

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка

На правах рукопису

**ГЕРАЩЕНКО Наталія Володимирівна**

**ДИНАМІКА ЦИЛІНДРА В АКУСТИЧНОМУ ПОЛІ  
БІЛЯ ГРАНИЧНОЇ ПОВЕРХНІ РІДИНИ**

**01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла**

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

**дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико - математичних наук**



**Київ – 1996**

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка  
Національної академії наук України.

Науковий керівник – академік НАН України,  
доктор технічних наук,  
професор Гузь Олександр Миколайович

Науковий консультант – доктор фізико-математичних наук  
Жук Олександр Петрович

Офіційні опоненти: доктор технічних наук  
Лимарченко Олег Степанович

доктор фізико-математичних наук  
Багно Олександр Михайлович

Провідна установа – Інститут математики  
Національної академії наук України

Захист відбудеться "25" червня 1996 р. о 10 го-  
дині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.03.03 при Інституті  
механіки ім. С.П.Тимошенка Національної академії наук України за  
адресою: 252057, Київ, вул. Нестерова, 3; факс (044) 446-03-19

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту ме-  
ханіки ім. С.П.Тимошенка НАН України (Київ, вул.Нестерова, 3).

Автореферат розіслано "24" травня 1996 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради  
доктор технічних наук, професор *М.Гузь* І.С. Чернишенко

ЛНБ України ім.В.Стефаніка



00754580 (Т)

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

AB - 34, 93-1

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дисертаційна робота містить результати аналітичних та чисельних досліджень процесу взаємодії твердого та пружного циліндра о акустичною хвилею в ідеальній рідині, рооташованого близько твердої плоскої межі рідини. В якості міри взаємодії прийняті радіаційні сили.

Актуальність і ступінь дослідженості тематики дисертації.

Зацікавленість нелінійними явищами в акустиці, стосовних взаємодії частинок в рідині в полі звукової хвилі, виникає у зв'язку з складністю та багатоплановістю протікання технічних процесів, ґаснованих на такого типу явищах.

У ряді прикладних проблем, таких як гомогенізації сумішей, коагуляції аерозолів та інших, визначальну роль у взаємодії частинок о рідиною відіграє радіаційний тиск, або тиск звукового випромінювання. Він не залежить від часу і виникає в акустичному полі поряд о періодично омінюваним звуковим тиском. Походження радіаційного тиску визначається самою природою хвильового процесу і о'язано іо оміною в певному об'ємі рідини середнього в часі імпульсу, що переносить акустична хвиля. Лінійне наближення для визначення радіаційного тиску виявляється недостатнім. Обчислений в цьому наближенні звуковий тиск є періодичною функцією часу і в середньому по часу дорівнює нулю. Врахування в хвильовому рівнянні квадратичних членів при рішенні задачі розсіяння звукової хвилі дозволяє встановити, що близько перешкоди залежність звукового тиску від часу відхиляється від синусоїдального закону і його середнє в часі означення відмінне від нуля. Таким чином, радіаційний тиск є результатом ефектів другого порядку і його величина має в порівнянні з звуковим тиском другий порядок малості.

Розвиток науки і сучасних технологій висуває нові вимоги щодо теоретичних та практичних досліджень постійних в часі сил, що виникають в акустичному полі. Значна кількість досліджень, проведених до цього часу, та їх важливість оумовили формування поглядів на природу та фізичну сутність виникнення в полі звукової хвилі радіаційних сил. Основою

сучасних підходів для визначення радіаційного тиску в рідині складають роботи В.Н.Андрєєва, Э.А.Гольдберга, Л.К.Зарембо, В.А.Красильникова, Л.Д.Ландау, Е.М.Ліфшица, Л.Д.Роєнберга, В.І.Тимошенка, Р.Т.Вейер, F.E.Borgnis, Н.Т.О'Нейл, P.J. Westerwelt та інших. Огляд основних положень і припущень в дослідженні постійних в часі сил, що виникають в звукових полях, подані в працях вищевказаних авторів.

Внаслідок того, що в акустичному полі виникають саме радіаційні напруження, тверді чи рідкі частинки, які знаходяться в полі звукової хвилі в рідині, підлягають дії радіаційних сил, що суттєво оминює рух частинки навіть в акустичному полі помірної інтенсивності. Теоретичне дослідження поведінки частинок під дією радіаційних сил є досить складною математичною задачею, тому при її розв'язанні вводились різноманітні спрощення та обмеження: розміри частинок вважались малими в порівнянні з довжиною хвилі, використовувалась модель нестисливої рідини та інше. З допомогою такого роду спрощень задачу дії акустичної хвилі на поодинокі частинку розглядали В.Н.Алексєєв, Л.П.Горьков, С.Д.Данилов, М.А.Міронов, Л.К.Зарембо, В.А.Красильников, Л.Д.Ландау, Е.М.Ліфшиц, J.Avatani, T.Hazegawa, L.V.King, G.Maidanik, K.Matsuzawa, M.Ochi, P.J. Westerwelt та інші вчені. Тут необхідно виділити підхід L.V.King, заснований на строгому розв'язанні рівнянь гідродинаміки ідеальної стисливої рідини в подальшим обчисленням сил, що діють на частинку та осередненням їх в часі. При цьому вирази для радіаційних сил отримані в довгохвильовому наближенні.

Якщо частинка співрозмірна з довжиною хвилі, розв'язання задачі дифракції ускладнюється, тому й вираз для радіаційної сили має набагато складніший вигляд. Певну завершеність та теоретичне підґрунтя в постановці та рішенні задач взаємодії твердих частинок з акустичним полем без обмежень на довжину хвилі та розміри частинки мають роботи О.М.Гуца та О.П.Жука. Взаючись на моделі кусочно-однорідного середовища при строгому виконанні граничних умов, авторами були розглянуті задачі взаємодії як поодиноких, так і систем сферичних та циліндричних частинок в ідеальній та в'язкій рідині. Підхід, запропонований О.М.Гуцем та О.П.Жуком, включає постановку в загальній формі задач про взаємодію частинок та методи їх розв'язку, що дозволяє дослідити поведінку частинок незалежно від відношення довжини первинної хвилі до розмірів частинок та

відстаней між ними. Стосовно ідеальної рідини, достатньо обмежитись піходом L.V.King. В цьому випадку одержані автором вирази для обчислення радіаційних сил можуть бути отримані із загальних співвідношень теорії О.М.Гузя та О.П.Жука граничним переходом від в'язкої до ідеальної рідини. За таких умов О.М.Гузем та О.П.Жуком були розв'язані задачі взаємодії в необмеженій рідині як поодинокого, так і системи двох паралельних циліндрів, розташованих вздовж напрямку розповсюдження звукової хвилі та перпендикулярно площині осьових ліній. Результати були отримані як в довгохвильовому наближенні, так і без обмеження на довжину хвилі.

Останнім часом предмет дослідження становлять не суто радіаційні сили, а ті параметри, з допомогою яких можна було б ефективно управляти тиском звукового випромінювання. В цьому аспекті даної проблеми працюють такі вчені, як В.Н.Алексеев, А.В.Чалов, А. Doinnikov, L.Meirovitch, S.Thangjitham. Всебічність наукових підходів сприяє якісному характеру досліджень впливу радіаційних сил на частинки в рідині. Певні сторони даної проблеми, при врахуванні дифракційних ефектів взаємодії частинки з рідиною, вивчались в роботах А.Е.Бабаєва, В.Д.Кубенко, Ю.Н.Рябухи, Н.Сзуз, S.Furuyama, T. Gudra, V.A.Sannicov, G.Seminara, I.Yoshinori, D.Zardi.

Аналіз проведених робіт показує, що дія радіаційних сил на тверді частинки в необмеженій ідеальній рідині досліджена добре, тоді як динаміка частинки під дією радіаційних сил в околі межі рідини, а також вплив пружних характеристик частинки на значення радіаційних сил не досліджувались зовсім.

**Мета роботи** полягає в розвитку методів дослідження та розв'язанні задач визначення радіаційних сил як сил взаємодії частинки з рідиною, включаючи: 1) вияв впливу твердої плоскої межі рідини на величини радіаційних сил, що діють на частинку, розташовану близько межі, без обмежень на довжину хвилі; 2) вивчення руху частинки під дією радіаційних сил в умовах вищевизначеного впливу межі рідини; 3) дослідження характеру зміни радіаційних сил при врахуванні пружності частинки.

**Наукова новизна і значущість результатів роботи** полягає в розвитку методів дослідження взаємодії окремої частинки з акустичним полем в ідеальній рідині; отриманні аналітичних та чисельних результатів залежностей величин радіаційних сил від параметрів, що характеризують наявність твердої плоскої межі ріди-

ни; визначенні впливу пружних характеристик частинки на характер залежностей складових радіаційних сил від параметрів задачі.

Достовірність одержаних в роботі результатів та висновків забезпечується: обґрунтованістю використаного математичного апарату гідромеханіки ідеальної рідини та механіки деформованого твердого тіла; коректністю постановок задач; контрольованою точністю числових розрахунків; співставленням певних конкретних рішень з результатами, отриманими з допомогою інших методів; погодженістю результатів між собою і несуперечливістю встановлених закономірностей загальним міркуванням фізичної природи.

Теоретичне значення та практична цінність одержаних в роботі результатів полягають в розвитку поглядів на характер протікання процесів, зумовлених середніми в часі (радіаційними) силами; у знаходженні значень параметрів, що суттєво впливають на величини та закономірності зміни величин радіаційних сил; у розробці алгоритму та його реалізації у вигляді програм для персонального комп'ютера, які можуть бути використані для розрахунків реальних процесів.

Реалізація та впровадження результатів, одержаних в дисертації. Наукові дослідження виконувались в рамках робіт, передбачених програмами та планами НДР НАН України. Результати, отримані в дисертаційній роботі, увійшли до звіту держбюджетної науково-дослідної теми N ГР 01.9.10010366 "Дослідження трьохмірних хвильових процесів у в'язких рідинах, що містять тверді тіла, і пружних тілах з неоднорідними властивостями".

#### Апробація роботи.

Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на семінарах відділу динаміки і стійкості суцільних середовищ Інституту механіки НАН України (1996 р.); науковому семінарі по напрямку "Механіка суцільних і неоднорідних середовищ" при Інституті механіки НАН України (1996 р.); II Всеукраїнській конференції молодих вчених України (м. Київ, 16-18 травня 1995 р.).

Публікації. По результатах дисертації опубліковано 3 наукові праці. Основний зміст роботи відображено в публікаціях [1] - [3].

В працях, які написані в співавторстві з науковим керівником та науковим консультантом, академіку НАН України О.М. Гузою належить ідея проведення досліджень, а також ряд теоретичних положень, що були покладені в основу методів розв'язку поставле-

них задач, доктором фізико-математичних наук О.П. Жуком дана загальна постановка задач, дисертантом розроблено метод їх розв'язання, проведено аналітичне та чисельне дослідження задач на IBM-сумісних персональних комп'ютерах. Співавторам належить участь в обговоренні та аналізі результатів.

**Структура роботи.** Дисертаційна робота складається з вступу, трьох глав, висновків і списку літератури. Робота викладена на 117 сторінках, включаючи 14 рисунків. Бібліографічний список налічує 107 назв.

## КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**У вступі** подано огляд публікацій по темі дисертації, сформульована мета роботи і визначено її місце серед раніше проведених досліджень, обгрунтовано актуальність і новизну, теоретичне значення і практичну цінність роботи, а також коротко викладені основні результати і обгрунтована їх достовірність. Стисло наводиться виклад роботи по главах.

**В першій главі** викладені основні співвідношення гідродинаміки ідеальної рідини та теорії пружності в об'ємі, необхідному для постановки та обгрунтування методів розв'язання в загальній формі задач взаємодії частинки в рідині в полі звукової хвилі, включаючи: повну систему нелінійних співвідношень динаміки ідеальної рідини; основні рівняння для визначення гідродинамічного тиску в рідині та схему виводу виразу для тиску; вивід рівняння для потенціалу поля швидкостей в хвилі, розсіяній на твердому тілі. Тут також наводяться рівняння лінійної теорії пружності ідеально пружного ізоτροпного тіла.

Для акустичної хвилі на тілі, поміщене в рідину, зумовлюється полем тиску. Оскільки поле тиску в рідині утворюється падаючою (первинною) та розсіяною (вторинною) хвилями, то при строгій постановці задачі його необхідно визначати з рішення задачі дифракції акустичної хвилі на тілі.

Постійні в часі складові гідродинамічних сил (радіаційні сили) визначаються осередненням в часі величин інтегральних сил дії рідини на тіло

$$\langle \vec{F} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \vec{F} dt, \quad (1)$$

$$\vec{F} = - \iint_S p \vec{N} dS, \quad (2)$$

$p$  – тиск в рідині,  $\vec{N}$  – вектор одиничної нормалі до поверхні  $S$  тіла.

При обчисленні гідродинамічного тиску  $p$  в рідині використовується підхід, запропонований L.V.King, згідно з яким тиск в рідині визначається в нелінійних співвідношень гідродинаміки ідеальної рідини з точністю до складових другого порядку по параметрах хвильового поля. Метод дозволяє обчислити тиск в звуковому полі з точністю до величин порядку квадратів числа Маха:

$$p = -\rho_0 \dot{\Phi} - \frac{1}{2} \rho_0 (\vec{\nabla} \Phi)^2 + \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{a_0^2} \dot{\Phi}^2, \quad (3)$$

де  $\rho_0$  – густина рідини,  $a_0$  – швидкість звуку в рідині,  $\Phi$  – потенціал сумарного хвильового поля, утвореного падаючою та розсіяною хвилями. Потенціал  $\Phi$  визначається з тією ж точністю, що й гідродинамічний тиск  $p$  і задовольняє лінійному хвильовому рівнянню:

$$\Delta \Phi - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

Отже, визначення сумарного потенціалу поля швидкостей зводиться до розв'язку лінійної задачі дифракції первинної хвилі на тілі, що дозволяє користуватись принципом суперпозиції рішень. Це дає можливість розв'язати задачу дифракції у випадку розсіяння первинної звукової хвилі на сукупності тіл в рідині і тим самим вирішити задачу їх взаємодії. Раніше в такій постановці О.М.Гуєм та О.П.Жуком були розглянуті задачі як для поодиноких сферичних та циліндричних частинок, так і для їх систем.

В другій главі розглядається задача взаємодії плоскої акустичної хвилі, що падає на тверду плоску межу рідини під кутом  $\theta$ , з нескінченим твердим круговим циліндром радіусом  $R$ , розташованим на відстані  $b$  від межі (рис. 1). В нерухомій прямокутній системі координат  $Oxyz$  потенціал  $\Phi_i$  падаючої звукової хвилі запишеться у вигляді

$$\Phi_i = A \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)], \quad (5)$$

де  $A$  – амплітуда звукової хвилі,  $\vec{k} = -k \cos \theta \vec{i} - k \sin \theta \vec{j}$  – хвильовий вектор,  $k = \frac{\omega}{a_0}$  – хвильове число,  $\omega$  – кругова частота,  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ . Відповідно потенціал відбитої від межі хвилі  $\Phi_r$  матиме вигляд:

$$\Phi_r = A \exp[i(\vec{k}_r \vec{r} - \omega t)], \quad \vec{k}_r = k \cos \theta \vec{i} - k \sin \theta \vec{j}. \quad (6)$$

Хвиля, розсіяна на циліндрі, одаватиметься потенціалом  $\Phi_d^{(1)}$ , який оадовольняє лінійному хвильовому рівнянню (4), і в системі координат  $(O_1, r_1, \varphi_1, z_1)$ , ов'язаній з циліндром, його можна подати рядом по циліндричних хвильових функціях таким чином, щоб виконувались умови випромінювання на нескінченості:

$$\Phi_d^{(1)} = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n^{(1)} \cos(n\varphi_1) + B_n^{(1)} \sin(n\varphi_1)) H_n^{(1)}(kr_1) e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

де  $A_n^{(1)}$ ,  $B_n^{(1)}$  – довільні сталі;  $H_n^{(1)}(kr_1)$  – циліндричні функції Ханкеля першого роду. В свою чергу, хвиля  $\Phi_d^{(1)}$  розсіюється на плоскій межі, і потенціал поля, розсіяного на циліндрі та відображеного від плоскої межі, позначимо  $\Phi_d^{(2)}$ . Він теж оадовольняє лінійному хвильовому рівнянню (4), і його можна оаайти, користуючись методом уявних ображень. Будемо вважати, що існує ще один циліндр, розташований симетрично даному відносно площини твердої межі, і від нього поширюється хвиля, потенціал якої можна записати в системі координат  $(O_2, r_2, \varphi_2, z_2)$ , ов'язаній з уявним циліндром:

$$\Phi_d^{(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n^{(2)} \cos(n\varphi_2) + B_n^{(2)} \sin(n\varphi_2)) H_n^{(2)}(kr_2) e^{-i\omega t}. \quad (8)$$

де  $A_n^{(2)}$ ,  $B_n^{(2)}$  – довільні сталі. В сумі  $\Phi_d^{(1)}$  та  $\Phi_d^{(2)}$  складають потенціал хвилі, розсіяної на циліндрі:  $\Phi_d = \Phi_d^{(1)} + \Phi_d^{(2)}$ .

Потенціали  $\Phi_i$ ,  $\Phi_s$ ,  $\Phi_d^{(1)}$ ,  $\Phi_d^{(2)}$  задовольняють лінійному хвильовому рівнянню, а їх суперпозиція є потенціалом  $\Phi_0$  сумарного хвильового поля в рідині:

$$\Phi_0 = \Phi_i + \Phi_s + \Phi_d^{(1)} + \Phi_d^{(2)}, \quad (9)$$

для якого на поверхні межі та на поверхні циліндра виконуються умови

$$\vec{\nabla} \Phi_d \cdot \vec{i} = 0, \quad z = 0; \quad (10)$$

$$\vec{\nabla} \Phi_0 \cdot \vec{N} = \vec{V} \cdot \vec{N}, \quad r_1 = R. \quad (11)$$

Тут  $\vec{V}$  – вектор швидкості циліндра. Визначити його можна з допомогого рівняння

$$m \dot{\vec{V}} = - \iint_S p \vec{N} dS, \quad (12)$$

де  $m$ —маса одиниці довжини циліндра. При цьому тиск  $p$  в рідині при лінійній постановці задачі дифракції достатньо обчислити з формули

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi_0}{\partial t}. \quad (13)$$

Довільні сталі  $A_n^{(1)}$ ,  $B_n^{(1)}$ ,  $A_n^{(2)}$ ,  $B_n^{(2)}$  визначаються з підстановки виразів для потенціалів в граничні умови (10)–(11). Для цього розвинення в ряди (5), (6), (8) записуються в системі координат  $(O_1, r_1, \varphi_1, z_1)$  з допомогою теорем додавання для циліндричних хвильових функцій та формул Якобі. Підстановка (7), (8) в (10) встановлює зв'язок між  $A_n^{(1)}$ ,  $B_n^{(1)}$ ,  $A_n^{(2)}$ ,  $B_n^{(2)}$ :  $A_n^{(2)} = (-1)^n A_n^{(1)}$ ,  $B_n^{(2)} = (-1)^{n+1} B_n^{(1)}$ . З підстановки  $\Phi_0$  в граничну умову (11) отримуємо неоднорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно  $A_n^{(1)}$  та  $B_n^{(1)}$ , роув'язком якої, з подальшою підстановкою значень  $A_n^{(1)}$  та  $B_n^{(1)}$  у вираз (9) для потенціалу  $\Phi_0$ , повністю завершується роув'язок задачі дифракції.

Потенціал, отриманий з роув'язку задачі дифракції, дозволяє визначити гідродинамічний тиск (3), що дає змогу знайти результуючу силу (2), і, осереднивши останню в часі, отримати, радіаційну силу (1).

Якщо припустити, що довжина хвилі велика в порівнянні з відстанню циліндра до плоскої межі, і радіус циліндра малий порівняно з довжиною хвилі, тобто  $\alpha = kR \ll 1$ ,  $z = k\delta \gg 1$ , то можна скористатися асимптотичними виразами для циліндричних хвильових функцій, чим суттєво спрощується роув'язок систем алгебраїчних рівнянь.

Характер руху циліндра під дією радіаційних сил в основному визначається  $\langle F_z \rangle$ -компонентою по осі  $Ox$ , оскільки вона відрізняється від складової по осі  $Oy$  на два порядки по параметру  $\alpha = kR$ :

$$\langle F_z \rangle = \frac{A^2 \pi \rho_0 \alpha^3}{R(1+\eta)} \sin(2k\delta \cos \theta) [(1-\eta) \cos 3\theta + 2 \cos \theta] + O(\alpha^5). \quad (14)$$

За таких умов рівняння руху циліндра запишеться у вигляді

$$(m + m') \ddot{\delta} = \frac{\pi \rho_0 A^2}{R(1+\eta)} \alpha^3 \sin(2k\delta \cos \theta) [(1-\eta) \cos 3\theta + 2 \cos \theta], \quad (15)$$

де  $\eta = \frac{\rho_0}{\rho_1}$ —параметр виваженості,  $\rho_1$ —густина матеріалу циліндра,  $m = \pi R^2 \rho_1$ —маса одиниці довжини циліндра,  $m' = \pi R^2 \rho_1$ —приєднана маса одиниці довжини циліндра. Якщо прийняти, що  $\varphi = \pi - 2k \cos \theta$ ,

то рівняння руху циліндра зведеться до коливань нелінійного осцилятора

$$\ddot{\varphi} + n^2 \sin \varphi = 0, \text{ де } n^2 = A^2 k^4 \frac{2\eta[(1-\eta)\cos 3\theta \cos \theta + 2\cos^2 \theta]}{(1+\eta)^2}. \quad (16)$$

Дослідження коливального руху циліндра проведено по відношенню до вузлів та пучностей поля швидкостей  $v_x$ , створеного сумою потенціалів  $\Phi_1 + \Phi_2$ :

$$v_x = -2Ak \cos \theta \sin(kx \cos \theta) \cos \omega t. \quad (17)$$

Встановлено, що при  $n^2 > 0$  коливання циліндра будуть стійкими відносно пучностей поля швидкостей (17), при  $n^2 < 0$  коливання будуть стійкими відносно вузлів поля швидкостей (17). Також вивчені періоди коливань циліндра в його середньому в часі русі відносно положень стійкої рівноваги

$$T = \frac{2\lambda}{\pi v_a} \frac{1 + \eta}{\sqrt{2\eta[(1-\eta)\cos 3\theta \cos \theta + 2\cos^2 \theta]}} K(\epsilon), \quad (18)$$

де  $K(\epsilon)$  – повний еліптичний інтеграл першого роду;  $\epsilon = \sin(kx_0 \cos \theta)$ ;  $\lambda$  – довжина хвилі;  $v_a$  – амплітуда коливання частинок рідини. З (18) видно, що період, так само як в цілому характер коливань циліндра, має складну залежність від  $\eta$ , кута падіння  $\theta$  та довжини звукової хвилі.

Чисельний спосіб розв'язку системи алгебраїчних рівнянь дає змогу прослідкувати залежності складових радіаційних від параметрів задачі без обмежень на довжину хвилі. При цьому точність числових значень коефіцієнтів  $A_k^{(1)}$  та  $B_k^{(1)}$  контролюється поступовим збільшенням розмірності системи рівнянь і порівнянням цих значень при кожній наступній ітерації. Підставивши обчислені значення  $A_k^{(1)}$  та  $B_k^{(1)}$  у вираз для сумарного потенціалу  $\Phi_0$ , визначимо згідно (3) гідродинамічний тиск. Компоненти радіаційної сили  $F_x$  та  $F_y$  отримуємо, осереднивши в часі проекції сили (2) на осі  $Ox$  та  $Oy$ .

Розрахунки були проведені для циліндра в пропанолі. При цьому акустична хвиля характеризується амплітудою  $A = 0.9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$ , що відповідає помірній густині потоку енергії  $I = 175.5 \text{ Вт}/\text{м}^2$ . Швидкість звуку в пропанолі  $a_0 = 1.247 \cdot 10^{-3} \text{ м}/\text{с}$ , густина рідини  $\rho = 785.4 \text{ кг}/\text{м}^3$ , радіус циліндра  $R = 0.005 \text{ м}$ . Отримані залежності дають змогу прослідкувати вплив параметрів  $\delta$ ,  $\eta$ ,  $\theta$ ,  $\omega$  на величину

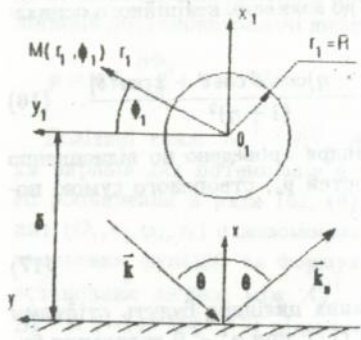


Рис. 1

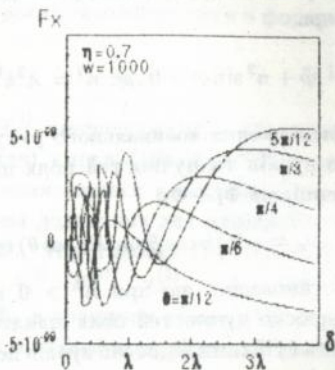


Рис. 2

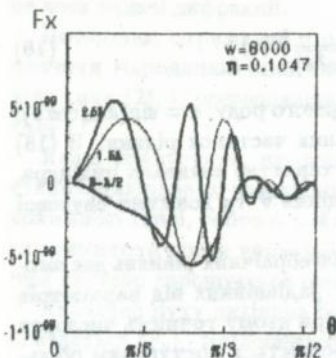


Рис. 3

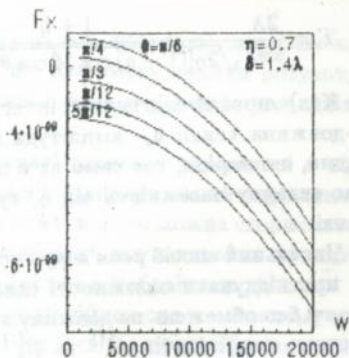


Рис. 4

радіаційної сили, що діє на циліндр. Найбільш суттєво на компоненти радіаційної сили впливають відстань  $\delta$  від циліндра до площини плоскої межі та кут  $\theta$  падіння звукової хвилі на межу. Вони наведені на рис. 2, 3 для складової  $F_x$  радіаційної сили. Щодо компоненти  $F_y$ , то вона, як правило, на порядок нижча від  $F_x$ , і тому поведінка циліндра, в основному, буде визначатись компонентою  $F_x$ . На рис. 4 зображена залежність складової  $F_x$  від частоти  $\omega$  падаючої звукової хвилі при рівних кутах її падіння на площину твердої межі. Величина  $F_x$

змінюється по напрямку і зростає по модулю з ростом частоти падаючої звукової хвилі. Що стосується залежностей  $F_x$  і  $F_y$  від  $\eta$ , то вони не настільки суттєві, щоб зміна параметру  $\eta$  вплинула на характер зміни радіаційної сили. При фіксованих  $\theta$  і  $\omega$  та змінній  $\delta$  при різних значеннях  $\eta$  криві мало відрізняються. Аналогічні результати отримано при фіксованих  $\delta$  та  $\theta$  і змінному  $\omega$ .

**В третій главі** розглядається задача визначення радіаційних сил, які діють на пружний ізотропний циліндр в полі звукової хвилі, що розповсюджується в ідеальній рідині, при тих самих умовах його розташування відносно площини твердої межі, що в главі 2.

Вектор зміщення  $\vec{U}$  точок пружного циліндра та компоненти напружень в циліндричній системі координат у випадку плоскої постановки задачі виражається через дві скалярні функції  $\chi$  та  $\psi$ , що задовольняють таким хвильовим рівнянням:

$$\Delta \chi + \alpha^2 \chi = 0, \quad (19)$$

$$\Delta \psi + \beta^2 \psi = 0; \quad (20)$$

де  $\alpha^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2}$ ,  $\beta^2 = \frac{\omega^2}{c_2^2}$ ; а  $c_1 = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$  — швидкість подовжніх хвиль,  $c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$  — швидкість поперечних хвиль. Компоненти вектора переміщення

$$\vec{U} = (u_{r_1}(r_1, \varphi_1), u_{\varphi_1}(r_1, \varphi_1), u_z \equiv 0)$$

в термінах  $\chi$  та  $\psi$  в циліндричній системі координат виписуються таким чином:

$$u_{r_1} = \frac{\partial}{\partial r_1} \chi + \frac{1}{r_1} \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \psi, \quad (21)$$

$$u_{\varphi_1} = \frac{1}{r_1} \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \chi - \frac{1}{r_1} \frac{\partial}{\partial r_1} \psi.$$

Відповідно, для компонент напруження матимемо

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\mu} \sigma_{r_1} &= (\alpha^2 + D_1) \chi + D_2 \psi, \\ \frac{1}{2\mu} \sigma_{\varphi_1} &= \left(-\frac{\lambda}{2\mu} \alpha^2 + D_1\right) \chi + D_2 \psi, \\ \frac{1}{2\mu} \sigma_{r_1 \varphi_1} &= -D_2 \chi_1 + \frac{1}{2} (\beta^2 + 2D_1) \psi. \end{aligned} \quad (22)$$

де

$$D_1 = \frac{1}{r_1} \left( \frac{\theta}{\theta r_1} + \frac{1}{r_1} \frac{\theta^2}{\theta \varphi_1^2} \right), D_2 = \frac{1}{r_1} \frac{\theta}{\theta \varphi_1} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{\theta}{\theta r_1} \right),$$

$$a = \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu},$$

$\lambda, \mu$  - постійні Ламе.

Задача дифракції плоскої акустичної хвилі на пружному циліндрі розглядається в тій самій постановці, що й у випадку твердого циліндра: потенціал поля швидкостей  $\Phi_d = \Phi_d^{(1)} + \Phi_d^{(2)}$  хвилі, розсіяної на циліндрі, виражається в лінійного хвильового рівняння

$$\Delta \Phi_d - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 \Phi_d}{\partial t^2} = 0, \quad (23)$$

а сумарний потенціал поля швидкостей є сумою потенціалів

$$\Phi_0 = \Phi_i + \Phi_s + \Phi_d^{(1)} + \Phi_d^{(2)}, \quad (24)$$

для якого на плоскій межі та на поверхні циліндра виконуються умови

$$\vec{\nabla} \Phi_d \cdot \vec{i} = 0, x = 0; \quad (25)$$

$$\vec{\nabla} \Phi \cdot \vec{N} = \vec{V} \cdot \vec{N} + \dot{u}_{r_1}, r_1 = R; \quad (26)$$

$$p = \sigma_{r_1}, r_1 = R; \quad (27)$$

$$\sigma_{r_1 \varphi_1} = 0, r_1 = R, \quad (28)$$

де  $m\vec{V} = -\iint_S p \vec{N} dS, p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi_d}{\partial t}$ . Розв'язок задачі дифракції зводиться до нескінчених систем лінійних алгебраїчних рівнянь, які, внаслідок їх громіздкості, розв'язуються чисельно, що дає можливість отримати числові результати залежностей радіаційних сил від

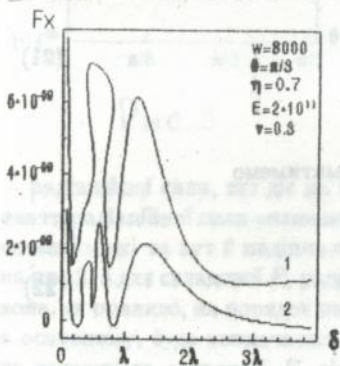


Рис. 5

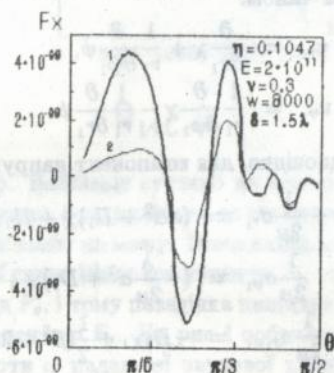


Рис. 6

параметрів задачі. Графіки, подані на рис.5, 6, ілюструють залежність складової  $F_x$  радіаційної сили від  $\delta$  та  $\theta$  в порівнянні з аналогічними результатами, отриманими для твердого циліндра. Тут 1 – відповідає твердому циліндру, 2 – пружному. Залежності, отримані у випадку пружного циліндра, дозволяють прослідкувати вплив пружних характеристик на величини радіаційних сил.

**В заключній частині дисертації** сформульовані основні результати, отримані в роботі, і подаються висновки, що впливають на аналіз цих результатів.

I. Таким чином, в поданій дисертаційній роботі досліджена проблема взаємодії акустичної хвилі з циліндричною частинкою, що знаходиться в ідеальній рідині і розташована близько твердої плоскої границі рідини, включаючи :

1. Постановку задач для визначення середніх в часі (радіаційних) сил взаємодії твердої та пружної циліндричної частинки з ідеальною рідиною в умовах впливу на процес твердої плоскої межі рідини;
2. Розвиток аналітичних та чисельних методів обчислення радіаційних сил;
3. Вияв нових механічних ефектів, характерних для окресленого кола питань, зумовлених взаємодією частинки та плоскої межі рідини з акустичним полем.

II. Основні результати роботи такі:

1. На основі загального підходу, що оснований на використанні співвідношень гідромеханіки ідеальної рідини, в яких обережені нелінійні члени, дається постановка задач про взаємодію з акустичним полем твердої та пружної циліндричної частинки, розташованої близько твердої плоскої межі рідини.
2. З використанням розвинень по циліндричних хвильових функціях потенціалів швидкостей хвильових полів, розв'язуються задачі дифракції первинної звукової хвилі на циліндрі та плоскій межі, що зводяться до нескінчених систем лінійних алгебраїчних рівнянь.



3. Аналітичні розв'язки в озмкнотому вигляді отримані для твердого циліндра при умові, що радіус частинки набагато менший довжини акустичної хвилі і відстань циліндра до площини твердої межі набагато більша радіуса циліндра.
4. Числові результати отримані як для твердого, так і для пружного циліндра без обмежень на довжину хвилі та розміри частинки. Складено алгоритм і втілена його програмна реалізація для програмування на ПК.

III. Проведений аналіз результатів, отриманих чисельно та в наближенні, дозволяє зробити такі висновки:

1. Радіаційна сила, що діє на частинку в ідеальній рідині, суттєво залежить від впливу твердої плоскої межі рідини, близько якої знаходиться частинка.
2. При фіксованій відстані розташування частинки від площини твердої межі та сталих характеристиках первинно розсіяної звукової хвилі величина радіаційної сили залежить як від відношення густини рідини до густини матеріалу циліндра, так і від частоти падаючої звукової хвилі і зростає з ростом частоти.
3. Характер зміни радіаційних сил, що діють на частинку в ідеальній рідині, більшою мірою залежить від умов розповсюдження акустичної хвилі та взаємного розташування частинки відносно межі рідини, ніж від властивостей самої частинки.
4. Радіаційна сила, що діє на пружну частинку, в околі екстремальних значень суттєво менша по модулю величини в порівнянні з радіаційною силою, що діє на тверду частинку.

Основний зміст дисертаційної роботи викладено в таких працях :

1. Дія акустичної хвилі на циліндричну частинку, розташовану близько твердої плоскої межі// Доповіді Академії Наук України.- 1996. - N 2. - С. 52-56. (Співавтори Гузь О.М., Жук О.П.)
2. Про рух циліндра біля твердої плоскої межі в радіаційному полі звукової хвилі// Доповіді Академії Наук України.- 1994. - N 11. - С. 61-65. (Співавтори Гузь О.М., Жук О.П.)
3. Про взаємодію плоскої акустичної хвилі з круговим циліндром біля твердої плоскої межі// Праці Другої всеукраїнської конференції

молодих вчених. Київ – 16-18 травня 1995 року. – ч.2. – С. 257-262.  
– Деп. у ДНТБ України 04.09.95, N2034 – Ук95.

Gerascenko N.V. Dynamics of a cylinder in acoustic field situated near boundary of fluid.

Dissertation for the Candidate of Physical and Mathematical Sciences Degree in Speciality 01.02.04 – mechanics of a deformable solid, S.P.Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 1996.

Three papers containing results of theoretical investigations in action of sound wave on cylindrical particle situated near plane solid boundary in ideal fluid are defended. Radiation forces are considered as a measure of the action. It have been studied an influences of the mutual location of the particle and the plane boundary on different circumstances of wave propagation and elasticity of the particle on the radiation forces.

Геращенко Н.В. Динамика цилиндра в акустическом поле у граничной поверхности жидкости.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела, Институт механики им. С.П. Тимошенко Национальной академии наук Украины, Киев, 1996.

Защищается 3 научных работы, которые содержат результаты теоретических исследований о действии акустической волны на цилиндрическую частицу в идеальной жидкости, расположенную вблизи твердой плоской границы жидкости. В качестве меры взаимодействия приняты радиационные силы. Изучено влияние на величины радиационных сил взаимного расположения частицы и границы жидкости при различных условиях распространения звуковой волны как с учетом, так и без учета упругих характеристик частицы.

Ключові слова: тиск звукового випромінювання, радіаційні сили, взаємодія частинок з акустичним полем, нескінчений циліндр, частинка близько граничної поверхні рідини.

Підп. до друку 21.05.96 Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Папір друк. № 1 . Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 10 .  
Умовн. фарбо-відб. 10 . Обл.-вид. арк. 10 .  
Тираж 100 . Зам. № 6-1980 .

---

Фірма «ВІПОЛ»  
252151, Київ, вул. Волинська, 60.



AB 34.954

**AB 34.954**