НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

ГРОД Інна Миколаївна

ПИТАННЯ РЕГУЛЯРНОСТІ ЛІНІЙНИХ РОЗШИРЕНЬ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

01.01.02 — диференціальні рівняння

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ — 1996

Робота виконана в Інституті математики НАН України

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук
КУЛИК В.Л.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
професор ТЕПЛІНСЬКИЙ Ю.В.
кандидат фізико-математичних наук
СТАНЖИЦЬКИЙ О.М.

Провідна установа: Чернівецький державний університет
ім. Ю.Федьковича

Захист відбудеться 21.05 1996 року о 15 -й годині на засіданні спеціалізованої ради Д 01.66.02 при Інституті математики НАН України за адресою: 252601, Київ-4, МСП, вул.Терещенківська, 3.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці інституту

Автореферат розіслано   квітня 1996 року.

Вчений секретар
спеціалізованої ради,
доктор фізико-математичних наук   ЛУЧКА А.Ю.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Методи теорії інваріантних тороїдальних многовидів є потужним засобом для відшукання і дослідження поведінки розв'язків системи диференціальних рівнянь. Перші глибокі результати про інваріантні тороїдальні многовиди систем нелінійної механіки - інтегральних многовидів тороїдального виду - були отримані в роботах М.М.Крилова і М.М.Боголюбова в процесі обгрунтування асимптотичних методів нелінійної механіки. Пізніше ці результати знайшли всесторонній розвиток в дослідженнях Ю.О.Митропольського і вилились в метод інтегральних многовидів нелінійної механіки - потужний і практично зручний математичний апарат дослідження інтегральних многовидів широких класів нелінійних систем диференціальних рівнянь. Вони вплинули на характер наступних розробок теорії збурень тороїдальних многовидів і привели до глибоких результатів С.Ділі́берто, Дж.Хейла, Я.Курцвейля, В.Кайнера і ін.

Інший напрям в теорії інваріантних многовидів має своїм джерелом роботи Ж.Адамара і О.Перона. Цей напрям отримав широкий розвиток в дослідженнях Д.В.Аносова, І.Купки, Р.Сакера, В.А.Пліса, Л.Е.Рейзіня і ін.

Роботи А.М.Самойленка поклали початок нового циклу досліджень з проблем теорії збурень і стійкості інваріантних тороїдальних многовидів динамічних систем. Поняття функції Гріна задачі про інваріантний тор лінійного розширення динамічної системи на торі виявилось надзвичайно плідним і дало новий імпульс до розвитку самих різних аспектів цієї теорії. Сталось ніби повернення до ідей методу інтегральних многовидів в теорії збурень і стійкості інваріантних торів систем нелінійної механіки, який привів до нових результатів в цій теорії. Дальшому розвитку цих результатів з застосуванням знакозмінних вироджених функцій Ляпунова присвячені роботи В.Л.Кулика.

Представлена дисертаційна робота є продовженням досліджень, які проводились в даному напрямку.

Мета роботи. Вивчити питання локального збурення регулярних систем, дослідити поведінки розв'язків локально збурених систем лінійних диференціальних рівнянь на всій числовій осі R. Знайти мінімальне розширення слабо регулярних систем лінійних диференціальних рівнянь до регулярних. Дослідити гладкість інваріантних обмежених многовидів і функції Гріна лінійних розширень динамічних систем. Вивчити достатні умови існування функції Гріна задачі про обмежені інваріантні многовиди.

Наукова новизна. В дисертаційній роботі отримані такі нові результати:

1) за допомогою апарату знакозмінних функцій Ляпунова для систем диференціальних рівнянь вивчено питання розширення слабо регулярних систем до регулярних на всій осі R;
2) знайдено клас локально збурених регулярних систем;
3) використовуючи поняття функції Гріна задачі про обмежені інваріантні многовиди для лінійних розширень динамічних систем, знайдено умови збереження обмежених інваріантних многовидів при збуреннях;
4) отримані достатні умови існування функції Гріна задачі про обмежені інваріантні многовиди і досліджено питання гладкості такої функції.

Методи дослідження. В роботі застосовуються методи теорії Ляпунова, різні топологічні методи, а також метод функції Гріна задачі про інваріантний тор, вперше запропонований А.М.Самойленком для вияснення питання збереження інваріантних торів при збуреннях.

Теоретична і практична цінність. Отримані в роботі результати можуть бути застосовані для розв'язування багатьох прикладних задач небесної механіки, фізики, вони можуть бути використані також в теорії управління і автоматичного регулювання.

Апробація роботи. Результати дисертаційної роботи доповідались на науковій конференції " Нелінійні крайові задачі математичної фізики і їх застосування"(м. Тернопіль, 1994 р.), на семінарах відділу диференціальних рівнянь Інституту математики НАН України, на кафедрі диференціальних рівнянь Чернівецького державного університету.

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані в 4 роботах.

Структура і об'єм роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, двох розділів і списку літератури, який містить 96 назв. Об'єм роботи - 98 сторінок машинописного тексту.

ЗМІСТ РОБОТИ

Перший розділ присвячений вивченню властивостей слабо регулярних і регулярних систем диференціальних рівнянь виду

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x \qquad (1)$$

з неперервною і обмеженою на всій осі R n-мірною матрицею коефіцієнтів, $x \in R^n$, $t \in R$. Регулярніоть на всій осі R системи (1) еквівалентна експоненціальній дихотомічності цієї системи на всій числовій осі. Ці питання в термінах трансверсального перетину півпросторів E^+ і E^- розглядались в роботах В.А.Плісса, а в термінах знакозмінних квадратичних форм - в роботах А.М.Самойленка і В.Л.Кулика. Для системи диференціальних рівнянь (1) в даний час є глибокі і цікаві результати В.М.Мілліонщикова, А.І.Перона, Н.А.Ізобова, В.Л.Кулика і ін. по вивченню поведінки їх розв'язків.

ОЗНАЧЕННЯ. Система лінійних диференціальних рівнянь (1) називається регулярною на R, якщо для будь-якої вектор-функції $f(t) \in C^0(R)$ система

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t) \qquad (2)$$

має єдиний обмежений на R розв'язок.

ОЗНАЧЕННЯ. Система лінійних диференціальних рівнянь (1) називається слабо регулярною на R, якщо для будь-якої вектор-функції $f(t) \in C^0(R)$ система (2) має хоча б один обмежений на R розв'язок.

Відомо, що слабо регулярну систему (1) можна доповнити до регулярної таким чином:

$$\dot{x} = A(t)x, \quad \dot{y} = x - A^*(t)y, \qquad (3)$$
$$y \in R^m, \ x \in R^n.$$

В першому параграфі вивчається питання, якою мінімальною кількістю рівнянь можна доповнити слабо регулярну на R систему, щоб отримати регулярну. Тут отримано такий результат.

ТЕОРЕМА 1. Нехай система рівнянь (1) є слабо регулярною на R. Тоді існують регулярні на R системи виду

$$\dot{x} = A(t)x, \qquad \dot{y} = B(t)x + A(t)y, \qquad (*)$$
$$y \in R^m, \ x \in R^n,$$

де $B(t)$, $A(t)$ - деякі матриці-функції простору $C^0(R)$ розмірів відповідно $m \times n$, $m \times m$. Причому, мінімальне значення m рівне

$\hat{r} = \dim \hat{E}$, де $\hat{E}$-підпростір обмежених на R розв'язків системи (1), тобто $\min\{m\} = \hat{r} = n^+(-\infty)-n^+(+\infty)$.

Тут $n^+(-\infty)$-число додатних власних чисел матриці $S(t)$ при досить малих t, $n^+(+\infty)$- число додатних власних чисел матриці $S(t)$ при досить великих t. Матриця $S(t)$ симетрична і така, що

$$\langle [\dot{S}(t)-S(t)A^*(t)-A(t)S(t)]x,x\rangle \geq \|x\|^2$$

при всіх $x \in R^n$, де $\langle y,x\rangle = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i$ - скалярний добуток в R^n.

При цьому визначник матриці $S(t)$ при деяких значеннях $t=t_1,\ldots,t_k$ може перетворюватися в нуль. Відомо, що таких значень не більше, ніж n.

В другому параграфі вивчається питання існування функції Гріна задачі про обмежені розв'язки з експоненціальною оцінкою. Нагадаємо, що функція

$$G(t,\tau)=\begin{cases}\Omega_\tau^t(t)C(\tau), & \tau\leq t,\\ \Omega_\tau^t(t)[C(\tau)-I_n], & \tau>t,\end{cases} \tag{4}$$

для якої

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\|G(t,\tau)\|d\tau \leq K < \infty, \tag{5}$$

називається функцією Гріна задачі про обмежений розв'язок.

Зауважимо, що експоненціальна оцінка

$$\|G(t,\tau)\| \leq K\exp(-\gamma|t-\tau|) \tag{6}$$

для функції Гріна може не виконуватись.

<u>Т е о р е м а 2.</u> Нехай лінійна однорідна система диференціальних рівнянь (1) має хоча б одну функцію Гріна задачі про обмежені на осі R розв'язки вигляду (4),(5). Тоді завжди знай-

деться інша функція Гріна $G(t,\tau)$, для якої буде виконуватись оцінка (6).

В третьому параграфі розглядаються локально збурені системи диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = [A(t) + B(t)]x. \qquad (7)$$

Відомо, що коли збурення мале, тобто $\|B(t)\| < \varepsilon$, то регулярність зберігається на всій осі R. А коли збурення велике на якомусь скінченному відрізку осі R, то система (7) буде регулярною на півосях, але не регулярною на всій осі R. Яке ж має бути збурення, щоб система (7) була все-таки регулярною?

Т Е О Р Е М А 3. Нехай система (1) експоненціально дихотомічна на R і відповідно P-постійна матриця проектування (t=0) на E^+ вздовж E^-, $P(t)=\Omega_0^t P \Omega_t^0$. Тоді система

$$\dot{x} = (A(t)+B(t)-P(t)B(t)(I-P(t))x$$

буде експоненціально дихотомічною на R при кожній матриці $B(t) \in C^0(R)$, якщо $\lim\limits_{|t|\to\infty} B(t)=0$.

Останній параграф першого розділу присвячений вивченню регулярності лінійних систем в термінах властивостей матрицантів.

Т Е О Р Е М А 4. Нехай існує k матриць $C_i(\tau) \in C^0(R)$, $i=\overline{1,k}$, $\sum\limits_{i=1}^{k} C_i(\tau) \equiv I_n$, і існують k постійних чисел $T_i \in R$, $i=\overline{1,k}$ таких, що

$$k \sum_{i=1}^{k} \| \Omega_t^{\tau+T_i}(A)\, C_i(\tau)\|_0^2 < 1.$$

Тоді система (1) буде слабо регулярною.

В другому розділі дисертаційної роботи вивчається гладкість обмеженого інваріантного многовиду і питання дихотомічності тривіального інваріантного многовиду. Наведемо деякі позначення, які будемо далі використовувати:

1) $C^0(R^m)$ - простір функцій $F(\phi)$, неперервних за сукупністю змінних ϕ_j, $j=\overline{1,m}$, і обмежених на R^m ; 2) $C^1(R^m)$ - підпростір $C^0(R^m)$ функцій, які мають неперервні частинні похідні першого порядку по кожній змінній ϕ_j (простір неперервно-диференційовних і обмежених на R^m функцій); 3) $C^1(R^m,\omega)$ прийнято позначати підпростір $C^0(R^m)$ функцій $F(\phi)$ таких, що суперпозиція $F(\phi_t(\phi))$ як функція змінної t неперервно-диференційовна по t і при цьому

$$\frac{d}{dt} F(\phi_t(\phi)) \Big|_{t=0} \overset{df}{=} \dot{F}(\phi) \in C^0(R^m).$$

Розглянемо систему диференціальних рівнянь

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega(\phi), \quad \frac{dx}{dt} = H(\phi)x+f(\phi), \qquad (8)$$

де $f(\phi) \in C^0(R^m)$, $\omega(\phi)$, $H(\phi) \in C^1(R^m)$.

<u>О З Н А Ч Е Н Н Я</u>. Нехай існує n x n - вимірна матрична функція $C(\phi) \in C^0(R^m)$ така, що для функції

$$G_0(\tau,\phi)=\begin{cases}\Omega_\tau^0(\phi)C(\phi_\tau(\phi)), & \text{при } \tau \le 0,\\ \Omega_\tau^0(\phi)[C(\phi_\tau(\phi))-I_n], & \text{при } \tau > 0,\end{cases} \qquad (9)$$

виконується оцінка

$$\|G_0(\tau,\phi)\| \le K_0 \exp(-\gamma_0|\tau|) \quad \forall\, \tau \in R \qquad (10)$$

з додатними сталими K_0, γ_0, які не залежать від $\phi \in R^m$; тоді функцію (9) називають функцією Гріна задачі про обмежені інваріантні многовиди системи (8).

<u>О З Н А Ч Е Н Н Я</u>. Говорять, що система рівнянь (8) має обмежений інваріантний многовид, що визначається рівністю

$$x = u(\phi),\ \phi \in R^m,$$

якщо $u(\phi) \in C'(R^m;a)$ і виконується тотожність

$$\frac{du(\phi_t(\phi))}{dt} = A(\phi_t(\phi))u(\phi_t(\phi))+f(\phi_t(\phi))$$

для всіх $t \in R$, $\phi \in R^m$.

Очевидно, що існування функції Гріна (9) забезпечує існування інваріантного многовиду системи (8) при кожній вектор-функції $f(\phi) \in C^0(R^m)$:

$$x = u(\phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(\tau,\phi)f(\phi_\tau(\phi))d\tau. \qquad (11)$$

Навпаки не завжди справедливо, тобто система (8) може мати інваріантний многовид при кожній вектор-функції $f(\phi) \in C^0(R^m)$ і при цьому функції Гріна (9) не існує.

В першому параграфі другого розділу знайдено достатні умови існування гладких обмежених інваріантних многовидів динамічних систем виду (8).

Істотні відмінності виникають при вивченні гладкості функції Гріна системи (8) в порівнянні з випадком, коли $H(\phi)$ є 2π-періодичною по ϕ_j, $j=\overline{1,m}$, оскільки функція $H(\phi)$ задана не на компактному многовиді і тому похідна $\frac{\partial H(\phi)}{\partial \phi_i}$ може бути необмеженою в R^n.

Припустимо, відносно системи, що вектор-функція $\omega(\phi) \in C'(R^m)$ і задовольняє оцінки

$$\|\omega(\phi)\| \leq \alpha_1, \quad \sup_{\phi \in R^m} \left\| \frac{\partial}{\partial \phi_i}\omega(\phi) \right\| < \infty, \qquad (12)$$

де α_1-const $< \infty$. А для матричної функції $H(\phi) \in C^1(R^m)$ припускаємо існування неперервних частинних похідних першого порядку

$\frac{\partial}{\partial\phi_i}H(\phi)$, $i=\overline{1,m}$, і що мають місце нерівності

$$\left\| \frac{\partial}{\partial\phi_i} H(\phi) \right\| \leqslant \alpha_2 \cdot \exp(\nu \cdot \|\phi\|) + \alpha_3 , \tag{13}$$

α_2, α_3, ν -const>0. Простір таких функцій позначимо через $C^1_\nu(R^m)$.

Має місце наступне твердження.

<u>Т е о р е м а</u> 5. Нехай система рівнянь (8), для якої справедливі оцінки (12) і (13), має єдину функцію Гріна задачі про обмежені інваріантні многовиди (9). Тоді для того, щоб обмежений інваріантний многовид (11) при кожній фіксованій вектор-функції $f(\phi) \in C^1_\nu(R^m)$ належав простору $C^1_\nu(R^m)$, достатньо виконання нерівності

$$\alpha_1\nu + \alpha_0 < \gamma ,$$

де $$\alpha_0 = \sup_{\phi\in R^m} \left[\max_{\|\eta\|=1} \left| \left\langle \frac{\partial}{\partial\phi}\omega(\phi)\eta,\eta \right\rangle \right| \right] .$$

В роботах А.М.Самойленка в термінах матриць проектування і в термінах фундаментальних матриць отримано результати про стійкість і дихотомічність тривіального інваріантного многовиду. Тут вивчається це питання з підходом до нього трохи з іншого боку. А саме, відмовившись:

а) від того, що $C(\phi)$ є проектуючою

$$C^2(\phi) \neq C(\phi);$$

б) що $C(\phi)$ є інваріантною, тобто

$$\Omega^t_o(\phi)C(\phi)\Omega^o_t(\phi) \neq C(\phi_\tau(\phi)),$$

в шостому параграфі доведена така теорема.

<u>Т Е О Р Е М А</u> 6. Нехай існує дві $n \times n$- мірні матричні функції $C_i(\phi) \in C^0(R^m)$, $i=\overline{1,2}$, і чотири постійні числа $T_i \in R$, $i=\overline{1,4}$, такі, що

$$\| \Omega_o^{T_1}(\phi)C_1(\phi)\|_o^2 + \| \Omega_o^{T_2}(\phi)C_1(\phi)\|_o^2 < \frac{1}{2}, \tag{14}$$

$$\|C_2(\phi)\Omega_{T_4}^o(\phi)\|_o^2 + \|[I_n - C_2(\phi)\Omega_{T_3}^o(\phi)\|_o^2 < \frac{1}{2}, \tag{15}$$

де

$$\|\cdot\|_o^2 = \sup_{\phi\in R^m}\|\cdot\|^2.$$

Тоді система (8) буде регулярною.

В сьомому параграфі, припустивши, що система диференціальних рівнянь (8) має фуkцію Гріна (9) задачі про обмежені інваріантні многовиди, вивчається питання, наскільки ця властивість є стійкою по відношенню до збурень (правої частини) коефіцієнтів цієї системи рівнянь. А саме, вказані достатні умови існування і єдиності функції Гріна задачі про обмежені інваріантні многовиди для збуреної системи рівнянь

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega(\phi)+\omega_1(\phi), \quad \frac{dx}{dt} = \left[H(\phi)+H_1(\phi)\right]x+f(\phi). \tag{16}$$

Припустивши, що система рівнянь (8) така, що вектор-функція $\omega(\phi)\in C^1(R)$ задовольняє оцінки

$$\|\omega(\phi)\| \leqslant \alpha_1, \qquad \sup_{\phi\in R^m}\left\|\frac{\partial}{\partial\phi_i}\omega(\phi)\right\| < \infty,$$

$$\alpha_o = \sup_{\phi\in R^m}\left(\max_{\|\eta\|=1}\left\|\left\langle \frac{\partial}{\partial\phi}\omega(\phi)\eta,\eta\right\rangle\right\|\right). \tag{17}$$

де α_1-const>0, а матрична функція $H(\phi)\in C^1(R^m)$ є такою, що існують неперервні частинні похідні першого порядку $\frac{\partial}{\partial\phi_i}H(\phi)$, $i=\overline{1,m}$, для яких мають місце нерівності

$$\left|\frac{\partial}{\partial\phi_i}H(\phi)\right| \leqslant \alpha_2, \tag{18}$$

α_2 -const>0.

Доведено наступне твердження.

Т е о р е м а 7. Нехай система рівнянь (8) має єдину функцію Гріна задачі про обмежені інваріантні многовиди (9),(10), для якої виконується нерівність $\alpha_0<\gamma$ і справедливі оцінки (17), (18). Тоді існує таке $\varepsilon_0\geqslant 0$, що при кожній вектор-функції $\omega_1(\phi)\in C^0(R^m)$ і матричній функції $H_1(\phi)\in C^0(R^m)$, для яких

$$\|\omega_1(\phi)\| \leqslant \varepsilon_0, \quad \|H_1(\phi)\| \leqslant \varepsilon_0,$$

система рівнянь (16) при кожній фіксованій вектор-функції $f(\phi)\in C^0(R^m)$ має єдиний обмежений інваріантний $\bar{u}(\phi)\in C^0(R^m)$.

В останньому параграфі дисертаційної роботи розглядається система диференціальних рівнянь

$$\frac{d\varphi}{dt} = a(\varphi)\ , \quad \frac{dx}{dt} = A(\varphi)x\ , \tag{19}$$

де $\varphi\in\mathcal{T}_m$, $x\in R^n$, $t\in R$, $a(\varphi)=(a_1(\varphi),\ldots,a_m(\varphi))\in C^0(\mathcal{T}_m)$, $A(\varphi)$ $(A_{ij}(\varphi))_{i,j=\overline{1,m}}$ -n-вимірна квадратна матриця, елементи якої нале жать простору $C^0(\mathcal{T}_m)$. Нагадаємо, що через $C^0(\mathcal{T}_m)$ позначаємо прос тір функцій $F(\varphi)$, неперервних по сукупності змінних φ_j, $j=\overline{1,m}$, і 2π-періодичних по кожній змінній φ_j, $j=\overline{1,m}$, тобто заданих на m-вимірному торі $\mathcal{T}_m$.

О З Н А Ч Е Н Н Я. Нехай існує n x n -вимірна матрична функція $C(\varphi)\in C^0(\mathcal{T}_m)$ така, що для функції

$$G_0(\tau,\varphi)=\begin{cases}\Omega^0_\tau(\varphi;A)C(\varphi_\tau(\varphi)), & \tau\leqslant 0,\\ \Omega^0_\tau(\varphi;A)[C(\varphi_\tau(\varphi))-I_n], & \tau>0\ ,\end{cases} \tag{20}$$

виконується оцінка

$$\|G_0(\tau,\varphi)\| \leqslant K\, e^{-\gamma|\tau|}, \tag{21}$$

K, γ -const>0, які не залежать від $\varphi\in\mathcal{T}_m$; тоді функцію (20) називають функцією Гріна-Самойленка задачі про інваріантні тори для системи (19).

Вияснється, які збурення системи (19) забезпечують збереження єдиної функції Гріна задачі про інваріантні тори. Припустимо, що система (19) має єдину функцію Гріна-Самойленка задачі про інваріантні тори (20), (21). Тоді виявляється, що збурена система виду

$$\frac{d\varphi}{dt} = a(\varphi), \quad \frac{dx}{dt} = (A(\varphi)+B(\varphi))x$$

володіє такою ж властивістю при деяких $B(\varphi) \in C^0(\mathcal{T}_m)$, взагалі кажучи, не малими за нормою.

ТЕОРЕМА 8. Нехай система

$$\frac{d\varphi}{dt} = a(\varphi), \quad \frac{dx}{dt} = A(\varphi)x$$

має єдину функцію Гріна-Самойленка

$$G_0(\tau,\varphi) = \begin{cases} \Omega_\tau^0(\varphi;A)C(\varphi_\tau(\varphi)), & \tau \le 0, \\ \Omega_\tau^0(\varphi;A)[C(\varphi_\tau(\varphi))-I_n], & \tau > 0, \end{cases}$$

де $C(\varphi)$-деяка функція з простору $C^0(T_m)$, така, що

$$\|G_0(\tau,\varphi)\| \le K e^{-\gamma|\tau|}, \quad K,\ \gamma - const>0.$$

Тоді система

$$\frac{d\varphi}{dt} = a(\varphi), \quad \frac{dx}{dt} = (A(\varphi)+B(\varphi)-C(\varphi)B(\varphi)(I_n-C(\varphi))x$$

також має єдину функцію Гріна-Самойленка, якщо

$$\int_{\infty}^{\infty} \|B(\varphi_\sigma(\varphi))\| d\sigma \le \bar{K}, \text{ де } \bar{K} - const > 0.$$

У висновках коротко сформульовані результати дисертаційної роботи:

1) встановлено мінімальну кількість рівнянь, якими треба доповнити слабо регулярну на R систему диференціальних рівнянь (1) до

регулярної на всій осі R;

2) доведено теорему про існування функції Гріна для системи (1), для якої буде виконуватись оцінка (6);
3) встановлено, при яких умовах збурена, регулярна на всій осі R, система диференціальних рівнянь (1) залишається регулярною на R;
4) вивчено питання регулярності лінійних систем в термінах властивостей матрицантів;
5) отримані умови гладкості обмежених інваріантних многовидів динамічних систем;
6) доведена теорема про регулярність лінійних розширень динамічних систем на многовидах;
7) виясненo питання існування і єдиності функції Гріна задачі про обмежені інваріантні многовиди для збуреної системи;
8) встановлено, які збурення системи диференціальних рівнянь (19) забезпечують збереження єдиної функції Гріна задачі про інваріантні тори.

Основні результати дисертації опубліковані в наступних роботах:

1. Грод И.Н. О расширении слабо регулярных систем // Асимптотическое интегрирование нелинейных уравнений. - Киев: Ин-т математики АН Украины, 1992. - С. 45-51.
2. Грод І.М. Про існування функції Гріна слабо регулярних систем // Конструктивні методи дослідження диференціальних рівнянь. - Київ: Ін-т математики АН України, 1993. - С. 122-127.
3. Грод І.М. Про збереження обмежених інваріантних многовидів динамічних систем // Нелинейные краевые задачи математической

физики и их приложения. - Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1994. - С.59-61

4. Грод І.М. Про гладкість обмежених інваріантних многовидів лінійних неоднорідних розширень динамічних систем // Укр. мат. журн. - 1996. - 48, N 1. - С.136-139.

Грод И.Н. "Вопросы регулярности линейных расширений динамических систем".

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 0I.0I.02 - дифференциальные уравнения. Институт математики НАН Украины, Киев, I996.

Защищается диссертация, в которой содержатся результаты 4 работ по теории дихотомичных инвариантных многообразий динамических систем. Построено минимальное расширение слабо регулярных линейных систем дифференциальных уравнений к регулярным. Изучен вопрос сохранения функции Грина-Самойленка задачи об инвариантных торах при возмущениях, а также найдены достаточные условия регулярности линейных систем в терминах свойств матрицантов. Указаны достаточные условия существования гладких ограничённых инвариантных многообразий динамических систем.

Grod I.N. For regularity of linear extentions of dynamical systems.

Thesis for a degree of Candidate of a Sciences in Physics and Mathematics, the speciality 01.01.02 - differential equations. Institute of Mathematics. National Akademy of Sciences of Ukraine. Kiev, 1996.

Thesis containing the results of 4 works on the theory of dichotomic invariant manifolds of dynamic systems is defended.

The smallest extention of small regular linear systems to regular ones is built. Invariant manyfields task Green-Samoylenko moved function conservating is studied. Sufficien conditions of linear system regularity im resolvents conditions terms are obtined as well. Sufficient conditions of existence of smooth bounded manifols of dynamical systems is found.

Ключові слова: лінійне розширення динамічної системи, функція Гріна-Самойленка, регулярність і слабка регулярність лінійного розширення, обмежений інваріантний многовид систем диференціальних рівнянь, інваріантний тор.

Підп. до друку 09.04.96. Формат 60х84/16. Папір друк. Офс. друк. Ум. друк арк. 1,16. Ум. фарбо-відб. 1,16. Обл.-вид. арк. 0,8. Тираж 100 пр. Зам. 83 Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики НАН України
252601 Київ 4, МСП, вул. Терщенківська, 3

динамических систем. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1996. — 50 с.

4. Грод І.М. Про збереження функції Гріна-Самойленка інваріантних тороїдальних многовидів лінійних розширень динамічних систем // Укр. мат. журн. — 1996. — 48, № 1. — С. 138-140.

Грод И.Н. "Вопросы регуляризации линейных расширений динамических систем".

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения. Институт математики НАН Украины, Киев, 1996.

Защищается диссертация, в которой содержатся результаты 4 работ по теории дихотомичных инвариантных многообразий динамических систем. Построено минимальное расширение слабо регулярных линейных систем дифференциальных уравнений к регулярным. Изучен вопрос сохранения функции Грина-Самойленко задачи об инвариантных торах при возмущениях, а также найдены достаточные условия регулярности линейных систем в терминах свойств матрициантов. Указаны достаточные условия существования гладких ограниченных инвариантных многообразий динамических систем.

Grod I.N. The regularity of linear extentions of dynamical systems.

Thesis for a degree of candidate of physics and mathematics, the speciality 01.01.02 – differential equations. Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, 1996.

Thesis containing the results of 4 works on the theory of dichotomic invariant manifolds of dynamic systems is defended.