

ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ім. І.І.МЕЧНИКОВА

На правах рукопису

**ЯНКОВИЙ** Олександр Павлович

**АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ В ЗАДАЧАХ  
ІНЖЕНЕРНОЇ ГЕОЛОГІЇ**

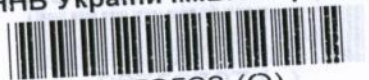
**(на прикладі дослідження зсувів  
північно-західного узбережжя Чорного моря)**

Спеціальність 04.00.07 -

інженерна геологія,  
мерзлотознавство і ґрунтознавство

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора геологічних наук

Одеса 1996



00752523 (0)

...ю є рукопис

Роботу виконано в Одеському державному університеті  
ім. І.І.Мечникова

Науковий консультант:

- доктор геолого-мінералогічних наук  
І.П.Зелінський

Офіційні опоненти:

- доктор геолого-мінералогічних наук  
В.М.Саломатін;

- доктор технічних наук  
М.Г.Демчишин;

- доктор фізико-математичних наук  
Г.І.Кузьменко.

Провідна установа -

Проектно-розвідувальний та  
науково-дослідний  
інститут "ЧОРНОМОРНДПРОЕКТ"

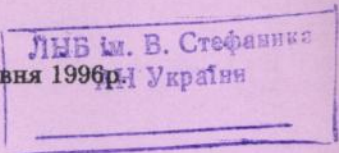
Захист дисертації відбудеться 27 червня 1996 року об  
11 годині на засіданні спеціалізованої ради Д 05.01.03 в Одеському  
державному університеті ім. І.І.Мечникова за адресою: 270058,  
м.Одеса, Шампанський пров.,2, геолого-географічний факультет.

З дисертацією можна ознайомитись в науковій бібліотеці Одеського університету.

Автореферат розіслано

24

травня 1996р.



Вчений секретар  
спеціалізованої ради

Е. Черкез

Є.А.Черкез

## ВСТУП

Основні труднощі у вивченні геологічних процесів полягають в тому, що ці процеси багатофакторні і протікають у геологічних об'єктах, що відрізняються неоднорідністю складу та будови порід, які утворюють масив. Вказані складнощі привели до необхідності використання різного роду моделей і методів моделювання в інженерній геології і, особливо, в інженерній геодинаміці. А це, в свою чергу, потребує: розробки шляхів та методів пошуку найбільш загальних закономірностей і характеристик, складання лабораторних схем природних процесів; розробки і уніфікації методичної постановки питання математичного обґрунтування моделювання; розробки більш точних і економічних методів моделювання; перенесення результатів цих досліджень на натуру.

**Актуальність роботи.** Зсувні процеси відносяться до найбільш складних та маловивчених інженерно-геологічних процесів, а зсувознавство є одним з найбільш важливих у народногосподарчому відношенні розділів, пов'язаних з освоєнням природних схилів і створенням штучних укосів. До числа значніших проблем цієї дисципліни відноситься подальша розробка теоретичних основ моделювання зсувів, включаючи аналітичні методи, що дозволяє вирішувати задачі про напружений стан масивів порід зсувних схилів та укосів і прогнозування їх стійкості. Розроблена автором теорія і методика моделювання, що базується на положеннях механіки суцільного середовища, теорії поля, теорії подібності та моделювання, з використанням у широкому плані сучасного математичного апарату, дозволяє в аналітичній формі вирішувати задачі про напружений стан та стійкість зсувних схилів та укосів складної геологічної будови з урахуванням жорстких і слабких шарів, різного роду природних і штучних впливів. Ця методика, завдяки новим математичним методам і можливостям обчислювальної техніки, дуже ефективна, економічна і надає велику допомогу під час проектування, будівництва і прогнозування. Зсувні процеси поширені у багатьох областях України, але особливо важливим є вивчення Чорноморського узбережжя, яке славиться географічним положенням і кліматичними умовами, що робить цю територію вельми цінною у курортному і сільськогосподарському відношеннях. В останні десятиріччя освоєння територій набуло визначний розмах і пов'язано з будівництвом портів, культурних і санатор-

них комплексів, розробкою на шельфі корисних копалин та ін. Але сучасний стан вивченості узбережжя відстає від темпів і планів його освоєння. Крім того, вивчення природних (початкових) умов має велике екологічне значення, особливо зараз, в наш час, коли вирішення задач екологічної геології взяла на себе інженерна геологія - як наукова дисципліна геологічного циклу, найбільш підготовлена у цьому відношенні і тісно пов'язана з техногенним впливом людини на земну кору.

Міркування про єдність природних процесів і єдину методичну постановку питань їх інженерно-геологічної схематизації, тобто пошук їх найбільш загальних закономірностей і характеристик для складання лабораторних схем, призвели до абстрактної геологічної моделі, що являє собою крайову задачу для рівняння Лапласа.

Такими моделями можна не тільки вивчати зсувні процеси, але і вирішувати велике розмаїття задач механіки ґрунтів, гідрогеомеханіки, геокриології та багато інших; при цьому ефективність практичного використання таких моделей в основному обумовлюється розробленими автором новими аналітичними методами вирішення крайових задач. Все вищесказане визначає актуальність і своєчасність цієї роботи.

**Мета та задачі роботи.** Основною метою роботи є розробка теоретичних і методичних основ моделювання зсувів аналітичними методами та практична реалізація розробленої методики для вивчення напруженого стану і стійкості природних схилів північно-західного узбережжя Чорного моря.

У відповідності з метою роботи розв'язувалися такі задачі:

1. Дослідження і визначення кількісних та якісних характеристик факторів, що впливають на розвиток зсувів і визначають формування напружено-деформованого стану порід і стійкість схилів.
2. Побудова на основі теорії геодинамічного поля абстрактної геологічної моделі, яка враховує вплив основних факторів на значення геодинамічного потенціалу.
3. Удосконалення методів обчислення компонентів поля напруг і стійкості масивів порід через геодинамічний потенціал.
4. Розробка нових аналітичних математичних методів вирішення крайових задач інженерної геології.

5. Вирішення за допомогою аналітичних методів моделювання задач про напружений стан порід і про стійкість схилів для оцінки відносної ролі природно-техногенних факторів, що визначають закономірності розвитку зсувів.
6. Дослідження аналітичними методами напруженого стану і стійкості природних схилів північно-західного узбережжя Чорного моря.

**Наукова новизна роботи полягає в наступному:**

- вперше в інженерній геології геодинамічне поле описано комплексним потенціалом;
- розроблено методику визначення напруг в масивах порід через потенціал геодинамічного поля;
- виявлено і доведено аналогію геодинамічного і електромагнітного поля, описано методику визначення зсувних переміщень через геодинамічний потенціал;
- побудовано у вигляді крайової задачі модель для вивчення зсувів, що враховує вплив основних природних і техногенних факторів;
- розроблено ряд нових аналітичних методів вирішення крайових задач інженерної геології;
- отримано в аналітичній формі рішення задач оцінки схилів і укосів, що відрізняються різним ступенем складності геологічної будови і морфометричних особливостей;
- встановлено закономірності формування напруженого стану порід зсувних схилів, положення та розміри зон концентрації напруг в залежності від морфометрії схилу, ступеню неоднорідності (співвідношення фізико-механічних властивостей) порід, що складають масив, умов розташування жорсткого шару відносно схилу та слабких - у межах основного деформованого горизонту;
- досліджено аналітичними методами різні природні схили північно-західного узбережжя Чорного моря.

**Теоретичне значення роботи.** Розроблені автором аналітичні методи моделювання вносять значний внесок у розвиток теорії моделювання інженерно-геологічних процесів і роблять цей вид наукових досліджень ще більш ефективним та всеоб'ємлючим. Тим самим розширюється внесок у новий науковий напрямок - аналітичні методи математичного моделювання геологічних процесів.

Розширено клас крайових задач, які допускають аналітичне рішення у вигляді математичних формул, що дозволяє вирішувати нові задачі інженерної геології та суміжних з нею наук: теорії пружності, механіки ґрунтів, фільтрації, гідрогеомеханіки, гідроакустики, теплопровідності, геокріології, електростатики, термопружності та багатьох інших.

**Практичне значення роботи.** Запропонована методика може бути ефективно використана при вирішенні багатьох задач інженерної геології з метою вивчення природних процесів, будівництва, вирішення екологічних проблем та, в особливості, для оцінки напружено-деформованого стану та стійкості схилів і укосів, а також послідовно і для проектування та оцінки берегозахисних і портових споруд, для прогнозування стійкості бортів кар'єрів, котлованів, шляхових та інших виємків і насипів тощо.

Робота в усіх її аспектах використовується в учбовому процесі Одеського державного університету при викладанні курсів інженерної геології, механіки ґрунтів, курсу інженерно-геологічних прогнозів і моделювання.

Результати дисертації можуть бути корисні різноманітним проєктним, будівельним та іншим виробничим організаціям для самих широких практичних цілей.

**Достовірність** наукових положень і сформульованих у дисертації висновків забезпечується обґрунтуванням теорії геодинамічного поля і подібностей, коректністю постановки моделюючих крайових задач і математичних методів, що використовуються при їх вирішенні.

**Апробація роботи та публікації.** Основні матеріали та теоретичні положення дисертаційної роботи доповідалися на науковому семінарі "Смешанные задачи математической физики" кафедри методів математичної фізики Одеського державного університету (Одеса, 1983-1993), на III Всесоюзній конференції "Смешанные задачи механики деформируемого тела" (Харків, 1985), на на-

уковому семінарі кафедри вищої математики Одеської державної морської академії (Одеса, 1986), на Республіканській науковій конференції "Дифференциальные и интегральные уравнения и их приложения" (Одеса, 1987), на науковому семінарі кафедри вищої математики Одеського інституту інженерів морського флоту (Одеса, 1988), на науковому семінарі Інституту прикладних проблем механіки і математики АН України (Львів, 1988), на IV Всесоюзній конференції "Смешанные задачи механики деформируемого тела" (Одеса, 1989), на III Всесоюзній конференції з механіки руйнування (Владивосток, 1990), на науковому семінарі Всесоюзного науково-дослідницького інституту "Оргэнергострой" (Москва, 1989-1991), на науковому семінарі Проектного технологічного інституту (Подоляськ, 1988-1990), на науковому семінарі Виробничого і науково-дослідницького інституту інженерних вишукувань у будівництв (ВНДШВБ, Москва, 1990), на III Всесоюзній конференції з механіки неоднорідних структур (Львів, 1991), на науковому семінарі Інституту Археології АН України (Київ, 1992-1994), на науковому семінарі кафедри інженерної геології і гідрогеології Одеського держуніверситету (Одеса, 1990, 1993-1996), на науковому семінарі проектно-дослідницького інституту "ЧорноморНДІпроект" (Одеса, 1996), на Сьомому Міжнародному Симпозіумі по зсувам (Норвегія, Тронхейм, 1996), на щорічних конференціях молодих вчених (Одеса, 1985-1987) та професорсько-викладацького складу Одеського державного університету (Одеса, 1979-1981, 1984-1996) та інших нарадах.

По темі дисертації опубліковано 22 наукові роботи, у тому числі монографія "Математические методы в инженерной геологии", що вийшла у 1993 році у співавторстві з І.П.Зелінським та В.Ю.Пангаєвим.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертаційна робота складається із вступу, 8 глав, з'єднаних згідно із задачами, що вирішуються, у дві частини, заключення та списку літератури. У першій частині викладаються основні теоретичні положення дисертації, у другій частині приводяться практичні результати викладеної методології.

**Основні положення, що виносяться до захисту.**

1. Методика моделювання зсувів аналітичними методами, що базується на теорії геодинамічного поля, полягає у побудові

абстрактної геологічної моделі у вигляді крайової задачі, геометричні та геомеханічні параметри якої дозволяють урахувати вплив основних природних та техногенних факторів на розвиток зсувних процесів.

2. Рішення моделюючих крайових задач дозволяють знайти потенціал геодинамічного поля, через який виражаються поля напруг і стійкості масивів порід, визначаються імовірні та невідомі поверхні скозвання зсуву.
3. Нові аналітичні методи вирішення крайових задач дозволяють отримувати характеристики інженерно-геологічних процесів у вигляді математичних формул, що суттєво спрощує і уточнює вивчення та моделювання цих процесів.
4. Значення і розподіл напруг у масиві порід, стійкість цих масивів, положення поверхні скозання зсуву визначаються поєднанням та взаємозв'язком природних і техногенних факторів при провідній ролі морфометричного і літологічного факторів.

Автор виражає свою щиру подяку професору Зелінському І.П., під керівництвом якого він протягом багатьох років займався проблемами інженерної геодинаміки, чіі наукові погляди, постійна турбота, цінні поради та консультації сприяли виконанню цієї роботи.

Щиру подяку автор також висловлює професору Попову Г.Я. за підтримку і допомогу на ранньому етапі досліджень, д.г.-м.н. Черкезу Є.А., к.ф.-м.н. Моїсєву за поради і консультації, к.т.н. Пангаєву В.Ю., к.г.-м.н. Шатохіній Л.М. за допомогу в розробці окремих питань.

Велику подяку автор виражає співробітникам кафедри інженерної геології і гідрогеології ОДУ та її проблемної лабораторії за неодноразові обговорення результатів досліджень та допомогу у підготовці роботи.

## **ЗМІСТ РОБОТИ**

### **Частина I. Основні положення теорії і практики моделювання зсувів аналітичними методами**

Незалежно від розмірів вивчаємої системи, часу дії, способу вираження прогнозів інженерно-геологічне дослідження повинно пройти через ряд етапів: початковий комплекс інженерно-геологічних досліджень; побудова абстрактної геологічної моделі; виконання інженерно-геологічного прогнозу шляхом моделювання.

Початкові інженерно-геологічні дослідження являються основними джерелами інформації при прогнозуванні. Від результатів цих досліджень залежать і вибір геологічної моделі, і точність прогнозу. На цьому етапі здійснюється перехід від геологічних або інженерно-геологічних об'єктів до розмаїття характеризуючих їх даних. На наступному етапі, при побудові абстрактної моделі, старанним аналізом одержаних даних необхідно виділити головні фактори, що виявляють основний вплив на розвиток вивчаємого процесу, і відкинути другорядні, чий вплив не є значним. Це пов'язано з тим, що створення дуже складної геологічної моделі може привести до великих практичних труднощів при моделюванні, або взагалі до неможливості виготовлення цієї моделі в лабораторії, або до таких математичних задач, які неможливо вирішити. Ігнорування цього може привести до того, що облік "зайвого" неосновного фактору приведе до більших перекручень процесу за рахунок неточного моделювання, ніж ігнорування самого цього фактору при побудові абстрактної моделі. У той же час надто прості моделі неефективні, позаяк вони не відражають суті процесу.

На заключному етапі шляхом моделювання отримують із абстрактної геологічної моделі необхідні для інженерно-геологічного прогнозу характеристики.

Керуючись цією схемою інженерно-геологічних досліджень, в першій та другій главах дисертації проводиться початковий комплекс досліджень; в третій, четвертій та п'ятій главах у вигляді крайової задачі вибудовується абстрактна геологічна модель; у шостій главі здійснюється моделювання - будуються аналітичні рішення крайових задач.

## **1. Фізико-географічні умови північно-західного узбережжя Чорного моря.**

Вивчення причин та закономірностей розвитку глибоких зсувів в районі м.Одеса дозволяє зробити висновок про відсутність залежності між активізацією зсувів та зміненням кліматичних умов. Синхронне зіставлення щорічної кількості зсувів з річною кількістю атмосферних опадів свідчить про відсутність чітко вираженої відповідності. Ці та інші дослідження дозволяють зробити висновок, що такі фактори як клімат, опади, льодові умови незначно впливають на розвиток зсувів.

Північно-західна частина Чорного моря та Одеська затока, як його складова частина, характеризуються малими глибинами і невеликими похилами дна. Різкі коливання рівней трапляються за рахунок згінно-нагінних явищ. У зв'язку з цим на розвиток зсувних процесів, через змінення гідрогеологічних умов в прибережній зоні моря, виявляє вплив вітровий режим. Цей та інші гідрологічні фактори, такі як дія морських хвиль, вздовжберегові течії та потоки наносів, змінення рівня моря у сукупності з іншими важливими факторами (геологічними та геоморфологічними) визначають темпи та інтенсивність процесів абразії, а отже, і зсувну активність. Абразійні процеси, що спостерігаються на північно-західному узбережжі у середньому з швидкістю 1м за рік, призводять до постійного збільшення крутості схилів та пов'язаному з цим перерозподілу напруг у масиві порід і до зменшення стійкості схилів.

## **2. Інженерно-геологічні умови північно-західного узбережжя Чорного моря.**

Початок вивчення геологічної будови та її вплив на розвиток зсувів

було покладено ще в минулому сторіччі. Узагальнюючі праці по геології, стратиграфії, тектоніці, гідрогеології, інженерної геології опублікували Н.І.Андрусов, А.К.Алексєєв, А.Д.Архангельський, М.М.Страхов, В.Г.Бондарчук, А.М.Дранніков, В.Ф.Краєв, М.В.Муратов, А.В.Чекунов, Є.П.Ємельянова, І.В.Попов, І.Я.Яцко, І.Н.Сулімов, І.П.Зелінський, Є.А.Черкез та інші.

У геологічній будові берегових схилів моря приймають участь стратиграфо-генетичні комплекси меотичного, понтично-

го, середні- та верхньопліоценового і плейстоценового віку. У розрізі переважають дисперсні, в основному, глинясті породи, підлегла роль належить пісчаним та цементованим карбонатним відкладенням. Комплекси порід характеризуються різним ступенем неоднорідності літологічного складу і просторової мінливості фізико-механічних властивостей.

Територія північно-західного Причорномор'я неоднорідна в тектонічному плані. Положення району в рамках генетично різнорідної та різновікової основи, присутність мережі тектонічних різнонаправлених порушень в умовах тенденції Чорноморської западини до опускання та розширення наперед визначили характер і форму проявлення рухів на неотектонічному етапі. Від'ємні рухи земної кори з нерівномірною по фронту швидкістю у районі, що досліджується, продовжуються і в наш час.

Сучасний геоморфологічний облік узбережжя зформувався на понтичній поверхні зрівняння в умовах сталості відносно віддалених джерел зносу матеріала, незначних перевищень поверхні зрівняння над рівнем моря і невеликих амплітудах тектонічних рухів при постійній тенденції до заглиблення. В результаті взаємодії моря з облямовуючим його суходолом в приурізовій частині останньої зформований ряд абразійно-аккумулятивних, а також гравітаційних форм рельєфу. Зсувні процеси, в результаті котрих зформувалася сучасна форма прибережних схилів, розвинуті від с.Санжейка до м.Очаків. Рельєф зсувного схилу значно впливає на розподіл напруг у масиві порід, що підтверджується результатами різноманітних видів моделювання.

Підземні води регіону утримуються у четвертичних, понтичних, меотичних, сарматських та більш давніх відкладеннях. Потужність водоносних горизонтів змінюється в межах 0.2-18м, а глибина залягання - від 0.4 до 24, а також 63м. Води мають незначний напір до 3-10м (м.Одеса) та винятково до 30м (м.Очаків). Суцільний вплив гідростатичного і гідродинамічного тиску складає 1.5-5% вертикальної напруги (побутового тиску) в основі схилів.

Прибережні схили північно-західного узбережжя Чорного моря складені, в цілому, з глинястих ґрунтів (за виключенням шару понтичного вапняку), що сприяє розмиву берегів та утворенню зсувів. Для цілей моделювання у розрізі порід схилів можливо виділити три-чотири різновиди ґрунтів, що подібні до показників фізико-механічних властивостей порід.

Значна неоднорідність властивостей ґрунтів, що суттєво впливає на характер розподілу напруг та стійкість схилів обумовлена, в цілому, двома різновидами ґрунтів:

1. Шаром понтичного вапняка (міцний шар), що відрізняється по міцності і деформаційним характеристикам від вміщуючих глинястих порід на один-два порядки;
2. Шаром лігнітизованих глин та дрібнозернистих пісків з напорними водами, міцнісні характеристики яких майже на порядок нижчі (слабкі шари) від показників вміщуючих мезотичних глин.

Після проведення початкового комплексу інженерно-геологічних досліджень, в результаті аналізу накопичених даних по поширеності факторів та їх впливу на розвиток зсувів як основні (головні) можливо виділити наступні:

- структурно-геологічні особливості будови масивів порід (міцний шар, літогенетичні зони ослаблення в основному деформованому горизонті);
- абразійні процеси, що приводять до постійного збільшення крутизни схилу і пов'язаного з ним перерозподілу напруг в масиві порід;
- підземні води, що впливають на напружений стан масивів порід та їх фізико-механічні властивості;
- будівельна та господарська діяльність людини.

### **3. Математичне моделювання інженерно-геологічних процесів.**

Лабораторне моделювання, що широко використовується на різних етапах інженерно-геологічних досліджень для прогнозу стійкості схилів та укосів, у методичному відношенні спирається на теорію подібності і моделювання (В.А.Веніков, М.В.Кирпичов, А.Г.Назаров, О.Б.Резняков, Л.Б.Розовський, Л.І.Седов, В.О.Штофф, Л.С.Эйгенсон, І.П.Зелінський та інші). В зв'язку з

тим, що інженерна геологія вивчає складні багатofакторні процеси (зокрема зсуви), вирішувати поставлені задачі традиційними методами не вдається. Подальшої розробки потребує методика моделювання, особливо вирішення таких питань як розробка принципів схематизації, вибір математичної моделі, вирішення інженерно-геологічних задач методами механіки і математики, основні положення теорії геодинамічного поля, прогноз стійкості схилів та укосів та інше.

Загальна тенденція, що намітилась в лабораторному моделюванні веде до всебільшого абстрагування від конкретного інженерно-геологічного середовища, у якому здійснюються геодинамічні процеси, і зокрема, зсуви. Лабораторне моделювання поділяється на фізичне і математичне.

Під фізичним моделюванням ми розуміємо найбільш прямий шлях досліджень, що ґрунтується на аналогії між процесами в природі і на моделі (методи тензометричної сітки, фотопружності, еквівалентних матеріалів). Природний процес (зсув) в цьому випадку замінюється аналогічним йому процесом на лабораторній моделі. Перелічені методи широко використовували Н.С.Розанов, В.Ф.Трумбачьов, Г.Н.Кузнецов, І.В.Попов, Г.З.Золотарьов, С.Н.Максимов, Ю.А.Каменнова, А.А.Шарій, А.А.Махорін, І.П.Зелінський та інші.

Математичне моделювання використовує математичну аналогію (подібність) між різними фізичними процесами, що описуються однотипними математичними виразами (М.М.Павловський, С.А.Гершгорін, В.А.Флорін, В.М.Шестаков, В.А.Мироненко, Л.І.Дятловицький, С.М.Липкович, К.І.Фоменко, Є.В.Калівін, І.П.Зелінський, Є.А.Черкез та інші). Найбільш розповсюдженими методами є методи ЕГДА (М.М.Павловський) і сіток електричних опорів (С.А.Гершгорін).

Перелічені методи мають цілий ряд суттєвих недоліків: невисока точність; неможливість моделювання масивів, що відрізняються по величині модуля пружності більш ніж у 10 разів; неможливість визначення напруг поблизу контуру схилу; неможливість завдання на контурі неперервних значень крайових умов та інше.

Уникнути перелічених труднощів дозволяють підходи, основані на виборі математичної моделі процесу у вигляді одного з рівнянь математичної фізики. У цьому випадку моделювання зводиться до рішення крайової задачі чисельними або аналітичними методами.

Чисельні методи (Г.З.Золотарьов, П.Е.Роот, С.Б.Ухов, А.Б.Фадєєв та інші) дозволяють провести експеримент достатньо швидко, використовуючи сучасні ЕОМ, проте їх реалізація сильно залежить від геометричної форми області, що вивчається, а поблизу меж, кутових точок, тріщин, включень, порожнин вони дають суттєву похибку.

Аналітичні методи (методи, що дають рішення крайової задачі у вигляді замкнених математичних формул) дозволяють уникнути викладених вище недоліків. Вони точно описують ту модель, якій відповідає зформульована крайова задача. При таких методах математичного моделювання перекручення істини відбувається лише при переході від реально вивчаємого процесу до моделі, характеристики якої визначаються через рішення крайової задачі. Реалізація аналітичних рішень потребує мінімум витрат і часу. Такий спосіб моделювання дозволяє вільно оперувати геометричними і геомеханічними параметрами вивчаємої системи, що дозволяє оптимально проводити інженерно-геологічний прогноз і видавати економічні практичні рекомендації по проведенню протизсувних і берегозахисних заходів.

Використання аналітичних методів для вирішення крайових задач суттєвим чином спирається на математичний апарат, але незавжди його можливості дозволяють отримувати аналітичні рішення моделюючих крайових задач. Особливо великі труднощі виникають при вирішенні крайових задач, які моделюють об'єкти складної геологічної будови і складної морфометричної структури. Це необхідно урахувати при побудові абстрактної геологічної моделі.

Крім очевидних переваг у точності, економічності, працесмістості та ін., математичні методи являються часто єдиним можливим засобом дослідження. Так, багато процесів не піддаються прямому спостереженню тому, що або ці процеси відбувалися дуже давно, або на глибинах, які недосяжні для безпосереднього спостереження. Про внутрішні процеси Землі можуть бути зроблені деякі теоретичні висновки, але вони напевно дуже приблизні: причина цього полягає в тому, що висновки про ці процеси доводиться робити на основі спостережень, зроблених на її поверхні. Тому для вивчення цих складних процесів використовуються математичні методи, які дозволяють з'єднати спостереження на поверхні з тим, що відбувається в середині Землі; наприклад, згідно з теоремою

розбіжності (що називається також теоремою Остроградського-Гауса) течія будь-якого вектора  $\vec{F}$  через будь-яку поверхню  $S$  дорівнює інтегралу від розбіжності  $\vec{F}$  по об'єму  $V$ , обмеженому поверхнею  $S$ :

$$\int_S F_n ds = \int_V \operatorname{div} \vec{F} dV,$$

де  $F_n$  - складова  $\vec{F}$  по нормалі  $k$   $S$  у будь-якій точці.

Цей математичний метод, з використанням відповідних до вивчаємого процесу теоретичних та емпіричних фізичних законів дозволяє в підсумку звести початкову проблему до вирішення крайової задачі математичної фізики.

Основою для вибору того чи іншого диференціального рівняння для крайової задачі слугує цілий ряд фенологічних математичних моделей, які описують ідеальні типи поведінки всієї вивчаємої системи, або її окремих компонентів. Вказані моделі забезпечені зв'язком основних характеристик процесу з координатами і часом або зв'язком самих цих характеристик між собою. Ці зв'язки залежності можуть бути самими різноманітними, тому порядок і тип рівнянь, що їх описують, також може бути самим різноманітним. Вибір тої чи іншої залежності (побудова абстрактної моделі) у кінцевому підсумку обумовлює математичну структуру крайової задачі, що моделює процес. Від такої структури безпосередньо залежать і вид рішення крайової задачі, і точність цього рішення, і сама можливість його отримання.

#### 4. Теорія геодинамічного поля.

Опис властивостей поля, тобто придання цим скалярним або векторним величинам певного фізичного змісту є ідеалізація (моделювання) вивчаємого процесу. Кожний реальний процес можна моделювати різними способами, тобто зіставити з ним різні скалярні або векторні поля. Якщо скалярна або векторна величина характеризує процеси утворення і руйнування масивів порід, змінення їх фізичного стану та умов залягання, процеси формування і змінення рельєфу земної поверхні і будови земної кори - то поле, що відповідає цій величині, називається геодинамічним. Якщо математично поставлені задачі інженерної геології виявляються дуже складними і не верішються ефективно сучасними засобами

математики і механіки, то вихід полягає в припустимій видозміні постановки інженерно-геологічних задач на основі різних геологічних і геомеханічних гіпотез та міркувань. Використовуючи такі міркування, а також багаточисленні і багаторічні спостереження зафасуваними процесами, І.П.Зелінський змінив крайові умови в задачах про напружений стан схилів та укосів. Замість традиційно використовуваних в задачах механіки крайових значень  $\tau_{ns}$  і  $\sigma_n$  були задані крайові значення функції  $\Theta = \sigma_x + \sigma_z$ . Ця обґрунтована зміна привела до створення нової абстрактної геологічної моделі, що описується диференціальним рівнянням Лапласа:

$$\Delta\Theta(x, z) = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

На основі цієї моделі вперше в інженерній геології було розроблено основи теорії геодинамічного поля, де в якості основної характеристики була використана скалярна функція  $\Theta(x, z)$ . У цьому випадку геодинамічне поле являється безвихровим соленоїдальним, а скалярна величина  $\Theta(x, z)$  називається потенціалом геодинамічного поля. Розглянемо сім'ю ліній рівня, що являють собою геометричне місце точок, яким відповідає одне і теж значення скалярної величини  $\Theta$ . Ці лінії називаються ізопотенціальними лініями або ізолініями (у випадку об'ємної задачі це геометричне місце точок являє собою поверхню). Ясно, що рівняння ізолінії має вигляд  $\Theta(x, z) = \Theta_i = const$ . Змінюючи значення постійної  $\Theta_i$ , отримуємо сім'ю ізоліній. Якщо на площині зобразити ізолінії, що відповідають значенням  $\Theta = \Theta_1, \Theta_2, \dots$ , для яких при всіх  $k$   $\Theta_{k+1} - \Theta_k = const$ , то по вигляду сім'ї цих ліній можна буде якісно судити про швидкість змін поля в будь-якій точці по будь-якому напрямку: де густіше розташовані лінії рівня, там функція  $\Theta$  змінюється швидше.

Спрямована крива, дотичні до якої вказують напрямок вектора  $\vec{A}$ ,  $\vec{A} = grad\Theta$ , називається силовою лінією напруженості вектора  $\vec{A}$  і описується рівнянням  $\frac{\partial x}{\partial A_x} = \frac{\partial z}{\partial A_z}$ , де  $A_x, A_z$  - приріст значень вектора  $\vec{A}$  по напрямкам  $x, z$ .

Із теорії поля відомо, що силові лінії являють собою сім'ю кривих  $\varphi(x, z) = \varphi_i = const$ , де  $\varphi$  - так звана функція току, причому

$$\frac{\partial\Theta}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial z}, \quad \frac{\partial\Theta}{\partial z} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}.$$

Сім'я силових ( $\varphi = \varphi_i$ ) та ізопотенціальних ( $\Theta = \Theta_i$ ) ліній перетинаються, утворюють *геодинамічну сітку*. Через кожную точку проходить лише одна силова та ізопотенціальна лінія. Співвідношення між функціями  $\varphi$  і  $\Theta$  є умови Коши-Римана, звідки походить, що гармонічна функція  $\varphi(x, z)$  являється спряженою до гармонічної функції  $\Theta(x, z)$ , що свідчить про ортогональність силових і потенціальних ліній в однорідному геодинамічному полі.

Якщо площину  $XOZ$  розглядати як комплексну  $\omega = x + iz$ , де  $i$  - уявна одиниця ( $i^2 = -1$ ), то функції  $\Theta(x, z)$  і  $\varphi(x, z)$  будуть відповідно дійсною та уявною частиною деякої аналітичної функції  $\Psi$ ,

$$\Psi(\omega) = \Theta(x, z) + i\varphi(x, z),$$

яку будемо називати *комплексним потенціалом* геодинамічного поля. Якщо потенціал  $\Psi$  відомий, то сім'я силових та ізопотенціальних ліній описується наступними рівняннями

$$\operatorname{Re}\Psi(\omega) = \operatorname{const}, \quad \operatorname{Im}\Psi(\omega) = \operatorname{const}.$$

*Аналогія геодинамічного і електричного полів.* Точно так, як М.М.Павловський вказав на аналогію між електричними і гідродинамічними полями, можна встановити аналогію між полями електричними і геодинамічними (таблиця 1). Подібні аналогії можна призвести для різних геодинамічних процесів, якщо в якості потенціала поля використовувати температурні, фільтраційні, напорні та інші характеристики.

## 5. Теоретичні і методичні основи визначення напружено-деформованого стану масивів порід та стійкості схилів і укосів.

Одним з основних методів прогнозування стійкість схилів та укосів являється вивчення напружено-деформованого стану та його ролі у розвитку зсувних процесів. Якщо геодинамічний потенціал  $\Theta(x, z)$  відомий, то в не порушеному масиві порід напруги знаходять по наступним формулам

$$\sigma_x = \frac{1}{2}\Theta + \frac{1}{2}z\frac{\partial\Theta}{\partial z}, \quad \sigma_z = \frac{1}{2}\Theta - \frac{1}{2}z\frac{\partial\Theta}{\partial z}, \quad \tau_{xz} = -\frac{1}{2}z\frac{\partial\Theta}{\partial x}.$$

Проте, якщо у результаті природних або антропогенних процесів натуральне поле напруг виявляється порушеним, то ці формули будуть неточними. Для довільної форми поверхні масивів

Таблиця 1: Аналогія електричного та геодинамічного полів.

Електричне поле	Геодинамічне поле
Рівняння Лапласа $\Delta U = 0$	Рівняння Лапласа $\Delta \Theta = 0$
Закон Ома $i_x = -c \frac{\partial U}{\partial x}, \quad i_z = -c \frac{\partial U}{\partial z}$	Закон Гука $\lambda_x = \kappa \frac{\partial \Theta}{\partial x}, \quad \lambda_z = \kappa \frac{\partial \Theta}{\partial z}$
Напруженість електричного поля $E_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad E_z = \frac{\partial U}{\partial z}$	Гرادієнт напружень $I_x = \frac{\partial \Theta}{\partial x}, \quad I_z = \frac{\partial \Theta}{\partial z}$
Коефіцієнт електропровідності $c = \frac{1}{\rho}$	Коефіцієнт двумірної деформації $\kappa = \frac{1-\nu}{E}$
Лінії рівних потенціалів - ізопотенціали $U = const$	Лінії рівних сум нормальних напружень - ізопахи $\Theta = const$

порід напруги, що в них виникають, можна виразити через геодинамічний потенціал слідуючим чином

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \nu \Theta + \frac{z-h}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \Phi, \\ \sigma_z &= (1-\nu) \Theta - \frac{z-h}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \Phi, \\ \tau_{xz} &= -\frac{z-h}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial x} + J,\end{aligned}$$

при цьому  $\Phi$  і  $J$  - гармонічні функції:  $\Delta \Phi = 0, \Delta J = 0$ . Для їх визначення необхідно знати їх крайові значення на межі області. Ці значення також можна виразити через функцію  $\Theta$

$$\begin{aligned}J(s) &= \left[ \frac{z-h}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial x} - m l \Theta \right] (s), \\ \Phi(s) &= - \left[ \frac{z-h}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial z} + (\nu - m^2) \Theta \right] (s),\end{aligned}$$

$s$  - точка поверхні схилу,  $l = \cos(N, x)$ ,  $m = \cos(N, z)$ ,  $N$  - напрямок нормалі до поверхні схилу. У цих формулах  $h$  - постійна величина, яку на практиці зручно приймати рівною висоті схилу.

Під час розрахунку стійкості схилів і укосів найбільш перспективним є метод, що базується на порівнюванні полів напруг і міцності порід. Для кількісної оцінки будемо користуватися величиною коефіцієнта стійкості, який являє собою відношення зрушуючих і

утримуючих сил уздовж поверхні скозвання:

$$k_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_{zp}^i}{\sum_{i=1}^n \tau_{\partial}^i},$$

де  $\tau_{zp}^i$  - опір зрушенню в  $i$ -тій точці масиву,  $\tau_{\partial}^i$  - діючий дотичний напруг у цій же точці.

При цьому опір зрушенню визначається законом Кулона

$$\tau_{zp} = \sigma_n \tan(\varphi) + C,$$

а  $\tau_{\partial}$  обчислюється так

$$\tau_{\partial} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin(2\alpha), \quad \sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2},$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}}{2}, \quad \tan(2\alpha) = \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x - \sigma_z}.$$

Тут  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$  - компоненти поля напруг,  $C$  - величина зчеплення,  $\varphi$  - кут внутрішнього тертя. Якщо поверхня скозвання невідома, то згідно аналогії геодинамічних процесів з іншими природними процесами, де лінії потоку у кожній точці об'єкту сбігаються з напрямком градієнту потенціала, будемо вважати, що уздовж силових ліній, при певних умовах зміни діючих сил або міцності порід, може відбутися порушення стійкості. Іноді буває корисним вивчати локальні зони стійкості та нестійкості. Якщо стійкість у будь-якій  $i$ -тій точці визначається по формулі  $k_{cm}^i = \frac{\tau_{zp}^i}{\tau_{\partial}^i}$ ,

то знаючи поле напруг, можна побудувати і поле стійкості об'єкту. У межах цього поля можна побудувати ізолінії  $k_{cm}^i = const$ , що дозволяє виявити в масиві порід зони потенціальної нестійкості, де  $k_{cm}^i \leq 1$ . У цих зонах, недивлячись навіть на загальну стійкість масиву, можуть активно відбуватися несприятелі процеси: утворення тріщин, розвиток сильних пластичних деформацій, тощо. Стійкість або нестійкість цих локальних зон може охарактеризувати середня величина поодиноких значень  $k_{cm}^i$ :

$$k_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n k_{cm}^i}{n}.$$

Виділивши основні зсувні фактори, а також маючи методику оцінки напруженого стану та стійкості схилів і укосів, перейдемо

ЛНБ ім. В. Стефаника  
АН України

до побудови абстрактної геологічної моделі для визначення функції  $\Theta(x, z)$ .

**Геометричні параметри.** Великий вплив на значення  $k_{ст}$  виявляють форма та розміри схилів. Тому, найбільший інтерес викликає вивчення схилів з багатокутовою дневною поверхнею (цілковито довільною), тому що будь-яку неперервну криву можна з будь-яким ступенем точності апроксимувати ламаною лінією. Усі типи схилів можна моделювати полігональним укосом.

**Плоска модель.** Просторову структуру моделі приймаємо плоскою. У багатьох випадках зсувів (особливо фронтальні зсуви одеського типу та ін.) цілком можливо вважати, що переміщення частинок ґрунту в процесі зсувних деформацій лежать в одній площині, яка перетинає зсувний схил нормально до фронту переміщень. У цих випадках просторова структура процесу може розглядатися як двумірна плоска (наприклад, в Одесі, відношення довжини до ширини відокремлюючихся від плато ступенів усередньому дорівнює 1:10, що дозволяє зневажити змінами уздовж однієї змінної). У такій постановці (плоска модель) ми і будемо розглядати у подальшому нашу задачу про знаходження геодинамічного потенціалу.

**Неоднорідність будови.** Великий вплив на значення коефіцієнта стійкості виявляє абсолютна величина та співвідношення міцнісних і деформаційних характеристик усіх різновидів порід, які утворюють схил. Причому, часто неможна вважати схили квазіоднородними. Одними з основних порід, які утворюють схили північно-західного узбережжя Чорного моря, є лесовидні суглинки і вапняки. Модулі пружності цих порід відрізняються у середньому на два порядки (від 20-40 до 2500 МПа відповідно).

Тому важливо вирішувати задачі для областей, які мають довільне число довільно розташованих шарів з різними геомеханічними характеристиками.

Кут внутрішнього тертя  $\varphi$  і зчеплення  $C$  можна рахувати рівними нулю лише у виключних випадках. Тому, вважаючи що  $\varphi \neq 0$  і  $C \neq 0$ , ми будемо знаходитися у самому широкому діапазоні теоретичних рішень.

**Підземні води.** Значення гідростатичного тиску змінюються від 0.010 до 0.030 МПа, що складає 1.43-4.28% вертикального напруження (побутового тиску) в основі схилів. Гідродинамічний тиск складає від 0.17 до 0.59% вертикального напруження. Сумар-

ний вплив гідростатичного і гідродинамічного тисків на стійкість схила для різних ділянок узбережжя в залежності від потужності водовмісних горизонтів та їх уклонів складає від 2 до 5%.

Надалі для оцінки ролі підземних вод у порушенні стійкості схилів ми будемо урахувати максимальне значення, тобто 5%. На думку Є.П.Ємельянової, цей вплив можна ліквідувати додатковим зменшенням крутизни схилу на  $1^\circ$ . Таким чином вплив підземних вод можна урахувати геометрією моделі.

**Зміна навантаження.** Суттєвий вплив на значення коефіцієнту стійкості виявляє зміна навантаження на схил та його підшву. Це приводить до зміни значень крайових умов у моделюючих крайових задачах.

Навантаження на плато та на сам схил може суттєво змінюватися лише при будівництві великих споруд. Зміна навантаження на підшву схилу має неперервний характер.

**Землетрус.** Імовірний землетрус може викликати короткочасний нахил схилу на кут, величина якого відповідає інтенсивності землетрусу (наприклад, землетрус у 5-7 балів по шкалі Ріхтера приводить до збільшення кута схилу на  $15' - 1^\circ 10'$ ).

Таким чином, вплив імовірного землетрусу на значення  $k_{cm}$  можна урахувати, змінивши геометричні параметри моделі, хочь в умовах Одеси цей вплив невеликий: дійсно, зв'язок зсувних зміщень у районі Одеси з землетрусами не виявлено.

**Абразія.** Геометричними розмірами моделі можна урахувати і абразію. В районі Одеси розмив берега хвилями доходить до 1м у рік, що приводить до збільшення кута схилу.

Фактор часу окремо не ураховуємо, а кожний окремий фактор розглядаємо у часі, тобто будемо рахувати, що з часом змінюються крайові умови (навантаження на схил) і, також, геометрична форма області (розріз схилу) разом з її межею (поверхня схилу).

Характеристикою напруженого стану схилу вибираємо функцію  $\Theta(x, z)$ , яка дорівнює сумі нормальних напруг і задовільняє рівнянню Лапласа

$$\Delta\Theta(x, z) = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Коефіцієнт  $k_{cm}$  вважаємо головним критерієм стійкості схилів і укосів.

На межі  $z$  розподілу шарів з різними геомеханічними характе-

ристиками, по аналогії з електростатичним полем, вважаємо, що виконуються наступні умови спряження (зшивки) для геодинамічного потенціалу  $\Theta$ :

$$\Theta(s+0) = \Theta(s-0), \quad L^+ \frac{\partial \Theta}{\partial N}(s+0) = L^- \frac{\partial \Theta}{\partial N}(s-0).$$

У випадку двумірної задачі  $L^\pm = \frac{1-\nu^\pm}{E^\pm}$ , де  $\nu^\pm, E^\pm$  - відповідно значення коефіцієнтів Пуасона і Юнга суміжних різних порід.

Описана абстрактна геологічна модель у вигляді крайової задачі враховує складну геометричну форму та складну геологічну будову інженерно-геологічного об'єкту, а також вплив основних факторів на несприятливий розвиток процесу, який нас цікавить.

В деяких випадках, крім полів напруг та деформацій, велику роль для стійкості та інженерно-геологічного прогнозування грає поле переміщень (зміщень) зсувного масиву. Переміщення  $U$  і  $W$  однозначно визначаються, якщо окрім поля напруг відомий кут закручення

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \right],$$

при цьому показано, що

$$\Delta \omega_y(x, z) = 0.$$

Отже, вмючи вирішувати крайові задачі для гармонічних функцій, ми не тільки можемо вирішувати задачі оцінки напружено-деформованого стану та стійкості схилів і укосів, але й визначати зсувні зміщення.

Виявити тісний зв'язок взаємовпливів величин  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$  і  $\omega_y(x, z)$  допоможе аналогія геодинамічного та електромагнітного полів.

З теорії поля відомо, що довільне векторне поле може бути представлено у вигляді суми потенціального і соленоїдального полів

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2, \quad \text{rot } \vec{A}_1 = 0, \quad \text{div } \vec{A}_2 = 0.$$

Нехай  $\vec{A}_1 = \text{grad} \Theta$ ,  $\vec{A}_2 = \text{rot } \vec{S}$ , де  $\Theta$  - скалярний потенціал поля  $\vec{A}_1$ , а  $\vec{S}$  - векторний потенціал поля  $\vec{A}_2$ ,  $\Theta = \sigma_x + \sigma_z$ ,  $\vec{S} = \frac{1}{2}(U, W)$ .

Вектор  $\vec{A}_1$  є градієнт силового потенціалу  $\Theta = \sigma_x + \sigma_z$ , а вектор  $\vec{A}_2$  є вектор закручення  $(0, \omega_y, 0)$ . Таким чином, у цьому випадку

геодинамічне поле  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  характеризується як силовим тиском (об'ємною стиснуванністю) так і закрученням елементарних об'ємів частей масиву.

Порівнюючи основні рівняння напружено-деформованого стану середовища і повну систему рівнянь Максвелла для електромагнітного поля, отримуємо аналогію цих полів (таблиця 2).

### 6. Нові аналітичні методи, що використовуються при вирішенні крайових задач інженерної геології.

На заключному етапі інженерно-геологічного дослідження необхідно здійснити саме моделювання - знайти функцію  $\Theta(x, z)$ .

У відповідності з побудованою абстрактною геологічною моделлю необхідно:

1. Побудувати рішення крайових задач для рівняння Лапласа для однорідної полігональної області при різних типах та довільних значеннях крайових умов;
2. Побудувати рішення для рівняння Лапласа для довільної полігональної області, що містить шари з різними геомеханічними характеристиками.

Перша задача у математичній формі має такий вигляд

$$\begin{aligned} \Delta \Theta(x, z) &= 0, & (x, z) \in \Omega, \\ \Theta(s) &= f(s), & s \in \Gamma_1, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial N} &= g(s), & s \in \Gamma_2, \end{aligned}$$

де

$\Omega$  - полігональна область,  $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$ ,  $\Gamma$  - межа області,  $f(s)$  і  $g(s)$  - крайове значення функції  $\Theta$  та її нормальної похідної.

Точне рішення цієї задачі отримано за допомогою прямого конформного відображення  $\omega = W(t)$  многокутника  $\Omega$ ,  $\omega = x + iz$ , на верхню півплощину  $Im(t) \geq 0$ ,  $t = \lambda + i\mu$ . При цьому обернене конформне відображення  $t = W^{-1}(\omega)$  не використовувалося, а пряме обчислювалося по відомій формулі Кристофеля-Шварца.

Вираз для геодинамічного потенціалу отримано у такому ви-

Таблиця 2: Аналогія електромагнітного та геодинамічного полів.

Електромагнітне поле	Геодинамічне поле
$\text{rot } \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \sigma \vec{E} + \frac{4\pi}{c} \sigma \vec{E}^{(e)}$	$\text{rot } \vec{A}_2 = \rho \kappa \vec{A}_1 + \frac{1+\nu}{E} \vec{P}$
$\text{rot } \vec{E} = 0$	$\text{rot } \vec{A}_1 = 0$
$\text{div } \vec{H} = 0$	$\text{div } \vec{A}_2 = 0$
$\text{div } \vec{E} = \frac{4\pi}{c} \rho$	$\text{div } \vec{A}_1 = -(1+\nu)R$
$\vec{E}$ - вектор електричної напруженості	$\vec{A}_1$ - вектор силової напруженості
$\vec{E} = -\text{grad}U$	$\vec{A}_1 = \text{grad}\Theta$
$U$ - електричний потенціал	$\Theta$ - силовий потенціал $\Theta = \sigma_x + \sigma_z$
$\vec{H}$ - вектор магнітної напруженості	$\vec{A}_2$ - вектор закручування
$\vec{E}^{(e)}$ - напруженість сторонніх сил	$\vec{P} = (X, Z)$ - вектор об'ємних сил
$\rho$ - об'ємна щільність зарядів	$R = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial z}$
$\epsilon$ - діелектрична проникливість	$\nu$ - коефіцієнт Пуасона
$c$ - швидкість світла в порожнечі	$\rho = \frac{1-\nu}{1+\nu}$
(Закон Ома $I = \sigma U$ )	(Закон Гука $\sigma = \kappa \Theta$ )
$\sigma$ - коефіцієнт електропровідності	$\kappa = \frac{1-\nu}{E}$ - коефіцієнт плоскої деформації, $E$ - модуль Юнга

гляді

$$U(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_1} \ln \frac{1}{|x + iy - W(\lambda)|} \tau'(\lambda) d\lambda + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[ \ln \frac{1}{|x + iy - W(\lambda)|} \right] \theta(\lambda) d\lambda + E(x, y),$$

де

$$E(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_1} \ln \frac{1}{r(s)} g(s) ds - \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_2} f(s) \frac{\partial}{\partial N} \ln \frac{1}{r(s)} ds,$$

$\tau(\lambda) = \text{Im} \Phi_+(\lambda)$ ,  $\theta(\lambda) = \text{Re} \Phi_+(\lambda)$ ,  $\Gamma_1'$  і  $\Gamma_2'$  - відрізки дійсної осі  $\text{Im}(t) = 0$ , в які перейшли при конформному відображенні частини контуру  $\Gamma_1$  і  $\Gamma_2$  відповідно. Функція  $\Phi_+(\lambda + i\mu) = \Psi(W(\lambda + i\mu))$  - є аналітична у верхній півплощині функція, в яку при конформному відображенні переходить комплексний потенціал  $\Psi(\omega)$ ,  $\Theta(x, z) = \text{Re} \Psi(\omega)$ ;  $i i (\Phi_+)$  значення визначається відомими формулами Седова-Келдиша.

У випадку неоднорідної крайової задачі рішення будувалось у кожному окремому шарі (пачці порід), з наступною "зшивкою". При цьому були отримані рекурентні співвідношення, які дозволяють звести систему  $N \times N$  відносно невідомих на межах шарів функцій до системи другого порядку,  $N$  - кількість шарів. Це дозволяє моделювати інженерно-геологічні об'єкти з великою кількістю різних по властивостям пачок порід. Крім цього, при побудові рішень були використані інтегральні перетворення для неканонічних областей та отримані нові спектральні співвідношення, що дозволило у кінцевому підсумку побудувати рішення крайової задачі для неоднорідної полігональної області.

## Частина II. Дослідження напруженого стану та стійкості зсувних схилів північно-західного узбережжя Чорного моря

У другій частині роботи вирішені модельні крайові задачі інженерної геології, а також проведені дослідження напруженого стану та стійкості конкретних схилів північно-західного узбережжя Чорного моря.

## 7. Дослідження напруженого стану та стійкості укосів двукутового профілю.

Прийнята нами абстрактна геологічна модель припускає моделювання кривої поверхні схилу ламаною лінією. У великій кількості випадків область  $\Omega$  можна вважати двукутовою. До наступного використовувалися три основних методи задання крайових умов: метод від'ємного навантаження, метод компенсаційного навантаження, метод пошарового навантаження, проте досвід спостережень за деформацією зсувних схилів північно-західного узбережжя Чорного моря показує, що загально прийнята схема задання крайових умов повинна бути змінена. Це пов'язано також з тим, що у зсувних схилів і укосів на деякій відстані від урізу відбувається формування вала витискування. Це свідчить про те, що навантаження поступово затухають із збільшенням відстані від валу витискування. Причому, як показують спостереження, центр валу витискування знаходиться приблизно на відстані  $h$  від урізу схилу, де  $h$  - висота схилу. Після чого напруження далі від схилу затухають і, приблизно на відстані  $h$  від центру валу витискування, зникають.

Напруження на верхній межі схилу (плато) можна прийняти рівними нулю, тому що їх максимальне значення у дограничному стані не перевищує опору ґрунта на розрив, величина якого, згідно експериментальним табличним даним, достатньо мала у порівнянні з реальними напругами, які виникають у тілі схилу або укосу. На самому схилі (похила ділянка) звичайно задають або значення потенціала  $\Theta$ , що лінійно змінюється, або приймають рівним нулю значення його нормальної похідної  $\frac{\partial \Theta}{\partial N}$ . На підшві схилу, починаючи від його урізу, функцію  $\Theta$  на проміжку довжиною  $h$  приймають рівною величині  $\gamma h$ , де  $\gamma$  - питома вага породи. Далі, також на проміжку довжиною  $h$ , функція  $\Theta$  лінійно зменшується до нуля.

Зіставляючи рішення задач при цих крайових умовах для однорідного і неоднорідного двукутника, можна зробити наступні висновки:

1. При віддаленні від лінії  $z = h$  у глибину масиву на відстань більш, ніж деяка величина  $r$ , напруження стають близькими до геостатичних, а значення  $k_{cm}$  в цих зонах стають великими;  $r \approx 0.5 - 1.0h$  в залежності від величини кута укосу  $\alpha$ , при цьому чим менш  $\alpha$  або  $h$ , тим менш  $r$ . Якщо в неоднорідних

грунтових масивах другий інерідний шар лежить в цій зоні ( $h_1 > r$ ,  $h_1$  - глибина залягання), то геомеханічні параметри цього та залягаючого нижче шарів на розподіл напруг у верхньому шарі ( $0 < z < h_1$ ) на значення  $k_{em}$  практичного впливу не виявляють. Тому достатньо вивчати вплив інерідних шарів лише в активній зоні ( $0 < z < r$ ); пасивний масив ( $z > r$ ) при цьому можна рахувати однорідним або квазіоднорідним.

2. Моделям схилів та укосів, що відображують однорідну геологічну будову об'єкта, характерний круглоциліндричний обрис силових ліній та ізолій стійкості, звідки можна зробити припущення, що у цьому випадку поверхня зміщення також буде мати круглоциліндричну форму. Ця форма порушується в схилах складної геологічної будови.
3. На межі розподілу шарів виникає зламлення потенціальних і силових ліній, що призводить до деформацій геодинамічної сітки тим більш значних, чим більш величина відношення деформаційних характеристик порід, що знаходяться з обох сторін від цієї межі. При відношенні модулів пружності порід, які утворюють схили та укоси, не більш ніж у 2-3 рази, неоднорідністю геологічної будови можна знехтувати через несуттєвість деформацій геодинамічної сітки, тобто прийняти модель квазіоднорідної будови. При більшому відношенні вказаних величин необхідно враховувати неоднорідність при вирішенні задач про напружений стан та стійкість масивів ґрунтів.  
На деформацію геодинамічної сітки значно більше впливає наявність міцних та слабких шарів (неоднорідність геологічної будови), ніж конфігурація схилу.
4. У міцних шарах (з більшим модулем пружності, ніж у вміщуючих порід) відбувається концентрація потенціальних ліній, а відповідно - усіх видів напруг. У слабких шарах (з меншим модулем пружності) концентруються силові лінії і, відповідно, такі шари являють собою підготовлені зони зміщення.
5. Силові лінії - це такі лінії геодинамічного поля вздовж яких за деякими умовами змінення діючих сил або міцності порід може відбутися порушення стійкості, тобто виникнуть лінії токів. Як

показують численні результати наших аналітичних рішень, силові лінії близько співпадають з положенням ізолівній стійкості.

## **8. Вивчення напруженого стану та стійкості схилів північно-західного узбережжя Чорного моря.**

Для конкретного практичного використання викладеної методики були вибрані чотири ділянки, що характеризуються різними інженерно-геологічними умовами, у таких зонах:

1. Район Будацький маяк. Шар вапняка в разрізі прибережних схилів відсутній.
2. Район Григорівка. Шар вапняка залягає у верхній частині розрізу схилу.
3. Район 10-ї станції Великого Фонтану. Шар вапняка залягає у середній частині розрізу схилу.
4. Район Рибаківки. Шар вапняка залягає у нижній частині розрізу схилу і виходить на рівень моря.

Аналіз напруженого стану та стійкості цих інженерно-геологічних об'єктів показує наступне. В зсувних схилах з заляганням вапняка у верхній частині схилу порушення стійкості в основному залежить від міцності меотичних відкладень, що залягають нижче, так як у цих відкладеннях виникають більш високі дотичні напруги. При невеликій висоті схилу утворюються зсуви з неглибокою деформацією меотичних відкладень. Міцний шар (вапняк) заважає виникненню зсувів і сприяє формуванню крутих схилів.

При заляганні вапняка у середній частині схилу у ньому відбувається концентрація вертикальних напруг, а безпосередньо під ним - деяке зниження: шар вапняка приймає вагу порід, що лежать вище. Верхня частина схилу, не дивлячись на велику крутизну, стійка.

При заляганні вапняка у нижній частині схилу в ньому відбувається концентрація усіх видів напруг, а безпосередньо під ним їх величини помітно зменшуються. В зв'язку з цим поверхня зсувного зміщення може утворюватися лише вище міцного шару.

Усе це доказує те, що міцність, висотне положення та потужність шару понтичного вапняка значно впливають на механізм та кількісні характеристики зсувних процесів.

Кількісні показники стійкості вивчаємих об'єктів приводяться в таблицях 3-6, у них:  $k_{cm}^{(1)}$  - значення стійкості схилу по методу КЦПС;  $k_{cm}^{(2)}$  - значення стійкості схилу по методу ЭГДА;  $k_{cm}^{(3)}$  - коефіцієнт стійкості по початковим даним (аналітичне моделювання);  $k_{cm}^{(4)}$  - стійкість з урахуванням максимального впливу гідростатичних і гідродинамічних сил;  $k_{cm}^{(5)}$  - стійкість під час землетрусу в 4 бала;  $k_{cm}^{(6)}$  - стійкість схилу під час імовірного землетрусу в 7 балів.

Таблиця 3: Сувно-обвальний схил Будацький маяк.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
$k_{cm}^{(i)}$	0.60	-	0.78	0.74	0.73	0.66

Таблиця 4: Сувний схил в районі с.Григорівка.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
$k_{cm}^{(i)}$	1.10	1.07	1.16	1.11	1.10	1.03

Таблиця 5: Сувний схил в районі 10-а станція В.Фонтану.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
$k_{cm}^{(i)}$	1.84	-	1.80	1.71	1.70	1.58

Таблиця 6: Сувний схил в районі с.Рибаківка.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
$k_{cm}^{(i)}$	0.83	1.10	1.04	0.99	0.98	0.93

## ЗАКЛЮЧЕННЯ

Виконані дослідження дозволяють наступним чином сформулювати основні висновки, що визначають теоретичну і практичну значимість дисертаційної роботи.

1. Критично проаналізовано розвиток точок зору і сучасний стан теорії та практики інженерно-геологічного моделювання зсувів - одного з найбільш складних і багатофакторних геодинамічних процесів. Показано, що теоретичні положення та практичні засоби математичного моделювання потребують подальшої доробки та углиблення, особливо у питаннях розробки єдиних принципів інженерно-геологічної схематизації, обґрунтування та вибору математичних моделей, розвитку теорії геодинамічного поля, методики моделювання напружено-деформованого стану, стійкості та руйнування масивів порід.
2. Запропоновано принципи інженерно-геологічної схематизації та розробки геомеханічних схем зсувів, що дозволяють використовувати для вивчення напружено-деформованого стану схилів і укосів аналітичні методи моделювання з використанням апарату механіки, математичної фізики, математики і сучасної обчислювальної техніки.
3. Зформульовано основні положення теорії геодинамічного поля, що дозволяють з загальних позицій вивчати широкий клас інженерно-геологічних процесів і, на основі аналогій, моделювати ці процеси однотипними крайовими задачами. Виявлено та доведено аналогію геодинамічного і електромагнітного полів, за допомогою якої можна знаходити не лише напруги, але й зміщення зсувних масивів ґрунту.
4. Побудовано абстрактно-геологічну модель зсувних процесів у вигляді крайової задачі для рівняння Лапласа. Визначено вплив (у вигляді основних зсувних факторів) різних природних та інженерно-геологічних умов на крайові значення і геометричні параметри крайових задач.
5. Розроблено нові математичні методи, які дозволяють в аналітичній формі знаходити рішення крайових задач.

Вирішено задачі визначення геодинамічного потенціалу зсувних двукутних укосів складної геологічної будови та морфометричної структури.

6. Використання аналітичних методів моделювання дозволило встановити закономірності розподілу напруг у масиві порід схилів та кількісно оцінити їх стійкість в залежності від морфометричних характеристик схилів, неоднорідності будови, умов залягання та властивостей порід, гідрогеологічних умов та зовнішніх впливів.
7. Практично досліджено напружений стан та стійкість декількох різної геологічної будови зсувних схилів північно-західного узбережжя Чорного моря.

Основний зміст дисертаційної роботи викладено в наступних публікаціях:

1. Математические методы в задачах инженерной геологии. - Одесса, изд-во "Весть", 1993. - 234с. (соавт. Зелинский И.П., Пангаев В.Ю.)
2. Расчет цилиндрических оболочек с упруго заделанным контуром методом граничной коллокации // Динамические системы. - Киев.: Вища школа, 1983. - С.73-76. (соавт. Онищук О.В.)
3. К вопросу оценки напряженно-деформируемого состояния оползневых склонов // Инженерная геология. - М.: Наука, 1989. - N 6. - С.112-119. (соавт. Зелинский И.П., Пангаев В.Ю., Шатохина Л.Н.)
4. Определение компонентов напряженного состояния откосов // Инженерная геология. - М.: Наука, 1992. - N 5. - С.116-119. (соавт. Зелинский И.П., Пангаев В.Ю.)
5. К вопросу математического моделирования устойчивости оползневых склонов // Геоэкология. - М.: Наука, 1994. - N 5. - С.97-101.

6. Краевая задача термоупругости для полупространства, содержащего трапецевидную электрообогревающую пленку / ОГУ. - Одесса, 1988. - 11с. - Деп. в УкрНИИТИ 11.04.88, N 888-Ук88.
7. Об одном способе применения метода конформных отображений к решению гармонических задач / ОГУ. - Одесса, 1988. - 9с. - Деп. в УкрНИИТИ 9.06.88, N 1448Ук.
8. Задача о напряженно-деформируемом состоянии оползневого склона / ОГУ. - Одесса, 1988. - 8с. - Деп. в УкрНИИТИ 11.08.88, N 1924 - УК88. (соавт. Пангаев В.Ю.)
9. О решении задачи напряженно-деформируемого состояния оползневого склона со смешанными граничными условиями / ОГУ. - Одесса, 1988. - 12с. - Деп. в УкрНИИТИ 19.12.88, N 2988 - УК88. (соавт. Пангаев В.Ю.)
10. О расширении границ применимости обобщенного метода интегральных преобразований / ОГУ. - Одесса, 1993. - 13с. - Деп. в УкрИНТЭИ 04.02.93, N 106-Ук93.
11. Об одном способе определения напряженно-деформируемого состояния слоистых сред / ОГУ. - Одесса, 1993. - 12с. - Деп. в УкрИНТЭИ 04.02.93, N 105-Ук93.
12. К вопросу о кручении призматических стержней / ОГУ. - Одесса, 1993. - 13с. - Деп. в УкрИНТЭИ 18.02.93, N 203-Ук93.
13. Получение спектральных соотношений нового типа / ОГУ. - Одесса, 1993. - 12с. - Деп. в УкрИНТЭИ 26.02.93, N 299-Ук93.
14. Об одном подходе к изучению оползневых процессов / ОГУ. - Одесса, 1993. - 9с. - Деп. в УкрИНТЭИ 26.02.93, N 296-Ук93.
15. Получение рекуррентных соотношений для коэффициентов бесконечной системы специального вида / ОГУ. - Одесса, 1993. - 7с. - Деп. в УкрИНТЭИ 25.02.93, N 280-УК93. (соавт. Степанова Т.П.)
16. Эффективное приближенное решение одного интегрального уравнения / ОГУ. - Одесса, 1993. - 21с. - Деп. в УкрИНТЭИ 26.02.93, N 298-УК93. (соавт. Степанова Т.П.)

17. К вопросу оценки напряженно-деформируемого состояния инженерно-геологических объектов / ОГУ. - Одесса, 1995. - 7с. - Деп. в ГНТБ Украины, N 1528 - УК95. (соавт. Пангаев В.Ю.)
18. Концентрация напряжений вблизи электропроводящей пленки, нагревающей упругое пространство // III Всесоюзная конференция "Смешанные задачи механики деформируемого тела": Тез. докл., 3-6 июня 1985г. - Харьков, 1985. - С.169-170.
19. Концентрация термоупругих напряжений вблизи электропроводящей пленки, нагревающей упругий слой // Республиканская научная конференция "Дифференциальные и интегральные уравнения и их приложения": Тез. докл., 22-24 сент. 1987г. - Одесса, 1987. - С.145.
20. Задача о концентрации термоупругих напряжений в неограниченном упругом слое, возле трапециевидной электрообогревающей пленки // IV Всесоюзная конференция "Смешанные задачи механики деформируемого тела": Тез. докл. 26-29 сентября 1989г. - Одесса, 1989. - Ч. II. С. 144.
21. Об одном методе решения интегральных уравнений с двумя неподвижными особенностями // III Всесоюзная конференция по механике разрушений: Тез. докл. 26-29 октября 1990г. - Владивосток, 1990. - С. 214.
22. Эффективное приближенное решение некоторых интегральных уравнений с двумя неподвижными особенностями // III Всесоюзная конференция по механике неоднородных структур: Тез. докл. 17-19 сентября 1991г. - Львов, 1991. - Ч. II. С. 372.

**Alexandr P. Yankovoy.** Analytical methods in engineering geological problems (on example of Black Sea Northern-West coast landslides investigation). The master's thesis of geological sciences on speciality: 04.00.07 - engineering geology, permafrost and soil science. Odessa State University. Odessa, 1996.

Theoretical and methodical basis of the rock massif stress-deformed state and slope stability were working out. The abstract geological model as the boundary problem for Laplas equation is constructed. The boundary conditions and geomechanicals parameters of these problem take into account the influence of main landslide factors. New mathematical methods of boundary problems solution were working out. The stress state and stability of Black Sea Northern-West coast slopes were investigated by analytical methods.

**Янковой А.П.** Аналитические методы в задачах инженерной геологии (на примере исследования оползней северо-западного побережья Черного моря.) Диссертация на соискание ученой степени доктора геологических наук по специальности 04.00.07 - инженерная геология, мерзлотоведение и грунтоведение. Одесский государственный университет им.И.И.Мечникова. Одесса, 1996г.

Разработаны теоретические и методические основы моделирования напряженно-деформируемого состояния массивов пород и устойчивости склонов. Построена абстрактная геологическая модель в виде краевой задачи для уравнения Лапласа, граничные условия и геомеханические параметры которой учитывают влияние основных оползневых факторов. Разработаны новые математические методы решения краевых задач. Аналитическими методами исследовано напряженное состояние и определена устойчивость склонов северо-западного побережья Черного моря.

**Ключові слова:** стійкість схилів, абстрактна геологічна модель, зсувні фактори, аналітичні рішення.

*О. Яку.*

Здано до друку 17.05.1996 р. Підписано до друку 20.05.1996 р.

Формат 60x84 1/32 Папір 80 г/м 96% white

Умовно-друк. арк. 2.00. Тираж 100 прим. Зам. 97в.

Надруковано в "А-Профіт LTD"

Адреса: Одеса, Пушкінська, ЦУМ,

тел. 28-71-15, 65-41-14.

4 36269

AB 35.140