України
доктор технічних наук, професор
Стоян Юрій Григорович

Офіційні опоненти : доктор фізико-математичних наук,
пр. зсор

Шевченко Олександр Миколайович
доктор технічних наук, професор
Петров Едуард Георгійович
доктор технічних наук, професор
Панішев Анатолій Васильович

Провідна установа - Дніпропетровський державний
університет (Мін-во освіти України,
м. Дніпропетровськ)

Захист відбудеться "22" 05 1996 р. о 14 год. в
ауд. №1112 на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 02.18.02
в Інституті проблем машинобудування НАН України за адресою:
310046, Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту
проблем машинобудування НАН України за адресою 310046, Харків,
вул. Дм. Пожарського, 2/10

Автореферат розісланий "19" 04 1996 р.

ЛННБ ім. В. Стефаника
АН України

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
Веретельник В.В.

Веретельник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ.

Актуальність роботи. Одним із основних напрямків науково-технічного прогресу є розробка нових базових технологій, що дозволяють підвищити ефективність використання ресурсів та знизити енерго- та матеріалоемкість виробництва. В умовах жорстких обмежень фінансових та енергетичних ресурсів у нашій країні створення таких технологій можливо при умовах розробки та впровадження математичних моделей та оптимізаційних методів, що дозволяють знаходити розв'язання на необхідному рівні оперативності та економічності. При створенні ресурсозберігаючих та безвідхідних технологій важлива роль відводиться задачі нерегулярного розміщення об'єктів, яка є математичною моделлю таких важливих практичних задач, як задачі розкриття промислових матеріалів, задачі раціонального використання відходів, задачі розміщення обладнання з урахуванням його центровки, задачі розміщення різногабаритних модулів на монтажних платах, задачі моделювання зернистих середовищ силучих матеріалів і т.ін.

Тому актуальними є питання розробки методології розв'язання задачі нерегулярного розміщення об'єктів у заданих областях, до яких можна звести великий клас практично необхідних задач.

Дисертаційна робота виконувалась у відділі математичного моделювання та оптимального проектування Інституту проблем машинобудування НАН України з 1980 р. по 1995 р. у відповідності до планів науково-дослідних робіт за програмами: ДКНТ (1992-1996рр.) (6.4.1 "Інтегровані комп'ютерні технології проектування" Д.Р. N 0193U020060, Д.Р. N 0193V020061); Президії АН УРСР (1981-1985 рр.) (1.12.12. "Проблеми теорії автоматизації проектування" Д.Р. N 01817013807); Президії АН УРСР (1986-1989 рр.) (1.13.5. "Застосування обчислювальної техніки у про-

цесах керування, проектування, наукових дослідженнях " Д.Р. N 01860049704); Президії НАН України (1990-1993 рр.) (1.12.5. "Проблеми автоматизації проектування технічних систем " Д.Р. N 01900009448).

Метов роботи є розробка методології математичного та комп'ютерного моделювання нерегулярного розміщення об'єктів у областях довільної просторової форми для створення нових технологій проектування та планування, що забезпечують раціональне використання сировини та ресурсів.

Основні завдання:

1. На основі аналізу існуючих методів формалізації головних обмежень задачі нерегулярного розміщення об'єктів розробити апарат формалізації умов неперетину об'єктів та умов їх розміщення у області для об'єктів та областей довільної просторової форми.
2. Виходячи з математичної моделі основної задачі нерегулярного розміщення об'єктів, аналізу існуючих методів розв'язання задач класу, що розглядається, розробити методологію розв'язання основної задачі. На основі запропонованих методів створити алгоритмічне та програмне забезпечення класу задач нерегулярного розміщення об'єктів у областях довільної просторової форми.
3. Проаналізувати методи та алгоритми з точки зору обчислювальної складності та стійкості до накопичуваних обчислювальних похибок.
4. Розробити проблемно-орієнтовані математичні моделі задач геометричного проектування та провести їх дослідження. Провести дослідження особливостей оптимізаційних методів та алгоритмів розв'язання задач нерегулярного розміщення об'єктів у реальних умовах впровадження.

Основні нові наукові результати, що виносяться на захист.

1. Математичний апарат формалізації умов розміщення об'єктів у областях довільної просторової форми у R^2 , що ґрунтується на понятті годографа вектор-функції щільного розміщення (г.ф.щ.р) об'єкта та області. Засоби побудови г.ф.щ.р об'єкта та області, нові властивості г.ф.щ.р.

2. Методологія розв'язання основної задачі нерегулярного розміщення, що ґрунтується на комплексному застосуванні наближених та точних методів:

- модифікованого методу послідовної статистичної оптимізації, що ґрунтується на апроксимуючих процедурах;
- методів та апроксимуючих процедур моделювання розміщення об'єктів довільної просторової форми у заданих областях;
- точного методу пошуку глобального екстремуму.

3. Алгоритмічне забезпечення класу задач нерегулярного розміщення з:

- оцінками обчислювальної складності алгоритмів;
- оцінками на стійкість до накопичуваних обчислювальних похибок.

4. Програмне забезпечення розв'язання задач нерегулярного розміщення об'єктів у областях довільної просторової форми.

5. Проблемно-орієнтовані математичні моделі задач геометричного проектування, їхні особливості, математичне та комп'ютерне забезпечення.

Методи дослідження. Математичне моделювання, математичні методи геометричного проектування, нелінійне програмування, комбінаторна оптимізація, математична статистика, методи обчислювальної геометрії, дослідження операцій.

Теоретична цінність роботи. Математичний апарат формалі-

зації умов розміщення у областях довільної просторової форми, методологія розв'язання основної задачі нерегулярного розміщення для об'єктів та областей довільної просторової форми, алгоритмічне забезпечення з теоретичними оцінками трудомісткості та стійкості до накопичуваних обчислювальних похибок запропоновано вперше. Ці результати мають важливе значення для розвитку теорії та практики геометричного проектування.

Практичне значення роботи. Сукупність розроблених математичних моделей, методів, алгоритмів та програмних комплексів може використовуватись як оптимізаційне ядро в системах автоматизованого проектування карт розкрою промислових матеріалів, проектування друкованих монтажних плат, відсіків транспортних засобів, генеральних планів промислових підприємств.

Розроблені методи стосовно до задач моделювання зернистих середовищ дозволяють зменшити обсяги багатоконтурного фізичного моделювання. Математичне, алгоритмічне та програмне забезпечення класу задач нерегулярного розміщення об'єктів може використовуватись у наукових дослідженнях для формалізації умов розміщення у областях довільної просторової форми, для одержання оцінок та початкових точок для точних методів розв'язання.

Окремі алгоритми та програми можуть бути використані при обробці інформації у екологічних задачах та задачах моніторингу Землі.

Реалізація та впровадження. Розроблені методи, алгоритми та програмні комплекси впроваджені у ряді установ різних галузей народного господарства при розробці систем автоматизованого проектування схем розкрою листових та рулонних матеріалів (Вольський автомобільний завод, (1983-1985рр.)), карт розкрою трикутних виробів (ПКБ автоматизованих систем керування

текстильної промисловості РРФСР, 1984 р.), при створенні САПР об'єктів будівництва (п/с М-5588, 1987 р.) з економічним ефектом 758,2 тис. крб. (у цінах 1987 р),

Математичне та програмне забезпечення задачі нерегулярного розміщення опуклих об'єктів у прямокутних областях використано в Інституті геотехнічної механіки АН України при моделюванні структури сипучих матеріалів в умовах вібрацій (1987р.). Моделі, методи та алгоритми задачі нерегулярного розміщення в смузї мінімальної довжини з урахуванням обмежень, характерних для швейної промисловості, впроваджені в учбовий процес Державної академії легкої промисловості України у 1995 р.

Апробація роботи Основні результати дисертації доповідались та обговорювались на: республіканській конференції "Обчислювальна математика у сучасному науково - технічному прогресі" (Київ, 1982 р.); всесоюзному науково-практичному семінарі "Застосовні аспекти керування складними системами (Кемерово, 1982 р.); всесоюзній конференції "Автоматизація технологічного проектування" (Пенза, 1985 р.); II та III всесоюзних конференціях "Методи та засоби обробки складної графічної інформації" (Горький, 1985, 1988 рр.); всесоюзній конференції "Застосування випадкового пошуку при розв'язанні застосовних задач" (Кемерово, 1985 р.); всесоюзній конференції "Математичне забезпечення раціонального розкром у системах автоматизованого проектування" (Уфа, 1987 р.); всесоюзній конференції "Автоматизація проектування в машинобудуванні та приладобудуванні" (Рига, 1988 р.); міжнародній школі "Проектування автоматизованих систем контролю та керування складними об'єктами" (Туапсе, 1992 р.); семінарі "Математичні методи геометричного проектування" (Харків, 1991-1995 рр.) при науковій раді по проблемі

"Кібернетика" Національної академії наук України.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 30 робіт, в тому числі 1 монографія, 11 статей, 1 депонований рукопис, 7 препринтів, 10 тез доповідей.

Особистий внесок. Усі результати дисертаційної роботи отримано за особистою участю автора. У працях, написаних у співавторстві дисертанту належать: [1] - апарат формалізації геометричних обмежень для об'єктів та областей довільної просторової форми, способи побудови г.ф.щ.р. об'єкта та області, нові властивості г.ф.щ.р., методологія розв'язання задачі нерегулярного розміщення об'єктів у областях довільної просторової форми, [3,4,5,12] - проблемно - орієнтовані математичні моделі, методи моделювання розміщення об'єктів, [2,7,11] - алгоритмічне забезпечення класу задач, що розглядається.

Структура роботи. Дисертація складається із вступу, 6 розділів, висновку і містить 268 сторінок основного тексту, 82 малюнки, 17 таблиць, список використаних джерел з 158 найменувань та додатку, де розміщені акти впровадження результатів, на 109 сторінці, усього - 377 сторінок.

ЗМІСТ РОБОТИ.

У першому розділі "Постановка задачі нерегулярного розміщення геометричних об'єктів у заданій області у R^2 " на основі аналізу застосовних задач розміщення та проектування показана необхідність побудови загальної моделі нерегулярного розміщення об'єктів у областях довільної просторової форми, поставлено основну оптимізаційну задачу та досліджені її особливості.

Сформульована змістовна постановка основної оптимізаційної задачі нерегулярного розміщення геометричних об'єктів, яка полягає ось в чому. Маємо певну кількість плоских геометричних

об'єктів S_1 ($i=1, \dots, n$) та область розміщення S_0 . Необхідно об'єкти S_1 ($i=1, \dots, n$) розмістити у області S_0 за умов виконання заданих обмежень таким чином, щоб критерій якості приймав екстремальне значення.

Побудована математична модель цієї задачі, яка включає в себе: модель реальних об'єктів та областей розміщення, формалізацію обмежень, аналітичне подання критерію якості розміщення.

Моделями реальних об'єктів та областей обрані геометричні об'єкти (φ -об'єкти), що являють собою клас точкових множин, які відповідають спеціальним вимогам. Кожний геометричний об'єкт характеризується геометричною інформацією: просторовою формою $\{S\}$, метричними характеристиками $\{M\}$, положенням у R^2 $\{V\} = \{x, y, \theta\}$. У даній роботі розглядаються об'єкти та області, що мають просторову форму многокутників, як опуклих, так і неопуклих, які відрізняються своїм гомотопічним типом: однозв'язні, многозв'язні, незв'язні. Метричні характеристики (значення координат вершин, площа і т. ін.) дозволяють відрізнити один геометричний об'єкт від іншого. Параметри $\{V\}$, що характеризують положення об'єкта в просторі, називаються параметрами розміщення об'єкта. У даній роботі розглядається такий клас об'єктів та областей, які можна характеризувати сталими компонентами $\{S\}$, $\{M\}$ та змінною $\{V\}$, до того ж можливі лише афінні перетворення компоненти $\{V\}$ типу трансляції та повороту.

Критерій якості розміщення може мати різний фізичний зміст, однак він залежить від компоненти геометричної інформації, яка являє собою вектор параметрів розміщення $u(V_1, V_2, \dots, V_n)$. Таким чином, функцію мети $\alpha(u)$ основної задачі нерегулярного розміщення геометричних об'єктів можна подати як $\alpha(u) = \alpha(V_1, \dots, V_1, \dots, V_n)$.

Основними обмеженнями задачі є: умови взаємного неперетину об'єктів та умови розміщення у області. Просторова форма об'єкта S_1 задається у вигляді: $(S_1) = (s_{11}, \dots, s_{1k_1}, s_{21}, \dots,$

$$s_{2k_2}, \dots, s_{g1}, \dots, s_{gq}, \dots, s_{gk_g}, \dots, s_{10}, \dots, s_{1k_1}),$$

де l_1 - число компонент зв'язності S_1 -го об'єкта, k_g - число компонент лінійної зв'язності g -ї компоненти межі об'єкта S_1 .

Аналогічно задається просторова форма області S_0 :

$$(S_0) = (s_{11}^0, \dots, s_{1m_1}^0, s_{21}^0, \dots, s_{2m_2}^0, \dots, s_{k1}^0, \dots, s_{kp}^0, \dots, s_{km_k}^0, \dots, s_{10}^0, \dots, s_{10m_{10}}^0).$$

Умови взаємного неперетину об'єктів S_1 та S_j з урахуванням мінімальної заданої відстані r_{1j} можна подати за допомогою теоретико-множинних операцій:

$$\text{int} \left(\bigcup_{g=1}^{l_1} \left((S_g^1(V_1) \ominus \frac{r_{1j}}{2} B) \setminus \bigcup_{q=1}^{k_g} (S_{gq}^k(V_1) \ominus \frac{r_{1j}}{2} B) \right) \right) \cap \quad (1)$$

$$\text{int} \left(\bigcup_{r=1}^{l_j} \left((S_r^j(V_j) \ominus \frac{r_{1j}}{2} B) \setminus \bigcup_{p=1}^{k_r} (S_{rp}^j(V_j) \ominus \frac{r_{1j}}{2} B) \right) \right) = \emptyset,$$

де B - коло одиничного радіуса з центром у нулі простору R^2 , \oplus , \ominus - символи операцій суми та різниці Мінковського, $\text{int}(\cdot)$ - множина внутрішніх точок точкової множини (\cdot) .

Умови розміщення об'єкта S_1 у області S_0 з урахуванням мінімальної заданої відстані r_{10} запишуться у вигляді:

$$\text{int} \left(\bigcup_{g=1}^{l_1} \left((S_g^1(V_1) \ominus \frac{r_{10}}{2} B) \setminus \bigcup_{q=1}^{k_g} (S_{gq}^k(V_1) \ominus \frac{r_{10}}{2} B) \right) \right) \cap \quad (2)$$

$$\text{int} \left(\bigcup_{k=1}^{l_0} \left((S_k^0 \ominus \frac{r_{10}}{2} B) \setminus \bigcup_{p=1}^{m_k} (S_{kp}^0 \ominus \frac{r_{10}}{2} B) \right) \right) =$$

$$\text{int} \left(\bigcup_{g=1}^{l_1} \left((S_g^1(V_1) \ominus \frac{r_{10}}{2} B) \setminus \bigcup_{q=1}^{k_g} (S_{gq}^k(V_1) \ominus \frac{r_{10}}{2} B) \right) \right).$$

Математична постановка основної оптимізаційної задачі

нерегулярного розміщення геометричних об'єктів може бути сформульована таким чином.

Визначити вектор $u^* = (v_1^*, \dots, v_1^*, \dots, v_n^*)$, за якого

$$z(u^*) = \text{extr}_{u \in W} z(u), \quad (3)$$

де W - область припустимих розв'язків, що описується системою нерівностей

$$\Phi_{ij}(v_i, v_j) \geq \gamma_{ij}, \quad i > j = 1, 2, \dots, n-1, 1 \leq n; \quad (4)$$

$$\Phi_{i0}(v_i) \geq \gamma_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (5)$$

$$\Phi_t(v_i) \geq 0, \quad t = 1, 2, \dots, r, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

де $\Phi_{ij}(\dots)$ - Φ -функція об'єктів S_i та S_j , що запропонована у роботах Ю.Г.Стояна, 1 описує умову (1), $\Phi_{i0}(\dots)$ - Φ -функція об'єкта S_i та області S_0 , що описує умову (2), $\Phi_t(\dots)$ - Φ -функція, що описує технологічні обмеження задачі, які виникають додатково.

Наведена математична постановка задачі у термінах геометричного проектування як відображення геометричної інформації.

На основі проведеного аналізу задачі (3)-(6) робиться висновок, що вона належить до типу нелінійних, багатоекстремальних задач математичного програмування з великим числом $nlk^*(nlk^*+1)/2+rn$, де $l = \max(l_g, l_k)$, $k^* = \max(k_g, m_k)$ нерівностей-обмежень, що зв'язують $3n$ змінних. Досліджується область припустимих розв'язків W для незв'язних об'єктів та областей, що розглядаються у роботі. Показано, що вона є замкненою, обмеженою, незв'язною, кожна компонента якої може бути багатозв'язною та неопуклою. Використання відомих математичних методів для точного розв'язання задачі, що розглядається, можливе лише за її малої вимірності та при простій просторовій формі об'єктів. Наближені методи, що базуються на способі побудови Φ -функцій за допомогою апарату г.ф.щ.р. об'єктів, дозволяють провести розміщення неопуклих об'єктів у прямокутних областях.

Виходячи з особливостей задачі та існуючих методів розв'язання у роботі запропонована методологія розв'язання основної задачі нерегулярного розміщення геометричних об'єктів, яка ґрунтується на комплексному використанні наближених та точних методів розв'язання. Наближені методи локальної та глобальної оптимізації, що пропонуються у роботі, ґрунтуються на апроксимуючих процедурах, які дозволяють значно зменшити обсяг геометричної інформації, що відображується при оптимізації. Ці методи базуються на математичному апараті г.ф.щ.р. об'єкта та області, що є основою моделювання розміщення у областях довільної просторової форми. Для ряду задач даного класу, для яких характерна наявність жорстких обмежень (6), розроблені точні методи оптимізації.

У другому розділі - "Побудова області припустимих значень параметрів розміщення об'єктів. Теорія годографів вектор-функції щільного розміщення (г.ф.щ.р.)"- викладаються основні положення математичного апарату, що дозволяє описувати умови взаємного неперетину та умови розміщення у області; досліджуються його конструктивні властивості; розглядаються засоби його побудови для різних класів об'єктів та областей, а також питання формалізації основних обмежень задачі.

Наводиться означення Φ -функції пари об'єктів S_i та S_j як всюди визначеної функції у R^4 , що зв'язує параметри розміщення об'єктів та володіє такою характеристичною властивістю

$$\Phi_{ij}(v_i, v_j) \geq 0, \text{ якщо } clS_i(v_i) \cap clS_j(v_j) = \emptyset,$$

$$\Phi_{ij}(v_i, v_j) = 0, \text{ якщо } clS_i(v_i) \cap clS_j(v_j) \neq \emptyset,$$

$$intS_i(v_i) \cap intS_j(v_j) = \emptyset,$$

$$\Phi_{ij}(v_i, v_j) < 0, \text{ якщо } intS_i(v_i) \cap intS_j(v_j) \neq \emptyset.$$

де $cl(\cdot)$ - замикання точкової множини (\cdot) .

Розглянуті питання одержання аналітичного запису Φ - функції. Показано, що для побудови Φ - функції об'єкти та області повинні відбиратися з належних класів, що припускають гладкість їхніх меж. Для класу об'єктів та областей, що розглядається у роботі, спосіб побудови Φ - функції базується на її властивості: Φ - поверхня Φ - функції об'єктів є г.ф.щ.р. об'єктів, а Φ - поверхня Φ - функції об'єкта та області - г.ф.щ.р. об'єкта та області.

Наводиться поняття г.ф.щ.р. об'єктів S_1 та S_2 , що запропоновано у роботах Ю.Г.Стояна та М.І.Гіля як годографа вектора, що з'єднує полюси O_1 та O_2 щільно розташованих об'єктів S_1 та S_2 (найкоротша відстань між якими дорівнює заданій величині). У геометричній інтерпретації г.ф.щ.р. об'єктів є геометричним місцем розташування полюса об'єкта S_2 при його трансляції відносно об'єкта S_1 при виконанні умов

$$\begin{cases} \text{cl}S_1(V_1) \cap \text{cl}S_2(V_2) \neq \emptyset, \\ \text{Int}S_1(V_1) \cap \text{Int}S_2(V_2) = \emptyset. \end{cases} \quad (7)$$

При фіксованих значеннях V_1^* г.ф.щ.р. являє собою поверхню у тривимірному просторі або лінію на площині, якщо $\theta_2 = \text{const}$.

Розглядається поняття г.ф.щ.р. об'єкта S_2 та області S_1^0 як годографа вектора, що з'єднує полюси O_0 і O_2 області та об'єкта, щільно розташованого у ній (об'єкт належить області, а найкоротша відстань між межами об'єкта та області дорівнює заданій величині). У геометричній інтерпретації г.ф.щ.р. об'єкта S_2 та області S_1^0 є геометричним місцем розташування полюса O_2 об'єкта S_2 при його трансляції у області S_1^0 при виконанні умов

$$\begin{cases} \text{cl}S_2(V_2) \cap \text{cl}S_1^0 \neq \emptyset, \\ \text{Int}S_2(V_2) \cap S_1^0 = \text{Int}S_2(V_2). \end{cases} \quad (8)$$

Наведені властивості г.ф.щ.р. об'єктів, а також г.ф.щ.р.

об'єкта та області. Для формалізації основних обмежень задачі та наступного їх чисельного моделювання на ЕОМ розробляються способи побудови г.ф.щ.р. об'єктів, об'єкта та області, а також досліджуються їх конструктивні властивості.

Пропонується спосіб побудови г.ф.щ.р. неопуклих однозв'язних багатокутних геометричних об'єктів S_1 та S_2 , доводяться твердження, згідно з якими запропонований спосіб формує множину точок, яка належить множині г.ф.щ.р.. Нехай багатокутний об'єкт S_1 задано координатами вершин $A_i(x_i, y_i)$ ($i=1, \dots, n_1$) відносно нерухомої системи координат xO_1y , а об'єкт S_2 - координатами вершин $B_j(x'_j, y'_j)$ ($j=1, \dots, n_2$) відносно рухомої системи координат xO_2y . Напрямок обходу між багатокутників S_1 та S_2 виберем проти ходу годинникової стрілки. Необхідно побудувати г.ф.щ.р. γ об'єктів S_1 та S_2 .

Множина γ може містити у собі декілька компонент лінійної зв'язності - зовнішню та множину внутрішніх

$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_{11} \cup \gamma_{12} \cup \dots \cup \gamma_{1k}.$$

Пропонується такий спосіб побудови г.ф.щ.р. об'єктів S_1 та S_2 . Формується множина γ напрямлених відрізків \vec{C}_{ij} , яка є геометричним місцем положень полюса O_2 при трансляції:

а) кожної опуклої вершини B_j багатокутника S_2 по стороні $A_i A_{i+1}$ багатокутника S_1 , для яких виконуються вимоги

$$\varphi_i(x'_{j-1}, y'_{j-1}) < 0, \quad \varphi_i(x'_{j+1}, y'_{j+1}) < 0, \quad (8)$$

де $\varphi_i(x'_{j-1}, y'_{j-1}) = (y'_{j-1} - y_i)(x_{i+1} - x_i) - (x'_{j-1} - x_i)(y_{i+1} - y_i)$ - відхилення вершини B_{j-1} від прямої, що проходить через точки A_i, A_{i+1} ;

б) сторони $B_j B_{j+1}$ по опуклій вершині A_i , для яких виконуються вимоги

$$\varphi_j(x_{i-1}, y_{i-1}) < 0, \quad \varphi_j(x_{i+1}, y_{i+1}) < 0, \quad (9)$$

в) сторони $B_j B_{j+1}$ по стороні $A_i A_{i+1}$ при виконанні вимоги

$$\varphi_1(x'_{j+1}, y'_{j+1}) = 0, \varphi_1(x'_{j-1}, y'_{j-1}) < 0, \varphi_1(x'_{j+2}, y'_{j+2}) < 0. \quad (10)$$

Позначимо множину векторів $\{C_{ij}\}$ через $\{C_1(C_1, C_{1+i})\}$, де C_1 - початок, а C_{1+i} - кінець вектора C_1 . Визначимо сторони та вершини об'єктів S_1 та S_2 , що належать їх опуклим оболонкам. Позначимо їх таким чином: $\{A_i A_{i+1}\}_V, \{A_i\}_V, \{B_j, B_{j+1}\}_V, \{B_j\}_V$.

В роботі доведено ряд тверджень:

Твердження 2.1. Множина векторів, що утворилися при трансляції вершин $\{B_j\}_V$ по відповідних (з урахуванням вимог (8)) сторонах $\{A_i A_{i+1}\}_V$ та сторін $\{B_j, B_{j+1}\}_V$ по вершинах $\{A_i\}_V$ з виконанням (9) належить до множини векторів г.ф.щ.р.

Твердження 2.2. Якщо вектор $\vec{C}_1(C_1, C_{1+i}) \in \gamma'$ і має з векторами з множини γ' тільки ті точки перетину, що співпадають з кінцями цього вектора, і в точці C_1 виконуються умови (7), то всі точки вектора \vec{C}_1 належать г.ф.щ.р.

Твердження 2.3. Якщо вектор $\vec{C}_1(C_1, C_{1+i})$ перетинають деякі вектори $\vec{C}_j, \vec{C}_k, \vec{C}_p$ відповідно у точках C_{1j}, C_{1k}, C_{1p} і точка C_1 є точка г.ф.щ.р., то вектор $\vec{C}_1(C_1, C_{1j})$ належить г.ф.щ.р., де C_{1j} - найближча до точки C_1 точка перетину.

Твердження 2.4. Якщо із точки C_{1+i} (кінця вектора \vec{C}_1), у якій виконуються умови (7), виходять кілька векторів $\vec{C}_{1+i}^i(C_{1+i}, C_{1+i+1}^i), \vec{C}_{1+i}^{i+1}(C_{1+i}, C_{1+i+2}^i), \vec{C}_{1+i}^{i+2}(C_{1+i}, C_{1+i+2}^i), \dots \in \gamma'$, які утворюють з вектором \vec{C}_1 відповідні кути $\alpha_{1+i}^i, \alpha_{1+i}^{i+1}, \alpha_{1+i}^{i+2}$. то вектор, що належить г.ф.щ.р., має напрямок, який співпадає з вектором \vec{C}_{1+i}^i , що має найменший кут α_{1+i}^i .

На підставі тверджень (2.1-2.4) формується множина γ_1' , що утворює певний контур.

Твердження 2.5. Множина γ_1' співпадає з множиною векторів γ_1 , що утворюють зовнішню компоненту лінійної зв'язності г.ф.щ.р.

Розглянемо випадок, коли S_1 та S_2 - однозв'язні, з їх

г.ф.щ.р. може бути многозв'язним. Для зовнішнього контура г.ф.щ.р. доведене твердження 2.5, а для внутрішніх пропонується такий підхід до їх побудови. Припустимо, що існує точка C_1 , яка належить г.ф.щ.р. і знаходиться усередині області, котра обмежена зовнішнім контуром г.ф.щ.р. Нехай ця точка є вершиною контура г.ф.щ.р., у якій перетинаються два або більше векторів, для яких $\int_1 \text{int} P_1 \neq 0$, де P_1 - півплощина, для довільної точки якої (x, y) виконується умова $\varphi_1(x, y) < 0$. З точки C_1 по викладеному вище способу формується замкнений контур, що складається з множини векторів. Ці вектори позначимо як множину γ_{11} . В цьому випадку вірне твердження 2.6.

Твердження 2.6. Якщо існує точка $C_1 \in \gamma$, з якої починається формування замкненого контура, що має напрямок обходу по ходу годинникової стрілки, то множина γ_{11} належить множині γ .

Запропоновано способи побудови г.ф.щ.р. однозв'язних неопуклих геометричних об'єктів та областей. Доводяться твердження, згідно з якими запропоновані способи формують множину точок, що належать множині г.ф.щ.р. об'єкта та області.

Нехай S_1^0 - довільна одностов'язна многогокутна область, яка має фіксовані параметри розміщення $S_1^0(x_1^*, y_1^*)$. Область S_1^0 задана координатами вершин $A_1(x_1, y_1) (i=1, \dots, m_1)$ відносно нерухомої системи координат xO_1y . Напрямок обходу межі області вибрано по ходу годинникової стрілки. Об'єкт S_2 може припускати довільні трансляції у області S_1^0 . Необхідно визначити та побудувати г.ф.щ.р. γ_0 об'єкта S_2 та області S_1^0 .

Один із способів побудови г.ф.щ.р. об'єкта та області, що пропонується, засновано на твердженнях 2.1-2.4.

Припустимо, що існує точка C_1 , яка належить г.ф.щ.р. об'єкта S_2 та області S_1^0 . З цієї точки, згідно з твердженнями

2.1-2.4, формується замкнений контур, що складається з множини векторів. Позначимо його γ_0'' . В цьому випадку слушне

Твердження 2.7. Якщо існує точка $C_1 \in \gamma_0$, яка є початком замкненого контуру γ_0'' , що має напрямок обходу по ходу годинникової стрілки, то множина γ_0'' належить множині γ_0 .

Другий спосіб побудови г.ф.щ.р. об'єкта та області полягає ось у чому.

Розглянемо об'єкт $\Sigma = P \setminus S_1^0$, де P - довільна однозв'язна область, така, що $P = S_1^0$. Поділимо об'єкт Σ на два довільних однозв'язних об'єкти Σ_1 та Σ_2 таким чином, щоб $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$, $\text{int} \Sigma_1 \cap \text{int} \Sigma_2 = \emptyset$. Нехай γ_1^0 - г.ф.щ.р. об'єктів S_2 та Σ_1 , а γ_2^0 - г.ф.щ.р. об'єктів S_2 та Σ_2 .

Доводиться таке твердження та його висновок

Твердження 2.8. Межа області $\Gamma = \Gamma_1^0 \cup \Gamma_2^0$ є г.ф.щ.р. об'єктів S_2 та Σ , де Γ_j^0 - така область, межа γ_j^0 якої є г.ф.щ.р. об'єктів S_2 та Σ_j ($j=1,2$).

Висновок. Згідно з (8) внутрішні компоненти межі області Γ є г.ф.щ.р. об'єкта S_2 та області S_1^0 .

Доводяться твердження, які є основою способів побудови г.ф.щ.р. усього класу багатокутних об'єктів та областей.

Твердження 2.9. Якщо об'єкти $S_1 = S_{11} \setminus \bigcup_{p=2}^{k_1} \text{int} S_{1p}$ та $S_2 = S_{21} \setminus \bigcup_{q=2}^{k_2} \text{int} S_{2q}$ - многозв'язні, то г.ф.щ.р. цих об'єктів є або межою області $\Gamma_{12} = \Gamma \setminus \bigcup_{p=2}^{k_1} \Gamma_{op}$, або межою області $\Gamma_{12} = \Gamma \setminus \bigcup_{q=2}^{k_2} \Gamma_{oq}$, де Γ - область, межою якої є г.ф.щ.р. об'єктів S_{11} та S_{21} , Γ_{op} - область, межою якої є г.ф.щ.р. об'єкта S_{21} та області S_{1p} , а Γ_{oq} - область, межою якої є г.ф.щ.р. об'єкта S_{11} та області S_{2q} .

Твердження 2.10. Якщо $S_1 = \bigcup_{g=1}^{l_1} S_{gp}^1$ та $S_2 = \bigcup_{r=1}^{l_2} S_{rq}^2$ - незв'язні

об'єкти, то г.ф.щ.р. об'єктів S_1 та S_2 є межа областей $\Gamma_{12}^* = \bigcup_{g=1}^{l_2} \bigcup_{g=1}^{l_1} \Gamma_{12}^{g\Gamma}$, де $\Gamma_{12}^{g\Gamma}$ є область, межою якої є г.ф.щ.р. многозв'язних об'єктів S_{gp}^1 ($p=1, \dots, k_g$) та S_{gq}^2 ($q=1, \dots, k_r$).

Твердження 2.11. Якщо область S_1^0 - однозв'язна, а об'єкт $S_2 = S_{21} \setminus \bigcup_{q=2}^{k_2} \text{int } S_{2q}$ - многозв'язний, то г.ф.щ.р. об'єкта S_2 та області S_1^0 є межою області Γ_0 , тобто співпадає з г.ф.щ.р. для відповідних однозв'язних об'єкта та області.

Твердження 2.12 Якщо область S_1^0 - однозв'язна, а об'єкт $S_2 = \bigcup_{r=1}^{l_2} S_{rq}^2$ - незв'язний, то г.ф.щ.р. об'єкта S_2 та області S_1^0 є межою області $\Gamma_0^{**} = \bigcup_{r=1}^{l_2} \Gamma_{0r}$, де Γ_{0r} - область, межою якої є г.ф.щ.р. об'єкта S_{rq}^2 та області S_1^0 .

Нехай область $S_0 = S_1^0 \setminus \bigcup_{g=1}^{l_1} \text{int } S_{gp}^1$ - многозв'язна, де S_1^0 - однозв'язна, S_{gp}^1 ($p=1, \dots, k_g$) - у загальному випадку - многозв'язна.

Твердження 2.13. Якщо область S_0 - многозв'язна, а об'єкт S_2 - незв'язний, то г.ф.щ.р. об'єкта S_2 та області S_0 може бути зображений як межа області $\Gamma_0^{***} = \Gamma_0^{**} \setminus \Gamma_{12}^*$, де Γ_0^{**} - область, межою якої є г.ф.щ.р. незв'язного об'єкта S_2 та області S_1^0 , а Γ_{12}^* - г.ф.щ.р. незв'язних об'єктів S_2 та $\bigcup_{g=1}^{l_1} S_{gp}^1$.

Твердження 2.14. Г.ф.щ.р. об'єкта S_2 та незв'язної області $S_0 = \bigcup_{k=1}^{l_0} S_k^0$ може бути зображений як межа області $\Gamma_0^{****} = \bigcup_{k=1}^{l_0} \Gamma_{0k}^{****}$.

У роботі доводяться твердження, що дозволяють вперше здійснити формалізацію умов (4)-(5) для об'єктів та областей довільної просторової форми.

Нехай S_1 та S_2 - геометричні об'єкти довільної просторової форми з параметрами розміщення (x_1^*, y_1^*) та (x_2^*, y_2^*) , а

$\gamma_{12}(x_2, y_2)$ - г.ф.щ.р. об'єктів $S_1(x_1^*, y_1^*)$ та $S_2(x_2, y_2)$, що є межою деякої області Γ_{12} .

Необхідно визначити множини значень параметрів $\{(x_2, y_2)\}$ (означимо її W_1), які їм відповідають такі положення об'єктів S_1 та S_2 , що:

$$\text{int}S_1(x_1^*, y_1^*) \cap \text{int}S_2(x_2, y_2) = \emptyset. \quad (11)$$

Твердження 2.15. Для об'єктів $S_1(x_1^*, y_1^*)$ та $S_2(x_2, y_2)$ виконується умова (11), якщо параметри розміщення (x_2, y_2) належать множині $W_1 = \mathbb{R}^2 \setminus \text{int}\Gamma_{12}$, тобто $(x_2, y_2) \in W_1 = \mathbb{R}^2 \setminus \text{int}\Gamma_{12}$.

Нехай $S_1^0(x_1^*, y_1^*)$ - область довільної просторової форми. Об'єкт $S_2(x_2, y_2)$ може здійснювати довільні трансляції в \mathbb{R}^2 . Нехай $\gamma_0(x_2, y_2)$ - г.ф.щ.р. об'єкта $S_2(x_2, y_2)$ та області $S_1^0(x_1^*, y_1^*)$, а Γ_0 - область, межою якої є г.ф.щ.р. γ_0 .

Необхідно визначити множини W_0 точок $\{(x_2, y_2)\}$, які відповідають такі положення S_2 та S_1^0 , що:

$$\text{int}S_1^0(x_1^*, y_1^*) \cap \text{int}S_2(x_2, y_2) = \text{int}S_2(x_2, y_2). \quad (12)$$

Твердження 2.16. Для об'єкта $S_2(x_2, y_2)$ та області $S_1^0(x_1^*, y_1^*)$ довільної просторової форми виконується умова (12), якщо параметри розміщення (x_2, y_2) належать множині W_0 , що співпадає з Γ_0 , тобто $(x_2, y_2) \in W_0 = \Gamma_0$.

У третьому розділі "Алгоритми побудови г.ф.щ.р. об'єктів, об'єктів та областей та їх аналіз" описуються основні алгоритми побудови г.ф.щ.р., проводиться їх порівняльна оцінка з точки зору трудомісткості, витрат пам'яті, їх обчислювальних похибок.

Доводяться кілька тверджень стосовно до властивостей г.ф.щ.р., що необхідні для одержання оцінок алгоритмів.

Нехай S_1 та S_2 - неопуклі ϕ -многокутники, що містять n_1 та n_2 сторін.

Твердження 3.1. Кількість вершин г.ф.щ.р. об'єктів S_1 та

S_2 обмежена зверху величиною $2n_1n_2$.

Нехай область S_1^0 - φ -многокутник, що має n_1 сторін.

Твердження 3.2. Г.ф.щ.р. опуклої області S_1^0 та об'єкта S_2 довільної просторової форми є межа опуклої області, що містить не більше, ніж n_1 сторін.

Твердження 3.3. Кількість вершин г.ф.щ.р. неопуклої області S_1^0 та об'єкта S_2 довільної просторової форми обмежена зверху величиною $2n_1n_2$.

У роботі наведені алгоритми побудови г.ф.щ.р. двох однозв'язних об'єктів та здійснено їх аналіз. Суть способів побудови г.ф.щ.р. зводиться до такого.

Спосіб 1 базується на доведених твердженнях 2.1-2.5. У роботі показано, що час, необхідний для побудови г.ф.щ.р. двох об'єктів S_1 та S_2 , оцінюється величиною $O(n^4)$, $n = \max(n_1, n_2)$, витрати пам'яті при цьому складають величину, пропорційну $4n^2$. Похибка обчислювального процесу побудови г.ф.щ.р. двох об'єктів, згідно з його графом, має відносну похибку, що не перевершує 3δ , де δ - відносна похибка зображення дійсних чисел.

Спосіб 2, запропонований у роботах М.І.Гіля, полягає у послідовному виконанні операцій: розбиття об'єктів на опуклі, побудови г.ф.щ.р. опуклих об'єктів, об'єднання опуклих областей, межами яких є ці побудовані г.ф.щ.р.. Якщо внаслідок об'єднання визначається не тільки зовнішній контур, а й внутрішні, то г.ф.щ.р. є многозв'язним. Для способу 2 побудови г.ф.щ.р. одержані такі оцінки: трудомісткість алгоритма побудови г.ф.щ.р. оцінюється величиною $O(n^4)$; витрати пам'яті пропорційні - $10n^2$; похибка обчислювального процесу алгоритму не перевершує 18δ .

Спосіб 3, що запропонований у роботах М.І.Гіля та

В.Г.Єщенка, базується на моделюванні щільного руху об'єкта S_2 відносно S_1 . Трудомісткість способу 3 оцінюється величиною $O(n^3)$, витрати пам'яті пропорційні $6n$. У цьому алгоритмі координати чергової вершини г.ф.щ.р. визначаються як координати точки перетину векторів, один з яких вже несе у собі похибки визначення координат попередньої вершини г.ф.щ.р. У зв'язку цим похибка обчислень від вершини до вершини збільшується.

Порівнюючи ці три способи побудови г.ф.щ.р., можна зробити такі висновки. Перші два способи дозволяють будувати многозв'язні г.ф.щ.р. і виявляються стійкими до накопичуваних обчислювальних похибок. Другий спосіб потребує більших витрат пам'яті. Третій спосіб є найбільш економним по витратах пам'яті та трудомісткості, але виявляється нестійким до накопичуваних обчислювальних похибок.

У роботі описується алгоритм побудови об'єднання, перетину та різниці двох неопуклих багатокутних областей, який має як самостійне значення, так і може використовуватись для побудови г.ф.щ.р. об'єкта та області. Характеристики цього алгоритму: будь-яку теоретико-множинну операцію можна виконати за час, що оцінюється величиною $O(q^2)$, де $q = \max(q_1, q_2)$, q_1 та q_2 - кількість вершин початкових областей; витрати пам'яті не перевершують $10q$. Відносна похибка обчислювань - 78.

Запропоновано способи побудови г.ф.щ.р. об'єкта та області.

Спосіб 1 базується на твердженнях 2.1-2.4, 2.7. Час, що витрачається на побудову г.ф.щ.р. об'єкта та області, оцінюється величиною $O(n^4)$, де $n = \max(m_1, n_2)$; витрати пам'яті пропорційні $4n^2$; відносна похибка обчислень не перевершує 1878.

Спосіб 2 ґрунтується на твердженні 2.8 та висновку з нього. Трудомісткість алгоритму оцінюється величиною $O(n^4)$, витрати па-

м'яті пропорційні $6n^2$, відносна похибка обчислень - 2596.

Розглянуто питання, що присвячені розробці економічних, з точки зору обчислювальних витрат, алгоритмів, що забезпечують стійкість методів моделювання розміщення об'єктів.

Процес моделювання розміщення об'єктів можна зобразити як кінцеву суперпозицію відображень геометричної інформації, що вміщує теоретико-множинні операції, операції побудови г.ф.щ.р. об'єктів, об'єктів та областей, афінні перетворення. Кожна з перелічених операцій також може бути зображена у вигляді кінцевої суперпозиції операцій збігу точок, належності точки до відрізка, визначення паралельності відрізків. Перелічені операції є некоректними і для них у роботах М.І.Гіля і С.В. Смельякова розроблені регуляризуючі оператори та стискаючі відображення при визначенні збігу двох точок $R_1(X_1^*, X_2^*, \alpha)$; належності точки до відрізка $R_2(L^*, X_j^*, \alpha)$; паралельності відрізків $R_3(L_1^*, L_2^*, \alpha)$, де $X^*(x, y) = X \in B$, $L^* = L \in B$, L^* - частина прямої L , що обмежена точками X_1^*, X_{1+1}^* , $L = L \in B$, де ε - деяка величина, що враховує початкову похибку зображення точок.

У роботі розглянуті питання оцінки параметра регуляризації α операторів $R_1(\cdot, \cdot, \cdot) - R_3(\cdot, \cdot, \cdot)$.

Для кожного з алгоритмів A_1 визначається обчислювальна похибка C_1 , яка визначає характеристику стійкості алгоритму. Параметр регуляризації α_1 повинен забезпечувати стійкість реалізації алгоритму A_1 з урахуванням похибок зображення вхідних даних та типу ЕОМ, що використовується, і може бути визначений як найбільша абсолютна похибка $\alpha_1 = C_1 \delta \|x\|$, де $\|x\|$ - певна норма вхідних даних. Трудомісткість стійкого алгоритму A_1^R , що застосовує регуляризуючі оператори, оцінюється як

$$\mathfrak{Z}_1^R = \mathfrak{Z}_A + \mathfrak{Z}_1 K_1 + \mathfrak{Z}_2 K_2 + \mathfrak{Z}_3 K_3.$$

де \mathcal{A} - трудомісткість алгоритму A_1 , $K_j (j=1,2,3)$ - коефіцієнти, що залежать від кількості використаних регуляризуєчих операторів даного типу в A_1^R , $\mathcal{Z}_j (j=1,2,3)$ - кількість операцій, що потрібні для визначення ситуації, при якій виникає некоректність, та для виконання регуляризуєчого оператора.

Розглянуті питання побудови швидкодієчих алгоритмів безпомилкових обчислень, які використовуються для обмеженого діапазону вхідних даних.

У роботі робиться висновок, що комп'ютерне моделювання розміщення об'єктів повинно включати як обчислювання з дійсними числами з використанням регуляризуєчих операторів, що роблять ці обчислювання стійкими, так і швидкодієчі безпомилкові обчислення з цілими числами.

У четвертому розділі "Методи та алгоритми розв'язання задачі нерегулярного розміщення в областях довільної просторової форми" викладена методологія розв'язання основної задачі нерегулярного розміщення, що полягає у комплексному застосуванні наближених методів з апроксимуючими процедурами та точних методів оптимізації.

Задача (3)-(6) за своєю постановкою є детермінованою. Одержати її точний розв'язок детермінованими методами не вдається з огляду на її велику вимірність. Нижня оцінка кількості локальних екстремумів $n!$, тож при $n > 7$ про перебирання усіх локальних екстремумів не може бути й мови.

У підрозділі 4.1 використовується метод послідовної статистичної оптимізації, запропонований у роботах Ю.Г.Стояна та С.В.Яковлева, який, з одного боку, ґрунтується на ідеях теорії статистичних розв'язань, а з іншого - пристосований для специфіки класу задач геометричного проектування. Суть методу послідов-

ної статистичної оптимізації полягає у звуженні (на основі імовірнісних властивостей функції, що оптимізується) області пошуку, де вибираються точки, з яких здійснюється локальний спуск. Оскільки реалізація локального спуску в задачах нерегулярного розміщення об'єктів (коли розглядаються об'єкт та область довільної просторової форми) потребує великих обчислювальних витрат, у роботі пропонується кілька апроксимуючих процедур.

Ці процедури полягають в апроксимації межі об'єктів розміщення з різною точністю, причому стратегія вибору точності така. На початку пошуку точність апроксимації передбачається самою грубою, потім вона збільшується і на останніх етапах пошуку, що здійснюється в малому околі найкращої точки, збігається з точністю зображення вхідних даних. Точність апроксимації об'єктів приводить до розв'язку на деякій області W_p , що відповідає цій точності.

Нехай $\alpha(u_p) = \text{ext}_u \alpha(u)$ - значення функції мети, визначене на області W_p , що описана з ϵ_p -точністю. Під ϵ_p -точністю опису області W_p будемо розуміти зображення умов неперетину та умов розміщення в області з ϵ_p -точністю апроксимації об'єктів. Нехай $\alpha(u_0) = \text{ext}_u \alpha(u)$ - значення функції мети, визначене на області W_0 , що описана з ϵ - точністю (ϵ -точність подання вхідних даних).

Різницю між $\alpha(u_p)$ і $\alpha(u_0)$, що виникла за рахунок приведення спрощень, будемо зображати як функцію втрат: $L(\epsilon_p, u) = \alpha(u_p) - \alpha(u_0)$. Втрати, що породжені приведеною вище апроксимацією, будемо характеризувати математичним сподіванням функції $L(\epsilon_p, u)$.

Розглянемо дві області D_1 та D_2 . Множині D_1 поставимо у відповідь величину $M_1(1)$, а множині D_2 - величину $M_2(1)$, де $M_n(1) (n=1,2)$ - математичне сподівання найменшого значення

Функції мети в вибірці 1. Оптимальною назвемо множину D_n , що відповідає умові: $M_n(1) \leq M_n(1), n = 1, 2$. Гіпотезою H_n назвемо гіпотезу про певну множину D_n , яка є оптимальною. Прийняття гіпотези H_n відповідає остаточний розв'язок $a = a_n$.

Функцію втрат розглянемо у такому вигляді:

$$l(a_1, M(1)) = \begin{cases} M(1), & \text{якщо } M(1) > 0, \\ 0, & \text{якщо } M(1) < 0, \end{cases}$$
$$l(a_2, M(1)) = \begin{cases} -M(1), & \text{якщо } M(1) < 0, \\ 0, & \text{якщо } M(1) > 0, \end{cases}$$

де $M(1) = M_1(1) - M_2(1)$. Перевірка гіпотези H_n за обмеженої функції втрат $l(a_n, M(1))$ проводиться за такою схемою.

Остаточний розв'язок приймається у вигляді:

$$a = \begin{cases} a_1, & \text{якщо } M(1) < 0, \\ a_2, & \text{якщо } M(1) > 0. \end{cases} \quad (13)$$

на підставі аналізу вибірки, величина якої визначається виходячи з мінімуму функції

$$f(j) = r(j) + s(j), \quad (14)$$

де $r(j)$ - функція ризику, $s(j)$ - функція втрат на обчислення.

Нехай

$$s(j) = C \cdot j, \quad (15)$$

де C - відносна вартість одного локального спуску (випробування),

$$r(j) = r_j(a_1, t_j) = \int_0^{\infty} g_j(t/t_j) t dt, \quad g_j(t/t_j) - \text{щільність параметра}$$

t нормального закону розподілу при фіксованому $t_j = T_j$, коли $a = a_n, n=1,2; T_j$ - оцінка параметра $M(1)$.

Показано, що $r(j)$ при фіксованих величинах $t_j = T_j$ є спадна функція від j . Отже, функція (14) має один мінімум. Тоді при

$j=k$ вибирання приймається, якщо $0 + \gamma'_k(t_k) \geq 0$, де $\gamma'_k(k)$ - значення похідної $\gamma(j)$ у точці $j=k$, і приймається остаточне вирішення по правилу (13).

Стратегія вибирання грубої апроксимації на етапах пошуку пояснюється наступним: спуск в локальні екстремуми з досліджуваних точок з такою точністю апроксимації вимагає менших обчислювальних витрат, а в наслідок цього - можливе здійснення великої вибірки, котра зменшує значення функції ризику прийняття невірного вирішення про вибір області подальшого пошуку.

Пошук розв'язку по викладеному методу здійснюється за скінченне число кроків. При наявності часу розв'язання можна продовжити, для чого в роботі розроблені модифікації методу, які полягають в розширенні околу пошуку найкращої точки p^* , або кількох точок $\{p_j^*\}$ (що мало відрізняються значеннями функції мети) та подальшим розв'язанням задачі.

Для реалізації локального спуску у підрозділі 4.2 пропонуються методи моделювання розміщення об'єктів у області довільної просторової форми.

В основу методу моделювання розміщення об'єктів покладено метод мінімізації по групах змінних та апарат г.ф.щ.р., який викладений у розділах 2, 3.

Метод мінімізації по групах змінних виражається ітераційною формулою

$$z_1(V_1^*, V_2^*, \dots, V_{i-1}^*, V_i^*) = \text{extr}_{V_i \in W_i} z_{i-1}(V_1^*, V_2^*, \dots, V_{i-1}^*, V_i), \quad (16)$$

де $z_0 = z_0(V_1)$, z_{i-1} - значення функції мети після часткової її мінімізації по змінним V_1, V_2, \dots, V_{i-1} , $V_j^* (j=1, 2, \dots, i-1)$ - параметри об'єктів, що розміщені, V_i - параметр об'єкта, що розміщується, W_i - область припустимих значень параметра V_i .

Область W_1 будується за допомогою г.ф.щ.р. об'єкта S_1 та області $S_0^i = S_0 \setminus \bigcup_{j=1}^{i-1} S_j(V_j^*)$ на основі тверджень 2.7-2.8 для однозв'язної області, твердження 2.13 для многозв'язної області та твердження 2.14 для незв'язної області. В роботі розроблено декілька способів побудови області W_1 , які породжують різні алгоритми моделювання розміщення орієнтованих об'єктів.

Коли розглядаються неорієнтовані об'єкти, їхній г.ф.щ.р. є межою області, яка являє собою сім'ю поверхонь. Для побудови таких г.ф.щ.р. не існує ефективного підходу. У зв'язку з цим в роботі пропонується підхід, що дозволяє виключити етап побудови г.ф.щ.р. неорієнтованих об'єктів та областей шляхом вибору найбільш перспективної орієнтації об'єкта з подальшою побудовою г.ф.щ.р. для орієнтованих об'єктів.

Нехай область S_0^i - однозв'язна. Для визначення перспективної орієнтації об'єкта, що характеризується параметром θ_1^* , оцінимо моменти інерції області S_0^i та об'єкта S_1 , що характеризують їх інерційність щодо повороту. Моменти інерції залежать від маси та метричних характеристик об'єкта (області), що досліджується. Оскільки поверхнева густина постійна, то моменти інерції будуть залежати тільки від геометричних характеристик об'єкта (області). Залежність величини моменту інерції від напрямку характеризує центральний еліпс інерції, причому найбільший та найменший моменти інерції відповідають головним осям цього еліпса.

Напрямок однієї з головних осей еліпса для об'єкта визначається за формулою:

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{J_{yy} - J_{xx} + \sqrt{(J_{yy} - J_{xx})^2 + 4J_{xy}^2}}{2J_{xy}}$$

де J_{xx} та J_{yy} - моменти інерції стосовно до осей Ox, Oy , а J_{xy} - відцентровий момент.

Напрямок відповідної осі еліпса для області S_0^i визначається аналогічно. Значення параметра θ_1^* обирається як значення кута, на який потрібно повернути об'єкт S_1 , щоб відповідні головні осі еліпсів інерції об'єкта та області збіглися. Область W_1 будується за допомогою апарата г.ф.щ.р., що запропонований у роботі для фіксованого параметра θ_1^* .

За результатами аналізу областей $S_0^i (i=1, 2, \dots, n)$, що утворюються в процесі оптимізації по групах змінних, у роботі показано, що ці області можуть мати такі ділянки межі, які не беруть участі у формуванні метричних характеристик г.ф.щ.р. Такі ділянки межі назвемо виродженими. Наявність вироджених ділянок межі вносить істотний вклад у величини моментів інерції, позначаючись на параметрі θ_1^* .

Таким чином, для виключення впливу вироджених ділянок межі об'єктів та областей на вибір перспективної орієнтації об'єкта, а також для зменшення об'єму геометричної інформації, що обробляється у процесі оптимізації по групах змінних, у роботі запропоновані такі апроксимуючі процедури:

$$(S_0^1)^- = (S_0 \in \epsilon B) \cap \bigcap_{j=1}^1 S_j \in \epsilon B, \quad (17)$$

$$(S_0^1)^a = (S_0^1)^- \in \epsilon B, \quad 1 = 1, \dots, n, \quad (18)$$

де ϵ - параметр апроксимації.

У роботі пропонується наближений метод глобальної оптимізації з застосуванням апроксимуючих процедур на його етапах. На першому етапі оптимізації за об'єкти, що розміщуються, вибираються описані навколо них прямокутники. В підрозділі 4.2 розроблено спосіб локальної оптимізації, де

використовується апроксимація об'єктів описаними прямокутниками з урахуванням специфіки задач розміщення прямокутників. На другому етапі оптимізації об'єкти зображаються як їх опуклі оболонки. Для локального спуску у цьому випадку розроблено метод моделювання розміщення опуклих об'єктів, що використовує їх властивості. Коли задана припустима похибка опису об'єкта, то необхідно до методу локальної оптимізації, що реалізується за ітераційною формулою (16), в етап побудови області W_1 ввести апроксимуючу процедуру (17).

Таким чином, у роботі розроблено ряд наближених методів моделювання розміщення об'єктів у областях довільної просторової форми, що мають широкий спектр можливостей і використовуються в залежності від особливостей класу практичних задач геометричного проектування. Ці методи використовуються для одержання оцінок та початкових точок для точних методів розв'язання задач оптимізації, а також у наукових дослідженнях, наприклад при моделюванні зернистих середовищ, що дозволяє зменшити обсяги багатокosztовного фізичного моделювання.

Отримана оцінка трудомісткості методу оптимізації по групах змінних, що наведений раніше, яка складає величину

$$Z = \frac{m^6 n (n^2 - 1) (3n + 2)}{12}, \quad (19)$$

де n - число многокутних об'єктів з кількістю вершин n_i ($i=1, 2, \dots, n$), m_0 - кількість вершин області S_0 , $m = \max\{n_1, \dots, n_n, m_0\}$. Оцінка (19) дає можливість стверджувати, що кількість вершин об'єктів та області розміщення суттєво впливає на трудомісткість методу локальної оптимізації по групах змінних, а, таким чином, і на коефіцієнт C у виразі (15), тобто на вартість одного локального спуску у методі глобальної оптимізації.

Показано, що існує ряд застосовних задач нерегулярного розміщення об'єктів, які по їхній математичній постановці можна звести до класу задач дискретної оптимізації. Це пояснюється дискретно-неперервною структурою таких задач, яка викликана жорсткою системою обмежень (6), що накладаються на параметри розміщення об'єктів. Отже, виникає така задача дискретного програмування: необхідно знайти

$$\text{extr } z(U), \\ u \in G \subset W$$

де G - певна скінченна множина. G може бути множиною опуклих підмножин області W , множиною вершин області W і т.ін.

У п'ятому розділі - "Модель та метод глобального пошуку в задачах розкрою з урахуванням спеціальних технологічних обмежень" - здійснена математична постановка задачі нерегулярного розміщення об'єктів з системою жорстких технологічних обмежень, досліджуються її особливості, доводиться, що вона належить до класу задач дискретної оптимізації. Конкретизуються питання побудови оцінок та правил відтинання для цієї задачі.

У роботі розглянута така задача розкрою.

Існує комплект з n об'єктів. Означимо його $\{S_1\}$. Задана область розміщення S з деяким малюнком, яка являє собою смугу шириною d в нерухомій системі координат xOy . Означимо S_0 частину смуги довжиною z , де z - достатньо велика величина. Малюнок може бути трьох видів: у вигляді безлічі паралельних ліній, розташованих на відстані h одна від одної, клітинок, що створені двома наборами паралельних ліній з кроками h і H , або у вигляді певних геометричних фігур (многокутників $R_t(x_t^*, y_t^*)$), що задані координатами вершин $B_g(x_g, y_g)$ ($g=1, 2, \dots, n_R$) у власній системі координат $xO_t y$ і апроксимують довільний малюнок), що періодично повторюються з кроками h і H вздовж

осей Ox та Oy . Необхідно об'єкти $S_1 (i=1, 2, \dots, n)$ розмістити в області S_0 з урахуванням умов неперетину об'єктів, розміщення їх у області, а також умов збереження жорсткої орієнтації та цілосності малюнку при суміщенні сторін певних пар об'єктів S_1 та $S_r (1, r=1, 2, \dots, n_1, n_1 \leq n)$ таким чином, щоб довжина заповненої частини області була мінімальною. Не втрачаючи загальності міркувань, полюси об'єктів S_1 та S_r , сторони яких суміщуються, виберемо у будь-якій із спільних точок цих сторін.

Розглянемо питання формалізації спеціальних технологічних обмежень, що виникають при розміщенні у областях з малюнком. У випадку наявності малюнку у вигляді набору паралельних ліній для збереження його цілосності необхідно виконати вимоги, що полягають у однаковому віддаленні полюсів об'єктів S_1 та S_r , сторони яких суміщуються, від набору паралельних ліній:

$$\varphi^t(x, y) = 0 \quad (\varphi^t(x, y) = y - kx - b_t, b_t = b_0 + b \cdot t, b = \frac{h \sqrt{1+k^2}}{k}, \text{ при } k=0, b=h),$$

$t=1, \dots, K$. Аналітично ця вимога може бути записана так:

$$f_p(X_1^t, X_r^{\bar{t}}) = \varphi^t(x_1, y_1) - \varphi^{\bar{t}}(x_r, y_r) = 0. \quad (20)$$

де $1, r=1, \dots, n_1, 1 \neq r, n_1 \leq n, t, \bar{t}=1, \dots, K, K$ - кількість ліній у області S_0 довжиною z ; n_1 - кількість об'єктів, для яких повинна виконуватись вимога (20).

Коли малюнком є набір багатокутних об'єктів $R_t (t=1, \dots, K)$ (клітичок), вимоги збереження цілосності малюнку виражаються у однаковому віддаленні полюсів об'єктів S_1 та S_r , сторони яких суміщуються, від g -ї та $(g+1)$ -ї сторін малюнку (поздовжньої та поперечної ліній клітинки). Аналітичний запис цих вимог має

$$\text{вигляд: } f_p(X_1^t, X_r^{\bar{t}}) = \varphi_g^t(x_1, y_1) - \varphi_g^{\bar{t}}(x_r, y_r) = 0,$$

$$f_{p+1}(X_1^t, X_r^{\bar{t}}) = \varphi_{g+1}^t(x_1, y_1) - \varphi_{g+1}^{\bar{t}}(x_r, y_r) = 0, \quad (21)$$

де $t, \bar{t} = 1, \dots, K$, $l, \gamma = 1, \dots, n_l$, $l \neq \gamma$, $n_l \leq n$.

По аналогії з структурами нерівностей, що запропоновані раніше у роботах Ю.Г.Стояна та С.Л.Магаса, розглянемо систему рівностей. Нехай $G(F(X_1^t, X_r^{\bar{t}}), \bar{\Delta}, L)$ - система рівностей, де $F(X_1^t, X_r^{\bar{t}})$ - набір рівностей вигляду $f_p(X_1^t, X_r^{\bar{t}}) = 0$ ($X_1^t, X_r^{\bar{t}} \in R^k$, $l, \gamma = 1, \dots, n_l$, $l \neq \gamma$, $p = 1, \dots, L$), що визначаються, виходячи з умов виконання вимоги збереження цілосності малюнку або її відсутності для кожної пари об'єктів S_i та S_j ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$). Ці умови задаються у вигляді симетричної матриці $\bar{\Delta} = \|\delta_{ij}\|_{n \times n}$. При цьому виконанню технологічної вимоги збереження цілосності малюнку між S_i та S_j відповідає значення $\delta_{ij} = 1$, а відсутності вимоги - $\delta_{ij} = 0$, причому завжди $\delta_{ii} = 1, i = 1, \dots, n$.

Таким чином, використовуючи впроваджену систему рівностей, технологічна вимога збереження цілосності малюнку при суміщенні сторін певних пар об'єктів S_l та S_r отримав вигляд

$$G = \bigcup_{t=1}^{l\gamma} \bigcap_{\bar{t}=1}^{K} G(F(X_1^t, X_r^{\bar{t}}), \bar{\Delta}, L),$$

де $L = n_l/2$ - для малюнку у вигляді набору паралельних ліній, а $L = n_l$ - для довільного малюнку (клітинки).

Означимо через $\Phi^0 = \prod_{i=1}^n \Phi(F(X_i, z), \Delta^1, 4)$ - структуру нерівностей, що описує (5), а через $\Phi^{i,j} = \prod_{q=1}^v \Phi(F_q(X^i, X^j), \Delta, m_q)$ - структуру нерівностей, що описує (4), де Δ^1 - матриця операцій з одиничними елементами, $v = C_n^2$, $1 > j = 1, \dots, n-1$, $i \leq n$.

З урахуванням викладеного, математична модель задачі розміщення об'єктів S_i ($i = 1, \dots, n$) у області з малюнком полягає у ось в чому.

Визначити

$$z^* = \min_{u \in W} C^T X, \quad (22)$$

де $u = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n, z)$, $C^T = (0, 0, \dots, 0, 0, 1)$, W - область припустимих значень u , що описується структурою

$$\Phi^0 \cap \Phi^{1j} \cap G^{1r}. \quad (23)$$

У роботі виявлені та досліджені такі особливості задачі (22)-(23): функція мети z лінійна і як незалежна змінна входить до структури Φ^0 ; область W , що описується виразом (23), в загальному випадку неопукла, незв'язна, з кусково-лінійною межею; $W \subset \mathbb{R}^{2n+1}$; глобальний мінімум функції z досягається в одній з вершин області W .

У випадку з малюнком у вигляді набору паралельних ліній вершину області W описують $n_1/2$ рівності вигляду (20) та $(2n+1-n_1/2)$ рівності, у які перетворюються нерівності структури $\Phi^0 \cap \Phi^{1j}$. У задачі з довільним малюнком (клітинкою) вершину описують n_1 рівностей вигляду (21) та $(2n+1-n_1)$ рівностей, у які перетворюються нерівності структури $\Phi^0 \cap \Phi^{1j}$. Таким чином, вершину області W описують $2n+1$ лінійно незалежних рівнянь. В окремому випадку, коли полюси об'єктів, сторони яких суміщуються, належать вершині малюнка R_i (вершині клітинки), при $n_1 < n$ задача з довільним малюнком є частково дискретною, а при $n_1 = n$ - дискретною на скінченній множині припустимих розв'язків.

Таким чином, для пошуку глобального екстремуму необхідно перебрати усі вершини або дискретні точки області W . Для перегляду усіх вершин області W у роботі описано принцип побудови дерева розв'язків. Оцінка кількості вершин на останньому рівні має величину $K = [(n-1)M + 2 + K^2]^{2n} \cdot n$ при $L = n_1/2$ і $K = [(n-1)M + 2 + 2K^2]^{2n} \cdot n$ при $L = n_1$, де $M = \max\{n_i \cdot n_j; i, j = 1, \dots, n; i \neq j\}$.

Розроблено набір правил відтинання, що використовують специфіку задачі (22)-(23) і дозволяють на верхніх рівнях дерева розв'язків на основі аналізу часткових розв'язків відтинати безперспективні вершини. Верхні оцінки, що одержуються методами розміщення об'єктів, які викладено у розділі 4, також дозволяють відтинати безперспективні вершини. У процесі оптимізації по дереву розв'язків здійснюється перерозрахунок верхніх оцінок.

Отримано глобальний екстремум задачі (22)-(23) при $L=n_1/2$ та $n=7$ за 25 хвилин на IBM PC/AT 386 (40MHz, без співпроцесора). Метод може використовуватись при розв'язанні задач індивідуального розкряю, який характеризується малим обсягом виробів, що випускаються. До переваг методу можна віднести і те, що розв'язання задачі може бути зупинене будь-коли з одержанням наближеного розв'язку. У разі потреби, якщо наближений розв'язок не задовільняє, розв'язання задачі може бути поновлено, при цьому за верхню оцінку функції мети приймається наближення, що отримане раніше. Шляхами підвищення ефективності запропонованого підходу в розв'язання задач на багатопроцесорних ЕОМ, а також пошук нових правил відтинання, що використовують специфіку задачі.

У шостому розділі "Комп'ютерне моделювання практичних задач нерегулярного розміщення об'єктів у областях довільної просторової форми" розробляються проблемно-орієнтовані моделі, розглядаються питання практичного застосування математичного та комп'ютерного забезпечення задачі нерегулярного розміщення об'єктів.

Поставлено, досліджено та розв'язано такі задачі.

Маємо смугу S ширини d . Означимо як S_0 частину смуги довжиною z , де z - досить велике число. Маємо комплект, що складається з n об'єктів $S_1 (i=1, \dots, n)$. Необхідно об'єкти S_1 розмістити в області S_0 з урахуванням виконання умов

неперетину об'єктів. Їх розміщення в області S_0 та з урахуванням можливості їх повороту на задані кути.

Математична модель задачі зводиться до такого.

Визначити

$$z^* = \min_{U \in W} C^T u, \quad (24)$$

де $u = (x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_n, y_n, \theta_n, z)$, $C^T = (0, 0, 0, \dots, 0, 0, 0, 1)$, W - область припустимих розв'язків, що описується системою нерівностей:

$$\begin{cases} \Phi_{1j}(x_1, y_1, \theta_1, x_j, y_j, \theta_j) \geq 0, & 1 > j = 1, 2, \dots, n-1, 1 \leq n, & (25) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi_{10}(x_1, y_1, \theta_1, z) \geq 0, & 1 = 1, 2, \dots, n, & (26) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_1 \in \{\theta_j\}, & j \in J. & (27) \end{cases}$$

Розглядаються такі реалізації моделі (24)-(27).

Просторова форма об'єктів, що розміщуються - однозв'язні прямокутники. Значення кута θ_1 може приймати два значення: $0^0, 90^0$. Як приклад розв'язується задача розміщення 197 прямокутників на смузі заданої ширини та мінімальної довжини.

Наведено результати розв'язання задачі розкром тканини. Просторова форма об'єктів - однозв'язні неопуклі багатокутники, що апроксимують викрої з заданою точністю. θ_1 вибирається з множини значень $\{0^0, -\Delta\theta_1^0, +\Delta\theta_1^0, 180^0 \pm \Delta\theta_1^0\}$, $\Delta\theta_1^0$ - кут байдужості. Як приклад, розв'язані задачі (24)-(27), коли розглядається 82 неопуклих об'єкти (2 комплекти викроїв чоловічого костюма) та 36 об'єктів (2 комплекти викроїв пальто).

Як приклад розв'язання задачі (22)-(23), у області мінімальної довжини розміщуються 58 неопуклих об'єктів з урахуванням технологічних вимог: розміщення в області з малинком у вигляді набору паралельних ліній або з двома множинами паралельних ліній (клітинками). В області мінімальної довжини з довільним малинком розміщується 42 неопуклих об'єкти.

У роботі поставлена та розв'язана така задача. Маємо область S_0 (лист) заданих розмірів та набір об'єктів $\{S_i\}_{i=1}^n$. Необхідно розмістити об'єкти $S_i (i=1, \dots, m, m \leq n)$ з заданого набору в області S_0 таким чином, щоб, з одного боку, відходи були мінімальними, а з іншого - щоб кожний відхід дозволяв розмістити деякий об'єкт S_j (наприклад пристрій, що скріплює кілька шарів листів) з набору $\{S_j\}$. При цьому повинні бути витримані мінімальні відстані R між об'єктами і об'єктами та межею області.

Математична модель задачі зводиться до такого.

Визначити переставлення $P^*(p_1, \dots, p_m, m \leq n)$, елементами якого є порядкові номери об'єктів, що розміщуються, відповідний йому вектор параметрів розміщення u^* і таке число k компонент лінійної зв'язності межі $S_0' = S_0 \setminus \bigcup_{i=1}^m S_i^R, (S_i^R = S_i \oplus RB)$, за яких площа відходів буде мінімальною, тобто знайти

$$P^* = (P_1^*, \dots, P_m^*) = \arg \min_p z(p),$$

$$u^* (V_1^*, V_2^*, \dots, V_m^*, (V_1^*)_{r_1}^*, \dots, (V_1^*)_{r_1}^*, \dots, (V_1^*)_{k_1}^*, \dots, (V_k^*)_{r_k}^*) =$$

$$= \arg \min_{u \in W} z(u), \quad (28)$$

де $z(u)$ - площа області S_0' , W - область припустимих розв'язків, що задається системою нерівностей:

$$\Phi_{1r}(V_1^*, V_r^*) \geq R, \quad 1 \leq r=1, 2, \dots, n-1, 1 \leq n, \quad (29)$$

$$\Phi_{10}(V_1^*) \geq R, \quad i=1, \dots, n, \quad (30)$$

$$\Phi_{j1}(V_j^*, V_1^*) \geq 0, \quad j=1, \dots, m, \quad l=1, \dots, k, \quad (31)$$

$$\Phi_{tj}(V_j^*) \geq 0, \quad j=1, \dots \quad (32)$$

де $\Phi_{j1}(\dots)$ - Φ -функція об'єктів S_j' та $R^2 \setminus (S_0')^1$, $\Phi_{tj}(\dots)$ - Φ -функція, що задає технологію розміщення об'єктів S_j' .

Просторова форма об'єктів $\{S_i\}$ - однозв'язні та багато-

зв'язні многокутники. Параметр θ_1 приймає довільні значення.

Розв'язана задача розміщення 35 об'єктів з заданого набору $\{S_1\}_{i=1}^{40}$ на листі з мінімальними відходами, для яких виконуються вимоги розміщення на кожному з них об'єктів $\{S_j\}$.

Розглядаються приклади задач розміщення у областях довільної просторової форми.

Маємо обмежену область S_0 та набір об'єктів $\{S_i\}_{i=1}^n$. Необхідно об'єкти з заданого набору розмістити в області S_0 таким чином, щоб коефіцієнт заповнення був максимальним.

Математична модель задачі зводиться до такого.

Визначити переставлення $P^*(p_1, \dots, p_m, m \leq n)$, та відповідний йому вектор параметрів розміщення u^* , за яких коефіцієнт заповнення буде максимальним, тобто знайти

$$\begin{aligned} P^*(p_1^*, \dots, p_m^*) &= \arg \max_P \alpha(P), \\ u^*(v_1^*, \dots, v_m^*) &= \arg \max_{u \in W} \alpha(u), \end{aligned} \quad (33)$$

де $\alpha(u)$ - коефіцієнт заповнення області S_0 , W - область припустимих розв'язків, що задана системою нерівностей:

$$\Phi_{ij}(V_i, V_j) \geq 0, \quad i > j = 1, \dots, n-1, \quad 1 \leq n, \quad (34)$$

$$\Phi_{i0}(V_i) \geq 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (35)$$

Розв'язані такі застосовні задачі, для яких просторова форма об'єктів, що розміщуються - однозв'язні неопуклі многокутники, а параметр $\theta_1 = \text{const}$:

область S_0 - однозв'язний неопуклий многокутник. Розв'язана задача розміщення 46 об'єктів з заданого набору $\{S_1\}_{i=1}^{50}$ при максимальному коефіцієнті заповнення області;

область S_0 - многозв'язна многокутна область. В області S_0 розміщується 94 об'єкти з заданого набору $\{S_1\}_{i=1}^{100}$ з максимальним коефіцієнтом заповнення;

область S_0 - незв'язна область, що складається з набору

неопуклих многокутників. В області S_0 розміщується 72 об'єкти з урахуванням вимог (34)-(35).

ВИСНОВКИ.

У результаті проведених досліджень досягнута основна мета роботи - створена методологія математичного та комп'ютерного моделювання задачі нерегулярного розміщення об'єктів в областях довільної просторової форми. При цьому:

1. запропоновано математичний апарат формалізації геометричних обмежень для об'єктів та областей довільної просторової форми, який дозволив значно розширити коло застосовних задач нерегулярного розміщення об'єктів, що можуть бути розв'язані;

2. подальший розвиток отримав математичний апарат г.ф.щ.р.; запропоновані способи побудови г.ф.щ.р. двох об'єктів і об'єкта та області з доведенням ряду тверджень. Отримані нові властивості г.ф.щ.р., що використовуються в методах моделювання розміщення об'єктів, а також при визначенні оцінок обчислювальної ефективності алгоритмів;

3. на основі побудованої загальної математичної моделі задачі нерегулярного розміщення запропонована методологія розв'язання задачі, що базується на комплексному використанні наближених методів з апроксимуваними процедурами та точних методів оптимізації;

4. розроблено модифікований наближений метод глобальної оптимізації, що базується на використанні апроксимуваних процедур у методі послідовної статистичної оптимізації; метод дозволяє за прийнятний час при мінімальній функції ризику, що враховує втрати, які викликані апроксимацією, отримати розв'язок задачі;

5. створено точний метод пошуку глобального екстремуму для задачі дискретної оптимізації розкриття матеріалів;

6. запропоновано методи локальної оптимізації розміщення об'єктів довільної просторової форми, що мають широкий спектр можливостей і використовуються в залежності від особливостей класу практичних задач;

7. розроблено алгоритмічне забезпечення класу задач нерегулярного розміщення об'єктів;

8. одержано теоретичні оцінки трудомісткості для методів та алгоритмів моделювання розміщення об'єктів;

9. отримано оцінки стійкості алгоритмів та програм до накопичуваних обчислювальних похибок;

10. створено банк програмних модулів, що становлять програмне забезпечення для розв'язання задач нерегулярного розміщення об'єктів; програмне забезпечення реалізовано у операційній системі MS DOS на алгоритмічній мові FORTRAN;

11. вироблені практичні рекомендації щодо використання проблемно - орієнтованих моделей, математичного та комп'ютерного забезпечення задачі нерегулярного розміщення об'єктів, що є оптимізаційним ядром діючих систем автоматизованого проектування;

12. результати роботи впроваджені і використовуються в наукових дослідженнях, інженерній практиці і учбовому процесі вузів, науково - дослідних, дослідно - конструкторських і промислових організаціях.

Таким чином, створено певний інтелектуальний інструментарій, який дозволяє формувати перспективні САПР, орієнтовані на створення ресурсозберігаючих та безвідходних технологій.

ОСНОВНІ ПУБЛІКАЦІЇ ПО ДИСЕРТАЦІЇ:

Монографії:

1. Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комьяк В.М. и др. Элементы теории геометрического проектирования. - Киев: Наук. думка,

1995. - 240 с.

Статті та матеріали Всесоюзних конференцій:

2. Пономаренко Л.Д., Луканина В.М. Матричный способ организации вычислений при решении задач размещения геометрических объектов // Комбинаторная геометрия и оптимальное размещение. - Киев: Ин-т кибернетики НАН Украины, 1974. - С.17-22.

3. Гиль Н.И., Комяк В.М. Об одном подходе к решению задачи раскроя промышленных материалов // Теория и методы автоматизации проектирования. - Минск: Ин-т техн. кибернетики АН БССР, 1984. - С.46-52.

4. Гиль Н.И., Комяк В.М., Опанасюк А.Б. Об одном алгоритме составления рациональных схем раскроя однотипных листов на многосвязные заготовки // Теория и методы автоматизации проектирования. - Минск: Ин-т техн. кибернетики АН БССР, 1985. 2., - С.123-128.

5. Комяк В.М., Пандорин А.К. Об одном способе локальной оптимизации в задаче построения плотнейшей укладки неориентированных многоугольников // Математическое и программное обеспечение задач оптимизации технических систем. - Киев: Ин-т кибернетики НАН Украины, 1987. - С.28-33.

6. Комяк В.М. Об одном способе оптимизации в автоматизированных системах управления раскроем промышленных материалов // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. - Харьков: Вища школа., 1989. - Вып.89. - С.95-100.

7. Винарский В.Я., Комяк В.М. О способах построения некоторых оптимальных положений транслянтов геометрических объектов в R^2 // Прикладная геометрия и инженерная графика. - Киев: Будивальник, 1990. - С.67-69.

8. Комяк В.М. Размещение в областях произвольной простран-

ственной формы с учетом специальных технологических ограничений // Математическое и компьютерное моделирование в машиностроении. - Киев: Ин-т кибернетики НАН Украины, 1994.-С.4-8.

9. Комяк В.М. Анализ вычислительной сложности и погрешности некоторых алгоритмов построения годографа вектор - функции плотного размещения //Методы оптимизации технических и информационных систем.-Киев: Ин-т кибернетики НАН Украины,1995.-С.4-9.

10.Комяк В.М. Оптимизация размещения геометрических объектов в несвязной области со сложной формой границ / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения. -Харьков, 1984.-11 с.-Деп. в ВИНТИ 23.02.84, №4353.

11. Гиль Н.И.,Луканина В.М. Автоматизация построения функции плотного размещения // Автоматизация технологической подготовки производства в машиностроении с помощью ЭВМ: Материалы 1 Всесоюз. межвуз. научн.-техн. конф. - Киев-Донецк: Вища школа, 1976. - С.142-147.

12. Гиль Н.И., Ещенко В.Г., Комяк В.М. Построение с помощью ЭВМ рациональных планов раскроя материалов фигурными заготовками // Использование методов оптимизации в текущем планировании и оперативном управлении: Материалы Всесоюз. конф. - М. : Всесоюз. НИИ систем. исслед., 1981. - С.227 - 231.

Summary. Komjak V.M. Mathematical and computer modelling irregular placement of planar geometric objects in domains of arbitrary spatial form. This thesis is submitted for an academic Degree of Doctor of Technical Science on the speciality 05.13.02 - mathematical modelling in scientific research. Institute for Problems in Machinery, National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, 1995.

This thesis develops methodology of mathematical and computer modelling irregular placement of geometric objects in domains of arbitrary spatial form, being main optimization body of workable CAD which are oriented for creation of resource saving and wasteless technologies. In this connection mathematical apparatus to formalize the geometrical restrictions of the problem when objects and domains have arbitrary spatial form is created. Approximate methods with a number of approximating procedures and exact methods of irregular placement of geometric objects are developed. Software with estimates of its computational complexity and stability concerning accumulated errors are created. Problem-oriented models are developed and problems applied are solved in real conditions of practical application. Application of results into educational process is realized in higher educational institutes.

Аннотация. Комяк В.М. Математическое и компьютерное моделирование нерегулярного размещения плоских геометрических объектов в областях произвольной пространственной формы. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.02 - математическое моделирование в научных исследованиях. Ин-т проблем машиностроения НАН Украины, Харьков, 1996.

В диссертации разработана методология математического и компьютерного моделирования нерегулярного размещения геометрических объектов в областях произвольной пространственной формы, являющегося оптимизационным ядром реальных САПР, ориентированных на создание ресурсосберегающих и безотходных технологий. При этом создан математический аппарат формализации геометри-

ческих ограничений задачи, когда объекты и области имеют произвольную пространственную форму. Разработаны приближенные методы с рядом аппроксимирующих процедур и точные методы нерегулярного размещения объектов, создано алгоритмическое и программное обеспечение рассматриваемого класса задач с оценками его вычислительной сложности и устойчивости к накапливаемым погрешностям. Созданы проблемно-ориентированные модели и решены прикладные задачи в реальных условиях внедрения. Осуществлено внедрение результатов в учебный процесс вузов.

Ключові слова: геометричне проектування, апарат г.ф.д.р., оптимізація, моделювання, алгоритмічне і програмне забезпечення.

АВ 34.526

Відповідальний за випуск к.т.н. Куценко О.С.

Підписано до друку 28.03.96.

Формат 60x90 1/16. Папір друк. Ні. Ум. друк. арк. 1.

Обл.-вид. арк. 0,96. Тираж 100 пр. Зам N 94

Ротаприт Інституту проблем машинобудування НАН України.

310046 Харків-46, вул. Дм.Пожарського, 2/10