

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Зуева Татьяна Ивановна

Т. Зуева

РАВНОВЕСИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ ВИХРЕВЫХ ЦЕПЕЙ
ЖИДКОСТИ.
ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СВЕРХТЕКУЧЕЙ

01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Харьков — 1996



00753645 (U)

AB 35,00

дисертація надана рукописью.

Работа выполнена в Физико-техническом институте
низких температур, г. Харьков

Научный руководитель: член-корр. НАН Украины,
доктор физ.-мат. наук, профессор
ХРУСЛОВ Евгений Яковлевич

Официальные оппоненты:
доктор физ.-мат. наук, проф. АДАМЕНКО Игорь Николаевич,
доктор физ.-мат. наук, проф. БОЕВ Анатолий Григорьевич.

Ведущая организация:
Симферопольский государственный университет.

Защита диссертации состоится 21 ИЮНЯ 1996 г.
в 15.15 час. на заседании Специализированного ученого совета
Д 02.02.03 Харьковского государственного университета (310077,
Харьков, пл.Свободы, 4, ауд. 6-48).

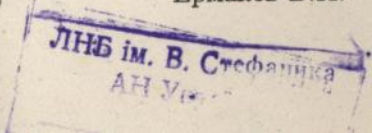
С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной би-
блиотеке ХГУ.

Автореферат разослан 20 МАЯ 1996 г.

Ученый секретарь
специализированного
ученого совета

В.И. Ермаков

Ермаков В.И.



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Среди многочисленных интересных и важных эффектов и объектов, открытых в физике нашего века, сверхтекучесть занимает выдающееся место. Это связано как с интересом к самому явлению сверхтекучести, так и с появлением многочисленных практических применений (сверхтекучесть в нейтронных звездах, сверхтекучесть растворов гелий 3-гелий 4 и др.).

Гидродинамика сверхтекучих жидкостей – один из важных разделов современной физики, развивающийся ускоренными темпами. Успехи этой ветви фундаментальных исследований служат основой прогресса целого ряда других областей науки (от ядерной физики до астрофизики), техники и медицины.

Вихревые линии, образующиеся в сверхтекучей жидкости при вращении сосуда, играют фундаментальную роль для понимания поведения сверхтекучей жидкости, поэтому изучению вихревых состояний посвящены многие как теоретические, так и экспериментальные работы. Вихревые состояния в сосудах простой формы исследованы ранее: в круговых цилиндрах – Вайненом, Гессом и Феттером, в узких кольцах – Доннелли, Стауффером, Феттером, в бесконечном пространстве – Ткаченко. Однако в кольцах произвольных размеров скорость сверхтекучей жидкости с вихрями уже не записывается с помощью простых и наглядных формул, а требует решения соответствующей краевой задачи, что осложняет изучение. Такие исследования, важные с точки зрения эксперимента, ранее не проводились. В данной работе предложено решение задачи о поведении вихревой системы *в кольцах произвольных размеров.*

Целью диссертационной работы является:

- решение краевой задачи для функции тока идеальной жидкости с вихрями в сосудах различной геометрии (в частности, в кольцах произвольных размеров и эллиптических цилиндрах);
- вычисление свободной энергии сверхтекучей жидкости с вихрями в кольцевых сосудах произвольных размеров и получение условия минимума свободной энергии;
- упрощение выражений для скорости и свободной энергии сверхтекучей жидкости в кольце в случае, когда вихри равномерно распределены по окружности;
- исследование равновесных состояний любого числа вихрей в кольцевых сосудах произвольных размеров при увеличении скорости вращения сосуда.

Практическая ценность исследования обусловлена тем, что динамика вихрей не ограничивается приложениями к сверхтекучей жидкости. Существует множество линейных дефектов в других упорядоченных сплошных средах, свойства которых подобны некоторым свойствам сверхтекучих вихрей. Помимо вихрей в сверхпроводниках, к ним относятся дислокации в твердых телах, линии Блоха в магнетиках, дисклинации в жидких кристаллах и др.

Методы исследования. При решении задач для функции тока в сосудах различной геометрии применен метод Фурье решения дифференциальных уравнений в частных производных. Использованы разложения в ряды Фурье различных функций. Для получения выражений для функции тока и скорости нашли применение представления эллиптических функций Вейерштрасса через тета-функции и в виде рядов. При вычислении свободной энергии использованы

основные законы термодинамики. Программа, позволяющая определять равновесное положение любого числа вихрей, написана на языке Турбо-Паскаль.

Положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Выражения для функции тока и скорости жидкости с вихрями в кольцах в терминах эллиптических функций Вейерштрасса (выражения для произвольного расположения вихрей произвольной интенсивности и упрощенные выражения для системы одноквантовых вихрей, расположенных на одной окружности).

2. Выражения для функции тока и скорости жидкости с вихрями в эллиптических сосудах через тета-функции.

3. Явное выражение для свободной энергии сверхтекучей жидкости во вращающихся кольцах произвольных размеров и условия равновесия вихревых цепочек в кольцах, а также условие устойчивости равновесного положения.

4. Исследование равновесного состояния вращающейся сверхтекучей жидкости в кольцах произвольных размеров: определение количества и равновесного положения вихрей при увеличении угловой скорости вращения сосуда.

5. Приближенные формулы для скорости, свободной энергии и условие равновесия вихревой цепочки в случае, когда число вихрей велико.

Все перечисленные результаты получены автором **лично** и составляют **научную новизну** работы.

Результаты, полученные в диссертации, и развитый в ней метод решения краевых задач для функции тока может быть **практи-**

чески использован при отыскании функции тока с вихрями в сосудах любой геометрии. Полученные результаты могут быть использованы для исследования равновесных состояний вращающейся сверхтекучей жидкости.

Достоверность результатов обеспечивается использованием новейших методов исследования. Показано, что в предельных случаях (цилиндров и узких колец) полученные формулы приводят к известным ранее результатам. Результаты численных экспериментов при значениях параметров, соответствующих реальным физическим экспериментам, находятся в качественном и количественном согласии с экспериментальными данными.

Все научные положения и выводы, приведенные в диссертации, достаточно обоснованы и аргументированы. Выкладки полны и математически корректны.

Апробация работы. Материалы работы неоднократно докладывались и обсуждались на семинаре отдела математического моделирования физических процессов Физико-технического института низких температур. Сообщение по материалам диссертации было сделано на научном семинаре кафедры теоретической механики в Харьковском государственном университете. Доклад о полученных результатах был сделан на XXX Совещании по физике низких температур в 1994 году в г. Дубна Московской области. Сделано сообщение на семинаре в Институте математики Jussieu Университета Париж-7, по материалам которого опубликована работа.

По материалам диссертации опубликовано пять работ.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на пункты, дополнения, заключения и списка

литературы. Общий объем диссертации составляет 124 страницы, куда входят 12 рисунков и таблица. Список литературы содержит 54 наименования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Основная цель данной работы – исследование течения гелия II в кольцевых сосудах произвольных размеров.

Во введении содержатся основные сведения о явлении сверхтекучести и наиболее значимые теоретические и экспериментальные результаты, связанные с исследованием течения сверхтекучей жидкости во вращающихся сосудах, а также краткое изложение полученных результатов.

Первая глава посвящена отысканию функции тока и скорости идеальной жидкости (сверхтекучей компоненты) с вихрями в кольцах произвольных размеров.

Рассматривается кольцо с внутренним радиусом R_1 , внешним радиусом R_2 , вращающееся как твердое тело с угловой скоростью ω . Предполагается, что в кольце возникли N вихрей произвольной интенсивности γ_k , расположенные в точках $\vec{r}_k = (r_k, \theta_k)$, $k = 1, 2, \dots, N$ (в полярных координатах), и задана циркуляция Γ вокруг внутреннего цилиндра:

$$\oint_{r=R_1} \vec{v} \cdot d\vec{l} = 2\pi\Gamma.$$

Тогда для функции тока ψ такой жидкости имеем следующую задачу:

$$\Delta\psi = -2\pi \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_k), \quad (1)$$

$$\psi|_{\Sigma} = const, \quad (2)$$

$$\oint_{r=R_1} \vec{v} \cdot d\vec{l} = 2\pi\Gamma. \quad (3)$$

Здесь Σ - поверхность кольца, состоящая из границ $r = R_1$, $r = R_2$.

Непосредственное решение задачи для функции тока для произвольного расположения вихрей произвольной интенсивности γ_k дает функцию тока в виде ряда Фурье или через σ -функции Вейерштрасса с полупериодами $\omega_1 = \pi$ и $\omega_2 = i \ln(R_2/R_1)$ ($\eta = \zeta(\omega_1)$):

$$\begin{aligned} \psi(r, \theta) = & \left(\Gamma + \sum_{k=1}^N \gamma_k \right) \ln \frac{r}{R_1} + \sum_{k=1}^N \gamma_k \left[\operatorname{Re} \ln \sigma \left(i \ln \frac{z}{z_k} \right) - \right. \\ & \left. - \operatorname{Re} \ln \sigma \left(i \ln \frac{zz_k}{Z_{1,k}^2} \right) - \frac{2\eta}{\omega_1} \ln \frac{r_k}{R_1} \ln \frac{r}{R_1} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

а скорость жидкости в кольце может быть записана в виде

$$\overline{v(z)} = -\frac{i\Gamma}{z} - \frac{i}{z} \sum_{k=1}^N \gamma_k + \frac{1}{z} \sum_{k=1}^N \gamma_k \left[\zeta \left(i \ln \frac{z}{z_k} \right) - \zeta \left(i \ln \frac{zz_k}{Z_{1,k}^2} \right) + \frac{2i\eta}{\omega_1} \ln \frac{r_k}{R_1} \right]. \quad (5)$$

где $\zeta(z)$ - ζ -функция Вейерштрасса с теми же полупериодами.

Если все вихри имеют одинаковую интенсивность γ и равномерно распределены по окружности радиуса r_0 , выражения для скорости и функции тока значительно упрощаются:

$$\overline{v(z)} = -\frac{i\Gamma}{z} - \frac{iN\gamma}{z} + \frac{\gamma}{z} \left[\tilde{\zeta} \left(i \ln \frac{z}{z_0} \right) - \tilde{\zeta} \left(i \ln \frac{zz_0}{R_1^2} \right) + \frac{2N\tilde{\eta}i}{\pi} \ln \frac{r_0}{R_1} \right], \quad (6)$$

$$\psi(r, \theta) = (\Gamma + \gamma N) \ln \frac{r}{R_1} + \gamma Re \ln \frac{\bar{\sigma}(i \ln(z/z_0))}{\bar{\sigma}(i \ln(zz_0/R_1^2))} - \frac{2\gamma\tilde{\eta}}{\bar{\omega}_1} \ln \frac{r_0}{R_1} \ln \frac{r}{R_1}. \quad (7)$$

но полупериоды ζ - и σ -функций здесь уже другие: $\bar{\omega}_1 = \pi/N$, $\bar{\omega}_2 = i \ln(R_2/R_1)$ (чтобы об этом не забыть, ζ , η и σ отмечены волной).

В Дополнении решена подобная задача в эллипсе. Функция тока ψ идеальной жидкости с единственным вихрем, расположенным в точке ζ_0 (в эллиптических координатах), имеет вид

$$\begin{aligned} \psi(\xi, \eta) = & \gamma Re \ln \theta_1 \left(\frac{i}{2} (\zeta + \zeta_0) \right) + \gamma Re \ln \theta_1 \left(\frac{i}{2} (\zeta - \zeta_0) \right) - \\ & - \gamma Re \ln \theta_4 \left(\frac{i}{2} (\zeta + \bar{\zeta}_0) \right) - \gamma Re \ln \theta_4 \left(\frac{i}{2} (\zeta - \bar{\zeta}_0) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

где величины $K = \pi$, $K' = 2\xi_1$ - четвертьпериоды тета-функций, $q = \exp \frac{-\pi K'}{K}$. Комплексно-сопряженная скорость может быть легко вычислена из функции тока.

Если есть N вихрей, расположенных в точках ζ_k ($k = 1, \dots, N$) в эллиптическом сосуде, функция тока равна сумме N слагаемых вида (8).

Во второй главе исследуются условия равновесия и устойчивости вихревых цепочек во вращающихся с постоянной угловой скоростью кольцах.

В отличие от односвязных сосудов (цилиндров), в кольцах, кроме квантованных вихрей *внутри* жидкости, может возникать циркуля-

ция вокруг внутреннего цилиндра, которая тоже должна быть квантована: $\Gamma = L\gamma$ ($\gamma = h/m$ – величина кванта циркуляции (h – постоянная Планка, m – масса атома He^4), L – целое число). Поэтому состояние сверхтекучей жидкости в кольцах определяется двумя целочисленными параметрами – числом вихрей N и числом L .

Чтобы исследовать условие равновесия вихрей в кольце, необходимо знать свободную энергию сверхтекучей жидкости как функцию параметров L и N : будем обозначать ее $F \equiv F_{L,N}$.

Если принять, что при низких угловых скоростях $F_{0,0} \equiv 0$, то для определения угловой скорости, при которой энергетически выгодным становится появление вихря или кванта циркуляции, необходимо вычислить величины свободной энергии $F_{0,1}$ и $F_{1,0}$ и сравнить их между собой. Меньшая из них и определяет, появляется вихрь или квант циркуляции, а угловая скорость, при которой эта энергия становится меньше свободной энергии $F_{0,0}$, и будет угловой скоростью, при которой появление вихря (циркуляции) считается энергетически выгодным. Продолжая этот процесс, т.е. считая известной свободную энергию $F_{0,1}$ или $F_{1,0}$, можно определить порядок появления любого числа вихрей или квантов циркуляции, положение вихрей и угловую скорость, при которой они возникают.

Свободная энергия жидкости, заключенной между двумя цилиндрами радиусов R_1, R_2 ($R_1 < R_2$), вращающимися с одной угловой скоростью ω , вычисляется как некоторый функционал F , зависящий от скорости нормальной и сверхтекучей компоненты, с учетом того, что нормальная компонента жидкости совершает твердотельное вращение, а скорость сверхтекучей компоненты полностью определяется положением вихрей и величиной циркуляции L .

Непосредственные вычисления дают выражение для свободной энергии в виде

$$\begin{aligned}
 F_{N,L} = \pi\gamma^2\rho_{s,0} \left\{ \frac{N}{2} + L^2 \ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{\omega}{\gamma} L (R_2^2 - R_1^2) + \sum_{j=1}^N \left[2L \ln \frac{R_2}{r_j} + \sum_{k=1}^N \ln \frac{R_1 R_2}{r_k r_j} - \right. \right. \\
 \left. \left. - Re \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \ln \frac{\sigma(i \ln(r_j/r_k - (\theta_j - \theta_k)))}{\sigma(i \ln(r_j r_k/R_1^2 - (\theta_j - \theta_k)))} - \ln \frac{a}{r_j} + Re \ln \sigma \left(2i \ln \frac{r_j}{R_1} \right) + \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{2\eta}{\omega_1} \sum_{k=1}^N \ln \frac{r_k}{R_1} \ln \frac{r_j}{R_1} - \frac{\omega}{\gamma} (R_2^2 - r_j^2) \right] \right\}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Условия экстремума свободной энергии имеют вид $2N$ уравнений: N уравнений вида

$$\begin{aligned}
 \omega r_m = \frac{\gamma(L+N)}{r_m} - \frac{\gamma}{2r_m} - \frac{2\gamma\eta}{\pi r_m} \sum_{k=1}^N \ln \frac{r_k}{R_1} + \frac{\gamma}{r_m} Im \zeta \left(2i \ln \frac{r_m}{R_1} \right) - \\
 - \frac{\gamma}{r_m} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^N Im \left[\zeta \left(i \ln \frac{r_k}{r_m} - (\theta_k - \theta_m) \right) - \zeta \left(i \ln \frac{r_k r_m}{R_1^2} - (\theta_k - \theta_m) \right) \right],
 \end{aligned}$$

(m принимает значения от 1 до N) и N дополнительных уравнений, которые при равномерном распределении вихрей по окружности выполняются тождественно.

Подробный анализ этих уравнений показывает, что в равновесии вихри в сверхтекучей жидкости движутся вместе с нормальной компонентой (по окружности).

Если все вихри равномерно распределены по окружности радиуса r_0 , то выражение для свободной энергии значительно упрощается, а условие равновесия принимает вид одного уравнения относительно параметра r_0 :

$$\frac{\omega}{\gamma} r_0 = \frac{N+L}{r_0} - \frac{1}{2r_0} - \frac{2N\eta}{\pi r_0} \ln \frac{r_0}{R_1} + \frac{1}{r_0} \text{Im}\zeta \left(2i \ln \frac{r_0}{R_1} \right), \quad (10)$$

Равновесное положение является устойчивым (т.е. соответствует минимуму энергии), если вторая вариация свободной энергии положительна:

$$\frac{d^2 F}{dr_0^2} = 2\pi\gamma^2 \rho_{s,0} N \left\{ \frac{N+L}{r_0^2} + \frac{2N\eta}{\pi r_0^2} \left(1 - \ln \left(\frac{r_0}{R_1} \right) \right) + \frac{\omega}{\gamma} - \frac{1}{2r_0^2} + \frac{1}{r_0^2} (\text{Im}\zeta(2i \ln(r_0/R_1)) + 2\text{Re}\mathcal{P}(2i \ln(r_0/R_1))) \right\} > 0, \quad (11)$$

где $\mathcal{P}(z)$ - \mathcal{P} -функция Вейерштрасса.

Из общих формул для свободной энергии и скорости можно получить приближенные формулы для случая узких колец ($d = R_2 - R_1 \ll R_1$) и для случая цилиндров ($R_1 \rightarrow 0$), что подтверждает непротиворечивость данной теории результатам других авторов.

Результаты численных экспериментов представлены в диссертации в виде ряда графиков и в таблице (см. Рис. 1,2).

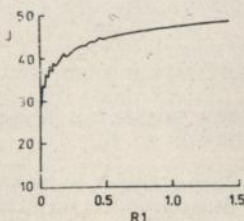


Рис.1. Положение первого вихря (r_0) в момент его возникновения. Здесь $j = (r_0 - R_1)/(R_2 - R_1) \cdot 100$, $R_2 = 1.5$ см.

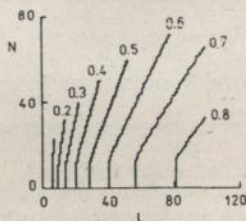


Рис.2. Последовательность появления квантов циркуляции (L) или вихрей (N) в кольцах ($R_2 = 1.5$ см, R_1 в сантиметрах указано на графике).

В третьей главе получаются приближенные формулы при большом числе вихрей и обсуждается проблема потери устойчивости первой вихревой цепочки

Уравнение равновесия при больших N принимает вид

$$\frac{\omega}{\gamma} r_0^2 = L + \frac{N}{2} - (N+1) \left[\left(\frac{R_1}{r_0} \right)^{2N+2} - \left(\frac{r_0}{R_2} \right)^{2N+2} \right].$$

Когда параметры $(R_1/r_0)^{2N} \ll 1$ и $(r_0/R_2)^{2N} \ll 1$, т.е. вихрей достаточно много, число вихрей в жидкости и циркуляция вокруг внутреннего цилиндра связаны с угловой скоростью вращения сосуда простым соотношением

$$\frac{\omega}{\gamma} r_0^2 = L + \frac{N}{2}. \quad (12)$$

Вторая вариация свободной энергии равна в этом приближении

$$\frac{\omega}{\gamma} r_0^2 + L + \frac{N}{2} - \left[\left(\frac{R_1}{r_0} \right)^{2N+2} + \left(\frac{r_0}{R_2} \right)^{2N+2} \right] (N+1 + 2(N+1)^2) \geq 0 \quad (13)$$

Поскольку показательная функция растет быстрее любой степенной, при r_0 , далеко от стенок, условие положительности второй вариации выполняется при всех L и N . Это означает, что предположение о расположении вихрей на одной окружности (которое делалось во всех численных экспериментах, но не при выводе общих формул) сильно ограничивает применимость полученных результатов. Для получения более общих результатов необходимо решать полную систему уравнений относительно положений вихревых линий или отдельно рассматривать положение вихрей на двух, трех и т.д. окружностях.

Выводы

В представленной диссертационной работе продолжены исследования, касающиеся изучения вращающихся сверхтекучих жидкостей. Исследовано поведение сверхтекучей жидкости в *кольцах произвольных размеров*. Получены следующие результаты:

1. Выражения для функции тока и скорости жидкости с произвольной системой вихрей в кольцах, а также упрощенные выражения для скорости и функции тока для системы одноквантовых вихрей, расположенных на одной окружности. Методом конформных отображений получено выражение для скорости жидкости с вихрями в полосе в виде разности ζ -функций Вейерштрасса.

2. Явное выражение для свободной энергии сверхтекучей жидкости во вращающихся кольцах произвольных размеров и условия равновесия вихревых цепочек в кольцах. Выписано условие устойчивости равновесного положения.

3. Разработан и реализован алгоритм, позволяющий находить равновесное положение любого числа вихрей во вращающихся кольцах произвольных размеров: порядок появления вихрей или квантов циркуляции при увеличении угловой скорости вращения сосуда, равновесное положение первого и последующих вихрей, угловую скорость, при которой появляется любое число вихрей.

4. Получены приближенные формулы для скорости, свободной энергии и условия равновесия вихревой цепочки в случае, когда число вихрей велико. Показаны пределы применимости сделанного в численных экспериментах предположения о расположении вихрей на одной окружности.

5. Показано, что описанный метод решения задач для функции тока с вихрями применим для областей любой геометрии. Получены выражения для функции тока и скорости идеальной жидкости с вихрями в эллиптических сосудах.

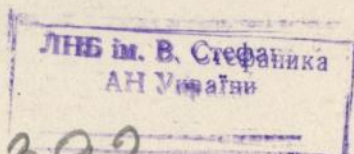
Работы, опубликованные по теме диссертации

1. Тющов А.Д., Зуева Т.И., О функции тока идеальной жидкости с заданными вихревыми линиями в кольце, *Мат. физика, анализ и геометрия*, 1994, т.1, 3/4, 529-539.
2. Тющов А.Д., Зуева Т.И., Равновесие и устойчивость цепочек вихрей в сверхтекучем гелии во вращающихся кольцах произвольных размеров, *Физика низких температур*, 1994, т.20, 11, 1116-1124.
3. Зуева Т.И., Возникновение вихрей во вращающемся гелии II в кольцах произвольных размеров, в *Тезисах докладов 30-го Совещания по физике низких температур*, 6-8 сентября 1994 г., Дубна, 1994, часть 2, с.25-26.
4. A.D.Tyuptsov and T.I.Zueva, Equilibrium and stability of vortex chains in superfluid helium in rotating rings of arbitrary size, *Low Temp. Phys.(Sov.)*, 20, Nov.1994, 877-883.
5. Zueva T., The flow function and velocity of ideal liquid with vortices in the elliptic vessel, *Prépublication 42, Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris, Octobre 1995*, 1-10.

Анотація

Зуева Т.І. Рівновага та стійкість ланцюжків вихорів у надплинній рідині, що обертається.

Дисертація на здобуття вченого ступеню кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.05 – механіка рідини, газу та плазми, Харківський державний університет, Харків, 1996.



Захищається 5 наукових робіт, в яких досліджено стан надпливної рідини у кільцевих судинах. Отримано вираження для функції тиску та функції тиску з довільною системою вихорів у кільцях будь-яких розмірів в термінах еліптичних функцій Вейерштрасса, а також спрощені формули для швидкості і вільної енергії в випадку, коли вихорі рівномірно розподілені на колі. Досліджено поведінку надпливної рідини у кільцях при збільшенні швидкості обертання судини: з'ясовано порядок виникнення вихорів, їх місцезнаходження, умови, за яких ланцюжки вихорів є стійкими, кутову швидкість, при якій виникає та чи інша кількість вихорів. Отримано приблизні формули у випадку, коли кількість вихорів велика.

Ключові слова: надплинна рідина, ланцюжки вихорів, вільна енергія, еліптичні функції.

Abstract

Zueva T.I. Equilibrium and stability of vortex rows in rotating superfluid.

5 scientific papers are represented. The flow of superfluid in annulus is investigated. An expression for flow function with arbitrary system of vortices in annulus of arbitrary size in terms of the Weierstrass' σ -function and expression for velocity in terms of the Weierstrass' ζ -function are obtained. The simplicity of formulas in case when all vortices are on the circle are represented. The behavior of superfluid in rotating annuli is investigated when the angular velocity of vessel increases: the moment of initiation and the position of any number of vortices, the condition of stability of vortex row and others.

Ответственный за выпуск Н.К.Радякин

Подписано к печати 25.04.1996 г. Физ.п.л. 1

Уч.-изд. л. 1 Заказ N 8-96. Тираж 100 экз.

Отпечатано во ФТИНТ НАН Украины, Харьков-164, пр. Ленина,