ЗАПОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

На правах рукопису

ШВИДКА СВІТЛАНА ПЕТРІВНА

ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ В ПЛАСТИНАХ З ВКЛЮЧЕННЯМИ ПІД ДІЄЮ ВИПАДКОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ

01.02.04 – Механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

ЗАПОРІЖЖЯ – 1996

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Запорізькій державній інженерній академії

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор Тамуров Микола Григорович

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор Василенко Анатолій Тихонович
доктор технічних наук, професор Цурпал Іван Андрійович

Провідна організація: Український транспортний університет Міністерство Освіти України, м. Київ

Захист відбудеться "20" червня 1996 р. о 15^{30} год. на засіданні спеціалізованої вченої ради К 08.04.02 при Запорізькому державному університеті за адресою: 330600, м. Запоріжжя, МСП-41, вул. Жуковського, 66

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Запорізького державного університету за адресою: 330600, м. Запоріжжя, МСП-41, вул. Жуковського, 66

Автореферат розісланий "18" травня 1996 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
кандидат технічних наук, доцент Сисоєв Ю.О.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. ***Предмет дослідження*** дисертаційної роботи становлять стохастичні коливання прямокутних пластин з прямокутними включеннями, края яких паралельні зовнішньому контуру. Під включеннями розуміють отвори, викружки, області з матеріалу, що має інший модуль пружності або товщину.

Актуальність дослідження обумовлена широким використанням пластинок прямокутної форми з включеннями, зокрема вирізами, в якості елементів тонкостінних конструкцій, які знаходяться під дією випадкових навантажень. Врахування того факту, що зовнішні дії на конструкцію та її поведінка в процесі експлуатації являють собою випадкові процеси, дає можливість здійснювати точніший розрахунок оцінок надійності та довговічності конструктивних елементів.

Спроможність тонкостінних конструкцій, особливо розповсюджених в авіації та ракетній техніці, швидко реагувати на малі зміни початкової форми, малі варіації крайових умов та інші фактори призводить до необхідності вивчення характеру та ступеня впливу вирізів на механічні параметри системи.

Пластинки з вирізами часто використовуються в практиці машинобудування та будівництва. У зв'язку з цим дослідження стохастичної поведінки тонкостінних конструктивних елементів, послаблених включеннями, набуває великого значення для розрахунків транспортних засобів на вібрацію, коли вони рухаються по нерівній дорозі, висотних споруджень на дію вітру, суднових конструкцій та морських споруд на навантаження від хвилювання моря, споруджень та конструкцій на сейсмічні дії.

Розв'язання задачі про випадкові коливання пластин з отворами має теоретичний та практичний інтерес у зв'язку з питаннями металоємності, маси та живучості елементів та вузлів несучих деформівних конструкцій. При цьому виникає необхідність здійснення жорстких вимог, коли робиться вибір розглядаємих розрахункових схем, уводяться коефіцієнти безпечності, а також враховуються можливості "нерозрахункових" (аварійних) випадків. Для кожної нової конструкції вплив отворів на міцність подібних деформівних систем виявляється різним, що пояснюється використанням нових матеріалів, новим співвідношенням площі вирізів та самої конструкції, координатами центрів отворів та іншими факторами. Тому кожний випадок треба досліджувати самостійно.

Вивченню поведінки суцільних пластинок та оболонок присвячені роботи В.В. Болотіна, А.Т. Василенка, А.С. Вольміра, Е.І. Григолюка, Я.М. Григоренка, В.Т. Грінченка, В.І. Гуляєва, Я.Ф. Каюка, В.Г. Піскунова, О.О. Рассказова, С.П. Тимошенка, А.Ф. Улітка та інших авторів. Для пластинок з вирізами, які є найбільш цікавими в сучасній інженерній практиці конструктивними елементами, поряд з питаннями про напружений стан, що докладно освітлені в роботах Д.В.Вайнберга, Е.І. Григолюка, М.І. Мусхелішвілі, Г. Нейбера, Б.Л. Пелеха, Р. Петерсона, Г.М. Савіна, М.Г. Тамурова, Л.А. Фільштинського, І.А. Цурпала та інших авторів, треба розглядати задачі про коливання несучих елементів, послаблених вирізами. Дослідженню динамічної поведінки тонкостінних елементів несучих конструкцій з отворами присвячені роботи Б.М. Бублика, Ван Фо Фи, В.Т. Головчана, О.М. Гузя, Г.П. Зіненка, О.С. Космодаміанського, В.Д. Кубенка, І.М. Преображенського та інших авторів. У випадку прямокутних пластин з прямокутними вирізами найбільш розробленими є питання, пов'язані з визначенням власних частот і форм поперечних коливань. Результати досліджень у цій області наведені в роботах А.І.Бажаткіна, Ю.Г.Коноплььова, В.А.Кухто, В.М. Москаленка, Парамасівама, О.В. Саченкова, М.Р.Фельдмана, А.Г. Шишкіна та інших авторів. До основних методів розв'язання подібних задач належить віднести енергетичний метод, метод Рітца, методи скінченних різниць та скінченних елементів, теоретико–експериментальний метод та інші.

Питанням пошуку аналітичних співвідношень, що описують форми коливань прямокутних пластин з прямокутними вирізами, присвячені роботи П.Д. Прусова.

Динамічні задачі теорії тонкостінних елементів несучих конструкцій значно ускладнюються, якщо пластина має кілька прямокутних вирізів. Досить ефективним в цьому випадку виявляється підхід, який зв'язан з використанням функцій Хевісайда, що застосовується при дослідженні поведінки перфорованих прямокутних пластин в роботах Б.М.Бастатського В.І. Ліпкіна, І.М. Преображенського та інших авторів. Запропонований метод дає розв'язок задачі в замкненому виді.

В задачах вищевказаних робіт при визначенні розрахункової схеми зовнішні навантаження, властивості матеріалу, геометричні розміри та форми тонкостінної конструкції вважалися детермінованими. Проте всі ці фактори мають мінливий, випадковий характер. Для врахування останньої обставини необхідно розглядати нові задачі, аналогічні задачам теорії пружності, будівельної механіки та інших розділів механіки твердого тіла. Ряд досліджень та розрахунків у цьому напрямку наведені в роботах В.В. Болотіна, А.С. Вольміра, І.І. Воровича, В.М.Гончаренка, О.С. Гусєва, М.Ф. Діментберга, І.Г. Кільдибекова. А.Б.Ройтмана, В.О.Светлицького, Ю.А. Федорова, Л.П. Хорошуна та інших авторів. Найбільш повно різні аспекти, пов'язані з визначенням імовірнісних характеристик стохастичної поведінки суцільних прямокутних пластин, відбито в монографіях В.В. Болотіна, Крендела, роботах В.М. Москаленка. Деякі питання застосування методів теорії ймовірностей до розв'язання задач коливань пластин під дією випадкових навантажень вивчені Даером, В.А. Пальмовим, Ерінгеном, в роботах яких розглядається випадок суцільної пластинки.

Вищевказане дозволяє зробити висновок про актуальність обраної теми.

Мета дисертаційної роботи полягає у визначенні методами теорії ймовірностей характеристик стохастичних процесів коливань тонкостінних пластин, послаблених включеннями, які знаходяться під дією випадкових навантажень, та вивченні на цій основі ступеня впливу включень на зміну знайдених характеристик.

Основними завданнями наукового дослідження є:

– отримання співвідношень для ймовірнісних характеристик вихідного процесу в лінійних стохастичних крайових задачах теорії тонкостінних елементів несучих конструкцій, послаблених включеннями, по заданим ймовірнісним характеристикам випадкових зовнішніх навантажень (спектральним щільностям, моментним функціям першого та другого порядку);

– аналіз усталених випадкових коливань тонких пластин з включеннями;

– вивчення ступеня впливу розмірів, числа та місця розташування включень на зміну ймовірнісних характеристик поведінки пластинки.

Загальна методологія дослідження грунтується на методах теорії ймовірностей, які застосовують для розв'язування стохастичних крайових задач для лінійних розподілених систем. Методика розв'язання різноманітних задач про випадкові коливання пружних систем полягає у використанні зв'язку між кореляційними або спектральними функціями зовнішніх навантажень та відгуком системи на них. У випадках, коли вихідні величини можливо трактувати як компоненти деякого багатомірного марковського процесу, задачі теорії випадкових коливань зводять до дослідження розв'язків рівняння Колмогорова.

Наукова новизна результатів, які виносяться на захист, полягає в наступному:

– розглянуто особливості застосування кореляційних методів до розв'язання стохастичних крайових задач теорії тонкостінних елементів несучих конструкцій з включеннями, які моделюють рух конструктивних елементів як відгук на дію випадкового навантаження;

– методами теорії марковських процесів одержано розв'язок задачі про коливання пластин з включеннями під дією випадкового навантаження. Виходячи із стаціонарного рівняння Колмогорова, знайдено закони розподілу вихідних процесів;

– отримано формули, що дозволяють одержувати значення моментних функцій першого та другого порядку для довільного моменту часу у випадку коливань шарнірно опертих пластин з включеннями під дією навантаження, дельта–корельованого у часі.

Практична цінність. Результати, одержані у дисертаційній роботі, можуть бути цікавими з теоретичного та практичного боку для розрахунків на вібростійкість і вібноміцність несучих елементів, котрі входять в число визначаючих розрахунків, що здійснюються в процесі проектування конструкції, які властиві виробам енергетичного, хімічного, транспортного та багатьох інших галузей машинобудівництва. Особливо він потрібен для виробів авіаційної та космічної техніки, оскільки багато які літакові конструкції складаються із деталів з отворами, викружками і т.д. Отримані ймовірнісні характеристики поведінки конструктивних елементів з вирізами стануть у пригоді для аналізу причин руйнування конструкції. Знання впливу вирізів на ймовірнісні характеристики стохастичного руху тонкостінних деформівних систем з отворами може бути корисним для проектування конструкцій, дозволяя економити матеріал, знижувати вартість, зменшувати масу, підвищувати надійність та довговічність конструкції.

Створено програми для ПЕОМ, які реалізують алгоритми розрахунку ймовірнісних характеристик випадкових коливань багатозв'язних пластин з включеннями, що випливають з розв'язків відповідних задач.

Вірогідність результатів дисертації обгрунтовується коректністю постановки задачі, математичними методами, що використовуються, узгодженістю поміж ними та результатами, які отримані іншими авторами.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювались на семінарі "Проблеми міцності", що проводився в Українському транспортному університеті (м. Київ) під керівництвом О.О. Рассказова та В.Г. Піскунова. В цілому робота доповідалась на наукових семінарах кафедр: опору матеріалів та прикладної механіки Національного аграрного університету (м. Київ), вищої математики Запорізької державної інженерної академії, прикладної математики Запорізького державного університету.

Публікації. За результатами виконаних досліджень опубліковано 5 робіт, у яких відображено основний зміст дисертаційної роботи.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота викладена на 130 сторінках, має 33 малюнка і складається з вступу, чотирьох глав, закінчення та списка використаних джерел, в якому 115 найменувань.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У **вступі** обгрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, зроблено огляд публікацій, що характеризують ступінь її дослідженості, сформульовано мету роботи та основні наукові результати, які виносяться на захист, стисло викладено зміст дисертації.

В **першій главі** сформульовано постановку стохастичної крайової задачі для пластини з включеннями.

В першому розділі першої глави наведено математичну постановку лінійної стохастичної крайової задачі для тонкої одношарової пластинки з вкюченнями, яка виготовлена з однорідного ізотропного матеріалу. Граничні умови на зовнішньому контурі пластини узято у двох варіантах. У першому з них зовнішні кромки вважаються опертими. У другому варіанті дві паралельні сторони зовнішнього контуру шарнірно оперті, а дві інші – жорстко закріплені. За постановкою задачі припускається, що пластина знаходиться під дією нормального до її поверхні випадкового навантаження q(x,y,t), ймовірнісні характеристики якого вважаються заданими. Навантаження прикладається до пластинки, яка перебуває в спокої.

У другому розділі першої глави математична модель пластини з включеннями зображується як суцільна модель–аналог із змінними параметрами маси та жорсткості:

$$\rho = \rho_0 \, \lambda(x;y)/g \, , \qquad E = E_0 \, \lambda(x;y) \, , \tag{1}$$

де ρ_0 і E_0 – відповідно щільність і модуль пружності основної області матеріалу пластини; $\lambda(x;y)$ – коефіцієнт, який враховує зміну параметрів ρ і E на ділянках іншої жорсткості,

$$\lambda(x;y) = 1 - \sum_{j=1}^{N_1} \psi_j \sum_{i=1}^{J} \left[\Gamma_0\,(x - x_{1ij};\, y - y_{1ij}) - \Gamma_0\,(x - x_{2ij};\, y - y_{1ij}) - \right.$$

$$\left. - \Gamma_0\,(x - x_{1ij};\, y - y_{2ij}) + \Gamma_0\,(x - x_{2ij};\, y - y_{2ij})\right]. \tag{2}$$

Тут x_{1ij}; x_{2ij}; y_{1ij}; y_{2ij}; – координати, що фіксують контурні лінії i–ої ділянки з жорсткістю D_{ij}; $i=1,2,\dots,J$; $j=1,2,\dots,N_1$; J – число областей з однаковою жорсткістю; N_1 – число різних жорсткостей, які зустрічаються у данній пластині,

$$\psi_j = \frac{D_0 - D_{ij}}{D_0} = \frac{E_0 - E_{ij}}{E_0}\, , \qquad D_0 = \frac{E_0 h^3}{12(1-\mu^2)} \, . \tag{3}$$

Для спрощення послідуючих виводів робиться припущення, що $N_1 = 1$.

Наводиться стохастичне варіаційне рівняння руху для такої моделі, що одержано на основі принципу Гамільтона–Остроградського. Зроблено аналіз цього рівняння.

В третьому розділі першої глави, беручи до уваги результати попереднього розділу, наведено стохастичне диференціальне рівняння у частинних похідних, яке визначає коливання пластини з включеннями без врахування розповсюдження пружних хвиль. Дана характеристика деяким важним з точки зору практичного застосування випадковим навантаженням та обгрунтован вибір математичної моделі, яка описує навантаженість пластини з включеннями, що використовується в данній дисертаційній роботі.

У **другій главі** для розв'язання задачі, яка поставлена, застосовуються кореляційні методи.

В першому розділі другої глави функція, апроксимуюча прогин, задається у вигляді ряду

$$w(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} f_{m\,n}(t)W_{m\,n}(x,y), \qquad (4)$$

де $W_{m\,n}(x,y)$ – форми власних коливань пластини, що задовольняють крайовим умовам, $f_{m\,n}(t)$ – випадкові функції часу (узагальнені координати). Застосування до стохастичного диференціального рівняння варіаційного методу Бубнова–Гальоркіна зводить поставлену задачу до системи стохастичних диференціальних рівнянь:

$$\frac{d^2 f_{m\,n}}{dt^2} + 2\varepsilon_{m\,n}\frac{df_{m\,n}}{dt} + \omega_{m\,n}^2 f_{m\,n} = Q_{m\,n}(t) \qquad (m=n=\overline{1,\infty}). \ (5)$$

Тут $\varepsilon_{m\,n}$ – парціальні коефіцієнти демпфірування; $\omega_{m\,n}$ – власні частоти коливань, які обчислюються без врахування затухання;

$Q_{m\,n}(t)$ – узагальнені сили,

$$Q_{m\,n}(t) = \int_0^a\int_0^b q(x,y,t)W_{m\,n}(x,y)dxdy \Big/ \int_0^a\int_0^b \rho h W_{m\,n}^2(x,y)dxdy\,, \quad (6)$$

де a,b – лінійні розміри пластинки, h – її товщина.

Коефіцієнти рівнянь (5) та узагальнені сили (6) містять у собі інтеграли від функцій Хевісайда, враховуючи таким чином наявність включень в пластині. Система (5) дозволяє досліджувати поведінку кожної узагальненої координати незалежно від інших. Щоб точніше описати стохастичний рух реальних пластин з включеннями була врахована дисипація енергії в матеріалі пружнього елементу.

Таким чином, узагальнені сили та узагальнені координати мають стохастичні властивості. Основні теоретико–імовірнісні обчислювання робляться саме над цими функціями.

Беручи до уваги результати попереднього розділу, у другому розділі другої глави одержано деякі ймовірнісні характеристики для функції прогину пластини з включеннями при двох указаних вище варіантах сполучення граничних умов на зовнішньому контурі.

В параграфі 2.2.1. розглядається випадок шарнірно опертої по зовнішньому контуру пластини.

Застосовуючи до системи (5) метод диференціальних рівнянь, одержують рівняння відносно моментних функцій першого порядку:

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + 2\varepsilon_{m\,n}\frac{d}{dt} + \omega_{m\,n}^2\right)\langle f_{m\,n}(t)\rangle = \langle Q_{m\,n}(t)\rangle \qquad (m=n=\overline{1,\infty}), \quad (7)$$

та другого порядку:

$$\left(\frac{d^2}{dt_1^2}+2\varepsilon_{m\,n}\frac{d}{dt_1}+\omega_{m\,n}^2\right)\left(\frac{d^2}{dt_2^2}+2\varepsilon_{r\,s}\frac{d}{dt_2}+\omega_{r\,s}^2\right)K_{f\,m\,n\,f\,r\,s}(t_1,t_2)=$$
$$=K_{Q\,m\,n\,Q\,r\,s}(t_1,t_2)\qquad (m=n=r=s=\overline{1,\infty}),\qquad (8)$$

де кутовими дужками позначена операція обчислення математичного сподівання; $K_{f\,m\,n\,f\,r\,s}(t_1,t_2)$ і $K_{Q\,m\,n\,Q\,r\,s}(t_1,t_2)$ - кореляційні функції узагальнених координат і узагальнених сил відповідно. Рівняння (7), (8) розв'язуються при початкових умовах, які одержують із початкових умов для переміщень w(x,y,t) шляхом осереднення.

Моментні функції узагальнених координат отримують із рівнянь (7), (8); ці функції можна знайти, якщо відомі моментні функції узагальнених сил $Q_{m\,n}(t)$, які, у свою чергу, можна знайти по (6), коли відомі характеристики зовнішнього навантаження q(x,y,t). Для найважливіших типів випадкових навантажень, які являють собою ергодичні процеси, можна перейти від розглядання ансамблю реалізацій до аналізу однієї реалізації у часі, моментні функції другого порядку для якої задовольняють співвідношенням $K(t_1,t_2)=K(t_2-t_1)=K(\tau)$. Тоді рівняння (8) має вигляд:

$$\left(\frac{d^2}{d\tau^2}-2\varepsilon_{m\,n}\frac{d}{d\tau}+\omega_{m\,n}^2\right)\left(\frac{d^2}{d\tau^2}+2\varepsilon_{r\,s}\frac{d}{d\tau}+\omega_{r\,s}^2\right)K_{f\,m\,n\,f\,r\,s}(\tau)=$$
$$=K_{Q\,m\,n\,Q\,r\,s}(\tau)\qquad (m=n=r=s=\overline{1,\infty}).\qquad (9)$$

Таким чином приходимо до задачі про проходження стаціонарного випадкового процесу крізь лінійну стаціонарну детерміністичну систему. Для її розв'язання застосовується метод спектральних зображень.

Спектральні щільності та кореляційні функції стаціонарного випадкового процесу зв'язані між собою прямим і зворотним функціональними перетвореннями Фур'є (співвідношеннями Вінера–Хінчина):

$$K(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega) e^{i\,\omega\,\tau} d\omega\,; \qquad S(i\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-i\,\omega\,\tau} d\tau\,. \tag{10}$$

Беручи до уваги (10), із (9) отримують зв'язок між спектральними щільностями ,

$$S_{f\,m\,n\,f\,r\,s}(i\omega)=$$

$$= S_{Q\,m\,n\,Q\,r\,s}(i\omega)\left((\omega_{m\,n}^2 - 2i\varepsilon_{m\,n}\omega - \omega^2)(\omega_{r\,s}^2 + 2i\varepsilon_{r\,s}\omega - \omega^2)\right)^{-1}. \tag{11}$$

По відомим спектральним щільностям, використовуючи співвідношення (10), знаходять кореляційні функції, дисперсії вихідного процесу та його похідних. При цьому розглядаються питання врахування взаємної кореляції узагальнених координат.

Імовірнісні характеристики функції прогину w(x,y,t) отримують осередненям ряду (4), а також рядів, які утворюються множенням цього ряду на себе при різних значеннях x,y,t. Проведено аналіз знайдених формул і порівняння приватних випадків, коли ψ_j=0, з результатами, одержаними В.В. Болотіним. Для пластини з непідкріпленими отворами або областями з матеріалу, що має інший модуль пружності дано розв'язки слідуючих задач:

1) вивчається ступінь впливу розмірів центрального квадратного включення на нормовану кореляційну функцію, дисперсію та спектральну щільність прогину, коли рух пластини є стохастичним, причому дослідження останньої характеристики здійснено для коливань по основній та вищих формах;

2) визначається вплив числа отворів, їх розмірів та місця їх розташування на дисперсію та спектральну щільність прогину.
Наприкінці параграфу наведені кількісні оцінки отриманих результатів.

Аналогічним чином в параграфі 2.2.2. знаходяться ймовірнісні характеристики функції прогину для пластини, дві протилежні сторони якої шарнірно оперті, а дві інші – жорстко закріплені.

В третьому розділі другої глави дається оцінка похибки методу дослідження випадкових коливань пластини з центральним квадратним отвором. Розв'язок, знайдений в дисертаційній роботі, порівнюється з результатами, що отримані Д.В. Вайнбергом на підставі варіаційно–різницевого методу. Досліджується характер збіжності рядів, що входять до розв'язку. Розглядаються особливості чисельної реалізації одержаних розрахункових формул. Показано, що при підсумовуванні рядів, що входять до розв'язку задачі, достатньо використовувати невелику кількість членів ряду.

Третя глава присвячена питанням застосовування теорії марковських процесів до розв'язку стохастичної крайової задачі для пластини з включеннями.

В першому розділі третьої глави, з використанням результатів першого розділу другої глави при m=n=1, коливання пластини з включеннями під дією просторово–часового дельта–корельованого випадкового навантаження зображуються у виді двовимірного процесу марковського типу. Якщо покласти $f_1 = f_{11}(t)$; $f_2 = \dot{f}_{11}(t)$, рівняння (5) можна звести до системи двох стохастичних диференціальних рівнянь першого порядку: $\dot{f}_1 = f_2$;

$$\dot{f}_2 = -2\varepsilon_{11} f_2 - \omega_{11}^2 f_1 + Q_{11}(t). \qquad (12)$$

Інтенсивності двовимірного марковського процесу

$$æ_{\alpha}(f_1, f_2, t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\langle \Delta f_\alpha \rangle}{\Delta t} \qquad (\alpha=1,2);$$

$$æ_{\alpha\beta}(f_1, f_2, t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\langle \Delta f_\alpha \Delta f_\beta \rangle}{\Delta t} \qquad (\alpha,\beta=1,2) \qquad (13)$$

містять у собі інтеграли від функцій Хевісайда, завдяки чому стало можливим урахування включень у пластині. Кутовими дужками позначена операція обчислювання математичного сподівання. Отримано рівняння Колмогорова відносно перехідної щільності ймовірності $p(f_{11}, \dot{f}_{11})$ для пластин при двох варіантах закріплення зовнішнього контуру. Зокрема, у випадку шарнірно опертої пластини рівняння Колмогорова має вигляд:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial f_{11}}(\dot{f}_{11} p) - \frac{\partial}{\partial \dot{f}_{11}}\left((-2\varepsilon_{11}\dot{f}_{11} - \omega_{11}^2 f_{11})p\right) + \frac{sab}{8A_{11}^2}\frac{\partial^2 p}{\partial \dot{f}_{11}^2}, \qquad (14)$$

де s–інтенсивність зовнішнього навантаження,

$$A_{11} = \int_0^a \int_0^b \rho h W_{11}^2(x, y) dx dy.$$

У другому розділі третьої глави знайдено розв'язки стаціонарних рівнянь Колмогорова.

В параграфах 3.2.1., 3.2.2. одержано закони розподілу вихідних процесів для пластин з включеннями у розглядаємих випадках опирання зовнішніх кромок. Тут також узагальнена координата та узагальнена швидкість для стаціонарного марковського процесу незалежні та підпорядковуються нормальному закону. Зокрема, коли $\psi_j = 0$, що відповідає згідно (3) розгляданню суцільної пластини, загальний розв'язок порівнювався з результатами, що отримані В.В. Болотіним. Сопоставлення показало повний збіг результатів. Приведена чисельна реалізація задач для різноманітних перфорованих пластин.

У третьому розділі третьої глави розглянуто застосування методу моментних функцій для розв'язування лінійної стохастичної крайової задачі коливань шарнірно опертої по зовнішньому контуру пластини з включеннями. Припускається, що зовнішні випадкові навантаження мають нормальний закон розподілу. Використовуючи рівняння Колмогорова (14), отримано замкнену систему рівнянь відносно моментних функцій першого та другого порядків. Коефіцієнти рівнянь містять у собі інтеграли від одиничних функцій Хевісайда, що дозволяє враховувати наявність включень в пластині. Знайдено співвідношення, які можна використовувати для визначення значень математичних сподівань та кореляційних функцій у будь–який момент часу; зроблено їх аналіз.

Остання **четверта глава** присвячена питанням визначення стохастичних характеристик, що необхідні при проведенні оцінок довговічності.

У першому розділі четвертої глави, беручи до уваги результати другої глави, знайдено оцінки частоти та складності структури процесу для двох досліджуємих типів пластин. Наявність включень в пластині враховується інтегралами від функцій Хевісайда, що входять у формули указаних характеристик.

У другому розділі четвертої глави досліджується щільність розподілу екстремумів узагальненої координати пластини з включеннями. Знайдений у попередньому розділі параметр складності структури процесу виявився близьким до одиниці. Останнє свідчить про те, що отриманий процес є вузькосмужним і має розподіл Релея. Досліджено вплив включень, отворів на зміну цієї характеристики. Наведені чисельні результати деяких задач для пластин з отворами або областями з матеріалу, що має інший модуль пружності.

У закінченні сформульовано основні результати дисертації, що полягають у наступному:

– на прикладі задачі про випадкові коливання пластини з включеннями показані особливості розв'язання лінійної стохастичної крайової задачі теорії тонкостінних елементів несучих конструкцій, послаблених включеннями, кореляційними методами;

– знайдено формули для розрахунку математичного сподівання, кореляційних функцій, дисперсій і спектральних щільностей прогину пластини з включеннями під дією зовнішніх сил, які знаходяться у випадковій залежності від координат та часу;

– використовуючи апарат теорії марковських процесів, одержано рівняння Колмогорова, яке описує випадкові коливання пластини з включеннями, що викликані дією поперечних навантажень, дельта–корельованих у часі. Знайдено розподіли вихідних процесів, які відповідають руху системи, що установився;

– знайдено формули, які дозволяють отримувати значення моментних функцій першого та другого порядку для довільного моменту часу при коливаннях пластини з включеннями під дією стаціонарного навантаження. Проведено аналіз одержаних співвідношень;

– доведено до чисельних результатів рішення поставлених задач для пластин з вирізами або областями з матеріалу, що має інший модуль пружності. Проаналізовано вплив числа вирізів, їх розмірів і місця розміщення на характер зміни значень отриманих ймовірнісних характеристик руху пластини. Приведені кількісні оцінки законів розподілу узагальненої координати для випадкових коливань перфорованих пластин;

– результати теоретичного дослідження використовуються для знаходження оцінок частоти і складності структури стохастичних коливань пластини з включеннями, на підставі яких робиться висновок про закон розподілу екстремумів узагальненої координати;

– досліджено поведінка пластин з включеннями при двох видах граничних умов на зовнішньому контурі. Проаналізовано вплив способа кріплення зовнішніх кромок на зміну значень усіх отриманих характеристик.

Конкретний особистий внесок автора в розробку результатів, що опубліковані в роботах, які перераховані нижче.

За допомогою кореляційних методів розв'язана лінійна стохастична крайова задача для пластини з вирізами. Досліджено ступінь впливу розмірів, числа та місця розташування квадратних отворів на зміну одержаних імовірнісних характеристик випадкових коливань перфорованої пластини [1,2,4].

Одержано закони розподілу вихідних процесів руху пластини з вирізами як відгука на дію випадкового навантаження [1,2].

Отримані результати використовуються для визначення характеристик, які необхідні для розрахунку надійності, міцності та довговічності тонкостінних елементів несучих конструкцій з вирізами [3].

Знайдено формули для визначення моментних функцій першого та другого порядку для довільного моменту часу при коливаннях пластини з отварами під дією випадкового навантаження [5].

Основні положення дисертації відображено в наступних публікаціях:

1. Швыдкая С.П. Случайные колебания регулярно перфорированных пластин с учетом действия сил в срединной плоскости // Математическое моделирование физико–механических полей и интенсификация промышленного производства: Сб. науч. тр. – Запорожье, 1995.– с. 109–115.
2. Швыдкая С.П. К определению моментов первого и второго порядка случайных колебаний пластин с вырезам // Математическое моделирование физико–механических полей и интенсификация промышленного производства: Сб. науч. тр. – Запорожье, 1995.– с. 115–121.
3. Швыдкая С.П. К определению плотности вероятности амплитуд случайных колебаний пластин с вырезами //Запорож.индустр. ин–т. – Запорожье, 1994. – 13 с. Деп. в ГНТБ Украины 01.08.94, N 1467 – Ук-94.
4. Швыдкая С.П. Вероятностные характеристики поведения перфорированной пластины при совместном действии поперечной случайной нагрузки и сил в ее срединной плоскости //Запорож.индустр.ин–т. – Запорожье, 1994. –15 с. Деп. в ГНТБ Украины 01.08.94, N 1468 – Ук-94.
5. Швыдкая С.П. К анализу случайных колебаний перфорированных пластин // Запорож.индустр.ин–т. – Запорожье, 1994. – 26 с. Деп. в ГНТБ Украины 14.12.94, N 2414 – Ук-94.

Shvydkaja S.P. Dynamik processes in the plates with inclusions under random loads. Dissertation is manuscript.

Dissertation on the degree of candidate of physical–mathematical scienes on speciality 01.02.04–mechanics of deformable solid body, Zaporozhye state university, Zaporozhye, 1996.

There are five scientific papers that include theoretical researches in the field of random oscillations of the plates with inclusions. Analysis carries out by probabilistic methods of the solution of the linear stochastic boundary problems of the plates with inclusions modeling oscillations above mentioned elements as response under extrenal random load. Calculation formulas to define the statistical characteristics of the sag of similar systems are obtained, the lawes of the distribution of the imprint processes are found.

Швыдкая С.П. Динамические процессы в пластинах с включениями при действии случайных нагрузок. Диссертацией является рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико–математиченских наук по специальности 01.02.04–механика деформируемого твердого тела, Запорожский государственный университет, Запорожье, 1996.

Защищается 5 научных работ, которые содержат теоретические исследования в области случайных колебаний пластин с включениями. Анализ осуществляется при помощи решения вероятностными методами линейных стохастических краевых задач для пластин с включениями, моделирующих движение указанных элементов как отклик на действие внешней случайной нагрузки. Получены расчетные формулы для определения вероятностных характеристик прогиба подобных систем, найдены законы распределения выходных процессов.

Ключові слова:

пластина з включеннями, випадкове навантаження, ймовірнісні методи, стохастична крайова задача.

Підписано до друку 17.05.96р.

Заказ N 755. Тираж 90 прим.

Підрозділ оперативної поліграфії ЗЦНТЕІ

330002, м. Запоріжжя, пр. Леніна, 77.

[illegible] друку 17.05.96р.
[illegible] Тираж 50 прим.
[illegible] ЗЦНТЕІ
[illegible] пр. Леніна, 77