

Інститут проблем машинобудування НАН України

На правах рукопису

539.3

СИНЕКОП МИКОЛА СЕРГІЙОВИЧ

РОЗВИТОК МЕТОДУ R – ФУНКЦІЯ СТОСОВНО ДО РОЗВ'ЯЗКУ
НОВИХ КЛАСІВ СТАТИЧНИХ ТА ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ
ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

05.02.07. Механіка деформівного твердого тіла

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Харків - 1996

ЛННБ України ім.В.Стефаніка



00752262 (O)

Відділ бібліотечної справи

№ 001

ЛННБ України ім.В.Стефаніка
вул. Свободи, 100, м. Київ

Відділ бібліотечної справи
ЛННБ України ім.В.Стефаніка
вул. Свободи, 100, м. Київ

ЛННБ України ім.В.Стефаніка
вул. Свободи, 100, м. Київ

ЛННБ України ім.В.Стефаніка

ЛННБ України ім.В.Стефаніка

ЛННБ України ім.В.Стефаніка

ЛННБ України ім.В.Стефаніка

46.35253
Інститут проблем машинобудування НАН України

На правах рукопису

539.3

СИНЕКОП МІКОЛА СЕРГІЙОВИЧ

РОЗВИТОК МЕТОДУ R - ФУНКЦІЯ ШТОСОВНО ДО РОЗВ'ЯЗКУ
НОВИХ КЛАСІВ СТАТИЧНИХ ТА ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ
ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

05.02.07. Механіка деформованого твердого тіла

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Харків - 1996

Дисертація є рукопис

Робота виконана в Інституті проблем машинобудування НАН України

Науковий консультант: академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор РВАЧОВ В.Л.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор БОРОДАЧОВ М.М.
доктор технічних наук, професор МОРАЧКОВСЬКИЙ О.К.
доктор технічних наук ЄРЬОМЕНКО С.Ю.

Провідна організація: Інститут механіки НАН України

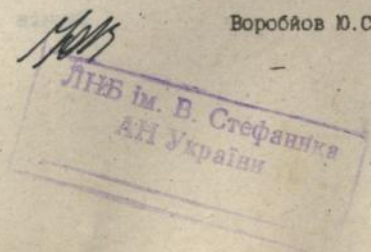
Захист відбудеться "27" сервія 1996 р. о 14 год.
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 02.18.01 в Інституті
проблем машинобудування НАН України в аудиторії N 112, що на 11
поверху інституту за адресою: 310046, Харків, вул.Пожарського, 2/10

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту проблем
машинобудування НАН України за адресою: 310046, Харків, вул.
Пожарського, 2/10.

Автореферат розіслений "25" травня 1996 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

Воробйов Ю.С.



ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Розвиток сучасного машинобудування підвищує вимоги до міцності і надійності елементів конструкцій при зменшенні їх матеріалоемності. Це створює проблеми аналізу напружено-деформованого стану тіл скінченних розмірів із складними фізико-механічними властивостями в умовах статичного та динамічного навантаження. Виникає проблема в дослідженні міцності неоднорідних анізотропних тіл при наявності концентраторів, які знаходяться під дією навантажень, що призводять до виникнення пружно-пластичних деформацій.

Математичними моделями вказаних задач є система диференціальних рівнянь із заданими початковими умовам та умовами на поверхні тіла. Методи, які використовуються в дослідженнях, повинні враховувати наявну в постановці задачі геометричну інформацію на аналітичному рівні.

Розробці методів розв'язування краєвих та початково-краєвих задач, які враховують їх аналітичні та геометричні компоненти, присвячені роботи В.М. Александрова, А.А. Баблюна, М.М. Бородачова, Я.Й. Бурака, А.Т. Василенко, Ю.В. Вержжського, Б.А. Галанова, Л.О. Галіна, Я.М. Григоренко, Д.В. Гриліцького, В.Т. Грінченко, В.С. Губенкс, О.М. Гузя, В.Я. Кантора, Г.С. Кита, Я.М. Ківими, Г.Б. Колчіна, О.С. Космодам'янського, В.М. Лісціна, Г.І. Львова, М.Д. Мартиненко, О.К. Морачковського, В.І. Моссаковського, Ю.М. Леміша, В.П. Ольшанського, В.В. Пянаська, Н.Д. Панкратової, В.І. Плевако, В.Є. Победри, А.М. Підгорного, Ю.М. Подільчука, Я.С. Підстригача, Г.Я. Попова, А.К. Приварникова, В.С. Проценко, В.Л. Рвачова, К.М. Русинко, В.М. Сеймова, М.Й. Теплового, А.Ф. Літко, А.П. Філіпова, Ю.М. Шеченко, Є.Г. Янютіна та інших авторів.

Все більшої актуальності набувають наближені методи, які дозволяють одержувати розв'язки в достатньою для практики точністю. Прискорення застосування таких методів в дослідницьку та інженерну практику в більшості визначається їх математичним забезпеченням у вигляді систем програмування, обчислювальних комплексів, пакетів прикладних програм, які дозволяють переходити від розв'язування окремих частинних задач до організації чисельного експерименту в широкому діапазоні зміни визначальних параметрів.

При розв'язуванні крайових задач механіки деформівного твердого тіла широко використовуються МСЕ, сіткові, варіаційні і проєкційні методи. На практиці варіаційні та проєкційні методи почали застосовуватись раніше методів сіткового типу, але по мірі ускладнення задач у все більшій ступені почали проглядатись їх суттєві недоліки. Ці труднощі зумовлені необхідністю побудови координатних функцій, які задовольняють заданим граничним умовам.

Ефективною для розв'язування крайових задач механіки деформівного твердого тіла виявилась теорія R -функцій, чисельні методи якої одержали значний розвиток в останні десятиліття. Це відбувалося як під дією внутрішніх стимулів теорії, так і вимог її широких застосувань.

Розвитку методу R -функцій в задачах математичної фізики присвячені дослідження В.Л. Рвачова та його учнів М.В. Войко, В.В.Веретельника, Л.С. Виговської, І.В. Гончарюка, В.М. Грицайчука, В.М. Ільшко, В.І. Калінченко, В.Г. Клименко, В.П. Кравченко, Л.К.Кравченко, Л.В. Курпи, О.М. Літвіна, Л.С. Лобанової, Г.П. Манько, В.П. Проценко, В.С. Проценко, В.А. Рвачова, Н.Д. Сізової, А.П.Слісаренко, Н.І. Синекоп, А.Я. Стрельченко, О.М. Шевченко, Т.І.Шейко, а також W. Cecot, J. Orkisz, W. Gachowicz, M. Wnuk та інших.

Ця робота є результатом завершених наукових досліджень з проб-

леми застосування методу R - функцій для розв'язування задач механіки деформівного тіла на ЕОМ, які виконані у відділі прикладної математики і обчислювальних методів Інституту проблем машинобудування НАН України за період з 1976 по 1995 р.р.

Результати роботи одержані і реалізовані автором у відповідності з координаційним планом досліджень АН УРСР на 1975-1985р.р. по проблемі "Механіка міцного деформівного тіла" (1.10.2), координаційним планом досліджень АН СРСР по комплексній проблемі "Кібернетика" на 1981-1985 р.р. (1.13.5), а також у відповідності з основними напрямками сектору фізичного та математичного моделювання "Методи розрахунку і оптимізації фізико-механічних полів", затвердженого постановою Президіуму АН УРСР N 414 від 10 вересня 1980 року. Окремі результати роботи використані в тематичі науково-дослідних робіт, виконаних в ІПМаш НАН України. Тема дисертації безпосередньо пов'язана з виконанням держбюджетних тем:

- "Створення математичного забезпечення електронних обчислювальних машин для енерг.машинобудуванн", N ДР 72046786;

- "Розробка ефективних методів і створення автоматизованих систем програмування (генераторів програм) для інженерних розрахунків фізичних полів в машинобудуванні", N ДР 760 77048;

- "Розвиток математичної теорії R - функцій і створення автоматизованого програмного забезпечення сучасних ЕОМ для розв'язування задач дослідження, розрахунку і оптимізації фізико-механічних полів", N ДР 800 23021;

- "Вдосконалення конструктивних засобів теорії R - функцій і створення нових версій (для ЕС ЕОМ) генераторів програми серії "ПО-3", N ДР 01840057174;

- "Створення на основі теорії R - функцій перспективного програмного забезпечення і систем, орієнтованих на розв'язування задач математичної фізики, які моделюють взаємодіючі фізико-механічні поля,

№ ДР 01870016839;

- Господоговірної теми: "Розробка модулів методу R - функцій розв'язування задач математичної фізики", № ДР 01821012354 (з Інститутом кібернетики АН УРСР);

- Господоговірної теми: "Створення системи ПОЛЕ ЕС", № ДР 01840082182148 (з Інститутом кібернетики АН УРСР).

Метою роботи є розробка чисельно-аналітичних методів і комплексів програм для дослідження напружено-деформівного стану тіл скінченних розмірів з врахуванням анізотропії і неоднорідності матеріалу при статичному та динамічному навантаженні.

Достовірність результатів. Достовірність теоретичних положень і висновків підтверджено побудовою розрахункових математичних моделей на основі фундаментальних положень механіки деформівного твердого тіла і обчислювальних методів, тестовими розрахунками, порівнюючим аналізом розрахункових результатів з відомими розв'язками, аналізом чисельної збіжності розв'язків із збільшенням розмірності апроксимуючого простору, а також перевіркою виконання умов статичної рівноваги окремих частин деформівного тіла.

Основні наукові теоретичні положення і результати, які вносяться до зачету:

- формули згортки в методі R - функцій, які складають основу побудови наближених розв'язків крайових задач механіки деформівного міцного тіла;
- ефективний метод дослідження напружено-деформівного стану ізотропних тіл з кусково-неперервними властивостями та однорідних анізотропних тіл;
- метод розв'язування задач дослідження напруженого стану тіл скінченних розмірів під дією зосереджених сил;
- обчислювальні схеми розв'язування нестационарних динамічних задач теорії пружності на основі різницево-варіаційного підходу;

- метод дослідження пружнопластичних деформацій сумісним застосуванням деформаційної теорії і варіаційно-структурного підходу;

- система ПОЛЕ-ЗВ, яка генерує програмні моделі для дослідження напружень в деформованих тілах скінченних розмірів на ЕОМ;

- результати розв'язування задач механіки деформованого тіла, які одержані в умовах експлуатації системи ПОЛЕ-ЗВ:

а) дослідження впливу неоднорідності пружних властивостей тіл обертання на характеристики напруженого стану;

б) аналіз впливу анізотропії на характеристики напружено-деформованого стану плоских та осесиметричних тіл з концентраторами;

в) встановлення ефекту розшарування штампа та пружного тіла скінченних розмірів із криволінійно-ортотропного матеріалу;

г) аналіз пружнопластичного стану полів тіл обертання скінченних розмірів з врахуванням стиснутості матеріалу при наявності лінійного зміцнення

д) дослідження розподілу динамічних напружень і переміщень в циліндрі скінченної довжини, навантаженого по торцях розподіленими силами чи штампами;

е) розробка рекомендацій до вибору конструктивних параметрів вирубних матриць втулочного типу і армованих композитів.

Практична значимість результатів досліджень. Побудовані нові форми наближених розв'язків, які розширюють практичне застосування варіаційних методів в задачах математичної фізики. Розроблені розрахункові алгоритми і комплекс програмних засобів є ефективним інструментом для проведення досліджень стаціонарного і нестационарного деформування тіл скінченних розмірів, а також можуть бути використані для розв'язування широкого класу задач механіки суцільного середовища і математичної фізики.

Методи та результати розв'язування конкретних задач можуть знайти застосування в інженерній практиці машинобудування, енергети

тики, будівництва. Розроблена методика розв'язування краєвих задач в умовах експлуатації системи ПОЛЕ-ЗВ може бути використана в учбовому процесі.

Розроблені чисельно-аналітичні методи, алгоритми і результати розрахунків впроваджені у виробництво на підприємствах (МГКТВ ВТО "Союзтехоснастка" - 1980 р., п/с В-8268-1981, 1983 р., В/о "Ворошиловградтепловоа" - 1986 р., п/с В-8558-1987 р., Закарпатський Машинобудівний завод - 1988 р.) із загальним економічним ефектом 302 тис. кр. Створена система програмування ПОЛЕ-ЗВ впроваджена в учбовий процес в Харківському авіаційному інституті.

Апробація роботи. Основні результати досліджень доповідались, обговорювались і одержали згоду на наступних конференціях, симпозиумах і семінарах: 4 і 5 Всесоюзних конференціях "Чисельні методи розв'язування задач теорії пружності і пластичності" (Лагодехі, 1975; Ташкент, 1979); 4 Всесоюзному семінарі по комплексах програм математичної фізики (Таллін, 1976); 1-4 Всесоюзних конференціях "Зм'ягані задачі механіки деформівного твердого тіла" (Ростов-на-Дону, 1977; Дніпропетровск, 1981; Харків, 1985; Одеса, 1989); 2 Республіканському симпозиумі по диференціальних і інтегральних рівняннях (Одеса 1978); 4-6 тематичних конференціях "Практична реалізація чисельних методів розрахунку інженерних конструкцій" (Ленінград, 1979, 1982, 1983); 5 і 6 Всесоюзних з'їздах з теоретичної та прикладної механіки (Алма-Ата, 1981; Ташкент, 1985); Всесоюзній школі-семінарі з проблеми "Теорія пружності і вязкопружності" (Єреван, 1982); 1 і 2 Всесоюзних науково-технічних конференціях "Міцність, жорсткість і технологічність виробів із композиційних матеріалів" (Кам'янець-Подільськ, 1982; Єреван, 1984); Республіканському симпозиумі "Концентрація напружень" (Донецьк, 1983); Всесоюзній конференції "Чисельна реалізація фізико-механічних задач міцності" (Горький, 1983); Всесоюзній конференції

"Механіка неоднорідних структур" (Львів, 1983); Нараді з теорії пружності неоднорідного тіла (Кишинів, 1983); 2 Всесоюзній конференції з теорії пружності (Тбілісі, 1984); 1 Всесоюзному симпозиуму "Математичні методи механіки деформівного твердого тіла" (Москва, 1984); 6 Республіканській конференції "Нелінійні задачі математичної фізики" (Донецьк, 1987); 8 Всесоюзному семінарі "Паралельне програмування і високопродуктивні структури" (Львів, 1988); Республіканській науково-технічній конференції "Ефективні чисельні методи розв'язування крайових задач механіки твердого деформівного тіла" (Харків, 1989); 1,2 Міжнародних симпозиумах українських інженерів-механіків у Львові (1993, 1995); 1-4 Виїздних засіданнях наукової ради АН СРСР з теми і мастилі "Сучасні проблеми теорії контактних взаємодій" (Волгоград, 1986; Луцьк, 1987; Єреван, 1988; Ростов-на-Дону, 1990); а також на наукових семінарах МДУ (керівник академік О.А. Самарський, 1979), Інституту проблем механіки АН СРСР (керівники академіки Ю.О. Ішлинський, Н.Х. Арутюнян, 1984), ІПТ ММ АН УРСР (керівник академік Я.С. Підстригач, 1980), Інституту проблем машинобудування НАН України (керівник академік В.Л. Рвачов, 1978, 1981, 1985, 1993).

Публікації. Основні результати роботи опубліковані в 54 роботах, в тому числі в 2-х монографіях і 1-му учбовому посібнику.

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, семи розділів, заключення і списку літератури. Текст дисертації займає 182 сторінки, ілюстрації (46 рисунків і 33 таблиці) - 64 сторінки. Бібліографія містить 241 наведення на 26 сторінках. Загальний обсяг роботи 246 сторінок.

КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовується актуальність і практичне значення

проблеми дослідження статичних та динамічних задач теорії пружності для однорідних і неоднорідних ізотропних та однорідних анізотропних тіл скінченних розмірів. Сформульовані мета роботи і головні задачі, приводяться відомості про апробацію роботи і про практичне використання результатів.

В першому розділі дано короткий аналіз стану проблеми і перераховані основні наслідки при її розв'язуванні. В підрозділі 1' розглянуто роботи, які присвячені розв'язуванню задач для неоднорідних та кусково-однорідних тіл, а також тіл з концентраторами. В більшості випадків розглядаються задачі, в яких неоднорідність виражена залежністю від координат модуля пружності (А.Т. Василенко, Ч.М. Григоренко, Г.В. Колчін, В.А. Ломакін, Н.Д. Панкратова, В.П. Плевако, Б.Є. Победра, В.С. Проценко). Роботи, які присвячені дослідженню задач із змінним коефіцієнтом Пуассона малочисельні (С.Н. Кожем'якін, Є.А. Кузнецов). Задачі теорії пружності для кусково-однорідних тіл мають самостійний інтерес (багатошаровість середовищ, наявність включень) і можуть розглядатись як наближені моделі неперервно-неоднорідних середовищ (В.Д. Ламакк, Б.М. Лісціан, Ю.А. Чаумов, А.К. Приварников, Ю.А. Шевляков). Систематичні дослідження, в яких розкриваються особливості деформування циліндричних та конічних тіл, поверхні яких описуються рівнянням другого порядку, виконані за останні десятиліття (В.Т. Грінченко, Ю.М. Немеш, Ю.М. Подільчук, А.Ф. Улітко).

Відмічено роботи, які стосуються проблеми контакту двох тіл (З.М. Александров, А.А. Баблюк, М.М. Бородачов, В.О. Галанов, Л.О. Галін, Д.В. Грилицький, В.С. Губенко, М.О. Кільчевський, Я.М. Кільма, О.С. Кравчук, В.І. Моссаковський, С.М. Мхітарян, А.М. Підгорний, В.С. Проценко, В.Л. Різцов, В.Б. Рудницький, М.Я. Теплий), а також близькі до них в математичному плані - задачі теорії тріщин (М.А. Мартиненко, К.М. Русинко, М.П. Саврук,

А.Ф. Улітко). Дослідженню проблеми побудови розв'язків задач теорії пружності з врахуванням анізотропії матеріалу присвячені дослідження О.С. Космодамианського, С.Г. Лехницького, О.І. Прусова, Г.М. Савіна.

Менш досліджені динамічні задачі, особливо, коли основні розміри пружного тіла спільномірні між собою. Динамічні задачі були предметом досліджень М.М. Бородачова, В.Т. Грінченко, О.М. Дуая, М.О. Кільчевського, В.В. Мелешко, Б.В. Поручікова, О.І. Прусова, В.М. Сеймова, Л.І. Слєп'яна.

Приведений короткий огляд методів і розв'язаних задач механіки деформівного твердого тіла показує, що виникаючі в деформівних тілах поля напружень і деформацій істотно залежать від геометричних компонент (геометрії тіл, форми площадок їх контактної взаємодії, місця розміщення зовнішніх навантажень), які, поряд з аналітичними компонентами (диференціальні рівняння в частинних похідних, крайові та початкові умови), повністю визначають постановку задачі. Наявність двох різновидів інформації - геометричної й аналітичної - і приводять до різноманітності методів, які створюються для розв'язування того чи іншого класу задач.

Більшість із методів відрізняються один від одного засобом перетворення геометричної інформації до аналітичного виду. Наприклад, в найбільш розповсюджених методах (розділення змінних і інтегральних перетворень) цей засіб заключається у вдалому виборі системи координат, в методі конформних відображень - при побудові відображувальної функції і т.ін.

Аналіз літератури показує, що для одного і того ж конкреті го класу задач існують або можуть бути створені аналітичні методи. Проте їх використання потребує, як правило, знання тонких питань теорії, що уповільнює їх масове використання в інженерній практиці. В той же час розроблені і апробовані на деяких класах задач набли-

жені методи (МСЕ і сіткові, варіаційні і проєкційні і т.д.), які задовільняють вимогам універсальності і точності одержуваних розв'язків. Однак ефективне використання наближених методів, розширення області їх використання залежить від рівня їх реалізації на сучасних ЕОМ, від наявності сервісних засобів, діалога спілкування користувача з програмною продукцією, тобто від рівня автоматизації обчислювального процесу.

В підрозділі 1.2 показано, що з розвитком наближених методів обчислення розв'язування задач математичної фізики нерозривно зв'язано розвиток програмних засобів їх реалізації на ЕОМ, який іде по шляху спрощення засобів спілкування людини з ЕОМ, наближення їх форм до природних, які звичні до людини. Поряд з розвитком і створенням нових мов високого рівня інтенсивно розвиваються проблемно-орієнтовані мови програмування, створюються пакети прикладних програм, які, базуючись на застосуванні ефективних обчислювальних алгоритмів, роблять доступними для використання широкими колами спеціалістів можливостей сучасних ЕОМ.

У другому розділі вписані основні співвідношення і постановки задач теорії пружності. Наведені необхідні відомості з теорії R -функцій та вказано шляхи побудови рівнянь меж областей, обмежених канонічними лініями, поверхнями або гіперповерхнями. Встановлені диференціальні властивості лірих частин рівнянь меж областей, а також наведені достатньо повні системи R -функцій, за допомогою яких будуються такі рівняння. Ліві частини таких рівнянь використовуються для побудови пучків функцій, названих структурами розв'язування задач, які приймають на межі області задані значення (в тому числі диференціального типу) незалежно від вибору деяких довільних функцій.

В роботі одержано формули згортки спеціального виду, які дозволяють будувати структурні формули в використанні різницевих опе-

раторів. Зв'язок між запропонованими різницевиими $(Q_h^{(ij)}, Q_\tau^{(ij)})$ операторами і запровадженими раніше диференціальними (D_i, T_i) встановлюється формулами

$$(Q_h^{(ij)} - I)f(x) = f(x + h^{ij}) - f(x) = -\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} D_i f(x) + O(\omega^2),$$

$$(Q_\tau^{(ij)} - I)f(x) = f(x + \tau^{ij}) - f(x) = \omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} T_i f(x) + O(\omega^2),$$

де

$$h^{ij} = (h_1^{ij}, h_2^{ij}), \quad \tau^{ij} = (-h_2^{ij}, h_1^{ij}),$$

$$h_k^{ij} = \omega(\gamma_{k(-)}^{ij}) - \omega(\gamma_{k(+)}^{ij}) = \omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_k} + O(\omega^2),$$

$$\gamma_{1(\pm)}^{ij} = (x_1 \pm \frac{1}{2} \theta_{ij}(x), x_2), \quad \gamma_{2(\pm)}^{ij} = (x_1, x_2 \pm \theta_{ij}(x)),$$

$$\theta_{ij} = \omega(\beta_{-}^{ij}) - \omega(\beta_{+}^{ij}) = \omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + O(\omega^2),$$

$$\beta_{\pm}^{i1} = (x_1 \pm \frac{1}{2} d_i(x), x_2), \quad \beta_{\pm}^{i2} = (x_1, x_2 \pm \frac{1}{2} d_i(x)),$$

$$d_i = \omega(\alpha_{-}^i) - \omega(\alpha_{+}^i) = \omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} + O(\omega^2),$$

$$\alpha_{\pm}^1 = (x_1 \pm \frac{1}{2} \omega(x), x_2), \quad \alpha_{\pm}^2 = (x_1, x_2 \pm \frac{1}{2} \omega(x)),$$

$$D_i = \frac{\partial \omega}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial \omega}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_2}, \quad T_i = -\frac{\partial \omega}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial \omega}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2}.$$

Тут $\omega(x)$ - ліва частина нормалізованого до першого порядку рівняння межі $\partial\Omega$ тіла Ω .

В роботі побудовано структури розв'язування основних типів задач теорії пружності з врахуванням анізотропії і неоднорідності ма-

теріалу. Структура розв'язування змішаної задачі для ортотропного неперервно-неоднорідного тіла Ω яка враховує умови

$$u_i = g_i(x) \quad (i = 1, 2), \quad x \in \partial\Omega_1,$$

$$\sigma_n = f_1(x), \quad \tau_n = f_2(x), \quad x \in \partial\Omega_2$$

одержано у вигляді

$$u_1 = \Phi_1^0 - \omega \frac{\omega_1}{\omega_1 + \omega_2} D_1 \Phi_1^0 + \frac{\omega}{\Delta} \left\{ [A_{66}(A_{11} + A_{12}) + b_4 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right)^2] \times \right. \\ \times \frac{\partial \omega}{\partial x_1} \frac{\partial \omega}{\partial x_2} T_1 \Phi_1^0 + A_{66} [A_{22} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right)^2 - A_{12} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1}\right)^2] T_1 \Phi_2^0 + [A_{66} + \\ \left. + b_2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right)^2] \frac{\partial \omega}{\partial x_1} f_1 - [A_{22} - b_2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1}\right)^2] \frac{\partial \omega}{\partial x_2} f_2 \right\} + O(\omega^2),$$

$$u_2 = \Phi_2^0 - \omega \frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} D_2 \Phi_2^0 - \frac{\omega}{\Delta} \left\{ [A_{66}(A_{22} + A_{12}) + b_4 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1}\right)^2] \times \right. \\ \times \frac{\partial \omega}{\partial x_1} \frac{\partial \omega}{\partial x_2} T_1 \Phi_2^0 + A_{66} [A_{11} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1}\right)^2 - A_{12} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right)^2] T_1 \Phi_1^0 - [A_{66} + \\ \left. + b_4 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1}\right)^2] \frac{\partial \omega}{\partial x_2} f_1 - [A_{11} - b_4 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right)^2] \frac{\partial \omega}{\partial x_1} f_2 \right\} + O(\omega^2),$$

$$\Delta = A_{66}(A_{12} + 2A_{66}) + A_{66} [b_4 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1}\right)^4 + b_2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right)^4] +$$

$$+ b_3 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1}\right)^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right)^2, \quad b_4 = A_{11} - A_{12} - 2A_{66},$$

$$b_2 = A_{22} - A_{12} - 2A_{66}, \quad b_3 = A_{11}A_{22} - A_{12}^2 - 4A_{66}(A_{12} + A_{66}),$$

$$b_4 = A_{11}A_{22} - A_{12}^2 - A_{66}(A_{11} + A_{22} + 2A_{12}),$$

$$A_{ij}(x) = A_{ji}(x), \quad (i, j = 1, 2), \quad A_{66} = A_{66}(x),$$

$$\Phi_i^0 = g_i + \omega_i \Phi_i \quad (i = 1, 2).$$

Тут $\partial\Omega_1, \partial\Omega_2$ - покриття межі $\partial\Omega$, $\omega_1(x)=0$ на $\partial\Omega_1$, $\omega_2(x)=0$ на $\partial\Omega_2$, Φ_1, Φ_2 - невизначені компоненти структури, незалежно від вибору яких краєві умови виконуються точно. Рівняння меж областей $\omega(x)=0$ та їх ділянок $\omega_1(x)=0, \omega_2(x)=0$ будуються за допомогою R - функцій.

В такій же формі записані структури розв'язування контактних задач для ортотропних тіл. Побудовано також структури розв'язування задач для циліндрично ортотропних тіл, вісь анізотропії яких співпадає з віссю симетрії. Ці ж структурні формули використовуються і у випадку трансверсальної ізотропії як прямолінійної, так і криволінійної. Окремо виписані структури розв'язування основних задач теорії пружності для ізотропних тіл, які є наслідком структурних формул для анізотропних тіл.

Для дослідження напружено-деформівного стану кусково-однорідних ізотропних тіл побудовано структурні формули, які точно задовільняють як умовам спряження пружних середовищ, так і умовам на зовнішній поверхні. Виписані структури розв'язування задач теорії пружності, які враховують наявність внутрі або на поверхні тіла зосереджених сил. При побудові структур використані ті ж розв'язки для канонічних областей (нескінчених чи напівскінчених) з аналітичними і геометричними компонентами, які близькі до досліджуваних.

В третьому розділі дано опис системи програмування ПОЛЕ-ЗВ, створеної для розв'язування задач механіки деформівного тіла.

Як показала практика, найкращою формою організації програмного забезпечення краєвих задач є програмування системи, які повністю вивільняють дослідника від необхідності складання програм на алгоритмічних мовах і дозволяють формулювати завдання системі в близьких до математичних термінах. Простота алгоритмів, побудованих на сумісному застосуванні R - функцій і прямих методів, їх універсальність визначили стандартні схеми обчислень для широкого

класу задач механіки деформівного тіла і відкрили шлях до створення на їх основні системи програмування серії ПОЛЕ. Системи серії ПОЛЕ призначені для автоматизованого створення програм розв'язування крайових задач математичної фізики.

В цьому ж розділі викладена методика розв'язування задач теорії пружності в умовах експлуатації системи ПОЛЕ. Починаючи розв'язування поставленої задачі в умовах експлуатації системи ПОЛЕ доводиться розглядати наступне:

- а) побудову рівнянь меж областей і їх ділянок в однотипними граничними умовами;
- б) вибір структури розв'язування задачі;
- в) вибір засобу формування коефіцієнтів системи лінійних рівнянь;
- г) вибір методу інтегрування при обчисленні коефіцієнтів системи;
- д) вибір методу розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- є) задання бажаної форми видачі результатів (які інтегральні, диференціальні або інші характеристики необхідно одержати і як оформити результати).

Досвід експлуатації системи ПОЛЕ показав, що наявність базового варіанту вихідної інформації (для розв'язування задач певного класу) дає змогу переходити до розв'язування нового класу задач, який відрізняється від базового, наприклад, типом крайових умов, формою області, наявністю нелінійності і т.д.

В четвертому розділі розглянуто статичні задачі теорії пружності. В підрозділі 4.1. розглядаються задачі для неоднорідного прямого колового циліндра радіуса a , висоти $2b$, який знаходиться під дією симетричних рівномірно розподілених навантажень.

Неоднорідність матеріалів розглядуваних тіл ($b/a = 1$) апроксимується неперервною зміною модуля пружності E і коефіцієнта Пуассона ν у вигляді залежностей

$$E = \frac{2}{k+1} E_0 (1 + (k-1)f(z)), \quad \nu = \nu_0, \quad (1)$$

$$E = \frac{2}{k+1} E_0 (1 + (k-1)f(z)), \quad \nu = \nu_0, \quad (2)$$

$$E = E_0, \quad \nu = \frac{2}{k+1} \nu_0 (1 + (k-1)f(z)), \quad (3)$$

$$E = E_0, \quad \nu = \frac{2}{k+1} \nu_0 (1 + (k-1)f(z)). \quad (4)$$

При $K = 1$ маємо однорідний матеріал. Якщо в залежностях (1), (2) $K > 1$ ($K < 1$) жорсткість тіла збільшується (зменшується) в радіальному або осьовому напрямку. При $K > 1$ ($K < 1$) в залежностях (3), (4) коефіцієнт Пуассона (ν, z) - зростаюча (спадуюча) функція координат, причому K повинно бути таким, щоб виконувалась умова

$$0 < \frac{2}{k+1} \nu_0 (1 + (k-1)f(z, z)) < 0,5.$$

В якості функцій $f(r)$ і $f(z)$ вибирались функції r і z відповідно:

У випадку суцільного циліндра, навантаженого по торцях рівномірно розподіленими нормальними зусиллями, найбільш значний вплив на характеристики напружено-деформівного стану виявляє зміна жорсткості вздовж радіуса (неоднорідність виражена залежністю (1)). Якщо жорсткість тіла збільшується вздовж радіуса циліндра, то осові напруження значно зменшуються в центральній частині тіла і збільшуються до країв центрального перетину. Якщо ж жорсткість тіла змінюється в осьовому напрямку (залежність (2)), картина розподілу напружень мало відрізняється від їх розподілу в однорідному циліндрі. Зростання жорсткості по висоті спричиняє кількісну зміну радіальних та осьових переміщень. Характеристики напружено-деформівного стану в циліндрі майже не змінюються при врахуванні змінності коефіцієнта Пуассона (залежності (3), (4)).

У випадку однорідного циліндра ($K = 1$) одержані результати практично співпадають з точним розв'язком.

Досліджувався розподіл напружень поблизу вільних від навантаження еліпсоїдальних порожнин, а також поблизу жорстких включень у вигляді еліпсоїда обертання в неперервно-неоднорідному циліндрі, навантаженому стискаючими номальними зусиллями, які рівномірно розподілені по торцях. Неперервна неоднорідність задавалась залежностями (1) - (4). Варіювались розміри піввісей еліпсоїда і значення параметра K . Дослідження показали, що у випадку вільної порожнини максимальних значень напруження σ_{θ} досягають в точках перетину поверхні порожнини з площиною центрального перетину циліндра, причому концентрація напружень тим більша, чим більша кривина поверхні порожнини у цих точках. При варіації параметра K в залежностях (1) - (4) виявилось, що найбільших значень напруження σ_{θ} досягають у випадках, коли $K < 1$ при врахуванні неоднорідності (1). Показано, що коефіцієнт концентрації зменшується при збільшенні жорсткості в радіальному напрямку. У випадку однорідного циліндра результати знаходяться у відповідності з результатами для нескінченних тіл з порожнинами.

При наявності жорсткого включення задача розв'язувалась як мішана (на поверхні порожнини, яка знаходиться в жорсткому контакті із включенням, переміщення дорівнюють нулю). Максимальним в околі поверхні порожнини є нормальні напруження σ_n , причому найбільших значень вони досягають в точках перетину порожнини з площиною меридіанного перетину. Як і у випадку вільних порожнин, концентрація тим більша, чим більша кривина порожнини у вказаних точках. Найбільших значень напруження σ_n досягають при неоднорідності (1), коли $K < 1$. При осьовій неоднорідності (2) переважуючі напруження σ_z практично не змінюються. Осьові переміщення u_z поблизу торців значно збільшуються при $K > 1$ (при $K = 10$ майже в 3

рази).

Для оцінки точності результатів дослідження проводились при різному числі координатних функцій (28, 36, 45). Мали достатньо добру узгодженість результатів при 36 і 45 координатних функціях. Відмінність значень за переміщеннями складало 0,3% - 2%. Точність розв'язувань контролювалась також умовами статичної рівноваги окремих частин тіла.

В розділі 4.2 розглянуто задачі для циліндра (радіуса a , висоти $2b$), який навантажено зосередженими силами. Розглянуто два випадки: а) циліндр ($b/a = 1$) стискується по торцях зосередженими силами, що діють вдовж осі циліндра; б) верхній торець циліндра (суцільного і з шаровою порожниною) навантажено нормальною зосередженою силою, яка діє вдовж осі, нижній - врівноважувачим її нормальним рівномірно розподіленим зусиллям. При побудові розв'язків цих задач використовується точний розв'язок задачі про дію зосередженої сили на півпростір. Контроль точності результатів проводився на основі аналізу сумарних напружень в перетинах тіла.

Вплив пружних властивостей на концентрацію напружень досліджувався в підрозділі 4.3 на задачі про ортотропне пружне прямокутне тіло з центральним еліптичним отвором. Розглядався також випадок, коли отвір заповнено жорстким ядром. По верхній та нижній основах на прямокутник ($b/a = 1$) діють рівномірно розподілені навантаження. Варіювалися значення пружних параметрів і розміри піввісей еліпса. Дослідження показали, що у випадку вільного отвору колові напруження досягають максимальних значень в точках перетину контура отвору з віссю, яка перпендикулярна напрямку дії сил, причому концентрація напружень тим більша, чим більша кривина контура у вказаних точках. При варіюванні пружних параметрів виявилось, що найбільших значень колові напруження досягають у випадках, коли жорсткість тіла в напрямку дії сили є найбільшою.

При наявності жорсткого ядра задача розв'язувалась як змішана з нульовим переміщенням на отворі. Максимальними на отворі є нормальні напруження σ_n , причому найбільших значень вони досягають в точках перетину контура з віссю, паралельній напрямку дії сили. Як і для випадку вільних порожнин, концентрація тим більша, чим більша кривина контура у вказаних точках.

Для оцінки одержуваних результатів дослідження проводились при рівному числі координатних функцій (36 і 45). Одержували достатньо добру узгодженість результатів між собою (відмінність значень за переміщенням не перевищувала 0,3%). Точність розв'язувань контролювалась також умовами статичної рівноваги окремих частин тіла.

В підрозділі 4.4 досліджувався вплив виду навантаження і пружних властивостей матеріалу на напружено-деформований стан криволінійно-ортотропних полів циліндрів (радіусів a, b , висоти h $a/b = 0,5$, $2h/b = 2$). Розглядалися такі різновиди навантажень циліндрів розподіленими силами: 1) по симетричній частині внутрішньої поверхні; 2) по частині зовнішньої бокової поверхні; 3) по кільцю торців. Зарішувалися значення пружних параметрів, які відповідали ортогонально-армованому склопластику при різній орієнтації поверхонь пружної симетрії. Розглядалися також трансверсально-ізотропне і ізотропне тіла.

Аналіз показав, що в циліндрах під внутрішнім тиском з ростом жорсткості вадова осі OZ зростають максимальні значення напружень σ_x , а в деяких випадках анізотропії змінюється знак цих напружень. Аналогічно ведуть себе коллові напруження. Для окремих варіантів анізотропії коллові напруження досягають максимальних значень не на поверхні, а всередині тіла.

В циліндрах з торцевим навантаженням максимальні значення коллових напружень можуть приймати як на поверхні, так і всередині тіла. Осеві напруження у всіх випадках анізотропії не перевищують

зовнішнього навантаження p , значення радіальних напружень коливаються в межах $(-0,6p \quad 0,6p)$. У всіх випадках деформування розподіл напружень в ізотропних тілах співпадають з відомими результатами.

Вплив форми тіла на його напружено-деформівний стан досліджувався на задачах про полі циліндри, які обертаються. В підрозділі 4.5 розглядалися циліндри з площинними торцями і з поясковою криволінійною виточкою по торцю при вільній і жорсткій посадці на вал.

Чисельний експеримент показав, що якісний характер розподілу напружень σ_r і σ_θ в циліндрах з вільною без виточок межею такий же, як і в ізотропному тілі, і, також, як і в ізотропному тілі, ці напруження майже не залежать від ν . Переважаючими є колові напруження. В більшості випадків анізотропія, як і для ізотропного тіла, значення осевих напружень на порядок нижче від значень колових і радіальних. Виключення складають випадок збільшення жорсткості в осьовому напрямку, коли $\sigma_{z \max} \sim \sigma_r \max$.

Наявність виточок в циліндричному тілі значно перерозподіляє напруження в ньому. Появляється концентрація напружень, знижується рівень колових і збільшуються значення осевих напружень.

Контроль точності одержуваних результатів проводився по інтегральним характеристикам, які виражали умови статичної рівноваги окремих частин циліндра в різних перетинах.

В підрозділі 4.6 розглянуто вплив бокових еліптичних врізів в пружному ізотропному прямокутнику, який стискається штампами, що діють на верхню та нижню основи, на характер розподілу контактних напружень. Аналіз напружень в області контакту показав, що заглиблення врізів призводить до їх перерозподілу в центральну частину, а при деяких співвідношеннях геометричних параметрів тіла на краях штампів з'являються додатні значення. Це вказує на вони можливого розшарування тіл, по яким вони попередньо знаходились в контакті. Після ряду уточнень знайдено істинну область контакту.

В другій задачі розглянуто конус скінченної висоти b , який притискується до гладенької недеформованої опори зосередженою силою, яка прикладена в його вершині і діє вдовж осі. Задача розв'язана з використанням точного розв'язку для нескінченного конуса з таким же навантаженням. Цим частинним розв'язком забезпечено задовільнення умов на кінчній поверхні, а умови контакту площинної основи конуса з недеформівною опорою задовільнені методом R-функцій. В результаті проведених розрахунків і аналізу напружено-деформівного стану конуса з заданою висотою встановлено такий радіус a основи, при якому ($a/b = 0,42$) на краях площадки контакту нормальні напруження будуть нульові.

В третій задачі розглянуто трансверсально-ізотропний циліндр (радіуса a , висотою b) з центральною еліпсоїдальною порожниною (піввісі a_0, b_0), який стискується по торцям штампами. Досліджувався при незмінному радіусу вплив висоти циліндра ($b = 1,5a; 1a; 0,8a$), розмірів порожнини ($a_0 = 0,3a; b_0 = 0,5a; a_0 = b_0 = 0,4a; a_0 = 0,5a; b_0 = 0,3a$) та виду матеріалу, з якого його виготовлено (1 - цинк, 2 - кадмій, 3 - сталь, 4 - лід, 5 - склопластик) на величину контактних напружень. На основі обчислень встановлено (при $b < a$) появу колової зони відриу тіла від штамп; радіус цієї зони залежить від матеріалу циліндра. На рис.1 (для $a_0 = b_0 = 0,4a; b = 0,8a$) наведено графіки розподілу контактних напружень для матеріалів, які розглядаються. Про вплив розмірів еліпсоїдальної порожнини і виду матеріалу на величину радіуса (r_0) колової площадки відриу можна судити по даним таблиці.

Матеріал	I_0/a		
	$a_0 = 0,3a; b_0 = 0,5a$	$a_0 = b_0 = 0,4a$	$a_0 = 0,5a; b_0 = 0,3a$
Цинк	-	-	-
Кадмій	-	0,04	0,08
Сталь	0,06	0,09	0,12
Лід	0,08	0,11	0,14
Склопластик	0,12	0,19	0,26

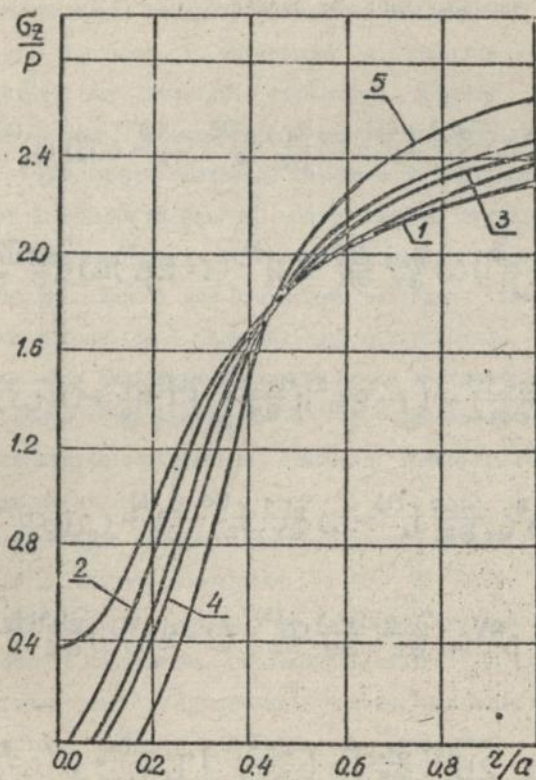


рис. 1

В п'ятому розділі узагальнюється запропонований і апробований в попередніх розділах метод для побудови наближених розв'язків нестационарних динамічних задач теорії пружності для осесиметричних тіл. В першому підрозділі приводяться постановка динамічних задач та алгоритм введення їх різницеvim методом до квазістатичних. Шляхом дискретизації по часу поставленої початково-краєвої задачі по різницеvій схемі на k-тому часовому шарі одержано крайову задачу, яка описується системою рівнянь еліптичного типу з відповідними крайовими умовами. Структура розв'язування першої основної задачі на k-тому часовому шарі має вигляд

$$\begin{aligned}
 \mu_z^{(k)} = & \beta^2 \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} f_1^{(k)} - \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} f_2^{(k)} + \Phi_1^{(k)} - \omega D_1 \Phi_1^{(k)} + \\
 & + 2(1-\beta^2) \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} T_1 \Phi_1^{(k)} - (1-2\beta^2) \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\Phi_1^{(k)}}{z} + \\
 & + \omega \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 - (1-2\beta^2) \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 \right] T_1 \Phi_1^{(k)} + O(\omega^2), \\
 \mu_z^{(k)} = & \beta^2 \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} f_1^{(k)} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} f_2^{(k)} + \Phi_2^{(k)} - \omega D_1 \Phi_2^{(k)} - \\
 & - 2(1-\beta^2) \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} \Phi_2^{(k)} - (1-2\beta^2) \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\Phi_2^{(k)}}{z} + \\
 & + \omega \left[(1-2\beta^2) \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 \right] T_1 \Phi_1^{(k)} + O(\omega^2),
 \end{aligned}$$

де $\Phi_i^{(k)} = \sum_{j=1}^m c_{ij}^{(k)} T_j(z, z)$, ($i=1,2$); $c_{ij}^{(k)}$ - невизначені коефіцієнти структури, які обчислюються на k -тому часовому шарі; $T_j(z, z)$ - мн-гочлени Чебишова.

Ефективність алгоритмів, запропонованих для розв'язування нестационарних динамічних задач, досліджувалась на тестових прикладах. В якості тестової задачі в першому підрозділі розглядається задача про коливання диска, який знаходиться під дією миттєво прикладеного до його внутрішнього контура рівномірного тиску. Відхилення одержаного розв'язку від точного складало 3% при 10 координатних функціях і використанні квадратур Гаусса 12 порядку.

У другому, третьому і четвертому підрозділах розв'язуються конкретні задачі для циліндра скінченної довжини (радіуса a , піввисоти b), на основі розвинутого в четвертому розділі математичного апарату. Розглянуто коливання скінченного циліндра ($a/b=1$), навантаженого по торцям рівномірно розподіленим зусиллям, причому розглядалось навантаження як по всьому торцю, так і по його частині. Досліджувались задачі для суцільного циліндра, для циліндра з еліпсоїдальною порожниною і для циліндра з порожниною, заповненою жорстким ядром. Для визначення величини кроку дискретизації по часу τ і числа координатних функцій m , які забезпечують одержання чисельних результатів з достатнім ступенем точності, проводились чисельні експерименти.

В результаті було прийнято: для суцільного циліндра $m=21$, $\tau=0,01$; для циліндра з порожниною - $m=36$, $\tau=0,01$.

Аналіз результатів показав, що у випадку суцільного циліндра максимальні осові напруження перевищують статичні у 2,8 рази. В окремі інтервали часу в центральній частині циліндра з'являються розтягуючі осові напруження. Найбільші розтягуючі напруження спостерігаються в центрі симетрії циліндра. При частинному навантаженні торця розтягуючі осові напруження з'являються в центральному

перетині циліндра по мірі віддалення від центру симетрії. При дослідженні циліндра з порожниною розрахунки проводились для випадку порожнини в формі еліпсоїда обертання з піввісьями: $a_0 = 0,3a$; $b_0 = 0,5a$; $a_0 = b_0 = 0,4a$; $a_0 = 0,5a$; $b_0 = 0,3a$. Відмічено, що розмір порожнини не впливає на частоту коливань радіальних і осьових напружень. Вивчено розподіл динамічних напружень в характерних точках тіла (точках перетину поверхні циліндра та порожнини з віссю симетрії) обчислено коефіцієнт динамічності по радіальним і осьовим напруженням. Показано, що геометрія порожнини виявляє значний вплив на величину осьових напружень поблизу її околиці і практично не впливає на розподіл напружень поблизу поверхні циліндра. Порівняння з випадком суцільного циліндра показує, що в початковий момент часу наявність порожнини виявляє істотний вплив не тільки на величину осьових напружень, але і на характер їх розподілу вздовж радіуса. В наступні моменти часу залежність від радіуса однакова в обох випадках, але наявність порожнини призводить до значного збільшення абсолютної величини осьових напружень. Показано що при наявності жорсткого включення його геометрія значно впливає на частоту коливань і на амплітуду коливань радіальних і осьових напружень. Досліджено розподіл нормальних напружень по межі контакту включення і основного тіла. Найбільші по абсолютній величині значення нормальних напруження досягають в точці перетину поверхні включення з віссю циліндра. Відмічено, що за плином часу змінюється не лише кількісна картина розподілу нормальних напружень, але і якісна, а в окремі моменти часу поблизу центрального перетину з'являються розтягуючі напруження.

В підрозділі 5.5 розв'язана динамічна задача про контакт без тертя штампів з гладенькими основами та ружного циліндра (суцільного чи з порожниною). Структура розв'язування цієї задачі має виг-

ляд -

$$u_r^{(k)} = \Phi_1^{(k)} - \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial \omega_z}{\partial r} (D_1^2 \Phi_1^{(k)} + (1-2\beta^2) T_1^2 \Phi_{20}^{(k)}) + \\ + \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial \omega_z}{\partial z} (T_1 \Phi_1^{(k)} + D_1 \Phi_{20}^{(k)} + (1-2\beta^2) T_1^2 \Phi_1^{(k)} - D_1^2 \Phi_{20}^{(k)}) - \\ - \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial \omega_z}{\partial z} (D_1 \Phi_1^{(k)} + T_1 \Phi_{20}^{(k)}) - (1-2\beta^2) \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\Phi_1^{(k)}}{r} + O(\omega^2),$$

$$u_z^{(k)} = \Phi_{20}^{(k)} - \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial \omega_z}{\partial r} (D_1 \Phi_{20}^{(k)} + T_1 \Phi_1^{(k)}) + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial \omega_z}{\partial z} (D_1 \Phi_1^{(k)} - \\ - T_1 \Phi_{20}^{(k)} - D_1^2 \Phi_1^{(k)} - (1-2\beta^2) T_1^2 \Phi_{20}^{(k)}) + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial \omega_z}{\partial z} ((1-2\beta^2) T_1^2 \Phi_1^{(k)} - \\ - D_1^2 \Phi_{20}^{(k)}) - (1-2\beta^2) \Phi_1^{(k)} \frac{\omega}{r} \frac{\partial \omega}{\partial z} + O(\omega^2),$$

$$\Phi_{20}^{(k)} = -\frac{\nu}{\beta} h_0^{(k)} + \omega_1 \Phi_2^{(k)}.$$

Переміщення на k -тому часовому шлірі визначаються формулою

$$h_0^{(k)} = (P_1(k\tau) - 2\mathcal{I} \int_0^1 \sigma_{z0}^{(k)} \tau d\tau + \frac{m_0}{T^2} (2h_0^{(k-1)} - h_0^{(k-2)})) / (\frac{m_0}{T^2} + \\ + 2\mathcal{I} \int_0^1 \sigma_{zn} \tau d\tau), \quad \sigma_z^{(k)} = h_0^{(k)} \sigma_{zn} + \sigma_{z0}^{(k)},$$

де $P_1(k\tau) = P(k\tau) / (\alpha^2 \sigma_0)$; α - радіус штамп; $P(t)$ - притискуюча штамп сила; σ_0 - постійна, яка має розмірність напруження.

В результаті проведених розрахунків встановлено: а) вплив параметру $m_0 = \mathcal{I} H \rho / (\alpha \rho_0)$ (H - висота штамп, ρ , ρ_0 - щільність матеріалу штамп та циліндра відповідно) на переміщення штамп; б) вплив порожнини в циліндрі та її форми на розподіл тиску

під штампом. Дослідження показали, що на початку характер розподілу осьових переміщень такий же, що і в контактній задачі для півпростору, розглянутої В.М.Сеймовим. Коливання штаму зображено на рис.2. Показано, що тиск під штампом по мірі розвитку коливального процесу істотно залежить від відстані точки до осі циліндра.

Обчислення показали, що наявність порожнини виявляє незначні зміни амплітуди коливань переміщень штаму порівняно з випадком суцільного циліндра, виявляючи в той же час істотний вплив на розподіл контактних напружень (рис.3). На рис.3: 1 - суцільний циліндр; 2 - циліндр зі сферичною порожниною радіуса $0,4a$; 3 - циліндр з еліпсоїдальною порожниною $a_0 = 0,3a$; $b_0 = 0,5a$.

В шостому розділі з використанням алгоритмів розв'язування задач неоднорідної теорії пружності будуються розв'язки пружно-пластичних задач. Записані вищезазначені співвідношення теорії малих пружнопластичних деформацій і постановка пружнопластичної задачі. Дано опис алгоритма розв'язування пружнопластичної задачі на основі суцільного застосування методу змінних параметрів пружності, варіаційного підходу і R -функцій. Приводяться розв'язки тестової задачі для труби, яка знаходиться під дією внутрішнього тиску, а також розв'язки задач для полів тіл обертання скінченної довжини в формі прямого колового циліндра, колового циліндра з тороїдальною боковою виточкою і колового зрізаного конуса.

Розподіл колових напружень σ_θ/σ_T в пластичних і пружних зонах в коловому циліндрі з тороїдальною виточкою при різних рівнях рівномірно розподіленого по внутрішній поверхні навантаження зображено на рис.4, рис.4а) приведено для навантаження ($P = -0,4\sigma_T$), яке не перевищує межі пружного опору. Максимальних значень колові напруження досягають в серединній площині.

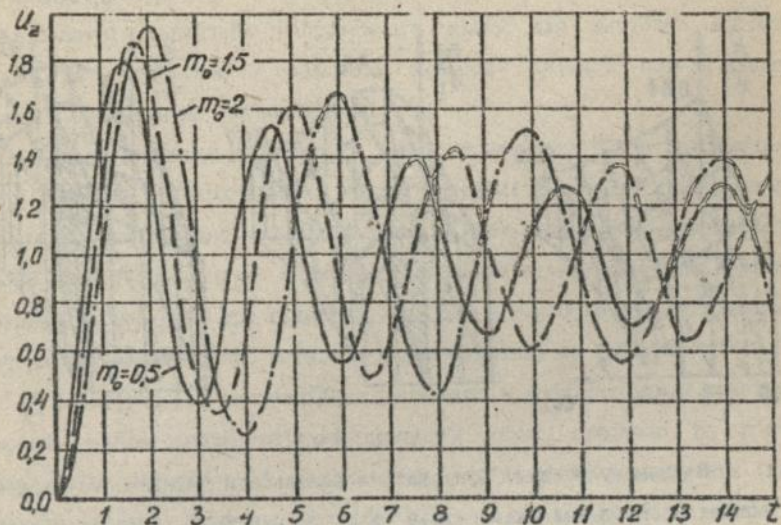


рис. 2.

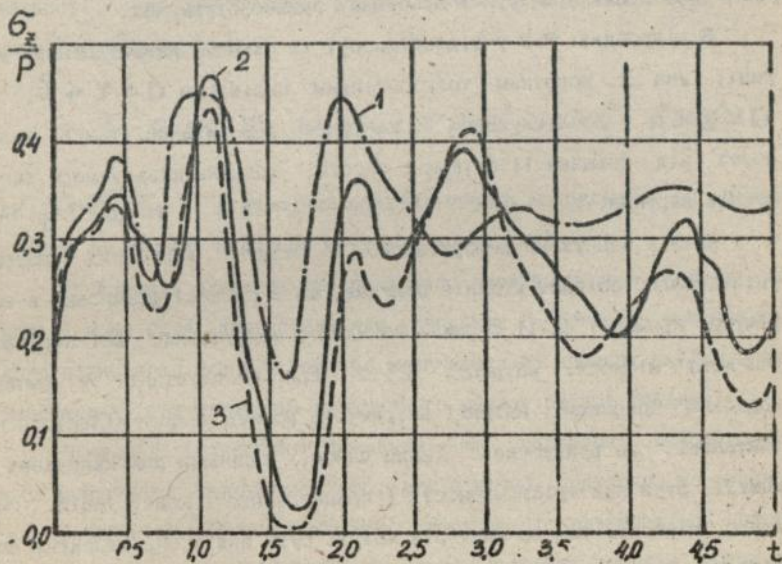


рис. 3.

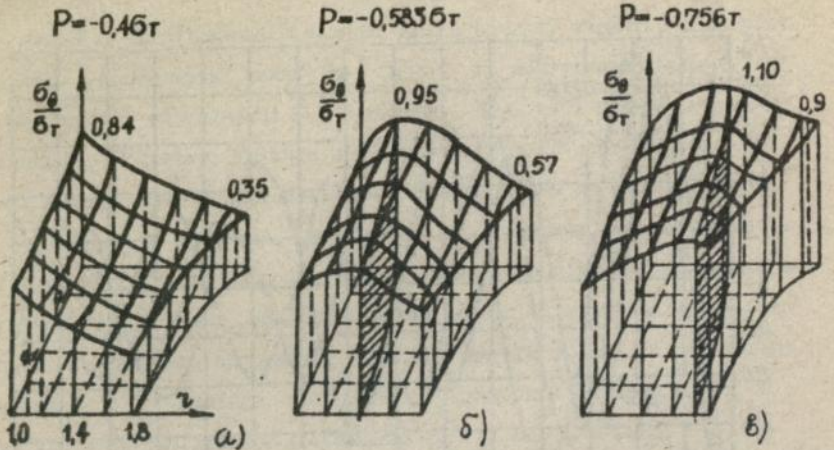


рис. 4

В цьому розділі приводяться результати практичного застосування розроблених алгоритмів для оцінки працездатності вирубних матриць універсально-збірних штампів, а також для вибору раціонального розміщення арматури в армованих пуансонотримачах.

В підрозділі 7.2 у відповідності із схемою навантаження матриці, яка є коротким товстостінним циліндром $a \leq z \leq b$, $0 \leq z \leq h$, досліджувався її напружено-деформівний стан в залежності від товщини її стінок і висоти, товщини штампуемого листа, аусиль вирубки.

Аналіз напружено-деформівного стану вирубних матриць універсально-збірних штампів показав, що в процесі штамповки в зоні різущої кромки і на її вершині виникають напруження, які перевищують межу міцності матриці. Проте, при експлуатації в умовах, подібних описаним, матриці витримують досить велику кількість навантажень, не руйнуючись. Таким чином, величини цих напружень не можуть бути критерієм міцності і працездатності конструкцій. Очевидно, в якості такого критерія можуть бути взяті еквівалентні напруження на різущій кромці, які обчислюють по одній із гіпотез

міцності. За умовами навантаження, з врахуванням використаного матеріалу і характеру напруженого стану для вирубних матриць найбільш придатною є гіпотеза міцності питомої потенціальної енергії формозміни Губера-Мієса.

По результатам розрахунків, які одержані на ЕОМ з використанням формули Губера-Мієса, були одержані значення еквівалентних напружень на різючих кромках матриць. Аналіз одержаних результатів показав, що оптимальні по міцності товщини стінок вирубних матриць будуть забезпечені при відношенні $a/b = 0,7 \div 0,75$ для зусиль вирубки 2,5 МН листового металу з межею міцності до 700 МПа.

Для зручності використання результатів досліджень при конструюванні універсально-збірних штампів було одержано по п'яти варіантів напружень і відповідних еквівалентних напружень для різних товщин стінок і висот матриць, а також товщин штампуемого металу. По методу найменших квадратів були одержані відповідні залежності. Так оптимальна відносна товщина стінок $S = a/b$ матриць визначається формулою

$$S = 7,013 (10 - 21,992p + 17,542p^2 - 5,998p^3 + 0,743p^4),$$

де $p = \sigma_s / \sigma_s$ - відношення еквівалентного напруження на різючій кромці до границі міцності штампуемого металу.

Ця формула одержана для практично застосовуваної висоти матриці і може бути використана для перевірки і уточнення рекомендованого відношення a/b при реально виникаючих на кромках еквівалентних напруженнях при штамповці конкретного металу певної товщини.

Проведені обчислення показали, що значення максимального еквівалентного напруження на різючій кромці практично не залежать від довжини периметра вирубуючого контура і визначаються опором різю і товщиною штампуемого матеріалу. В роботі одержані також за-

лежності еквівалентних напружень від товщини штампуемого матеріалу, залежність еквівалентних напружень від висоти матриці.

В підрозділі 7.3 розглянуто розрахунок армованих пуансонотримачів переналаджуваних штампів. Армований пуансонотримач представляє собою арізаний кокус, який розміщується в корпусі, має гніздо для розміщення пуансона і складається із пластмаси АСТ-Т та сталевих арматур. Конструктивна схема його зумовлена результатами ряду досліджень, які проводились над пластмасовими пуансонотримачами. Було встановлено, що найбільш ефективним засобом зменшення усадки пуансонотримача є армування пластмасових елементів дрютяним каркасом. При цьому їх несуча здатність практично не змінюється, тобто армовані і неармовані пуансонотримачі руйнуються при однакових навантаженнях. Ця обставина спричинила необхідність дослідження напружено-деформівного стану армованого пуансонотримача з метою одержання картини розподілу напружень всередині області та визначення схеми найбільш раціонального розміщення арматури. Як показали результати розрахунків на ЕОМ, характерною особливістю розподілу напружень в меридіанному перетині осесиметричного пуансонотримача є те, що найбільші значення напруження досягають на верхній та нижній поверхнях. Така картина розподілу однозначно показала зони цілеспрямованого розподілу арматури - верхня і нижня поверхні пуансонотримача (Рис.5).

При проведенні чисельних розрахунків точність результатів контролювалась виконанням умов статичної рівноваги окремих частин виробу матриці і пуансонотримача, а також проведенні обчислень при різному числі координатних функцій. На основі цього контролю зроблено висновок, що результати одержані є достатньою для практики точністю.

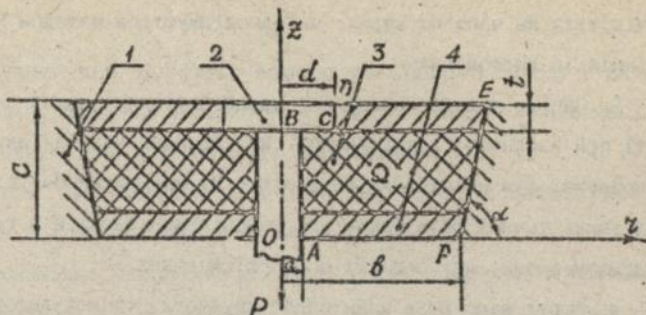


Рис. 5.

На рис.5 позначено: 1 - металевий корпус, 2 - пуансон, 3 - пластмаса АСТ-Т, 4 - сталева арматура.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. Дістав подальший розвиток метод R-функцій. Запропоновано формули згортки, які дозволили конструювати структури розв'язування задач математики і фізики з то ним задовільненням головних та природних краєвих умов і які містять необхідну довільність для задовільнення диференціальним рівнянням внутрі області. Побудовані структури розв'язування основних задач теорії пружності, які враховують геометричні та механічні параметри тіл, характер їх навантаження (в тому числі дію зосереджених сил) та закріплення. Розроблено ефективні методи чисельно-аналітичного розв'язування задач для однорідних анізотропних, кусково-однорідних і неперервно-неоднорідних ізотропних тіл, основу побудови яких складають R-функції і варіаційний підхід.

2. Побудовано на базі теорії R-функцій розв'язки задач дослідження процесу нестационарного динамічного деформування пружних тіл скінченних розмірів. Різницевим методом нестационарна динамічна задача зводиться до розгляду послідовності рівноважних

станів тіла на часових шарах, які досліджуються методом R-функції у варіаційній постановці.

3. Запропоновані алгоритми розв'язування задач теорії пружності при наявності зосереджених сил, прикладених як внутрі, так і на поверхні тіл скінченних розмірів. Ці алгоритми базуються на використанні точних розв'язків для канонічних областей з геометричними компонентами, які близькі до досліджуваних.

4. Побудовано розв'язки задач пружнопластичної деформації тіл скінченних розмірів. Методом пружних розв'язувань пружнопластична задача зводиться до послідовності задач теорії пружності неоднорідного тіла, для дослідження яких використовуються R-функції і варіаційний підхід.

5. Розроблено, створено і досліджено комплекс прикладних програм - систему ПОЛЕ-ЗВ, яка призначена для розв'язування статичних та динамічних задач теорії пружності, а також задач теорії малих пружнопластичних деформацій. Ефективність пакета забезпечується можливостями варіації наборами функціональних модулів для чисельної реалізації етапів розрахункового алгоритма, що дозволяє змінювати типи крайових умов та геометрію області. Сервісне забезпечення включає видачу розрахункових характеристик, інформаційну та діалогову підтримку.

6. Чисельно одержано розв'язки широкого класу плоских та осесиметричних задач теорії пружності, які дозволили дослідити вплив геометричних форм тіл, неоднорідності і анізотропії матеріалу на характеристики напруженого стану. На основі аналізу чисельних розрахунків встановлено:

- зростання коефіцієнта концентрації напружень як при збільшенні кривини поверхні порожнини в осьовому перетині, так і при зменшенні жорсткості в радіальному напрямку в навантаженому по торцях неоднорідному циліндрі;

- рівень концентрації напружень навколо еліптичного отвору в залежності від співвідношення жорсткості за відповідними напрямками в симетрично стиснутому ортотропному прямокутнику;
- ефективність використання розв'язку Буссінеска в задачі про дію зосереджених сил на циліндр скінченної довжини;
- аріст нормальних напружень в криволінійно-ортотропних циліндрах скінченної довжини в тих напрямках, в яких жорсткість є переважаючою, а також переважання колових напружень в більшості розглянутих варіантів значень пружних сталей;
- відповідність якісного характеру розподілення напружень в ізотропних і анізотропних циліндрах які обертаються, а також ступінь впливу пружних властивостей матеріалу на рівень максимальних напружень;
- відповідність сформульованих висновків з результатами для нескінченних тіл. В припущенні відсутності тертя розв'язана задача взаємодії (з можливим порушенням суцільності контакту) плоских штампів і торців пружного анізотропного циліндра, послабленого еліптичною порожниною. Встановлено вплив розмірів послабляючої циліндр порожнини і його пружних параметрів на величину радіуса колової зони відриву.

7. Досліджено розподіл динамічних напружень і переміщень в суцільних циліндрах з еліптичними порожнинами та жорстким включенням, які навантажені по торцях розподіленими силами чи штампами. Встановлено залежність коефіцієнта динамічності від характеру навантаження (штампами чи розподіленими силами), а також від наявності порожнини чи жорстких включень в циліндрі. Аналіз одержаних результатів дозволив встановити:

- перевищення максимальних осьових напружень в 2,8 раза статичних, а також появу в деякі інтервали часу зони розтягуючих нормальних напружень в формі еліпсоїда обертання в суцільному циліндрі;
- зміну знака осьових напружень в центральному перетині циліндра з

еліпсоїдальною порожниною, причому радіус зони розтягуючих напружень та їх значення тим більші, чим більша кривина поверхні порожнини в осьовому перетині; наявність розтягуючих (як і у випадку статичного навантаження) радіальних напружень з коефіцієнтом динамічності $\approx 3,5$ в точках перетину порожнини з віссю циліндра; значний вплив на частоту і амплітуду коливань переважаючих радіальних напружень при наявності жорсткого ядра в циліндрі; коефіцієнт динамічності за цими напруженнями лежить в межах від трьох (для сферичного включення) до п'яти (для сплюсненого еліпсоїда); найбільшими в точках перетину ядра з віссю циліндра є змінючі знак осьові напруження, які досягають іноколи величини прикладеного навантаження.

8. Здійснено аналіз пружнопластичного стану полів тіл обертання скінченної довжини з врахуванням стискаємості матеріалу при наявності лінійного зміцнення. По внутрішній поверхні тіла навантажені рівномірно розподіленими нормальними навантаженнями. Встановлено, що на пружнопластичній стадії деформування форма тіла виявляє більш суттєвий вплив на розподіл колових напружень, ніж на пружній стадії.

9. Одержано рекомендації до вибору конструктивних параметрів вирубних матриць втулочного типу в залежності від зусиль вирубки і товщини матеріалу, що штампується; запропоновано раціональне розміщення арматури в пластмасовому пуансонотримачі, яке забезпечує мінімальну усадку.

ПРАЦІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Синєкоп Н.С. Решение контактных задач теории упругости с помощью R - функций //Тр.Всесоюз.конф. "Конструкционная прочность лопаток и турбин ГТД", Куйбышев, окт.1976 г. - Куйбышев, 1976. - С.

107-108.

2. Синекон Н.С. Контактные задачи теории упругости для тел конечных размеров.-Харьков, 1977. - 23 с. - / Препринт /АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения, N 47/.
3. Синекон Н.С. Некоторые контактные задачи и их математическое обеспечение.-Автореф.дис.канд.техн.наук. Ин-т проблем машиностроения АН УССР, 1978, 22 с.
4. Рвачев В.Л., Синекон Н.С. Исследование структурным методом одного класса задач теории упругости с изменяющейся областью контакта //Материалы 4 Всесоюз.конф. "Численные методы решения задач теории упругости и пластичности", Ташкент,20-21ноября 1979 г. - Новосибирск, 1980 - ЧП - С. 133-141.
5. Рвачев В.Л., Манько Г.П., Синекон Н.С., Синекон Н.И. Расширения директивных и программных средств генератора программы ГЮЛЕ-3 для решения задач теории упругости.-Харьков, 1980 - 24 с. /Препринт /АН УССР. Ин-т пробл.машиностр.; N 162/.
6. Рвачев В.Л., Синекон Н.С., Зриванцева Л.С. Об одном подходе в методе R - функций к решению краевых задач с локальными возбуждениями поля// Актуальные проблемы ЭВМ и программирования.-Днепропетровск: Днепр.гос.ун-т, 1980. - С. 155-159.
7. Рвачев В.Л., Синекон Н.С. Формулы свертки в методе R - функций и их применение к построению структур решений краевых задач //Докл. АН СССР. - 1980.- 225, N1. - С. 80-83.
8. Синекон Н.С. О структуре решения контактной задачи для кусочно-однородного тела конечных размеров //Докл. АН УССР. - Сер.А.-1981. - N8. - С. 59-62.
9. Рвачев В.Л., Синекон Н.С. Структуры разностного типа решений осесимметричных задач для упругих тел конечных размеров// Прикл.математика и механика.-1981.-45, Вып.5.-С7 862-868.
10. Рвачев В.Л., Синекон Н.С. Решение структурным методом задач те-

ории упругости в условиях эксплуатации генератора программ ПОЛЕ-3//Материалы 5 Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике, Алма-Ата, май-июнь 1981г. - С. 301.

11. Синекоп Н.С. Метод R - функций в контактных задачах теории упругости для тел конечных размеров//Материалы Всесоюз. школы-конф. "Общая механика и теория упругости", Телави, сент-окт.1981 г. Тбилиси:Мецниереба, 1981. - С. 80-81.

12. Синекоп Н.С., Кравченко Л.К. Приближенное решение осесимметричной задачи для полого конечного цилиндра //Мат.методы анализа динамических систем. - 1981.-Вып.5.-С. 3-5.

13. Заряненко Е.И., Синекоп Н.С., Яковенко В.Г. Оценка работоспособности вырубных матриц универсальнооборных штампов//Вестник машиностроения. М.-N12.-1981.-С. 57-59.

14. Синекоп Н.С., Зриванцева Л.С. Равновесие упругого конечного цилиндра напряженного сосредоточенной силой//Гидроаэромеханика и теория упругости.-1982.-Вып.29.- С.122-127.

15. Синекоп Н.С., Синекоп Н.И. О структуре разностного типа решения задач теории упругости анизотропного тела// Мат. методы анализа динамических систем.-1982.-Вып.6.-С. 51-54.

16. Синекоп Н.С., Зриванцева Л.С. Осесимметричная деформация конечного цилиндра со сферической полостью нагруженного сосредоточенной силой//Мат. методы анализа динамических систем.-1982.-Вып.6.-С. 54-58.

17. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Синекоп Н.И. Методика исследования напряженно-деформированного состояния анизотропных упругих тел в условиях эксплуатации генератора программ ПОЛЕ//Вычислительные методы кибернетики.-Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1982. - С. 3-14.

18. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Зриванцева Л.С. Структуры решений некоторых задач теории упругости для правильного n - угольника, нагруженного сосредоточенными силами//Докл. АН УССР. - Сер.А.-

1982. - N 9. - С. 33-35.

19. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Кравченко Л.К. О применении метода R - функций в задачах теории малых упругопластических деформаций// Докл. АН УССР.-Сер.А.-1983.-N1. - С. 49-53.

20. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Синекоп Н.И. Исследование напряженно-деформированного состояния криволинейно-ортотропных полых цилиндров//Пробл.прочности.-1983.-N10. - С. 49-53.

21. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Синекоп Н.И. Плоская задача теории упругости для ортотропного тела конечных размеров//Прикл.мех.-1984.-20, N4.- С. 40-49.

22. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Кравченко Л.К. Исследование упруго-пластического напряженного состояния тел вращения конечной длины//Пробл.прочности.-1984.-N5. - С. 94-97.

23. Синекоп Н.С., Синекоп Н.И. Структуры решений осесимметричных задач теории упругости для ортотропных тел конечных размеров//Прикл.методы математики и кибернетики. - Киев: Ин-т кибернетики АН УССР. - 1983. - С. 3-12.

24. Рвачев В.Л., Васильева Л.В., Синекоп Н.С. Адаптивный программный комплекс генерации программ решения задач теории упругости//Прикл.методы кибернетики.-Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1984. - С. 3-14.

25. Синекоп Н.С. Алгоритм решения задач термоупругости методом R - функций//Мат.методы в проектировании.- Киев: Ин-т кибернетики АН УССР. - 1985. - М. С. 10-14.

26. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Кравченко Л.К. Осесимметричная задача теории упругости для неоднородного цилиндра//Прикл. механика.- 1986. - 22, N1. - С. 18-24.

27. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Кравченко Л.К. Приближенное решение осесимметричной задачи для полого составного цилиндра//Докл. АН УССР.-сер.А. - 1986. N9. - С. 37-42.

28. Синекоп Н.С. Решение контактных задач для ортотропных тел конечных размеров// Аннотация докладов Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. механике, Ташкент, 24-30 сент. 1986 г. - Ташкент, 1986. - С. 567.
29. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Синекоп Н.И. Расчет напряженно-деформированного состояния вращающихся криволинейно-ортотропных цилиндров//Пробл. прочности. -1987. -N7. - С.76-81.
30. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Кравченко Л.К. Расчет неоднородного цилиндра с жестким включением//Мат.методы и физ.- мех. поля. - 1987 - Вып.26. - С. 72-78.
31. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С., Синекоп Н.И., Кравченко Л.К. Исследование напряженно-деформированного состояния упругих тел в условиях эксплуатации программирующей системы ПОЛЕ-3 //Пробл. машиностроения. - 1987.-Вып.28. - С. 28-34.
32. Рвачев В.Л., Лобанова Л.С., Синекоп Н.С. Метод R - функций в динамических задачах теории упругости//Докл. АН УССР. - Сер.А. - 1988. - N5. - С. 35-38.
33. Дильберг Э.А., Синекоп Н.С., Застеда А.Н., Кравченко Л.К., Анаян В.А. Деформирование трубчатой заготовки с частично заземленными торцами//Обработка материалов давлением в машиностроении. - 1988. - Вып.24. - С. 22-26.
34. Синекоп Н.С., Пудовкина Л.Ф. Синтез текстов исходных модулей системой ПОЛЕ-3В-ЕС//Тез. докл. Всесоюз. семинара "Параллельное программирование и высокопроизводительные структуры"/Алушта, 26-30 сентября 1988/. - Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1988, С. 167-168.
35. Синекоп Н.С., Лучко С.Н. Об одном алгоритме реализации структурно-вариационного метода в задачах термоупругости//Математические методы, модели и системы обработки информации и принятия решений. -Харьков:ХАИ-1988. -С. 36-39.
36. Синекоп Н.С., Лучко С.Н., Гопко Л.М. Структура решения плоской

задачи для кусочно-однородного тела//Численные методы расчета лон-
костенных пространственных конструкций. Киев: УМК ВО, 1988. - С
138-142. .

37. Лобанова Л.С., Синекоп Н.С. Динамические контактные задачи для
цилиндров конечной длины//Тез. докл. выездного заседания по совре-
менным проблемам теории контактных взаимодействий.-Ереван, 1988. -
С. 90-92.

38. Рвачев В.Л., Синекоп Н.С. Математическое обеспечение краевых
задач математической физики, основанные на теории R - функций//Ма-
тематическая физика и нелинейная механика. - 9/43/ -1988. - С.
53-74.

39. Синекоп Н.С. Структура решения контактной задачи для ортотроп-
ного тела конечных размеров//ДАН УССР, сер.А, Киев: Наук.думка,
1989, №8, С.43-45.

40. Лобанова Л.С., Синекоп Н.С. Решение динамической контактной за-
дачи для цилиндра конечной длины//Тез. докл. 4 Всесоюзная конф. "Сме-
шанные задачи механики деформируемого твердого тела", Одесса, 1989.
-Одесса.-1989. -201 с.

41. Сироджа И.Б., Кожухов В.Д., Пудовкина Л.Ф., Синекоп Н.С. Прак-
тикум по решению краевых задач методом R - функций в условиях
эксплуатации системы ПОЛЕ-ЕС//Учебное пособие.- Харьков:ХАИ,
1989.-53 с.

42. Пудовкина Л.Ф., Синекоп Н.С. Структура и организация системы
ПОЛЕ-ЗВ-ЕС//Математическое и программное обеспечение системы обра-
ботки информации и принятия решений.-Харьков:ХАИ,1989, С.131-135.

43. Синекоп Н.С. Решение плоской контактной задачи теории упругости
при наличии износа//Математическое и электронное моделирование в
машиностроении. Киев: ИК АН УССР, 1989, С. 4-7.

44. Рвачев В.Л., Пудовкина Л.Ф., Синекоп Н.С. Проблемно-ориентиро-
ванная система ПОЛЕ-ЗВ-ЕС для решения задач теории упругости.

УСим, -Киев:Наук.думка, 1990. - N1. - С. 92-95.

45. Рвачев В.Л., Синекон Н.С. Метод R - функций в задачах теории упругости и пластичности. - Киев: Наук. думка, 1990., 212 с

46. Теория R - функций и актуальные проблемы прикладной математики /Стоян Ю.Г., Проценко В.С., Манько Г.П., Гончарук М.Ф., Курпа Л.В., Рвачев В.А., Синекон Н.С., Сироджа И.Б., Шевченко А.Н., Шейко Т.И., - Киев: Наук. думка, 1986. -246 с.

47. Рвачев В.Л., Синекон Н.С., Молотков И.П. Метод R - функций в контактных задачах термоупругости для тел конечных размеров //Докл. АН СССР. -1991.-321.-N4.- С.701-704.

48. Манько Г.П., Пудовкина Л.Ф., Синекон Н.С. Система ПОЛЕ-ЗВ-ЕС для решения плоских и осесимметричных задач теории упругости на ЭВМ серии ЕС//Пакеты прикладных программ: программное обеспечение математического моделирования.-М.:Наука.1992.-С.136-142.

49. Рвачев В.Л., Синекон М.С., Молотков И.П. Структура розв'язку контактної задачі термопружності для тіл скінченних розмірів//Доп. АН України. -1992. N6. - С. 59.- 62.

50. Молотков И.П., Синекон Н.С. Метод R - функций в контактных задачах термоупругости.-Харьков,1993.-62 с. /Препринт/АН Украины. Ин-т проблем машиностроения. -N370/.

51. Синекон М.С., Молотков И.П. Розв'язування контактних задач термопружності для тіл скінченних розмірів методом R-функцій//Тез. допов. "1 Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові", Львів, 18-20 травня 1993 р.-Львів.-С.76-77.

52. Вондар Ю.І., Синекон М.С. Наближений розв'язок задач теорії тріщин методом R - функцій//Доп. АН України. - 1994.-N4.- С. 46-48.

53. Лобанова Л.С., Синекон М.С. Осесимметрична динамічна контактна задача для тіла обертання скінченної довжини//Доп. АН України. - 1994. - N10.-С& 51-53.

54. Синекон М.С. Дослідження контактної задачі теорії пружності в

врахуванням абразивного аносу//Тез. допов. "2 Міжнародний симпозиум Українських інженерів-механіків у Львові", Львів, 4-6 травня 1995 р. - Львів. - С. 37-38.

Annotation

Sinecop N.S. Development of Methods of R-functions, using to solution new classes of the static and dynamic problems of the elasticity theory. Dissertation lay claim to learned degree of doctor technical by speciality, 05.02.07 - the Mechanician of deformable solid body, Institute of the mechanical engineering problems. Ukrainian NAS, Kharkov, 1996. Advocate Methods based on the theory R-functions for solution static, nonstationary dynamic problems of the elasticity theory nonhomogeneous isotropic and anisotropic solid bodies in presence of the concentrators. Developed algorithms and program security in the form of a systems series of "POLE" allowed to research influence geometric form of the body, character and intensity their loadings, mechanical properties on the tension-deformation state characteristic. Solved practical problems allowed to install the regularities of the interaction of the contacting bodies, to elaborate the recommendations of a choice constructive dimensions for the technical goods (cut feel matrix, arming puanson holders). Realised inculcation developed algorithms and the program meanses in to manufacture and learning process.

Аннотация

Синекоп Н.С. Развитие метода R-функций применительно к решению новых классов статических и динамических задач теории упругости. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.07.02 - Механика деформируемого твердого тела.

Институт проблем машиностроения НАН Украины Харьков, 1996 г.

Зашифровано основанные на теории R-функций методы решения статических и нестационарных динамических задач теории упругости неоднородных изотропных и анизотропных тел при наличии концентраторов. Разработанные алгоритмы и программное обеспечение в виде систем серии ПОЛЕ позволили исследовать влияние геометрических форм тел, характера и интенсивности их нагружения, механических свойств материала на характеристики напряженно-деформированного состояния. Решены практические задачи, позволившие установить закономерности взаимодействия контактирующих тел, выработать рекомендации по выбору конструктивных размеров технических изделий (вырубных матриц, армированных пуансонодержателей). Осуществлено внедрение разработанных алгоритмов и программных средств в производство и учебный процесс.

Ключові слова: R-функції, анізотропне тіло, контактна взаємодія, напружено-деформівний стан, система програмування ПОЛЕ, матриця, пуансон.

Підл. до друку 22.05.96. Формат 60x84 1/16. Папір газет.

Друк офс. Ум. друк. арк. 2,7. Обл.-вид. арк. 2,4.

Умов. фарб.-відб. 2,7. Тираж 100 прим. Зам. 509

ДІД ХДАТОХ. ЗІО001, Харків-51, вул. Клочківська, 333

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Faint, illegible text at the bottom of the page, possibly bleed-through from the reverse side.