Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова

На правах рукопису

ОНОПЧУК Ірина Юріївна

УДК 519.8

ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНИХ ВИМІРЮВАЧІВ З УРАХУВАННЯМ АПРІОРНИХ ОБМЕЖЕНЬ НА НЕВІДОМІ ПАРАМЕТРИ

01.05.01 — теоретичні основи інформатики та кібернетики (математична кібернетика)

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Київ 1996

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук
ПОКОТИЛО Вячеслав Григорович.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
БАКАН Генадій Михайлович,

доктор фізико-математичних наук,
професор ГУПАЛ Анатолій Михайлович.

Провідна організація: Київський національний університет
імені Тараса Шевченка.

Захист відбудеться «14» червня 1996 р. о 11 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.39.02 при Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України за адресою:

252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічному архіві інституту.

Автореферат розісланий «12» травня 1996 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради СИНЯВСЬКИЙ В. Ф.

Загальна характеристика роботи

Актуальність теми. Завдяки широкій сфері застосування в зоні постійної уваги науковців знаходяться задачі побудови оцінок невідомих параметрів за результатами неповних вимірювань при наявності невизначених збурень. Такі задачі складають предмет теорії оцінювання та фільтрації. І хоча багато положень цієї теорії вже досить відомі і прийняли характер класичних результатів, та інтерес до таких задач пояснюється їх практичною вагомістю і фундаментальністю проблем, які виникають при їх дослідженні. Існують два підходи до трактовки невизначеності збурень: стохастичний і мінімаксний (або гарантований).

Велика кількість робіт присвячена більш традиційному стохастичному підходу, коли збурення моделюються випадковими процесами із заданими імовірними характеристиками. Результати досліджень задач в рамках цього підходу носять досить закінчений вигляд. А саме різноманітні математичні аспекти задач оцінювання в стохастичній постановці вивчались в роботах В.В.Анісімова, А.Брайсона, В.Л.Гірка, А.М.Гупала, Р.Калмана, В.Б.Колмановського, П.С.Кнопова, Г.Крамера, Р.Лі, Р.Ш.Ліпцера, О.С.Немировського, Б.Т.Поляка, О.В.Скорохода, Ф.Л.Черноуська, О.М.Ширяєва, Я.З.Ципкіна та багатьох інших.

Проте дуже часто має місце ситуація, коли на практиці виявляється неможливим застосування розроблених стохастичних методів для досліджуваних задач. Це пояснюється відсутністю або недостатньою кількістю стохастичного матеріалу про невідомі параметри, інформація про які лише вичерпується заданням обмежень у вигляді множин. Це призвело до розвитку гарантованого або мінімаксного підходу, в основі якого лежить теорія ігор та застосування методів оптимізації. Дослідження в цьому напрямку були покладені роботами М.М.Красовського, а потім отримали розвиток в роботах О.Б.Куржанського та їх учнів Б.І.Ананьєва, М.І.Гусєва, І.Я.Каца, О.Ніконова, Т.Філіпової та інших. Це призвело до створення теорії мінімаксної або гарантованої фільтрації.

Важливі результати для задач оцінювання при невизначених збуреннях були отримані в роботах Г.М.Бакана, Д.Бертсекаса, І.О.Богуславського, Б.М.Бублика, Ф.Г.Гаращенка, М.Ф.Кириченка, О.Г.Наконечного, В.М.Кунцевича, М.М.Личака, В.Г.Покотила, Б.М.Пшеничного, Ф.Л.Черноуська, О.С.Слабоспицького та іншими.

Результатом розв'язку задач гарантованого оцінювання є або "закон" спостереження - лінійний оператор, який реалізує оцінку, або інформаційна множина. Якщо існують керуючі параметри в моделі, то виникає задача вибору цих параметрів так, щоб у результаті побудови гарантованої оцінки величина похибки була мінімальною. В термінах теорії гарантованого оцінювання це або мінімізація норми оператора, або діаметра інформаційної множини. Оскільки сама задача оцінювання є мінімаксною, то задача оптимізації вимірювань структурно складна і передбачає застосування нелінійного, негладкого аналізу. Цій актуальній проблемі і присвячена дисертаційна робота. Звичайно в аналітичному вигляді розв'язки вдається отримати тільки у найпростіших ситуаціях, коли сама задача оцінювання може бути розв'язана аналітично.

Мета роботи складається з розробки і обгрунтування методів дослідження оптимальних процесів вимірювання для лінійно-квадратичних дискретних систем з невизначеними збуреннями у випадку, коли задана апріорна інформація про невідомий вектор параметрів та збурення.

Загальна методика досліджень грунтується на застосуванні результатів теорії гарантованого спостереження, математичної теорії планування експерименту, теорії лінійних систем, випуклого аналізу та теорії оптимізації.

Наукова новизна. В роботі одержані для лінійних дискретних систем необхідні умови оптимальності та розв'язки задач гарантованої оптимізації вимірювань (як програмних, так і адаптивних) з урахуванням апріорних обмежень на невідомі параметри.

Теоретична та практична цінність. Дисертація робить внесок в теорію вимірювань за умови невизначеності. Розроблені в ній методи дослідження оптимальних процесів вимірювання для дискретних систем з урахуванням апріорних обмежень на невідомі параметри можуть ефективно застосовуватись при вивченні різноманітних задач планування експерименту та керування вимірюваннями в мінімаксній постановці.

<u>Апробація роботи.</u> Основні результати дисертації доповідались на Всеросійській науковій конференції "Алгоритмическое обеспечение процессов управления в механике и машиностроении" (Москва,1994), на наукових семінарах в Інституті кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України.

<u>Публікації.</u> Основні результати дисертації опубліковані в чотирьох роботах.

<u>Структура та обсяг.</u> Дисертація складається з вступу, трьох розділів, закінчення та списку літератури. Загальний обсяг роботи 100 с., список цитованої літератури із 103 найменувань, один рисунок.

Зміст роботи

У вступі приводиться обгрунтування актуальності вибраної теми досліджень, огляд літератури та коротке викладення основних результатів роботи.

У першому розділі, який складається з двох параграфів, розглядаються постановки задач оптимізації процесу вимірювання з невизначеними збуреннями, а також дослідження необхідних умов екстремума в залежності від функцій, що визначають критерії оптимальності цих задач.

У параграфі I.1 розглядається модель вимірювання невідомого вектора фазових координат $x \in \mathbb{R}^n$. Нехай проводиться k вимірювань:

$$y_i = A_i x + \xi_i \ , \quad i=1,2,\dots,k, \qquad (1)$$

де $y_i \in \mathbb{R}^m$, $i=\overline{1,k}$,- вимірюваний сигнал;

$\xi_i \in \mathbb{R}^m$, $i=\overline{1,k}$,- невідоме збурення;

A_i, $i=\overline{1,k}$,- $m \times n$-матриця, яка характеризує склад вимірювань.

Крім того, існує додаткова апріорна інформація, що невідомий вектор x та збурення ξ_i, $i=\overline{1,k}$ задовольняють співвідношенню

$$\langle x, Mx\rangle + \sum_{i=1}^{k} \langle \xi_i, N_i \xi_i\rangle \le 1 \ , \qquad (2)$$

де N_i, $i=\overline{1,k}$ та M- симетричні додатньо-визначені матриці відповідних розмірностей. Оцінка невідомого вектора x базується на визначенні інформаційної множини X(y) параметрів, сумісних із виміром y. В розглянутому випадку інформаційна множина є еліпсоїд:

$$X(y) = \{x : \langle x - x_o, P\cdot(x - x_o)\rangle \le 1 - h^2(y)\} \ , \qquad (3)$$

$$P = M + A^T N A \ ,$$

$$x_o = P^{-1} d \ , \qquad d = A^T N y \ ,$$

$$h^2(y) = \langle y, Ny\rangle - \langle P^{-1} d, d\rangle \ .$$

Тут використані наступні позначення:

$$y^T = (y_1^T, \dots y_k^T), \qquad \xi^T = (\xi_1^T, \dots, \xi_k^T), \qquad A^T = \| A_1^T, \dots, A_k^T \|,$$

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \vdots & \cdot & & & \vdots \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & N_k \end{bmatrix} .$$

Складом вимірювань можна керувати за допомогою вибору матриць $A_i, i=\overline{1,k}$. Відповідну матрицю A у зв'язку з цим будемо називати вимірювачем та вважати, що її можна вибирати із деякої заданої множини $\mathfrak{U}$. Згідно з логікою гарантованого або мінімаксного підходу цей вибір пов'язаний із мінімізацією розмірів інформаційного еліпсоїду з розрахунку на найгіршу реалізацію збурень. Нехай $\Phi(P,h^{a}(y))$-задана функція, яка характеризує залежність точності оцінювання невідомого вектора x від розмірів еліпсоїду.

Отже розглядається наступна задача процесу оптимізації вимірювань:

$$\max_{y} \Phi(P,h^{a}(y)) \to \min_{A\in\mathfrak{U}} \qquad (4)$$

Найбільш поширеними критеріями точності оцінювання є діаметр, об'єм та сума лінійних вимірів еліпсоїду. Тому є сенс розглядати наступні задачі.

Задача I. Визначити елемент A_0 із множини допустимих вимірювачів $\mathfrak{U}$, який мінімізує максимальне власне число матриці P^{-1}:

$$\lambda_{max}(P^{-1}(A)) \to \min_{A\in\mathfrak{U}}$$

Задача II. Визначити елемент A_0 із множини допустимих вимірювачів $\mathfrak{U}$, який мінімізує визначник матриці P^{-1}:

$$\det(P^{-1}(A)) \to \min_{A\in\mathfrak{U}}$$

Задача III. Визначити елемент A_o із множини допустимих вимірювачів $\mathfrak{A}$, який мінімізує слід матриці P^{-1}:

$$Tr(P^{-1}(A)) \to \min_{A\in\mathfrak{A}}$$

Для зручності розглядаються еквівалентні задачі до задач I-II, а саме задачі максимізації мінімального власного числа та визначника матриці P.

Такі задачі мають аналоги у класичній теорії планування експерименту, яка тісно пов'язана з стохастичною теорією оцінювання (роботи С.М.Єрмакова, О.О.Жиглявського, М.Б.Малютова, В.В.Федорова та інших). Та відміна одержаних результатів полягає в змісті "інформаційної множини" і в змісті розв'язку. В термінах теорії планування експерименту в роботі одержані "точні дискретні плани експерименту". Проблеми керування розмірами інформаційної множини обговорювались також в роботах Б.І.Ананьєва, Г.М.Бакана, В.В.Волосова, В.І.Карлова, М.М.Красильщикова, І.Ю.Кривоноо, О.О.Ніжниченко, В.Г.Покотила, М.М.Сальникова та деяких інших авторів.

Параграф I.2 присвячений доведенню необхідних умов екстремума, які гарантують оптимальний вибір способу вимірювання. Згідно в теорією необхідних умов оптимальності обчислюються похідні функцій, які визначають критерії в задачах I-III.

Нехай $M_{m\times n}$ - множина дійсних $m\times n$-матриць; $M_n = M_{n\times n}$

Означення 1. Функціонал $\Phi(A): M_n \rightarrow \mathbb{R}$ диференційований по Фреше в точці A_0, якщо існує такий лінійний функціонал $\Phi'(A_0)$, що

$$\Phi(A_0+\delta A_0)-\Phi(A_0)=\langle\Phi'(A_0),\delta A_0\rangle+o(\delta A_0) ,$$

де $\dfrac{o(\delta A_0)}{\|\delta A_0\|} \rightarrow 0$ при $\delta A_0 \rightarrow 0$.

Зазначимо, що $\langle\cdot,\cdot\rangle$ - скалярний добуток, $\|\cdot\|$ - норма, які вводяться таким чином:

якщо $A,B \in M_n$, то $\langle A,B\rangle=Tr A^T B$, $\|A\|^2=\langle A,A\rangle$.

Використовуючи формули диференціювання за матричним аргументом, доводиться наступне твердження.

Лема 1. Для функцій $det(P(A))$ та $Tr(P^{-1}(A))$ мають місце наступні формули диференціювання:

$$det'(P(A_0))=2\cdot det(P(A_0))\cdot N\cdot A_0\cdot P^{-1}(A_0),$$

$$Tr'(P^{-1}(A_0))= -2\cdot N\cdot A_0\cdot P^{-2}(A_0) .$$

Функція $\lambda_{min}(P(A))$, взагалі кажучи , не є диференційованою. Для дослідження її максимального значення можна використати поняття квазідиференціалу, введеного у монографії Б.М.Пшеничного "Необходимые условия экстремума".

Лема 2. Для функції $\lambda_{min}(P(A))$ квазідиференціал визначається виразом

$$\partial\lambda(A_0)=\{\ 2\cdot N\cdot A_0\cdot\Gamma,\ \Gamma\in\Theta\ \},$$

де $\Theta=\{\ \Gamma\in conv\{\psi\psi^T: P(A_0)\psi=\lambda_{min}(P(A_0))\psi,\ \|\psi\|=1\ \}\}$,

тобто існують одиничні власні вектори ψ_i, відповідні до мінімального власного значення матриці P та числа $\gamma_i\geq0$,

$i=\overline{1,k}$, $\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i=1$, такі, що $\Gamma=\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\psi_i\psi_i^T$, $\Gamma\in\Theta$.

Означення 2. Конусом допустимих напрямків δA до множини $\mathfrak{A}$ в точці A_o є множина

$$K_{\mathfrak{A}}(A_o)=\{\delta A:\ \delta A=\gamma(A-A_o),\ \gamma>0,\ A\in\mathfrak{A}\}.$$

Означення 3. Множина елементів $w\in W$, таких, що $\langle w,\delta A\rangle\ge0$ для всіх $\delta A\in K_{\mathfrak{A}}(A_o)$ називається спряженим конусом $K^*_{\mathfrak{A}}(A_o)$, тобто

$$K^*_{\mathfrak{A}}(A_o)=\{w:\ \langle w,\delta A\rangle\ge0,\ \forall\delta A\in K_{\mathfrak{A}}(A_o)\}.$$

Наступна теорема є наслідком відомих результатів Б.М.Пшеничного та лем 1, 2.

Теорема 1. Нехай елемент A_o-точка оптимума функції $\Phi(\cdot)$ на множині $\mathfrak{A}$, тоді

$$\partial\Phi(A_o)\cap K^*_{\mathfrak{A}}(A_o)\ne\emptyset.$$

Для задачі I ця умова має такий вигляд.

Існують одиничні власні вектори ψ_i, $\|\psi_i\|=1$, відповідні мінімальному власному числу матриці P: $P(A_o)\psi_i=\lambda_{min}P(A_o)\psi_i$, та числа $\gamma_i\ge0, i=\overline{1,k}$, $\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i=1$, такі, що

$$-N\cdot A_o\cdot\Gamma\in K^*_{\mathfrak{A}}(A_o),$$

де $\Gamma=\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\psi_i\psi_i^T$.

Для задачі II

$$-det(P(A_o))\cdot N\cdot A_o\cdot P^{-1}(A_o)\in K^*_{\mathfrak{A}}(A_o).$$

Для задачі III

$$-N\cdot A_o\cdot P^{-1}(A_o)\in K^*_{\mathfrak{A}}(A_o).$$

Маючи необхідні умови екстремума для задач I-III, можна перейти до питань побудови оптимальних вимірювачів. Саме цим проблемам і присвячений наступний розділ дисертації. Зокрема, у параграфі II.1 розглядаються задачі I-III в окремому випадку, коли множина допустимих вимірювачів задається у вигляді кулі, а матриця, яка відповідає за еліпсоїдальність обмеження на невідомий вектор параметрів, діагональна. Отже, нехай

$$\mathfrak{A}=\{A: \langle A,A\rangle\le 1\},\ N=I. \qquad (5)$$

Теорема 2. Розв'язок задачі I у випадку (5) з матрицею

$$M=diag(\mu,\ldots,\overset{1}{\mu},0,\ldots 0)=\mu I_1$$

буде мати вигляд

$$P(A_0)=diag(\mu+\alpha_0,\ldots,\overset{1}{\mu+\alpha_0},\alpha,\ldots,\alpha),$$

де $\alpha=\frac{1+l\mu}{n}$, $\alpha_0=\frac{1-(n-l)\mu}{n}$, якщо $\mu<\frac{1}{n-l}$

та $\alpha=\frac{1}{n-l}$, $\alpha_0=0$, якщо $\mu\ge\frac{1}{n-l}$,

$I_1=diag(1,\ldots,\overset{1}{1},0,\ldots,0)$.

Пошуки розв'язку в класі діагональних матриць не обмежують загальності отриманих результатів. Це доводить наступна теорема.

Теорема 3. Розв'язок задачі I в класі діагональних матриць є розв'язком в класі всіх матриць.

Теорема 4. Розв'язки задач I-III за умови, що

$$\mathfrak{A}=\{A: \langle A,A\rangle\le 1\},\ N=I,\ M=diag(\mu_i)_{i=1}^{n},\ \mu_1>\ldots>\mu_n,$$

співпадають і мають вигляд

$$P(A_0)=diag(\mu_1,\ldots,\mu_k,\tilde{\alpha},\ldots,\tilde{\alpha}),$$

де $\tilde{\delta} = \dfrac{1+\sum\limits_{i=k+1}^{n} \mu_i}{n-k}$, k - перший індекс, для якого виконується нерівність $\dfrac{1+\sum\limits_{i=k+1}^{n} \mu_i}{n-k} - \mu_{k+1} > 0$.

Випадок, коли множина допустимих вимірювачів задається у вигляді еліпсоїду, розглядається у параграфі II.2.

Нехай множина $\mathfrak{A}$ задана таким чином:

$$\langle A, DA \rangle \le 1. \tag{6}$$

Будемо вважати, що D - діагональна матриця, $D>0$, $D=D^{*}$.

Теорема 5. Розв'язок задачі II у випадку (6) за умови, що

$$M=diag(\mu_1,\ldots,\mu_n), \quad \mu_1>\ldots>\mu_n, \quad N=I,$$
$$D=diag(\delta_1^2,\ldots,\delta_n^2), \quad \delta_1>\ldots>\delta_n$$

має вигляд

$$P(A_0)=diag(\mu_1,\ldots,\mu_k,\tilde{\alpha}_{k+1},\ldots,\tilde{\alpha}_n),$$

де $\tilde{\alpha}_j = \dfrac{1+\sum\limits_{i=k+1}^{n} \mu_i\delta_i^2}{(n-k)\delta_j^2}$, $j=\overline{k+1,n}$, індекс k - перший індекс, для якого виконується нерівність

$$\frac{1+\sum\limits_{j=k+1}^{n} \mu_j\delta_j^2}{(n-k)\delta_{k+1}^2} - \mu_{k+1} > 0 .$$

Теорема 6. Розв'язок задачі III у випадку (6) за умови, що

$$N=I, \ M=diag(\mu_1,\ldots,\mu_n), \quad \mu_1>\ldots>\mu_n,$$
$$D=diag(\delta_1^2,\ldots,\delta_n^2), \quad \delta_1>\ldots>\delta_n,$$

має вигляд

$$P(A_0)=diag(\mu_1,\ldots,\mu_k,\tilde{\alpha}_{k+1},\ldots,\tilde{\alpha}_n),$$

де $\tilde{\alpha}_j = \dfrac{1+\sum\limits_{i=k+1}^{n} \mu_i \sigma_i^2}{\sigma_{k+1} \sum\limits_{i=k+1}^{n} \sigma_j}$, $j=\overline{k+1,n}$, k - перший номер, для

якого виконується умова $\dfrac{1+\sum\limits_{j=k+1}^{n} \mu_j \sigma_j^2}{\sigma_{k+1} \sum\limits_{j=k+1}^{n} \sigma_j} - \mu_{k+1} > 0$.

Доведені теореми 5 та 6 дають змогу перейти до параграфу 3 розділу II, де розглядаються питання побудови оптимальних динамічних вимірювачів. Розглядається модель вимірювань (1), (2) в припущенні, що A_i, $i=\overline{1,k}$ матриці розмірністю m×n задовольняють деякому різницевому рівнянню

$$A_{i+1}^T = A_i^T - u_i \ , \ i=\overline{0,k-1} \ , \ A_0 = 0 \ . \qquad (7)$$

Крім того, керування u_i, $i=\overline{0,k-1}$ задовольняють обмеженню

$$\sum_{i=0}^{k-1} \langle u_i, u_i \rangle \le 1 \ . \qquad (8)$$

Нехай $\mathfrak{A}$ - множина розв'язків різницевого рівняння (7). Вимірювачі, визначені множиною $\mathfrak{A}$, назвемо керуючими динамічними вимірювачами. Із співвідношення (7) маємо

$$u_i = A_{i+1}^T - A_i^T \ , \ i=\overline{0,k-1} \ .$$

Враховуючи останнє співвідношення, обмеження (8) можна записати у вигляді $\langle DA, DA \rangle \le 1$

або у вигляді $\langle A, \tilde{D}A \rangle \le 1$,

де $D = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ -I & I & 0 & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I & I & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & -I & I \end{pmatrix}$ матриця розмірністю km×km ,

I- одинична m×m-матриця,

$$\tilde{D}=D^TD=\begin{bmatrix} 2I & -I & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I & 2I & -I & 0 & . & . & . & 0 & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & & & & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & -I & 2I & -I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 & -I & I \end{bmatrix}$$ матриця розмірністю $km \times km$.

Таким чином, задача побудови оптимального динамічного вимірювача звелась до задачі знаходження оптимального вимірювача у випадку, коли множина допустимих вимірювачів є еліпсоїд, тобто мають місце постановки задач I-III.

Розділ III присвячений задачі адаптивного керування процесом вимірювання. В параграфі III.1 розглядається постановка задачі. Отже, нехай в системі вимірювань (1) до заданого моменту часу $\tau > t_0$ реалізувався сигнал $y^T=(y_1^T,\dots,y_\tau^T)$. Будемо вважати також, що іншої інформації про збурення, крім (2) , не поступає. Тоді оцінка, невідомого вектора x пов'язана з побудовою інформаційної множини $X(y)$ векторів, сумісних з сигналом $y^T=(y_1^T,\dots,y_\tau^T)$, що реалізувався до моменту $\tau < t_0$. У даному випадку інформаційна множина буде еліпсоїдом (3). Задача вибору оптимальних вимірювачів $A_i, i=\overline{1,k}$ полягає в оптимізації функції $\Phi(P,h^a(y))$ з розрахунку на найгіршу реалізацію збурень. Існують два шляхи розв'язку цієї задачі. Перший- програмний (4), та другий- адаптивний, який полягає в наступному. Отримавши вимірювання $y_1,\dots,y_\tau$, необхідно вибрати $A_{\tau+1},\dots,A_k$ із умови

$$\Phi(P,y_1,\dots,y_\tau)=\max_{y_{\tau+1},\dots,y_n}\Phi(P,h^a(y)) \to \min , \qquad (9)$$

$A_i \in \mathfrak{A}$, $i=\overline{1,k}$.

Така реалізація ідеї послідовного планування експерименту і пропонувалась у вигляді адаптивного способу керування вимірюваннями в роботі.

Питання побудови оптимального адаптивного вимірювача та доречності адаптивного способу керування вимірюваннями розглядаються в параграфі III.2.

Будемо вважати, що для функції $\Phi(P,h^2(y))$ при $\alpha>0$ має місце співвідношення

$$\Phi(P,\alpha)=\Phi(P/\alpha,1)=\rho(\alpha)\cdot\Phi(P,1)\ , \qquad (10)$$

де $\rho(\alpha)$-зростаюча функція при $\alpha>0$ Всі розглянуті критерії задовольняють цій умові.

Основним результатом даного розділу є наступна теорема.

Теорема 7. Розв'язки задач адаптивного (9) та програмного (4) способів керування вимірюваннями співпадають за умови (10).

Варто обговорити зв'язок цього твердження із результатами, отриманими Дж.Траубом та Х.Вожьняковським, про співпадання діаметрів інформації для адаптивного та неадаптивного інформаційних операторів. Згадані результати в розглянутому випадку мають наступну інтерпретацію. Існують такі невідомий вектор параметрів та збурення, які задовольняють квадратичному обмеженню, що похибка оцінювання при адаптивному способі вибору оптимальних вимірювачів співпадає з похибкою при програмному виборі.

Обгрунтована в даній роботі теорема 7 заключається в тому, що при будь-яких реалізаціях збурення (відповідних вимірюваному сигналу) оптимальний адаптивний вибір вимірювачів співпадає з оптимальним програмним.

Основні результати роботи

1. Сформульовані постановки задач побудови оптимального вимірювача з різними критеріями точності оцінювання невідомого вектора (максимальне власне число, слід та детермінант матриці, оберненої до матриці інформаційного

еліпсоїду) або задач оптимального керування вимірюваннями з невизначеними збуреннями у випадку, коли апріорна інформація про невідомий вектор параметрів та збурення задається у вигляді квадратичного обмеження.

2. Отримані необхідні умови екстремума для розглянутих задач керування процесом вимірювання, які гарантують оптимальний вибір способу вимірювання.

3. Побудовані оптимальні вимірювачі у випадку, коли множина допустимих вимірювачів задається у вигляді кулі та еліпсоїду. Доведені теореми показують, що оптимальні вимірювачі у першому випадку для розглянутих трьох задач співпадають.

4. Визначена структура оптимальних динамічних вимірювачів.

5. Розглянуто питання про адаптивне керування вимірюваннями при апріорних обмеженнях. Показано, що за даних умов адаптивний та програмний способи керування вимірюваннями співпадають.

Основні положення та результати дисертації опубліковані в таких працях:

1. Онопчук И.Ю. Принятие решений в условиях неопределенности // Кибернетика и вычисл. техника.- 1991.- Вып.92.- С.67-70.

2. Покотило В.Г., Онопчук И.Ю. О совпадении программного и адаптивного управления измерениями // Всероссийская науч. конф. "Алгоритмическое обеспечение процессов управления в механике и машиностроении", Москва, 24-26 мая 1994 г.: Тез.докл.- Москва: Изд-во МАИ,1994.- С.15

3. Покотило В.Г., Онопчук И.Ю. Об адаптивной информации в задаче управления измерениями // Проблемы управления и информатика.- 1995.- N 3.- С.42-49.

4. Онопчук И.Ю. Оптимальный измеритель в задаче управления измерениями с квадратичными ограничениями // Теория оптимальных решений.- Киев: Ин-т кибернетики им.

В.М.Глушкова НАН Украины, 1995. - С.13-19.

В сумісних роботах автору дисертації належать результати досліджень задач, сформульованих науковим керівником. Дисертаційна робота є складовою частиною наукових досліджень, які ведуться в Інституті кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України у відділах академіка НАН України Б.М.Пшеничного та професора А.О.Чикрія за темою: "Розвиток математичної теорії оптимальних процесів керування та вимірювання" (за завданням ДКНТ, 1995-1996 р.р.).

Онопчук И.Ю. Построение оптимальных измерителей с учетом априорных ограничений на неизвестные параметры.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.01 - теоретические основы информатики и кибернетики (математическая кибернетика). Институт кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины.

Исследованы оптимальные процессы измерения для линейно-квадратичных дискретных систем с неопределенными возмущениями для случая, когда задана априорная информация о неизвестном векторе параметров и помехах. Сформулированы постановки задач построения оптимального измерителя при различных критериях точности оценивания неизвестного вектора. Получены необходимые условия экстремума и аналитические решения задач гарантированной оптимизации измерений. Определена структура оптимальных динамических измерителей. Показано, что решение задач программного и адаптивного управления измерениями совпадают.

Onopchuk I.Ju. The construction of optimal inputs under a priori restrictions on unknown parameters.

The thesis for candidate of Phys. & Math. Sci. on 01.05.01 speciality-theoretical basics of informatics and cybernetics (mathematical cybernetics). V.M.Glushkov Institute of Cybernetics, NAS of Ukraine, Kiev, 1996.

Optimal measurement processes for linear-square discrete systems corrupted by an uncertain but bounded noise under a priori restriction on unknown parameters have been investigated. The set-up has been given for problems of construction of optimal input under different criteria of exactness of estimation. Necessary conditions of extremum and analytical solutions for guaranteed optimisation problem have been obtained. The structure of optimal dynamic inputs has been defined. The identity of solutions for problems of programme and adaptive controls has been shown.

Ключові слова: оптимальні вимірювачі, гарантований або мінімаксний підхід, необхідні умови екстремума, інформаційна множина, інформаційний еліпсоїд, мінімальне власне число, слід та детермінант матриці, програмне та адаптивне керування вимірюваннями.

Підп. до друку 30.04.96. Формат 60×84/16. Папір для розмнож. апар. Офс. друк. Ум. друк. арк. 0,94. Ум. фарбо-відб. 1,16. Обл.-вид. арк. 1,0. Зам. 242. Тир. 100 прим.

Редакційно-видавничий відділ з поліграфічною дільницею
Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40