

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка

На правах рукопису

БОРИСЕЙКО Олександр Віталійович

СТІЙКІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТА КОНІЧНИХ
ОВОЛОНОК З КОМПОЗИТИВ З НЕПРУЖНИМИ
КОМПОНЕНТАМИ

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла



А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1996

AB 34.869

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті механіки ім. С. П. Тимошенка
Національної академії наук України

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук,
професор Бабич Іван Юрійович

Науковий консультант- доктор технічних наук,
Семенюк Микола Павлович

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
професор Чехов Віктор Миколайович

кандидат фізико-математичних наук,
доцент Мукоєд Анатолій Петрович

Провідна установа- Київський державний технічний універ-
ситет будівництва та архітектури

Захист відбудеться " 11 " 05 1996 р. о 10 го-
дині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.03.03 при Інституті
механіки ім. С. П. Тимошенка Національної академії наук України за
адресою: 252057, Київ, вул. Нестерова 3.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту меха-
ніки ім. С. П. Тимошенка НАН України (Київ, вул. Нестерова, 3).

Автореферат розіслано " 8 " 05 1996 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
доктор технічних наук, професор

М. С. Чернишенко І. С. Чернишенко

ЛННБ України ім. В. Стефаника



00740507 (N)

м. В. Стефаника
Н України

Загальна характеристика роботи.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню стійкості оболонок обертання нульової гауссової кривизни з композитів з пружно-пластичними компонентами під дією зовнішнього тиску та осьового навантаження.

Актуальність та ступінь дослідженості тематики. В сучасній техніці для виготовлення оболонкових конструкцій використовуються композиційні матеріали. Такі матеріали вигідно відрізняються від традиційних більш високими питомими характеристиками міцності та жорсткості, електро- та теплопровідності, пластичності та іншими властивостями. Одним з найпоширеніших типів композиційних матеріалів є волокнисті композити: склопластики, боропластики, вуглепластики та композити з металевою матрицею. Останні можуть бути зібрані з крихких волокон та пластичної матриці, або ж з обох пластичних компонентів.

Врахування пластичних властивостей компонентів композиту при побудові моделі деформування є складним завданням внаслідок локальності пластичних зон у матеріалі. Точні аналітичні розв'язки цієї задачі практично неможливі, тому найбільш поширеними є чисельні методи дослідження мікромеханічних властивостей композитів, що складаються з пластичних компонентів. Але такі методи також є і найбільш трудомісткими та затратними. Найдоцільнішими в задачах розрахунку конструкцій є використання наближених моделей деформування, які значно знижують затрати часу та коштів, але добре узгоджуються з експериментальними даними та результатами, отриманими за допомогою точних підходів.

Моделі деформування та методики визначення інтегральних характеристик композитів приведені у працях Н. А. Алфутова, І. С. Бахвалова, В. Л. Бідермана, В. В. Болотіна, Г. О. Ваніна, В. В. Васильєва, О. М. Гузя, Л. А. Ломакіна, А. К. Малмейстера, Б. П. Маслова, С. Т. Мілейка, Ю. В. Немировського, Б. Є. Победри, Ю. Н. Работнова, А. М. Скудри, Л. П. Хорошуна, Т. Д. Шермергора, В. Budiansky, Z. Hashin, S. Shtrikman та інших.

Питання вибору розрахункової моделі композиту є спільним при розв'язку задач механіки конструкцій з таких матеріалів, у тому числі і задач стійкості оболонок. Стійкістю у багатьох випадках визначається несуча здатність оболонкових конструкцій, що знаходяться під дією стискаючих навантажень.

Перші фундаментальні дослідження стійкості оболонок були проведені С. П. Тимошенком, М. Bresse, G. H. Bryan, W. Fairbairn, F.

W. Grashoff, R. Lorenz, A. Mallock. Стійкість конічної оболонки була вперше розглянута в роботах І. Я Штаєрмана.

Одержано розв'язок багатьох задач стійкості пружних оболонок обертання як ізотропних, так і оболонок із композитів. Проведено аналіз впливу граничних умов, моментності докритичного напружено-деформованого стану, геометричної нелінійності, схем армування, початкових недосконалостей та інших факторів на величини критичних навантажень. Ці питання були розглянуті в роботах С. А. Амбарцумяна, І. Я. Аміро, Л. В. Андреева, Д. В. Бабича, І. Ю. Бабича, В. В. Болотіна, Г. А. Ваніна, В. В. Васильєва, В. З. Власова, А. С. Вольміра, Є. А. Гоцуляка, Е. І. Григолюка, О. М. Гузя, В. І. Гуляєва, Л. В. Дериглазова, В. О. Заруцького, В. В. Кабанова, А. П. Мукоєда, В. І. Мясченкова, Ю. В. Немировського, Ю. Н. Новічкова, Н. І. Ободан, А. О. Рассказова, Р. Б. Рікардса, О. С. Сахарова, М. П. Семенюка, Г. А. Тетерса, М. О. Шульги, В. О. Almroth, J. Arbosz, D. Bushnell, W. T. Koiter, J. Singer та інших. Ряд задач стійкості елементів конструкцій в тривимірній постановці було розв'язано в роботах І.Ю.Бабича, К.Ф. Войцеховської, О.М.Гузя, Л.В.Дериглазова, Ю.В.Коханенка, А.М.Спорихіна, Л.А.Трошіної, Й.І.Чернушенко, В.М.Чехова та інших.

В оболонкових конструкціях певної товщини при навантаженнях нижчих за критичні з'являються пластичні деформації. Врахування пластичності матеріалу дозволяє більш точно з'ясувати запаси міцності таких конструкцій.

Стійкість пружно-пластичних ізотропних оболонок досліджувалась в роботах А. С. Вольміра, Е. І. Григолюка, В. С. Гудрамовича, В. Г. Зубчанінова, А. А. Льюшина, А. В. Кармішина, В. Д. Ключнікова, Н. Л. Охлопкова, А. М. Спорихіна та інших. А. В. Саченковим була вперше отримана наближена формула для визначення критичного осьового навантаження для конічної ізотропної оболонки за межами пружності. Вплив граничних умов та моментності докритичного напружено-деформованого стану на стійкість ізотропних пружно-пластичних оболонок досліджений в одиничних роботах.

Дослідження напружено-деформованого стану та стійкості оболонок з композитів за межами пружності не досягли на даний час достатнього рівня розвитку. Відомі лише одиничні роботи у даній галузі механіки оболонкових конструкцій. В роботах І. С. Чернишенка був досліджений нелінійний напружено-деформований стан шаруватих композитних оболонок за межами пружності. Моделювання непружного деформування композиту проводилось у рамках підходу В. А. Ломакіна. Ю. В. Немировським були розглянуті задачі стійкості армованих пластин і оболонок за межами пружності, коли механічна поведін-

ка матеріалу визначається на базі структурного підходу. Для визначення інтегральних механічних характеристик волокнистого композиту була використана гіпотеза про однорідність поля деформацій. В роботі Н. А. Алфутова, І. А. Димкова, Ю. Г. Черепанова в рамках гіпотези Кірхгофа-Лява досліджена стійкість циліндричних композитних оболонок під дією температурно-силових навантажень.

Таким чином, наведений вище огляд свідчить, що стійкість циліндричних та конічних оболонок обертання з композитів, які складаються з лінійно пружних компонентів вивчена достатньо глибоко. Щодо задач стійкості оболонок з композитів за межами пружності, то дослідження у даній галузі знаходяться на стадії розвитку. Грунтуючись на цьому факті і була сформульована мета даної дисертації.

Мета роботи полягає в розробці методів розрахунку на стійкість оболонок обертання з композиційних матеріалів з врахуванням пружно-пластичного характеру деформування компонентів, що включають:

- аналіз експериментальних даних про закономірності деформування композитів з пружно-пластичними компонентами та вибір теоретичної моделі, яка дозволяє знаходити інтегральні характеристики композиційного матеріалу при його деформуванні за межами пружності;
- побудову співвідношень нелінійної теорії оболонок з композиційних матеріалів з пружно-пластичними компонентами;
- розробку методики розв'язку поставленої задачі, реалізацію відповідного алгоритму розрахунку на обчислювальній техніці, аналіз впливу граничних умов та схем армування на стійкість оболонок обертання нульової гауссової кривизни при їх навантаженні зовнішнім тиском та осьовим тиском.

Наукова новизна та значущість результатів роботи.

В дисертаційній роботі вперше розв'язані задачі стійкості конічних оболонок з композитів з пружно-пластичними компонентами в геометрично нелінійній постановці з врахуванням деформацій зсуву та моментності докритичного напружено-деформованого стану. Для моделювання деформування шаруватого волокнистого композиту був використаний структурний підхід. Інтегральні характеристики окремого армованого шару визначались в рамках моделі тонких перерізів, а саме в припущенні про однорідність поля деформацій при навантаженні вздовж армування та однорідність поля напружень при навантаженні у поперечному напрямку. Механічні характеристики компонентів композиту визначаються співвідношеннями теорії малих пружно-пластичних деформацій. Лінеаризація фізично та геометрично нелінійних співвідношень теорії оболонок проводиться методом крокового наван-

таження. Розвантаження враховується при розрахунку докритичного напружено-деформованого стану. При розв'язку задачі стійкості була використана концепція навантаження, що продовжується. Розроблена методика розрахунку задач про визначення докритичного напружено-деформованого стану та стану нейтральної рівноваги. Відповідний алгоритм реалізовано у вигляді програм для ПК. Отримані числові результати, що характеризують стійкість конічних та циліндричних шаруватих оболонок з композиту бор - алюмінієвий сплав Д16Т. На основі одержаних результатів проаналізовано вплив на величини критичних навантажень умов закріплення торців оболонки, схем армування, кута нахилу твірної конічної оболонки.

Всі результати для пружно-пластичних армованих оболонок в рамках геометрично нелінійної теорії оболонок типу Тимошенка з врахуванням моментності докритичного стану отримані вперше.

Достовірність одержаних в роботі результатів та висновків забезпечується узгодженістю застосовуваної моделі деформування композиційного матеріалу за межами пружності з відомими експериментальними даними, а в деяких випадках - з перевіреними теоретичними розв'язками; використанням фундаментальних підходів до побудови методики розрахунку НДС та стійкості оболонок обертання; застосуванням стійкого чисельного методу розв'язку неоднорідної та однорідної крайових задач; близькістю отриманих результатів до відомих експериментальних; погодженістю виявлених механічних ефектів між собою та з механічними явищами, що мають місце при експлуатації оболонкових конструкцій.

Теоретичне значення та практична цінність одержаних в роботі результатів полягають:

- у створенні методики розрахунку на стійкість оболонок обертання з композиційних матеріалів, що складаються з пружно-пластичних компонентів, під дією зовнішнього тиску та осевого навантаження;

- у розробці алгоритму та у його реалізації у вигляді програм для персонального комп'ютера, які можуть бути використані для розрахунків реальних конструкцій у різних галузях промисловості;

- у встановленні закономірностей втрати стійкості шаруватими оболонками обертання нульової гауссової кривизни з композитів з металевою матрицею в залежності від умов закріплення торців, схем армування, кута нахилу твірної конічної оболонки та інших геометричних параметрів.

Реалізація та впровадження результатів, одержаних в дисертації. Наукові дослідження виконувались в рамках робіт, передбачених прог-

рамами та планами НДР Національної академії наук України, а також проектів, що фінансуються Державним комітетом по науці і техніці України. Результати, отримані в дисертаційній роботі, увійшли до звіту держбюджетної дослідної теми №ГР 0193И02745 та до звіту, згідно проекту №13.3/48 ДКНТ "Оболонка". Вони можуть бути застосовані в практиці проектування конструкцій конструкторських бюро країни.

Апробація роботи.

Основні результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на семінарі відділу механіки композиційних середовищ Інституту механіки НАН України (1996 р.); науковому семінарі по напрямку "Механіка композитних та неоднорідних середовищ" при Інституті механіки НАН України (1996 р.); XVII та XVIII конференціях молодих вчених Інституту механіки НАН України (Київ, 1992 - 1993).

Публікації. По результатам дисертації опубліковано 4 наукові роботи. Основний зміст роботи відображено в публікаціях [1 - 4].

В праці, яка написана у співавторстві з науковим керівником та науковим консультантом, професору, доктору фіз.-мат. наук І. Ю. Бабичу належить ідея проведення досліджень, а також ряд теоретичних положень, що були покладені в основу методів їх проведення, докт. техн. наук М. П. Семенюку - постановка задач, дисертанту - розробка методу їх розв'язання, проведення досліджень на ПК, аналіз експериментальних та чисельних результатів. Співавтори також приймали участь в обговоренні та аналізі отриманих результатів.

Структура роботи. Дисертаційна робота складається з вступу, трьох розділів, висновків та списку літератури. Робота викладена на 130 сторінках, включаючи 17 рисунків та 6 таблиць. Бібліографічний список налічує 181 назву.

Короткий зміст роботи.

У вступі подано огляд публікацій по темі дисертації, сформульована мета роботи та визначено її місце серед раніше проведених досліджень, обґрунтовано актуальність та новизну, теоретичне значення та практичну цінність роботи, а також обґрунтовано достовірність отриманих результатів. Сформульовані положення, що виносяться на захист, та наводиться стислий огляд роботи по розділам.

У першому розділі наведені основні положення механіки армованих матеріалів з пружно-пластичними компонентами. Розглядається деформування окремого шару однонаправленого волокнистого композиту. Приведені та проаналізовані деякі експериментальні криві, що

характеризують деформування шару армованого композиту при його навантаженні під різними кутами відносно напрямку армування. З наведених кривих витікає, що у випадку пластичної матриці діаграми суттєво нелінійні при неспівпаданні напрямку дії зусилля і напрямку армуючих волокон. При побудові моделі деформування композиту вважається, що компоненти матеріалу деформуються пружно-пластично. Їх механічна поведінка може бути описана згідно однієї з придатних теорій пластичності. В роботі використовується теорія малих пружно-пластичних деформацій. Як відомо, в задачах стійкості критичні навантаження, одержані за допомогою цієї теорії, виявляються найближчими до експериментальних. В працях Н. А. Алфутова, Б. П. Маслової, Л. П. Хорошуна, Д. Адамса та інших запропоновані аналітичні та чисельні методи визначення інтегральних характеристик композиту за межами пружності. Найпростішою моделлю, але такою, що має експериментально-розрахункове підтвердження, є модель Н. А. Алфутова, що базується на гіпотезі тонких перерізів. Така ж модель використовується у даній роботі. Щоб її застосувати, рівняння теорії малих пружно-пластичних деформацій подаються у приростах:

$$d\epsilon^{(x)} = \left[a_{ij}^{(x)} \right] d\sigma^{(x)}. \quad (1)$$

Для волокон замість (x) підставляється (a) , для зв'язуючого - (c) , для усереднених деформацій і напружень верхній індекс відсутній. При такому зображенні вважається, що коефіцієнти матриці $a_{ij}^{(x)}$ залежать від напруженого стану та історії навантаження відповідно до положень інкрементальної теорії. У такому контексті співвідношення (1) аналогічні рівнянням стану лінійної теорії пружності. З використанням гіпотези тонких перерізів одержуються формули для обчислення інтегральних характеристик шару волокнистого композиту у вигляді:

$$a_{11} = \frac{1}{\frac{\xi}{a_{11}^{(a)}} + \frac{\eta}{a_{11}^{(c)}}}, \quad a_{ij} = a_{11} \left[\xi \frac{a_{ij}^{(a)}}{a_{11}^{(a)}} + \eta \frac{a_{ij}^{(c)}}{a_{11}^{(c)}} \right]; \quad j=2, \dots, 6;$$

$$a_{ij} = \xi a_{ij}^{(a)} + \eta a_{ij}^{(c)} - \xi \eta \frac{(a_{ii}^{(a)} - a_{ii}^{(c)})(a_{ij}^{(a)} - a_{ij}^{(c)})}{a_{11}^{(a)} a_{11}^{(c)}} a_{11}; \quad i, j = 2, \dots, 6, \quad (2)$$

де ξ - об'ємний вміст волокон у композиті, $\xi = 1 - \eta$ - об'ємний вміст зв'язуючого.

Порівнюючи розрахункові діаграми деформування, одержані з використанням формул (2) для бороалюмінію та вуглеалюмінію, з експериментальними, обгрунтована застосовність вказаної методики до

моделювання деформування шару композиту з металевою матрицею за межами пружності.

У другому розділі приведені основні співвідношення геометрично нелінійної теорії оболонок типу Тимошенка. Якщо ввести векторні позначення для використовуваних у цій теорії переміщень, деформацій, зусиль та моментів: $U = (u, v, w, \theta, \psi)$,

$$\varepsilon = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}, k_{11}, k_{22}, \tau_1, \tau_2),$$

$\sigma = (\bar{T}_{11}, \bar{T}_{22}, S, T_{23}, T_{13}, M_{11}, M_{22}, M_{12}, M_{21})$, то сукупність рівнянь відносно цих величин можна подати у вигляді:

$$\sigma \delta \varepsilon - \lambda \Delta' \delta u = 0, \quad (\text{рівновага}) \quad (3)$$

$$\varepsilon(u) = \varepsilon'(0)u + \frac{1}{2} \varepsilon'' u^2. \quad (\text{деформації-переміщення}) \quad (4)$$

“Штрих” над відповідним оператором позначає похідну Фреше. Зв'язок між зусиллями, моментами і деформаціями, що одержується шляхом інтегрування по товщині співвідношень, обернених до (1) з врахуванням кута повороту власної системи координат композиту відносно системи координат оболонки, подається також відносно приростів:

$$d\sigma = H_k de \quad (5)$$

При обчисленні коефіцієнтів матриці H_k враховується, що вони залежать від досягнутого до цього напружено-деформованого стану, а також вважається, що механічні характеристики в межах товщини елементарного шару багатшарової оболонки постійні. Для узгодження наведених рівнянь (3), (4), (5), перші два з них записуються також в інкрементальній формі:

$$d\sigma[\varepsilon'(0)\delta u + \varepsilon'' u_k \delta u] + \sigma_k \varepsilon'' du \delta u -$$

$$-\lambda_k \Delta'' du \delta u - d\lambda[\Delta'(0)\delta u + \Delta'' u_k \delta u] = 0, \quad (6)$$

$$de = \varepsilon'(0)du + \varepsilon'' u_k du. \quad (7)$$

Тут σ_k, λ_k, u_k - рівень напружень, навантажень, переміщень у k -тому стані рівноваги, $d\lambda$ - приріст навантаження, який може бути як завгодно малим. Рівняння (5), (6), (7) являють собою повну систему для визначення приростів напружень, деформацій і переміщень при переході до $(k+1)$ -го стану рівноваги. До цих рівнянь необхідно також додати записані у приростах граничні умови. Підсумовуючи прирости знаходимо розв'язок нелінійної задачі.

Третій розділ присвячений виведенню рівнянь стійкості оболонок обертання та дослідженню стійкості оболонок обертання нульової гауссової кривизни з композитів з металевою матрицею.

Наведені вище рівняння (5), (6), (7) дозволяють розраховувати напружено-деформований стан оболонок до деякого рівня навантаження, що визначається коефіцієнтом λ_c , коли при $\lambda \geq \lambda_c$ ці рівняння не мають розв'язку, або при $\lambda = \lambda_c$ означена система має два чи більше розв'язків. У першому випадку це так звана гранична точка. Однак, для оболонок як у пружній області деформування, так і за межами пружності при навантаженнях $\lambda < \lambda_c^{(0)}$ можливе явище розгалуження (біфуркації), коли існує не тільки розв'язок системи рівнянь, що описують осесиметричну рівновагу, але і системи, якій відповідає одна або більше неосесиметричних форм рівноваги. Це точка біфуркації $\lambda_c^{(B)}$. Ця точка визначається за допомогою розв'язку рівнянь стійкості. Вважається, що за k кроків навантаження досягнуто напружено-деформований стан, що описується значеннями:

$$\sigma_0(\lambda), \quad \varepsilon_0(\lambda), \quad u_0(\lambda). \quad (8)$$

Припускається, що при деякому значенні λ існує інший розв'язок:

$$\begin{aligned} u &= u_0 + \xi u_1 + \bar{v}, \\ \sigma &= \sigma_0 + \xi \sigma_1 + \bar{\sigma}, \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 + \xi \varepsilon_1 + \bar{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (9)$$

Виконуючи граничний перехід при $\lambda \rightarrow \lambda_c^{(B)}$, виводиться варіаційне рівняння:

$$\sigma_1 [\varepsilon'(0) \delta u + \varepsilon'' u_c \delta u] + \sigma_c \varepsilon'' u_1 \delta u - \lambda_c^{(B)} \Delta'' u_1 \delta u = 0. \quad (10)$$

Для знаходження збурень деформацій через збурення переміщень одержуються співвідношення:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'(0) u_1 + \varepsilon'' u_c u_1. \quad (11)$$

Щодо рівняння стану, то його з наведених вище залежностей можна отримати тільки прийнявши відповідну гіпотезу. Такою гіпотезою в теорії стійкості пружно-пластичних тіл є концепція навантаження, що продовжується. Для задачі стійкості рівняння стану в прийнятому наближенні мають вигляд:

$$\sigma_1 = H_0 \varepsilon_1. \quad (12)$$

Таким чином, задача стійкості оболонок (чи інших конструкцій) з непружних матеріалів формулюється за допомогою рівнянь (10), (11), (12). З варіаційного рівняння (10) впливають диференціальні рівняння нейтральної рівноваги та однорідні статичні граничні умови.

Для визначення основного осесиметричного напруженого стану оболонки та розв'язку задачі стійкості всі співвідношення записуються у безрозмірному вигляді. Всі коефіцієнти в співвідношеннях для k -го кроку навантаження визначаються на попередньому ($k-1$)-му кроці.

Характер деформування визначається знаком приросту інтенсивності напружень:

$$d\sigma_u^{(k-1)} = \frac{3}{2\sigma_u^{(k-1)}} \left(\hat{\sigma}_{11}^{(k-1)} d\sigma_{11}^{(k-1)} + \hat{\sigma}_{22}^{(k-1)} d\sigma_{22}^{(k-1)} + 2\hat{\sigma}_{12}^{(k-1)} d\sigma_{12}^{(k-1)} + 2\hat{\sigma}_{13}^{(k-1)} d\sigma_{13}^{(k-1)} + 2\hat{\sigma}_{23}^{(k-1)} d\sigma_{23}^{(k-1)} \right). \quad (13)$$

При $d\sigma_u^{(k-1)} < 0$ в даній точці буде відбуватись розвантаження, при $d\sigma_u^{(k-1)} \geq 0$ - активне навантаження.

Для розв'язку задачі про визначення докритичного напружено-деформованого стану відповідно до чисельного методу ортогональної прогонки вибираємо розв'язувальну систему функцій:

$$\begin{aligned} y_1^{(k)} &= dt_{11}^{*(k)}, \quad y_2^{(k)} = dt_{13}^{*(k)}, \quad y_3^{(k)} = dm_{11}^{(k)}, \\ y_4^{(k)} &= du^{(k)}, \quad y_5^{(k)} = dw^{(k)}, \quad y_6^{(k)} = d\theta^{(k)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Визначення докритичного напруженого стану досягається за допомогою розв'язку системи диференціальних рівнянь у нормальній формі Коші, до яких приєднуються граничні умови, що формулюються відносно трьох величин, вибраних по одній з кожної пари:

$$\left(dt_{11}^{*(k)}, du^{(k)} \right), \quad \left(dt_{13}^{*(k)}, dw^{(k)} \right), \quad \left(dm_{11}^{(k)}, d\theta^{(k)} \right). \quad (15)$$

Отримані вказаним чисельним методом природи зусиль, моментів та переміщень підсумовуються на кожному кроці. По цим величинам визначається рівень напружень у шарах та характер деформування.

Рівняння стійкості оболонок також зводяться до системи диференціальних рівнянь у канонічній формі. Однорідна система рівнянь записується відносно n -х гармонік періодичних по координаті α_2 функцій:

$$\begin{aligned} y_1 &= \bar{t}_{11} + h_1 m_{11}, \quad y_2 = s + \bar{t}_{11}^0 h^2 \omega_1 + h_1 m_{12}, \\ y_3 &= \bar{t}_{13}, \quad y_4 = m_{11}, \quad y_5 = m_{12}, \quad y_6 = u, \\ y_7 &= v, \quad y_8 = w, \quad y_9 = \theta, \quad y_{10} = \psi \end{aligned} \quad (16)$$

з однорідними граничними умовами. Матриця коефіцієнтів залежить від рівня напружень, досягнутого на $(k-1)$ -му кроці навантаження.

В роботі досліджена стійкість шаруватих оболонок обертання нульової гауссової кривизни з композиту, який складається з волокон бору та алюмінієвого сплаву Д16Т. Діаграма деформування матеріалу матриці апроксимується многочленом:

$$\varepsilon_{11} = c_{1111} \sigma_{11} + c_{1111\dots11}^{(2n+2)} \sigma_{11}^n, \quad (17)$$

де $c_{1111} = 13,456 \cdot 10^{-6} \text{ МПа}^{-1}$, $c_{1111-11}^{(2n+2)} = 1,107 \cdot 10^{-20} \text{ МПа}^{-7}$, $n = 7$. В пружній області $\nu_a = 0,32$.

Розглядаються наступні 10 типів граничних умов:

$$S1: T_{11}^* = T_{12}^* = w = M_{11} = M_{12} = 0,$$

$$S2: u = T_{12}^* = w = M_{11} = M_{12} = 0,$$

$$S3: T_{11}^* = v = w = M_{11} = \psi = 0,$$

$$S4: u = v = w = M_{11} = \psi = 0,$$

$$C1: T_{11}^* = T_{12}^* = w = \theta = M_{12} = 0,$$

$$C2: u = T_{12}^* = w = \theta = M_{12} = 0,$$

$$C3: T_{11}^* = v = w = \theta = \psi = 0,$$

$$C4: u = v = w = \theta = \psi = 0,$$

$$S5: u = v = T_{13}^* = M_{11} = \psi = 0,$$

$$S6: T_{11}^* = v = T_{13}^* = M_{11} = \psi = 0.$$

(18)

Таблиця 1 ілюструє вплив граничних умов на величини критичних осевих навантажень конічних, поздовжно армованих трьохшарових оболонок з параметрами $L/r_1 = 2$, $r_1/t = 25$ та кутом

нахилу твірної $\beta = 60^\circ$ з врахуванням та без врахування пластичності сплаву Д16Т. Тут n - значення кількості хвиль втрати стійкості по кільцевій координаті, параметр γ_1 - це відношення критичного навантаження, вирахованого при заданих граничних умовах з врахуванням пластичності сплаву алюмінію, до навантаження без врахування пластичності, параметр γ_2 - це відношення критичних навантажень розглядуваних оболонок до навантаження при граничних умовах S3 з врахуванням пластичності зв'язуючого. Найменші навантаження мають місце для оболонок з вільними краями S5, S6. Для них же вплив пластичності найвищий. Але, так як на практиці оболонки, як правило, оперті на порівняно жорсткі елементи, найближчими до практики будуть результати, отримані при шарнірному опиранні S1 - S4 та жорсткому закріпленні C1 - C4. Для цих умов найбільші критичні навантаження отримані при умовах S4 та C4. При цих же умовах вплив пластичності буде найвищим. При жорсткому закріпленні критичні навантаження дещо вищі, ніж при шарнірному опиранні. Міра впливу умов закріплення на величини критичних навантажень пружно-пластичних оболонок дещо нижча, ніж у пружних.

Таблиця 1.

граничні умови	Пружність	Пластичність	n	γ_1	γ_2
S1	0,702	0,467	2	0,665	0,716
S2	0,722	0,562	2	0,778	0,861
S3	1,000	0,652	4	0,652	1,000
S4	1,120	0,700	5	0,625	1,070
S5	0,690	0,335	0	0,486	0,514
S6	0,730	0,342	0	0,468	0,524
C1	1,130	0,720	4	0,637	1,104
C2	1,198	0,788	4	0,658	1,208
C3	1,167	0,743	4	0,637	1,140
C4	1,261	0,797	5	0,632	1,222

Дані таблиці 2 ілюструють вплив кута нахилу твірної конічної оболонки з параметрами $L/r_1 = 2$, $r_1/t = 25$ ізотропної та композитної з армуванням $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$ на величини критичного зовнішнього тиску при граничних умовах шарнірного опирання (S3). Видно, що з зменшенням кута φ критичні навантаження зменшуються до $\varphi = 30^\circ$. При $\beta = 10^\circ$ зазначена тенденція порушується. У п'ятому та шостому стовпцях таблиці наведені параметри, що характеризують вплив пластичності в залежності від кута φ . Характер зміни вказаних параметрів для обох типів оболонок схожий. До $\beta = 85^\circ - 80^\circ$ параметр дещо зменшується, а потім зростає. У ізотропних оболонках пластичність проявляється більш істотно, ніж у армованих.

Графіки на рис. 1 ілюструють вплив товщини оболонки на величини критичних осьових навантажень поздовжньо армованої циліндричної боралюмінієвої оболонки без врахування (крива 1) та з врахуванням (крива 2) пружно-пластичного характеру деформування композиту. Крива 3 отримана для ізотропних оболонок з сплаву D16T. Видно, що при $R/t \leq 70$ результати, які отримані по вказаній методиці, добре узгоджуються з експериментальними даними, що позначені хрестиками.

Криві, наведені на рис. 2, 3 ілюструють вплив схем армування на величини критичних навантажень (рис. 2 - осьовий стиск; схема армування $+\varphi, 0, -\varphi$; $L/r_1 = 2$, $r_1/t = 50$ та рис. 3 - зовнішній тиск; схема

Таблиця 2.

β	ізотропні		армовані		$q^{(p)}/q^{(e)}$ ізотропні	$q^{(p)}/q^{(e)}$ армовані
	пружні	пластичні	пружні	пластичні		
90	1,000	1,000	1,000	1,000	0,701	0,826
89,5	0,975	0,980	0,917	0,917	0,705	0,826
89	0,95	0,958	0,890	0,890	0,707	0,826
88	0,906	0,910	0,841	0,841	0,705	0,826
85	0,786	0,778	0,725	0,719	0,694	0,819
80	0,606	0,620	0,601	0,589	0,717	0,809
75	0,497	0,525	0,482	0,486	0,740	0,834
60	0,336	0,362	0,318	0,322	0,755	0,835
45	0,270	0,308	0,254	0,262	0,801	0,851
30	0,269	0,327	0,250	0,266	0,850	0,880
10	0,532	0,717	0,447	0,504	0,939	0,931

армування $-\varphi, 90^\circ, \varphi; L/r_1 = 2, r_1/t = 25$) кінчних оболонок з кутом нахилу твірної $\beta = 60^\circ$, отримані з врахуванням пластичності сплаву Д16Т. Граничні умови для випадку осьового стиску вибирались відповідно нумерації кривих 1 - S3, 2 - C3, 3 - S1, для зовнішнього тиску

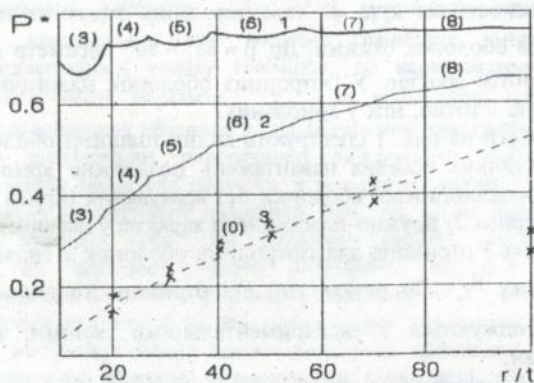


Рис.1

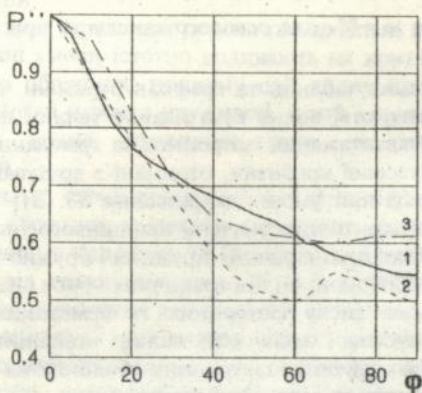


Рис.2

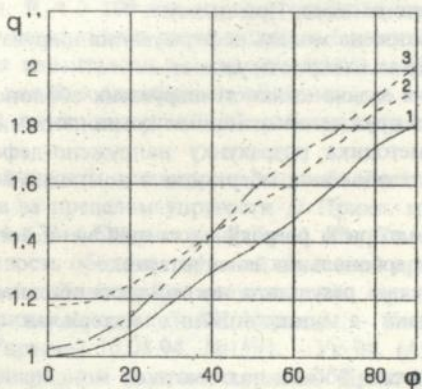


Рис.3

1 - S3, 2 - C3, 3 - S4. Видно, що максимуми критичних навантажень будуть мати місце при $\varphi = 0^\circ$ для осьового стиску та при $\varphi = 90^\circ$ для зовнішнього тиску.

Окрім вищевказаних таблиць та графіків отримані чисельні результати, що характеризують: вплив кута нахилу твірної на величини критичного осьового навантаження ізотропних та армованих оболонок обертання нульової гауссової кривизни, отримані з врахуванням та без врахування пластичності при умовах закріплення S3, S1; вплив схем армування на величини критичних значень зовнішнього тиску та осьового стискаючого зусилля циліндричних пружних і пружно-пластичних та конічних пружних оболонок; вплив граничних умов на величини критичного зовнішнього тиску ізотропних та армованих оболонок обертання нульової гауссової кривизни; вплив товщини циліндричних та конічних композитних і ізотропних оболонок на їх стійкість під дією зовнішнього тиску та осьового навантаження.

В заключній частині дисертації подаються в загальному вигляді основні результати роботи та висновки, що зроблені на основі отриманих результатів.

I. Таким чином, в дисертаційній роботі вперше розв'язані задачі стійкості оболонок обертання нульової гауссової кривизни з композитів з непружними компонентами. При цьому:

1. Розвинута наближена модель деформування шаруватого волокнистого матеріалу за межами пружності.
2. Сформульована задача стійкості шаруватих оболонок обертання з композитів з пружно-пластичними компонентами.
3. Розроблена методика розрахунку напружено-деформованого стану та стійкості оболонок обертання з композитів за межами пружності.
4. Побудований алгоритм розрахунку та здійснена його програмна реалізація на персональних комп'ютерах.
5. Отримані чисельні результати по стійкості оболонок нульової гауссової кривизни з композиційних матеріалів за межами пружності.

II. Основні результати роботи полягають в:

1. Розв'язку задач стійкості пружно-пластичних композитних оболонок обертання в геометрично нелінійній постановці з врахуванням деформацій зсуву та моментності докритичного напружено-деформованого стану під дією зовнішнього тиску та осьового навантаження.
2. Дослідженні механічних ефектів, що пов'язані з втратою стійкості оболонок з композитів, та розробці методів раціонального

використання компонентів з метою підвищення несучої здатності конструкцій.

III. На основі отриманих результатів зроблені висновки:

1. Граничні умови істотно впливають на критичні навантаження армованих оболонок, причому цей вплив проявляється у дещо меншій мірі за межами пружності в той час, як для неармованих оболонок вплив граничних умов за межами пружності незначний.

2. Раціональні схеми армування для розглянутих шаруватих композитних оболонок за межами пружності мають місце при орієнтації волокон у напрямку дії більшого з головних напружень і не залежать від граничних умов. У цьому суттєва відмінність від результатів, отриманих для пружних оболонок.

3. При зменшенні кута нахилу твірної конічної оболонки зміна критичних навантажень має немонотонний характер. Вказана немонотонність пояснюється взаємовідношенням згинних жорсткостей різних ділянок оболонки, які змінюються внаслідок прояву пластичних властивостей матеріалу та збільшення радіусу більшої основи.

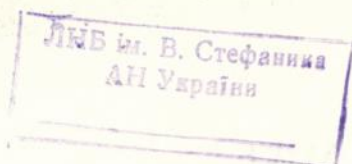
4. При збільшенні товщини шаруватої композитної оболонки вплив пластичних властивостей матеріалу матриці стає істотнішим. При $R_1/t > 100$ для випадку осевого стиску та $R_1/t > 50$ у випадку зовнішнього тиску впливом пластичності на величини критичних навантажень можна знехтувати, як для дюралюмінієвих, так і для бороалюмінієвих оболонок.

Основний зміст дисертаційної роботи викладено в наступних працях:

1. Об устойчивости цилиндрических оболочек из композиционных материалов за пределом упругости // Прикл. механика. - 1995. - 31, №12. - С. 24 - 31. (Співатори Бабич І. Ю., Семенюк М. П.).

2. Устойчивость оболочек нулевой гауссовой кривизны из композитов с упруго-пластическими компонентами при осевом сжатии / Редкол. ж. "Прикл. механика" АН України. - Киев, 1994. - 17 с. - Деп. в ГНТБ України 10.08.94, №1591. - Ук 94. (Аннотация опублікована в міжнародному научному журналі "Прикладная механика". - 1994. - 30, №12. - С.97). (Без співавторів).

3. Моделирование упруго-пластического деформирования композитов при расчете устойчивости оболочек вращения // Труды XVII науч. конф. мол. ученых Ин-та механики АН України, Киев, 19 - 22 мая, 1992. Ч.1 / Ин-т механики АН України. - Киев, 1992. - С. 23 - 27. Деп. в УкрИНТЭИ 07.07.92, №1021. - Ук 92. (Без співавторів).



(Аннотация.- Реферативный журнал. Механика. - 1993. - №1. - 1В468).

4.0 расчете устойчивости оболочек нулевой гауссовой кривизны из композитов с упругопластическими компонентами // Труды XVII науч. конф. мол. ученых Ин-та механики АН Украины, Киев, 18 - 21 мая, 1993. Ч.1 / Ин-т механики АН Украины. - Киев, 1993.- С. 11 - 15. Деп. в ГНТБ Украины 16.08.93, №1764. - Ук 93. (Без співавторів). (Аннотация.- Реферативный журнал. Механика. - 1994. - №2. - 2В252).

Boriseyko A. V. The stability of composite cylindrical and conical shells with unelastic components.

Dissertation for the Candidate of Physical and Mathematical Sciences Degree in Speciality 01.02.04 - mechanics of a deformable solid, S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 1996.

Four papers containing the investigation on the stability of composite shells of zero Gaussian curvature with elastic-plastic components under axial loading and external pressure. Boundary condition influence, scheme of reinforcing, the angle of slope generatrix on a value of a critical loads have been studied.

Борисейко А. В. Устойчивость цилиндрических и конических оболочек из композитов с неупругими компонентами.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела, Институт механики им. С. П. Тимошенко Национальной академии наук Украины, Киев, 1996.

Защищаются 4 научных работы, которые содержат исследования устойчивости оболочек вращения нулевой гауссовой кривизны из композитов с упруго-пластическими компонентами. Изучено влияние граничных условий, схем армирования, угла наклона образующей на величины критических нагрузок.

Ключові слова: шаруватий волокнистий композит з металевою матрицею, геометрично нелінійна теорія оболонок, пружно-пластичне деформування, критичні навантаження, осьовий стиск, зовнішній тиск, граничні умови, схеми армування.

Підп. до друку *26.07.96* Формат 60×84^{1/16} Папір
друк. № *1* Друк офсетний. Умовн. друк. арк. *931*
Умовн. фарбо-відб. *1,00* Облік-вид. арк. *10*
Тираж *100* Зам. № *6-167У*

Фірма «ВІПОЛ»
252151, Київ, вул. Волинська, 60.

446420

AB 34.869

AB 34.869