

Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова

На правах рукопису

МАКАРЕНКО Олександр Сергійович

УДК 517.98

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ШВИДКОПЛІННИХ
ПРОЦЕСІВ

ТЕПЛОМАСООБМІНУ

01.05.02 - Математичне моделювання та обчислювальні
методи в наукових дослідженнях

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня доктора
фізико-математичних наук

Київ - 1996

На правах рукопису

МАКАРЕНКО Олександр Сергійович

УДК 517.98

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ШВИДКОПЛІННИХ
ПРОЦЕСІВ

ТЕПЛОМАСООБМІНУ

01.05.02 - Математичне моделювання та обчислювальні
методи в наукових дослідженнях

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня доктора
фізико-математичних наук

Київ - 1996



00754142 (N)

Дисертація являє
Робота виконана на кафедрі математичних методів
системного аналізу Національного технічного університету (КПІ)

Наукові консультанти: Академік НАН України
професор М.З.Згуровський
Член-кореспондент НАН України
професор В.А.Даніленко

Офіційні опоненти:
Член-кореспондент НАН України,
доктор технічних наук, професор САМОЙЛЕНКО Ю.І.
Доктор фізико-математичних наук, професор КАПУСТЯН В.О.
Доктор фізико-математичних наук, професор ЧИКРІЙ А.О.

Провідна організація - Київський державний університет
імені Т.Г.Шевченка

Захист відбудеться 28 червня 1996 р. об. 11:00 на
засіданні спеціалізованої ради Д 01.39.02 при
інституті кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України за адресою
252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці
інституту кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України

Автореферат розіслано 24 травня 1996 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Синявський В.Ф.

ЛННБ ім. В. Стефаніка
АН України

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ. Останнім часом процеси інтенсивного тепломасопереносу з великими градієнтами та швидкими змінами у часі знаходять все більше застосування у різних галузях науки та техніки. Як приклади таких процесів можна навести явища при горінні та вибухах, течії рідин з релаксацією напружень та турбулентних рідин, термопружність, перенос у наноструктурах, розповсюдження тепла у твердих тілах при низьких температурах, тепломасоперенос в керованому термоядерному синтезі, лазерній обробці матеріалів і т.п. В силу швидкого протікання таких

процесів їх детальні натурні дослідження ускладнені, особливо в конденсованих тілах та в системах малого розміру. У той же час для прикладних розробок з застосуванням швидкоплинних процесів, а тим більш для керування ними, необхідне глибоке розуміння їх закономірностей.

Одним з виходів з такого складного становища є методи математичного моделювання та обчислювального експерименту. Неформально цей метод являє собою вивчення явищ з допомогою математичних моделей, що адекватно передають деякі потрібні аспекти поведінки досліджуваного явища (Самарський О.А., Самарський А.А. та Гулін А., Кафаров В.В., Калашніков В.В., та ін.). Математичне моделювання вже широко застосовувалося до процесів тепломасопереносу, як в теоретичних, так і в прикладних дослідженнях. При цьому базою такого математичного моделювання тепло і масопереносу є теорія, що заснована на законах Фур'є для розповсюдження тепла, Фіка для дифузії речовин, Дарсі для фільтрації, Нав'є - Стокса для течій в'язкої та нестислої рідини. Так, сучасна теорія горіння заснована на параболічних рівняннях тепло та масопереносу (Зельдович Я.Б., Франк - Каменецький Д., Мержанов А.Г., Оран Е., Боріс Дж. та ін.). Дослідження ідей

теорії теплового вибуху та КТС привели до постановок математичних задач, в яких температура зростає до нескінченності за скінчений час - так званих режимів з загостренням або інакше режимам з колапсами, або ще blow-up розв'язками (Самарський О.А., Курдюмов С.П., Галактіонов В.О., Levin H., Fujita H., Karlan S., Vazquez J., Ладьженська О.О.). Моделювання течій рідини в значній мірі базується на рівняннях Нав'є - Стокса. При цьому вдалося вивчити і явища хаотичної поведінки як в зосереджених (Lorentz E., Ліхтенберг А., Ліберман М., Брушлінська Н.Н., Francesini V., Boldrighini C., Mac Laughlin J.B.), так і розподілених системах (Бабін А.В., Вішик М.А., Ладьженська О.О., Гершуні Г.З., Жуховицький Е.М., Шарковський О.М. та ін.). Процеси лазерної обробки матеріалів моделювались на основі параболічних рівнянь наприклад в роботах Рыкаліна Н.Н., Самарського О.А., Бункіна Ф.В., Кириченко Н.А., а процеси КТС у Дюдерштатта Дж. та Мозеса Г., Самарського О.А., Змитренко М. Зауважимо також, що до цього часу і теорія самоорганізації та дисипативних структур (чи ще синергетика) будувались на основі параболічних рівнянь (Пригожин І., Ніколіс Г., Хакен Х., Романовський Ю.М., Яхно В.Г., та ін.).

Треба особливо зауважити, що у великій кількості випадків такий традиційний опис давав прекрасну відповідність з спостереженнями. Однак якраз в зв'язку з високоінтенсивними та швидкоплинними процесами з'явилися ознаки того, що традиційний опис у таких умовах стає неадекватним і необхідним є більш точний опис, який краще пристосований до швидкоплинних процесів. Така непридатність була помічена при розповсюдженні тепла при низьких температурах, в експериментах по розсіюванню нейтронів у рідинах, в розповсюдженні тепла в термов'язкопружності, у неспівпаданні результатів теорії та експерименту у теорії горіння, в течіях турбулентних рідин, у гетерогенних середовищах і багатьох інших.

Відомо також, що з рівняннями переносу параболічного типу зв'язані деякі фізично парадоксальні розв'язки. Так, вони мають властивість нескінченної швидкості розповсюдження збурень (Ликов А.В., Селезов ч.Т., Ткалч М., Галіцин А.С., Ленюк М.П., Підстригая Я.С., Коляно Ю.М., Joseph D.). В розв'язках деяких задач з'являються також нескінченні значення потоків (Ликов А.В., Гуревич Д.). Крім того, як випливає з результатів сучасної теоретичної фізики, рівняння параболічного типу є лише першим наближенням у цілій ієрархії рівнянь, пов'язаних з різними рівнями скороченого опису, причому наближенням, справедливим лише для досить повільних процесів (Зубарев Д.М., Куні Ф.М., Могі Н., Picirelly R.A., Боголобов М.М.,). Місце параболічних рівнянь також проявляється в сучасних дослідженнях по феноменологічній термодинаміці середовищ з пам'яттю (Coleman B.D., Gurtin M.E., Pipkin A.C., Дей У.А., Трудделл К., Ликов А.В. та ін.).

Аналіз досліджень класів задач, що наведені вище, показує, що застосовується багато методик : аналітичні, асимптотичні, чисельні. Кожна з них має свої проблеми щодо їх застосування. Для чисельних методів по - перше труднощі пов'язані з розглядом режимів з загостренням, коли в силу зростання розв'язків та їх градієнтів різниці схеми втрачають точність. Цьому випадку присвячено дуже мала кількість робіт (О.Самарський, В.Галактіонов, Л.М.Дегтярьов, Карамзин Ю.Н., Чванаускас Ф., Мешкаускас Т., Макаров В.Л., Копистира М., Егоров А., Nakagava T., Ushijima T., Матус П.П.). Однак ці роботи далеко не розв'язали усі питання, скажемо такі як обґрунтування розрахунків часу загострення довільною схемою. По - друге, труднощі пов'язані з гіперболічним типом узагальнених рівнянь тепло та масопереносу. Добре відомо, що у випадку розрахунків їх розв'язків, особливо з розривами та великими градієнтами, виникають осциляції за розривом, розмазування розривів і т.п. ефекти, які відсутні у вихідному рівнянні. Усе це також призводить до

актуальності дослідження і питань, пов'язаних з обчислювальними методами.

Все вищенаведене вказує на велику актуальність, як наукову, так і практичну, дослідження способів адекватного опису процесів тепло та масопереносу в швидкоплинних явищах, виявлення границь застосування традиційного опису, як у загальних умовах, так і у конкретних випадках.

МЕТА РОБОТИ : 1) розробка аналітичних та чисельних методів дослідження швидкоплинних процесів тепломасопереносу при описові, що базується на узагальнених рівняннях, які враховують ефекти пам'яті; 2) інтерпретація на основі розроблених методик результатів по дослідженню модельних задач теплопереносу та гідродинаміки з урахуванням ефектів пам'яті.

ВИКОРИСТАНІ МЕТОДИ. В роботі використані методи з теорії рівнянь математичної фізики, асимптотичного аналізу, теорії обчислювальних методів, нелінійної динаміки, математичного моделювання та обчислювального експерименту.

НАУКОВА НОВИЗНА ТА ЗНАЧИМІСТЬ РОБОТИ. Проведен порівняльний огляд способів опису швидкоплинних процесів тепло та масопереносу та виділені три класи задач, важливих для вивчення ефектів пам'яті: режими з загостренням у гіперболічних рівняннях теплопровідності, модельні для гідродинаміки рівняння, що узагальнюють рівняння Бюргерса та системи звичайних диференціальних рівнянь типу гальоркінських наближень.

Доведено декілька теорем про режими з загостренням у гіперболічних рівняннях другого порядку та проведено їх конструктивне застосування для знаходження якісних характеристик цих режимів. При цьому:

- досліджені граничні режими з загостренням у гіперболічного рівняння другого порядку,
- доведені теореми про неіснування глобального за часом розв'язку у гіперболічних рівняннях другого порядку,

- з допомогою конструктивного використання теорем неіснування розв'язків вивчені залежності від параметрів часів загострення в задачах з нелінійними джерелами. Проведено порівняння асимптотичних закономірностей поведінки звичайних та узагальнених рівнянь у випадку наявності в задачах малого параметру.

Проведено детальне аналітичне та чисельне дослідження модельних для узагальненої гідродинаміки рівнянь - гіперболічної модифікації рівняння Бюргерса та багатовимірного його аналога на предмет можливості існування розв'язків з загостренням та коливальною за простором поведінки розв'язків. Зокрема:

- аналітично вивчені властивості лінеаризації модифікованого рівняння Бюргерса,

- доведена теорема порівняння для розв'язків гіперболічної модифікації рівняння Бюргерса,

- чисельно досліджена гіперболічна модифікація рівняння Бюргерса та двовимірних його аналогів.

Виведені нескінчені системи звичайних диференційних рівнянь проєкційного методу для випадку гідродинаміки з пам'яттю. Побудовані та чисельно досліджені маловимірні системи, що узагальнюють рівняння типу Лоренца. Проведено вивчення нових видів складної поведінки у таких системах. Чисельно вивчені особливості фазових портретів та біфуркацій та проведено порівняння з випадком звичайної гідродинаміки. Запропонований новий принцип обґрунтування розрахунків характеристик режимів з загостренням та проведено таке обґрунтування для різних типів задач та видів розв'язків. Проведене таке обґрунтування для параболічних рівнянь з загостренням класичного розв'язку, гіперболічного рівняння другого порядку з загостренням у випадку класичного та слабкого розв'язку.

Вивчені дисперсійні властивості різницевих схем для узагальнених рівнянь теплопровідності та наведені критерії та

методи поліпшення наближених розв'язків. Зокрема, досліджені дисперсійні властивості схеми для телеграфеного рівняння та рівняння Клейна - Гордона з дисипацією. Вивчені нефізичні особливості чисельних розв'язків для хвильового рівняння.

Детально чисельно досліджено коло типових для теорії теплового вибуху задач. Чисельно розглянуті задачі теплового вибуху, запалювання, горіння з урахуванням вигорання. Проведено порівняння класичного і узагальненого опису та виявлені області суттєвої розбіжності. Проведено чисельне дослідження режимів з загостренням у гіперболічних рівнянь другого порядку та їх відхилення від випадку параболічних рівнянь. Вивчена залежність характерних часів розвитку процесів в залежності від часу релаксації.

Наведені можливі наслідки результатів досліджень для теорії самоорганізації в суттєво нерівноважних умовах та накреслені напрямки подальших досліджень в науковому та практичному плані.

Результати досліджень, що наведені в дисертаційній роботі мають значення як при теоретичних та чисельних дослідженнях швидкоплинних процесів, режимів з загостренням, хаосу, розв'язків гіперболічних рівнянь, так і на практиці при використанні та керуванні процесами тепло та масопереносу в детонації, лазерній обробці матеріалів, КТС, нанотехнологіях та ін. де застосовуються нерівноважні умови. Розглянуті розв'язки можуть бути використані як тестові для перевірки різницевого схем.

Матеріали дисертації можуть бути використані в навчальному процесі в вищих учбових закладах в курсах гідромеханіки, теорії горіння, рівнянь математичної фізики, обчислювальних методів, фізики та математичного моделювання.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ. Головні концепції, ідеї, положення і результати доповідались на наукових семінарах, Всесоюзних та Міжнародних конференціях, в тому числі на: 2 Лаврент'євських читаннях (Київ, 1985), 1 та 2 Всес. конф. "Математичне

модельовання : нелінійні проблеми та обчислювальна математика" (Звенигород, Росія 1988,1990), 2 та 3 наук. тех.конф."Контроль та керування в техн.сист".(Вінниця, 1993,1995), International Workshop "Singular solutions and perturbations incontrol systems" (Pereslavl-Zalessky, Russia ,1993), 3 та 4 Int.School &Conf. "Differential Equations and Chaos, Crimea, Ukraine,1991, 1994), 1 Ukrain.-Amer. Math.School Diff.Eq. and their Applic (Crimea, Ukraine, 1993), Міжнар. мат. конф. пам'яті Г.Гана(Чернівці, 1994), Int.Conf. in Memory Ya.B.Zeldovicha (Moscow,1994), Int. IFAC Conf. Modelling and Optimization of Distributed Parameter Systems with applications to engeneering (Warsaw,Poland, 1995), Моделювання та дослідження стійкості систем (Київ,1995) та ін. на семінарах: інституту кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, ІЕЗ ім.ґ.О.Патона, ВГВ ін-ту геофізики НАН України,ін-ту фізики НАН України,ін-ту математики НАН України, каф.теоретичної фізики ОДУ, обчислювальної математики КДУ, ОЦ АН СРСР, відділі теоретичних проблем АН СРСР та ін.

ПУБЛІКАЦІЇ. Основні результати наведено у 25 роботах, що наведені в кінці автореферату.

СТРУКТУРА РОБОТИ. Дисертація складається з шести глав, списку літератури, ілюстрацій. Обсяг роботи 225 сторінок основного тексту, 289 найменувань літератури та 47малюнків, усього 292 сторінки.

ЗМІСТ РОБОТИ

В Г л а в і 1 (Вступі) обґрунтовується актуальність теми досліджень, наводиться короткий огляд робіт з тематики дисертації, дається загальна характеристика результатів і стислий опис зміста дисертації.

Г л а в а 2 присвячена дослідженню режимів з загостренням у узагальнених рівнянь теплопровідності. У п.1 наведені означення,що

формалізують різні аспекти режимів з загостренням (усього 9 означень). Приведені як модифікації означень, даних групою О.Самарського - режима з загостренням, локалізації розв'язку, режимів з шириною, що скорочується, залишається постійною чи росте (LS, S, HS розв'язки), так і нові означення поля розглядання розв'язку та HS-LO режима у випадку режима з скінченною швидкістю розповсюдження збурень. А саме:

Означення 5.2 Нехай

$$\text{mes sup } T(x, t_1) = l_1 < +\infty,$$

Для $t \in [t_1, t_2]$ має місце строга локалізація по відношенню до скінченного поля розгляду P , $\text{mes sup } P < +\infty$, якщо виконано

$$\text{mes}(\text{supp } T(x, t) \cap \text{supp } P) < \text{mes sup } P, \quad t \in [t_1, t_2].$$

Означення 5.3 Нехай $l_0 < +\infty$ область локалізації в задачах з загостренням. T^- - час загострення. Тоді режим називається HS-LO режимом з загостренням, якщо $L(T^-)$ - ефективна ширина профілю в момент T^- задовольняє умові $L(T^-) = l_0$

У другому параграфі розглянуті граничні режими загострення. Вони описуються задачею для $T(x, t)$

$$t \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (2.1.)$$

$$T(x, 0) = 0, \quad x \in (0, +\infty); \quad \frac{\partial T}{\partial x}(x, 0) = 0, \quad x \in (0, +\infty). \quad (2.2.)$$

$$T(0, t) = \mu(t), \quad t \geq 0. \quad (2.3.)$$

$$\mu(t) \rightarrow +\infty, \quad t \rightarrow T^- < +\infty, \quad \mu(0) = 0. \quad (2.4.)$$

Доведені дві теореми

Теорема 1.2 Нехай $T(x,t)$ розв'язок задачі (2.1) - (2.4) у випадку $\alpha = \text{const} = 0$, $\tau = 0$, тоді $x_{\text{ef}} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow T^-$ де x_{ef} - ефективна ширина розв'язку.

Теорема 2.2 Нехай $T_1(x,t)$ розв'язок задачі (2.1)-(2.4) з $\alpha = 0$, а $T_2(x,t)$ - розв'язок задачі (2.1)-(2.4) при $\alpha = 1$, з одним і тим же $\mu(t)$ для обох задач. Тоді при $\tau \neq 0$ маємо

$$T_1(x,t) > T_2(x,t), \forall x \in (0, +\infty) \times (0, T^-), \forall t \in (0, T^-]$$

Теорема 2.2 доводиться з використанням точного розв'язку та теореми порівняння для гіперболічного рівняння. Теореми 1.2, 2.2 показують, що на відміну від параболічного випадку ($\tau = 0$), де були LS, S, HS режими в залежності від темпів росту на границі, тут є лише LS режими.

В п.3 розглянуті деякі випадки асимптотик, пов'язаних з малими параметрами в рівнянні

$$\varepsilon \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + a \frac{\partial T}{\partial x} = d \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, x \in (-\infty, +\infty) \quad (2.5)$$

та задач Коші у нескінченній області

$$\left. \begin{aligned} T(x,0) &= \varphi(x) \\ \frac{\partial T}{\partial t}(x,0) &= \psi(x) \end{aligned} \right\} x \in \mathbb{R}^1 \quad \text{либо} \quad x \in \mathbb{R}^1 \quad (2.6)$$

або крайових з умовами $T(0,t) = \mu(t)$. (2.7)

Проведено порівняння асимптотик для скінчених розв'язків у випадках 1) $d = 1, \varepsilon \ll 1$, 2) $\varepsilon = 1, d \ll 1$, 3) $\varepsilon \ll 1, d \ll 1$. Для першого випадку побудовано розв'язок задачі Коші методом Вішика - Люстерника, яке має вигляд

$$T(x,t,\varepsilon) = \sum_{l=0}^n \varepsilon^l T_l(x,t,\varepsilon) + \sum_{l=0}^n \varepsilon^l \psi_l(x,\mu,\varepsilon) + R_n, \mu = t/\varepsilon \quad (2.8)$$

для членів якого використовуються задачі:

$$\left. \begin{aligned} a \frac{\partial T_0}{\partial t} - d \frac{\partial^2 T_0}{\partial x^2} &= f(T_0) \\ a \frac{\partial T_1}{\partial t} - d \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} &= -\frac{\partial^2 T_0}{\partial x^2} + T_1 \frac{\partial f(T_0)}{\partial T} \\ \dots \dots \dots \\ a \frac{\partial T_k}{\partial t} - d \frac{\partial^2 T_k}{\partial x^2} &= -\frac{\partial^2 T_{k-1}}{\partial x^2} + F_k, k = 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 v_0}{\partial \bar{\mu}^2} + a \frac{\partial v_0}{\partial \bar{\mu}} &= 0 \\ \frac{\partial v_1}{\partial \bar{\mu}^2} - a \frac{\partial v_1}{\partial \bar{\mu}} &= d \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + f(v_0 + T_0^0) - f(T_0^0) \\ \dots \dots \dots \\ \frac{\partial^2 v_k}{\partial \bar{\mu}^2} + a \frac{\partial v_k}{\partial \bar{\mu}} &= d \frac{\partial^2 v_{k-1}}{\partial x^2} + P_k, k = 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

де F_k не залежить від T_k , а P_k від v_k , а залежать від молодших членів та їх похідних з відповідними початковими умовами

$$\left. \begin{aligned} T_0|_{t=0} + v_0|_{\bar{\mu}=0} &= \varphi(x) \\ \dots \dots \dots \\ T_k|_{t=0} + v_k|_{\bar{\mu}=0} &= 0, k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_0}{\partial \bar{\mu}} \Big|_{\bar{\mu}=0} = \alpha \quad \frac{\partial v_1}{\partial \bar{\mu}} \Big|_{\bar{\mu}=0} + \frac{\partial T_0}{\partial t} \Big|_{t=0} &= \psi(x) \\ \dots \dots \dots \\ \frac{\partial v_k}{\partial \bar{\mu}} \Big|_{\bar{\mu}=0} + \frac{\partial T_{k-1}}{\partial t} \Big|_{t=0} &= 0, k = 2, 3, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

та умовами, що v_k функції пограншару. Основними є члени T_0 та v_1 ($v_0 = 0$), так що розв'язки лише при малих t відрізняються від параболічного T_0 , тобто існує "гіперболічний" пограншар, а далі $v_1 \rightarrow 0$ і розв'язок прямує до чисто параболічного. Для другого та третього випадків, як відомо, у красвої задачі існують крайові та кутові погранічні шари. Розгляд режимів з загостренням вносить свою специфіку в задачі з сингулярними збуреннями. Звичайні

оцінки різниці між висхідною та збуреною задачами перестають працювати і виникають нові ефекти. Так, при наближенні розв'язку до моменту загострення виникає нове явище в сингулярно збурих задачах - другий часовий пограничний шар.

В четвертому параграфі розглянуті закономірності режимів з загостренням у гіперболічних рівнянь теплопровідності з нелінійним джерелом. Відомо, що існує велика кількість робіт, в яких розглянуті питання існування розв'язків різних класів. В той же час поява режимів з загостренням пов'язується з теоремами про неіснування відповідного глобального розв'язку. В П.4 для крайової задачі з $T_{\text{вс}} = 0$ методом опуклості з застосуванням інтегральної нерівності Ієнсена доведена

Теорема 3.2 Нехай задана крайова задача (2.5) - (2.7) з $\epsilon=1, a=1, d=1$, з правою частиною, що задовільняє умовам

$$f(s) \in C^2, f'' > 0, \forall s > 0.$$

Нехай ψ_0, λ_0 - власна функція та власне число задачі на власні значення

$$\frac{\partial^2 \psi_0}{\partial x^2} + \lambda \psi_0 = 0, \lambda > 0, \psi_0 > 0, x \in \Omega$$

$$\psi_0(0) = \psi_0(1) = 0, \quad (2.13)$$

$$\alpha_1 = \int_{\Omega} \varphi(x) \psi_0 dx, \quad \beta_1 = \int_{\Omega} \psi(x) \psi_0(x) dx \quad (2.14)$$

Якщо

$$F(s) = f(s) - \lambda s. \quad (2.15)$$

$$G(s) = \sqrt{2 \int_{\alpha_1}^s \{-\lambda s + f(s)\} ds + (\beta_1 + \alpha_1)^2} - s \quad (2.16)$$

$$G(s) > 0 \quad \forall s > \alpha_1, \quad t^* = \int_{\alpha_1}^{\infty} \frac{ds}{G(s)} < +\infty \quad (2.17)$$

то час існування розв'язку $\mathcal{L}(x, t) \in C_{x,t}^{1,2}$ обмежено зверху величиною T_2

Далі у п.4 приведені результати конструктивного аналізу умов Теорема 3.2 та інших теорем по неіснуванню глобальних розв'язків, що дало змогу вивести деякі порівняльні закономірності

режимів з загостренням у параболічних та гіперболічних рівнянь, та які наведені у теоремі:

Теорема 4.2 Нехай умови в задачі (2.5) - (2.7) для параболічного ($\varepsilon=0$) та гіперболічного рівнянь такі, що існують blow-up розв'язки. Тоді виконуються такі співвідношення для часів загострення:

а) при $a = 1$ при $\varepsilon = R \rightarrow \infty$ та $\psi = 0$ оцінки t^- прямують до функції $C_1 \sqrt{R}$, де C_1 - деяка стала, б) при $\varepsilon = R = 1$ та $a \rightarrow 0$, $t^- a \rightarrow t^-_0$, в) нехай $\psi = 0$, тоді

$$t^-(R_1) / t^-(R_2) \approx \left(\sqrt{R_1 / R_2} \right)$$

г) нехай ϕ, ψ фіксовані $\phi > 0$, $\psi > 0$ та виконана умова

$$E > 0, E = -\frac{1}{2} (\psi \partial^2 \phi / \partial x^2) - \frac{R}{2} (\psi \phi) + G(\phi) > 0,$$

Тоді $t^-(R) \rightarrow \text{const}$, при $R \rightarrow +\infty$.

Таким чином при $a \rightarrow 0$ час загострення прямує до чисто гіперболічного, а при $R \rightarrow \infty$ прямує до сталої. У заключному п'ятому параграфі Гл.2 вперше зроблена спроба огляду різних методів математичного аналізу, які дозволяють досліджувати режими з загостренням. Розглянуті як традиційно застосовувані теореми порівняння, автомодельні та наближені автомодельні розв'язки, так і абстрактні постановки задач у шкалах просторів, методи ТФКЗ, сингулярних розв'язків, розширень операторів, красивих сингулярностей та граничних значень, просторів з вагою.

У Г л а в і 3 наведені результати дослідження класів задач, що відносяться до узагальненої гідродинаміки, одна з систем для якої має вигляд:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v_k \frac{\partial v}{\partial x_k} + \tau \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial v_k}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} + v_k \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} \right) - v \Delta v =$$

$$= - \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \text{grad } P + F, \quad \text{div } v = 0. \quad (3.1)$$

В п.1-3 викладені результати аналітичних досліджень гіперболічної модифікації рівняння Бюргерса :

$$\tau \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (3.2)$$

яке є модельним рівнянням, що узагальнює рівняння Бюргерса з $\tau = 0$ на випадок узагальненої гідродинаміки. В п.1 викладені результати аналізу гармонік лінеаризованого рівняння(3.2) та точні розв'язки лінійного рівняння, що мають вигляд (наприклад при простих початкових умовах $u(x,0)=0, \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \delta(x)$)

$$u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{prt}{2}\right) \exp\left(-\frac{\delta x}{2}\right) J_0\left(\sqrt{c_1} \sqrt{x^2 - rt^2}\right) & \text{для } x^2 - rt^2 \leq 0 \\ \text{для } x^2 - rt^2 > 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

де J_0 - функція Бесселя. З результатів аналізу випливає, що при умові на аналог числа Маха $M = (a/r) > 1$, де $r = \sqrt{\frac{v}{\mu}}$, та $a = \text{const}$ є сталою при члені $a \partial u / \partial x$, в лінеаризованому рівнянні, можливими є розв'язки з осциляціями за простором, амплітуда яких зростає з часом, причому довжина осциляції λ пропорційна величині

$$c_1 = \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{4\mu} - \frac{a^2}{4v} \right)$$

У другому параграфі спочатку наведені види автомодельних розв'язків для рівняння (3.2) вигляду $U = U(x - Dt)$, а потім

доведена теорема порівняння для розв'язків задачі Коші для рівняння (3.2)

Теорема 1.3 Нехай задані задачі

$$u_{yy} = f(s, y, z_1, \dots, z_k), \quad z_i = g_i(u, u_x, u_y), i = \overline{1, k} \quad (3.4)$$

$$u \Big|_{(s, y \in Q)} = \varphi(s, y), \quad \frac{\partial u}{\partial s} \Big|_{(s, y \in Q)} = \psi(s, y), \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{(s, y \in Q)} = \omega(s, y) \quad (3.5)$$

та

$$v_{yy} = f(s, y, z_1, \dots, z_k); \quad z_i = g_i(v, v_x, v_y), i = \overline{1, k} \quad (3.6)$$

$$v \Big|_Q = \varphi_1(s, y), \quad \frac{\partial v}{\partial s} \Big|_Q = \psi_1(s, y), \quad \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_Q = \omega_1(s, y) \quad (3.7)$$

де Q - характеристичний трикутник, а f - монотонно зростаюча функція аргументів Z, Z, \dots, Z , та нескінченно диференційована. Тоді якщо виконуються нерівності

$$\varphi_1 < \varphi, \quad \psi_1 < \psi, \quad \omega_1 < \omega. \quad (3.8)$$

та

$$g_i(v, v_x, v_y) < g_i(u, u_x, u_y) \quad \text{в } Q, i = \overline{1, k} \quad (3.9)$$

то у всьому Q виконано

$$v(s, y) < u(s, y), \quad v_x(s, y) < u_x(s, y), \quad v_y(s, y) < u_y(s, y). \quad (3.10)$$

Наведена теорема сумісно з виглядом автомоделного розв'язку забезпечує існування режимів з загостренням, що сформульоване як Наслідок 1.4. В п.4 наведені результати обчислювальних експериментів з рівнянням (3.2). Його модифікацією з нелінійними коефіцієнтами, що підтверджують результати теоретичного аналізу про існування режимів з загостренням та осцилюючих розв'язків. Наприкінці параграфу описана запропонована автором система рівнянь, що є двувимірним аналогом модифікованого рівняння

Бюргерса і є модельною для узагальненої гідродинаміки. Наведені результати чисельного розв'язку такої системи, які вказують на можливість існування розв'язків з подрібненням вихорів з нескінченим ростом завихоренності в локалізованій області.

В П. 4,5 Гл. 3 описані вперше запропоновані нескінчено та скінчено вимірні динамічні системи проєкційного методу для системи узагальненої гідродинаміки. В п.4 наведено виведення вивід для тривимірних течій з умовами прилипання та для двовимірних течій на торі. Такі задачі відповідають постановкам для звичайної гідродинаміки О.О.Ладженської і Н.Н.Брушлінської та С.Boldroghini, V.Franchisini. Результати для першої постановки мають такий вигляд

Теорема 2.4 Нехай дана тривимірна задача для узагальненої гідродинаміки (3.1) з умовами прилипання на границі. Тоді для розв'язку такої задачі в методі типу Гальоркіна, що шукають у вигляді

$$\vec{u}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} z_k(t) \vec{\psi}_k(x). \quad (3.11)$$

де $\{\vec{\psi}_k\}$ - власні функції задачі

$$v \Delta \psi_k = -\mu_k \vec{\psi}_k + \text{grad} p_k, \text{div} \vec{\psi}_k = 0$$

$$\psi_k|_{\partial\Omega} = 0 \quad \int_{\Omega} \vec{\psi}_k dx = 1.$$

нескінчена система проєкційного методу має вигляд

$$\tau \frac{d^2 z_l}{dt^2} + \frac{dz_l}{dt} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} C_{klm} z_k z_m + \mu_l z_l + \tau \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{dz_k}{dt} z_m + z_k \frac{dz_m}{dt} \right) C_{lkm} = f^l, \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (3.12)$$

$$f^l = \int_{\Omega} \vec{F}_m \vec{\psi}^l dx, \quad C_{klm} = \int_{\Omega} (\vec{\psi}_k \cdot \nabla) \vec{\psi}_m \cdot \vec{\psi}_l dx.$$

Подібна система для випадку течії на торі наведена в Теоремі 3.4. Структура цих рівнянь така, що при $\tau = 0$ вони співпадають з рівняннями для звичайної гідродинаміки. В п.5 з відповідних

нескінченновимірних систем шляхом відбору змінних отримані маловимірні динамічні системи. Так, для першої постановки отримана 6 - вимірна система, що узагальнює тривимірну систему Н.Брушлінської та має вигляд

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{\tau}(-x_1 - x_5x_6 - vx_4 + F_1) - (x_3x_5 + x_6x_2); \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{1}{\tau}(-x_2 + 2x_4x_6 - vx_5 + F_2) + 2(x_1x_6 + x_3x_4); \\ \frac{dx_3}{dt} &= \frac{1}{\tau}(-x_3 + x_4x_5 - vx_6 + F_3) - (x_2x_4 + x_1x_5); \quad (3.13)\end{aligned}$$

$$\frac{dx_4}{dt} = x_1; \quad \frac{dx_5}{dt} = x_2; \quad \frac{dx_6}{dt} = x_3.$$

а для другої постановки має місце система:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= (-x_1 - 2x_6 + 4x_7x_8 + 4x_9x_{10}) / \tau + \\ &+ 4(x_2x_9 + x_7x_3) + 4(x_4x_{10} + x_9x_5) - 2\mu x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (-x_2 - 9x_7 + 3x_6x_8) / \tau + 3(x_1x_8 + x_6x_3) - 9\mu x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= (-x_3 - 5x_8 - 7x_6x_7) / \tau - 7(x_1x_7 + x_6x_2) - 5\mu x_3 + R / \tau \\ \frac{dx_4}{dt} &= (-x_4 - 5x_9 - x_6x_{10}) / \tau - (x_1x_{10} + x_6x_3) - 5\mu x_4 \\ \frac{dx_5}{dt} &= (-x_5 - x_{10} - 3x_6x_9) / \tau - 3(x_1x_9 + x_6x_4) - \mu x_5 \\ \frac{dx_6}{dt} &= x_1, \quad \frac{dx_7}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_8}{dt} = x_3, \quad \frac{dx_9}{dt} = x_4, \quad \frac{dx_{10}}{dt} = x_5. \quad (3.14)\end{aligned}$$

Наступний, п'ятий параграф Гл.3 присвячен викладу детального дослідження властивостей отриманих маловимірних систем. У підпункті 5.1 наведені результати чисельного обстеження 6-вимірної системи, з яких витікають існування автоколивальних розв'язків та розв'язків типу переміжасмості (intermittency). П.5.2 присвячен детальному дослідженню складної поведінки розв'язків, їх особливостей в залежності від параметрів та початкових умов. Крім того, приведені результати обчислення картини біфуркацій в залежності від значень параметрів. При цьому виявлена розбіжність з випадком звичайної гідродинаміки. Вперше для наведених систем описана складна поведінка, що відмінна від поведінки типової для атракторів типу "метелик", і яка заключається у щільному заповненні траєкторіями обмеженої ділянки простору.

Г л а в а 4 присвячена колу питань щодо обґрунтування та інтерпретації чисельних розрахунків. У п.1 наведен загальний принцип обґрунтування пристосованості різницевих схем до розрахунків часу загострення, запропонований автором і заснований на властивості blow-up розв'язків, що витікає з математичних теорем. Ця властивість полягає у тому, що час загострення мало відрізняється від часу досягнення деякого досить великого значення. Позаяк оцінка часу загострення звичайно пов'язується з прийняттям деяким функціоналом від розв'язку нескінченного значення, то принцип дав змогу ввести декілька понять, що дозволяють ввести нові для схем величини - порядок схем по обрахуванню часу загострення (Означення 1.4 - 4.4). В п.2-5 з застосуванням запропонованих означень наведено обґрунтування застосування різницевих схем до розрахунку часу загострення як у гіперболічних, так і параболічних рівнянь з загостренням для гладких і негладких розв'язків та доведен ряд теорем. В п.2 доведені дві теореми про параболічний випадок:

Теорема 1.4 Нехай для параболічної задачі (2.5) - (2.7) ($\varepsilon = 0$) з нелінійною правою частиною виконані умови неіснування глобальних $u(x, t) \in C_{x,t}^{2,1}$ розв'язків згідно з роботою S.Karlan (1963). Тоді при h менших деякого h_0 для явної різницевої схеми виконано

$$J_n^h \geq J_0^h + \sum_{l=0}^{n-1} \tau (-\lambda^l J_l^h + f(J_l^h))$$

$$J_l^h \rightarrow +\infty \rightarrow \infty$$

де

$$J = \int_{\Omega} \psi_0(x) u(x, t) dx \quad \text{та} \quad J_l^h = \sum h \psi^l u^l$$

власні функції та значення дискретної задачі на власні значення - аналогу (2.15), $v(\dots)$ сітковий розв'язок, отриманий за різницевою схемою, τ^h , h - кроки сітки за часом і простором.

Теорема 2.4 Нехай в доповнення до умов Теорема 1.4 виконана умова стійкості різницевої схеми, розв'язок диференційної задачі задовільняє умовам $u(x, t) \in C_{x,t}^{4,2}$, f - локально Ліпшиць - неперервна. Тоді $\forall \varepsilon$ при τ^h , $h \rightarrow 0$ схема може передавати час загострення розв'язку диференціальної задачі з точністю 1 по τ^h та 2 по h .

В п.3 доведені аналоги Теорем 1.4 та 2.4 для відповідної крайової задачі для гіперболічного рівняння з нелінійною правою частиною для $u(x, t) \in C_{x,t}^{2,2}$ та $u(x, t) \in C_{x,t}^{4,4}$ и $f(u)$ розв'язків відповідно та обрховані порядки точності розрахунків часу загострення. В п.4 проведено обґрунтування застосованості різницевої схеми для розрахунку негладкого розв'язку у гіперболічного рівняння другого порядку з нелінійною правою частиною у випадку точної різницевої схеми І.Джурасва та Т.Колесника (1983). Має місце

Теорема 5.4 Нехай виконані умови роботи Н.Левін (1975) про неіснування глобального слабкого розв'язку класу

$$u \in L_2(0, T; W_2^2(\Omega)); \partial u / \partial t \in L_2(0, T; W_2^1(\Omega)); \\ \partial^2 u / \partial t^2 \in L_2(0, T; L_2(\Omega)), \varphi \in W_2^1(\Omega). \quad (4.1)$$

в задачі (2.5) - (2.7) для гіперболічного рівняння. Тоді вищевказана схема може передавати час загострення у слабкого розв'язку класу (4.1) при $\tau^h \rightarrow 0$, і порядки передачі часу загострення дорівнюють одиниці. П.5 Гл.4 присвячен розгляду паразитних ефектів типу осциляцій при обрахунку негладких розв'язків. Наведені результати дисперсійного аналізу телеграфного рівняння та рівняння Клейна - Гордона та різницевих схем для них шляхом вивчення спеціальних збурень типу гармонік

$$T(x, t) = \exp[i(kx - \omega t)] \quad (4.2)$$

та їх аналогів для схем, де ω частота, $k = 2\pi / \lambda$ - хвильове число, λ - довжина хвилі, причому для нелінійного випадку дисперсійний аналіз робиться на основі малих збурень відносно основного розв'язку. З отриманих результатів одержано критерій правильної передачі розглянутими схемами дисперсійних властивостей, який має вигляд:

$$\frac{\bar{\alpha} \tau^{\omega^2}}{12p} + \frac{\zeta^2}{24}(1 - \gamma^2) \ll \frac{1}{2} \bar{d} + \frac{\bar{a}}{2c\tau^2}. \quad (4.3)$$

де

$$\bar{d} = \frac{d^2}{4p c \tau^2} = \frac{d^2 \tau^{\omega^2}}{4p \zeta^2 \gamma^2} \ll 1, \quad \bar{a} = a \frac{\partial f}{\partial t}(T_0), \quad \zeta = kh \ll 1,$$

a, p, c - коефіцієнти в телеграфному рівнянні, τ^h - крок схеми за часом, $\gamma = \sqrt{\frac{c}{p}} \cdot \frac{\tau^h}{h}$ - число Куранта, T_0 - розв'язок. Наприкінці параграфу описані чисто розрахункові ефекти, відмінні від особливостей розв'язків висхідного рівняння: биття, утворення квазіперіодичного розв'язку, нерегулярна поведінка розв'язку.

В Главі 5 викладені результати досліджень в одній конкретній галузі явищ, що зв'язана з швидкоплинними нерівноважними процесами, а саме теорії теплового вибуху. При цьому в значній мірі застосовані результати попередніх глав. Вп.1 Гл.5 наведен дуже короткий огляд класичної теорії теплового вибуху, заснованої на параболічних рівняннях, та випадків невідповідності цих теоретичних результатів експериментам та приведені передумови врахування ефектів пам'яті у даній галузі. У другому параграфі наведена загальна та безрозмірна система рівнянь, записана з врахуванням ефектів пам'яті (В.Даниленко), яка має вигляд:

$$\Re \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{\delta} \left\{ \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{\bar{n}}{\xi} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right\} + \varphi(\eta) \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta \theta}\right) \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \bar{t}} = \gamma \varphi(\eta) \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta \theta}\right) \quad (5.2)$$

$$\vartheta(\zeta, 0) = -\theta_0(\zeta) \quad \eta(\zeta, 0) = 0 \quad \zeta \in \bar{\Omega} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}}(\zeta, 0) = 0 \quad \zeta \in \bar{\Omega} \quad (5.4)$$

$$\vartheta(0, \bar{t}) = 0 \quad \text{при } \bar{n} = 1 \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi}(0, \bar{t}) = 0 \quad \text{при } \bar{n} = 2,3 \quad (5.6)$$

В п.3-5 наведені результати детального чисельного обчислення ряду типових задач теорії теплового вибуху, що раніше були досліджені на основі класичних рівнянь. Спочатку описані результати по плоскій задачі теплового вибуху без вигорання при фіксованій температурі на поверхні. Знайдено суттєвий вплив

релаксації теплового потоку на розвиток процесу, що особливо сильно проявляється в існуванні різко окресленого теплового фронту, уповільненні розвитку процесу зі збільшенням часу релаксації та збільшення часу запалювання, а також залежність від початкових умов. В п.3.2 приведені результати моделювання запалювання нагрітою поверхнею в залежності від співвідношення часу релаксації та часу адиабатичного теплового вибуху. У п.3.3 описані особливості поведінки розв'язку задач теплового вибуху при великих значеннях температури. Четвертий параграф містить виклад моделювання точкового теплового вибуху в задачах з нелінійними джерелами в гіперболічному рівнянні теплопровідності, що описують еволюцію початкових умов, сконцентрованих всередині об'єму. Досліджені як степеневі, так і нелінійності арреніусівського джерела, знайдена залежність часу загострення від параметру релаксації, яка добре співпадає з результатами теоретичного аналізу. Чисельно знайдена порогова поведінка розв'язка таких задач, коли при амплітудах, більших критичної розвивається режим з загостренням, а нижче них - з'являються нові відсутні в класичній теорії розв'язки типу бігучих у різні боки імпульсів сталого виду. В заключному, п'ятому параграфі Гл.5 викладені результати по деяким типовим постановкам задач теорії горіння з врахуванням вигорання матеріалу. Встановлено, що вигорання також призводить до асиметрії профілю та уповільнення процесу (п.5.1). В п.5.2 наведені закономірності поведінки розв'язків типа бігучих хвиль у випадках плоскої та циліндричної симетрії задачі. Описані розв'язки солітоноподібного вигляду, а також пульсуючі режими, коли швидкість розповсюдження характерних структур коливаюно залежить від часу та чисельно обстежено залежність частоти пульсацій від часу релаксації. Наприкінці Глави 5 приведено обговорення можливостей складних режимів в таких задачах, а також деякі деталі розрахунків.

В шостій та заключній главі роботи приведені загальні міркування, які показують місце наведених у дисертації результатів у контексті застосованості до реальних фізичних явищ, а також вказані постановки нових задач та можливі напрямки розвитку досліджень. В п.1 наведено коротке резюме стосовно фізичних застосувань. В п.1.1 викладені можливі області прояву локалізованих ростучих розв'язків, які моделюються рєжимами з загостренням - точкового теплового вибуху, пластичного розігріву, пробою в електроапаратурі і т.ін. Наведен перелік реальних явищ з сильною нерівноважністю, серед яких треба відмітити різні задачі нанотехнології. В п.1.2 сконцентровано обговорення модельних рівнянь для гідродинаміки, як класичного типу, так і узагальнених, області їх виникнення та застосуваності та можливості проявів особливостей, що притаманні рівнянням з пам'яттю, зокрема, стосовно до турбулентності та хаотичних явищ. В п.1.3 обговорюється можливі застосування отриманих результатів теорії самоорганізації. В цьому плані цікава інтерпретація режимів з загостренням як нестационарних дисипативних структур. В п.2 викладені можливі напрямки подальшого розвитку безпосередньо наведених у роботі результатів. Вони мають відношення до режимів з загостренням, сингулярних збурень, типів розв'язків та обґрунтування розрахунків. В останньому, третьому параграфі Гл.6, зібрано опис деяких більш далеких напрямків досліджень, пов'язаних з темою дисертаційної роботи, особливо у зв'язку з задачами керування. Так, обговорено проблему концентрації енергії, використання отриманих структур узагальнених рівнянь в передачі інформації, конструюванні спеціальних підсилюючих середовищ та нелінійних середовищ для запису та передачі інформації, синтезу атракторів в задачах керування.

Наприкінці дисертаційної роботи в окремому пункті приведені основні висновки та характеристика роботи і рекомендації по її застосуванню.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ РОБОТИ.

Проведен порівняльний огляд способів опису швидкоплинних процесів тепло та масопереносу та виділені три класи задач, важливих для вивчення ефектів пам'яті: режими з загостренням у гіперболічних рівнянь теплопровідності, модельні для гідродинаміки модельні рівняння, що узагальнюють рівняння Бюргерса та системи звичайних диференційних рівнянь типу гальоркінських наближень.

Доведено декілька теорем про режими з загостренням у гіперболічних рівнянь другого порядку та проведено їх конструктивне застосування для знаходження якісних характеристик цих режимів.

Проведено порівняння асимптотичних закономірностей поведінки звичайних та узагальнених рівнянь у випадку наявності в задачах малого параметру.

Проведено детальне аналітичне та чисельне дослідження модельних для узагальненої гідродинаміки рівнянь -гіперболічної модифікації рівняння Бюргерса та багатовимірного його аналога на предмет можливості існування розв'язків з загостренням та коливальної за простором поведінки розв'язків.

Виведені нескінчені системи звичайних диференційних рівнянь проєкційного методу для випадку гідродинаміки з пам'яттю. Побудовані та чисельно досліджені маловимірні системи, що узагальнюють рівняння типу Лоренца. Проведено вивчення нових видів складної поведінки у таких системах.

Запропонован новий принцип обґрунтування розрахунків характеристик режимів з загостренням та проведено таке обґрунтування для різних типів задач та видів розв'язків.

Вивчені дисперсійні властивості різницевих схем для узагальнених рівнянь теплопровідності та наведені критерії та методи поліпшення наближених розв'язків.

Детально чисельно досліджено коло типових для теорії теплового вибуху задач. Проведено порівняння класичного і узагальненого опису та виявлені області їх суттєвої розбіжності. Проведено чисельне дослідження режимів з загостренням у гіперболічних рівнянь другого порядку та їх відхилення від випадку параболічних рівнянь.

Наведені можливі наслідки результатів досліджень для теорії самоорганізації в суттєво нерівноважних умовах та накреслені напрямки подальших досліджень в науковому та практичному плані.

Основним результатом роботи можна вважати сукупність теоретичних досліджень по математичному моделюванню та застосуванню обчислювального експерименту в розвитку досліджень швидкоплинних процесів тепло та масопереносу з урахуванням ефектів пам'яті (релаксації).

Основні публікації по темі дисертаційної роботи:

1. Макаренко А.С. К анализу дисперсии разностных схем для уравнения Клейна - Гордона. Числ.мет.мех.спл.среды.,1982. Т.13,п. 3. с.81 - 90
2. Даниленко В.А., Кудинов В.М., Макаренко А.С. Влияние эффектов памяти на диссипативные структуры, образующиеся при горении. Докл. АН УССР, сер.А, 1983. п. 4. с. 59-63.
3. Даниленко В.А., Кудинов В.М., Макаренко А.С. Влияние релаксации теплового потока на процессы высокоинтенсивного горения. Докл. АН УССР, сер.А, 1983. п.12. с. 55-58.
4. Макаренко А.С. О расчете режимов с обострением в задачах теплопроводности. Ж.выч.мат.мат.физ.,1984. Т.24, п.8. с. 871-876.
5. Даниленко В.А., Кудинов В.М., Макаренко А.С. Влияние эффектов памяти на процессы горения и взрыва. Физ.горен.и взрыва. 1984.Т.20, п.3. с. 52-56.

6. Кудинов В.М., Макаренко А.С. Граничные режимы с обострением в задачах теплопроводности с учетом памяти. Докл. АН УССР, сер.А, 1984. п.11. с. 57-60.

7. Даниленко В.А., Кудинов В.М., Макаренко А.С. Влияние эффектов памяти на диссипативные структуры, образующиеся в распределенных кинетических системах. Инж.физ.ж., 1984. Т.47, п.5. с. 843 - 848.

8. Макаренко А.С. Математическое моделирование процессов распространения тепла на основе обобщенных уравнений теплопроводности. Выч.и прикл.мат. (КГУ), 1990. Вып.70. с.78-83

9. Макаренко А.С., Москальков М.Н. Про деякі властивості розв'язків гіперболічної модифікації рівняння Бюргерса //Обчисл.та прикл.мат. (КДУ), 1992. Вып.76. с. 13 - 18.

10. Макаренко А.С., Левков С.П. Некоторые свойства решений уравнений, описывающих распределенные системы //Адапт.сист. упр.К.: КПч, 1992. Вып. 20. с. 49 - 54.

11. Макаренко А.С. Об обосновании расчета времени обострения в задачах с негладкими решениями //Дифф.уравн., 1991. т.27, п. 10.с. 1766 - 1771.

12. Макаренко А.С., Москальков М.М. Решение модельных уравнений гидродинамики с эффектами памяти //Моделир.деформ.сред. К.: НД,1993. с. 25 - 28.

13. Макаренко А.С. Математическое моделирование влияния эффектов памяти на гидродинамические процессы.Доп.НАН України,1994.п.2.с.84- 89.

14. Даниленко В.А., Кудинов В.М., Макаренко А.С. Влияние эффектов памяти на образование диссипативных структур при быстропотекающих процессах .Препр. ИЭС - 83 - 1. К.: ИЭС, 1983.60 с.

15. Макаренко А.С., Москальков М.Н. Некоторые решения модельных уравнений релаксационных сред. Препринт. К. Ин-т. геофиз./ НИИМИ, 1992. 27 с.

16. Danilenko V.A., Korolevich V.U., Makarenko A.S., Christenyuk V.A. Selforganization in strongly nonequilibria media. Colapses and structures. К.:Ин-т. геофизики, 1992. 144 с.

17. Макаренко А.С. Об особенностях описания тепло и массопереноса в быстропротекающих процессах. Рук.депонир. в ВИНТИ, 1987. п.6882-В87. 40 с. (Реф. в ИФЖ, 1988. Т.54, п.2).

18. Кудинов В.М., Даниленко В.А., Давыденко А.В., Макаренко А.С. Исследование устойчивости детонации гетерогенных сред. Тез. докл. I Всес. симп. по макроскопич. кинет. и хим. газод. 1984. Т.1, Ч.1. с. 71.

19. Кудинов В.М., Даниленко В.А., Макаренко А.С. Влияние эффектов памяти на процессы самоорганизации в распределенных системах. Матер. 2-х Лаврентьевских чтений. К.:Ин-т. мат., 1985. с. 55-57.

20. Makarenko A.S. Hydrodynamics with the memory effects and the new turbulence models. Abstr. First. Ukrain.-amer. Math. School: Diff. Eq. and their applic. (Crimea, Ukraine, 1993). К.: Ин-т. мат., 1993. с.27.

21. Makarenko A.S. Fast processes models as the new source of singular solutions. Abstr. Int. Workshop Singular solutions and perturbations in control systems. (Pereslavl-Zalessky, Russia, 1993). Peresl.-Zaless., CPRC, 1993. p.27-28.

22. Макаренко А.С. Режимы с обострением у эволюционных уравнений. Тез. доп. Міжн. мат. конф. пам'яті Г.Гана (Чернівці, 1994). Чернівці: Рута, 1994. с. 94.

23. Makarenko A.S. Mathematical modeling of memory effects influence on fast hydrodynamic and heat conduction processes. Abstr. Int. IFAC Conf. Modeling and optimization of distributed parameter systems with application to engineering. (Warsaw, Poland, 1995). Warsaw, 1995. p. 93.

24. Макаренко А.С., Москальков М.Н. К численному решению волнового уравнения. Рук.депонир. в ВИНТИ, 1982. п.4117-82 ДЕК.12 с. (РЖ мат. 1983, реф. № 1Б1198,ДЕП).

25. Макаренко А.С. Об одной мере упорядоченности режимов с обострением. Рук.депонир. в Укр.НИИНТИ, 1989. п.1717 - Ук89. 86с. (РЖ мат. 1988. реф. № 40 Б 743Д.Е.П).

Розрахунки, аналітичні дослідження, наведені в роботах по тепловому вибуху, написаних у співавторстві та використані в дисертації, виконані автором. Інтерпретація отриманих результатів проводилась разом з В.М.Кудіновим та В.А.Даниленко. У роботах присвячених дослідженню гідродинаміки з ефектами пам'яті усі постановки задач зроблені автором, а розрахунки виконані частково автором, а частково по програмам та сумісно з М.М.Москальковим, С.П.Левковим, О.Скілягіним, Е.Самородовим. Усі їм автор щиро дякує за плідне співробітництво. Автор вважає присмним обов'язком виразити дяку М.З.Згуровському та В.А.Даниленку за кваліфіковану наукову консультацію на етапі виконання роботи та В.С.Мельнику за наукові консультації на завершальному етапі.



Makarenko A.S. Mathematical modeling of fast heat and mass transfer processes with the memory effects. Thesis on the scientific degree of doctor of physico - mathematical science on the speciality 01.05.02 - mathematical modeling and numerical methods in scientific researchers, Institute of Cybernetics of Ukraine Academi of Science Kiev, 1996.

It is defended 25 scientific papers which consist the unity of theoretical investigations on mathematical modeling in fast heat and mass transfer processes with the accounting of memory effects. There are considered the blow-up solutions, solutions of model for the generalized hydrodynamics equations, the complex solutions in finite - dimensionaql models. It was developed the foundations of methods of the computations of hyperbolic heat conduction equations. The combustion and heat explosion problems was investigated on the basis of generalised heat conduction equations. It is considered their interpretation from selforganisation theory.

Макаренко А.С. Математическое моделирование быстропротекающих процессов тепло и массопереноса с учетом эффектов памяти. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико - математических наук по специальности 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы в научных исследованиях, Институт кибернетики НАН Украины, Киев, 1996.

Защищается 25 научных работ, которые содержат совокупность теоретических исследований по математическому моделированию в изучении быстропротекающих процессов тепло и массопереноса с учетом эффектов памяти. Исследованы режимы с обострением, решения модельных для обобщенной гидродинамики уравнений, сложные решения в конечномерных моделях. Развита методы обоснования и интерпретации расчетов задач для гиперболических уравнений теплопроводности. Проведено исследование задач горения и теплового взрыва на основе обобщенных уравнений теплопроводности а также их интерпретация с позиций теории самоорганизации.

Ключові слова: математичне моделювання, тепломасообмін, телеграфні рівняння, режими з загостренням, хаос, швидкоплинний, горіння, самоорганізація, різниціві схеми, пам'ять.

Подписано к печати 24.05.96. Формат 60x84, 1/16
Объем 1,5 печ. лист. Заказ 145 Тираж 100
Україна

436683

AB 35.234

