

ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ім. І.І. МЕЧНІКОВА

На правах рукопису

БОГДАНОВ Владислав Ромуальдович

УДАРНА ВЗАЄМОДІЯ ТОНКОСТІННИХ ОБОЛОНОК
З ПРУЖНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

01.02.04-механіка деформівного
твердого тіла

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Одеса 1996

Дисертація є рукописом.

16 35.292

Робота виконана в Інституті механіки НАН України.

Науковий керівник: член-кореспондент НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
професор, В.Д. КУБЕНКО

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
професор, І.Ф. ШУМЛЯНСЬКИЙ
доктор фізико-математичних наук,
доцент, В.Г. ПОПОВ

Провідна організація: Інститут гідромеханіки НАН України.

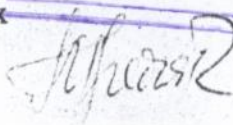
Захист відбудеться "27" вересня 1996р. о 14³⁰ годині на засіданні спеціалізованої ради К 05.01.05 при механіко-математичному факультеті Одеського університету ім. І.І. Мечнікова за адресою : м. Одеса, вул. Дворянська, 2, ОДУ, механіко-математичний факультет.

З дисертацією можна ознайомитися в науковій бібліотеці Одеського університету ім. І.І. Мечнікова.

Автореферат розіслано "01" серпня 1996р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор фізико-математичних
наук, професор

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

 А.І. ТРЕТЬЯК



ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню плоскої та вісесиметричної задачі удару пружних оболонок о поверхню пружного півпростору.

Актуальність теми. Задачі, що відносяться до проблеми нестационарної взаємодії деформуємих та абсолютно жорстких тіл з оточуючим середовищем, мають великий практичний та теоретичний інтерес. Прогрес та розвиток сучасної техніки приводить до необхідності вивчення нестационарних контактних процесів у різних конструкціях. Важливе значення такі процеси мають у суднобудуванні, авіації, ракетобудуванні. Вони виникають, як правило, при вибухах, ударах. Основними елементами більшості конструкцій є оболонки, пластини, стержні. Тому вивчення динамічних процесів саме у таких об'єктах має великий інтерес.

З ударними процесами доводиться зустрічатися при рішенні різноманітних задач. Труднощі розв'язування задач подібного роду містяться у необхідності сукупно інтегрувати системи рівнянь, які описують рух тіла і середовища, при завданні граничних умов на невідомих (рухомих) криволінійних поверхнях розділу. Причому, положення цих поверхонь визначається у процесі розв'язування. Отже точні розв'язки у цій галузі механіки суцільного середовища є лише в основному для ідеалізованих абсолютно жорстких об'єктів.

Проблема проникання пружних оболонкових конструкцій у пружне середовище, коли границя області контакту відстає від фронту виникаючих при ударі хвиль, є мало дослідженою.

Різні питання, що пов'язані з нестационарною взаємодією тіл та конструкцій із суцільним середовищем, подані у трудах В.М. Александрова, Л.М. Бреховських, А.С. Вольмира, Ш.У. Галієва, Л.А. Галина, В. Голдсмита, А.Г. Горшкова, Э.И. Григолюка, В.Т. Гринченко, А.Н. Гузя, Р.М. Дейвиса, К. Джонсона, Б.Т. Дидука, Дж.А. Зукаса, Н.А. Кильчевского, Ю.В. Колесникова, А.В. Колодяжного, В.Д. Кубенко, М.А. Лаврентьева, Х.А. Метсавээра, Е.Н. Мнева, Е.М. Морозова, В.В. Новожилова, Р. Пейтона, А.К. Перцева, Г.И. Петрашеня, Э.Г. Платонова, В.Б. Поручикова, В.З. Партона, П.И. Перлина, А.Я. Сагомояна, Л.И. Слепьяна, В.Д. Тарлаковского, А.Ф. Улитко, Ю.С. Яковлева та інших.

Досить повно досліджені задачі удару та проникання абсолютно твердих та пружних тіл у стискаєму та нестискаєму рідину, а також задачі удару та проникання абсолютно твердих тіл різноманітного профілю у пружне середовище.

Досліджено співудар пружних оболонок та пружного півпростору на зверхсейсмічному етапі, коли швидкість з якою змінюється границя області контакту, перевищує швидкість позадозвужних хвиль, що виникають в півпросторі. У цьому випадку розв'язувалася незмішана крайова задача. Задачі удару та проникання пружних оболонок у пружне середовище мало досліджені, а в постановці з врахуванням впливу величини швидкості проникання оболонки та обгрунтованого нею відповідного підняття середовища не вивчалися.

Ціллю цієї роботи з'являється: розробка строгого підходу до розв'язування плоских та вісесиметричних задач удару пружних оболонок з поверхнею пружного півпростору, який дозволяє проводити дослідження процесів нестационарної контактної взаємодії з врахуванням підняття середовища та зміни величини швидкості проникання ударника у пружне середовище; дослідження залежності основних динамічних характеристик процесу від початкової швидкості удару, маси та товщини пружної оболонки, фізикомеханічних властивостей матеріалу півпростору та оболонки.

Наукова новизна. Розроблено строгий математичний підхід до розв'язування нестационарних плоских та вісесиметричних змішаних крайових задач, який дозволяє проводити точне, у межах лінійної постановки задачі, дослідження процесу нестационарної взаємодії на скінченному інтервалі часу і заснований на зведенні задачі удару до рішення нескінченної системи інтегральних рівнянь Вольтера другого роду. Цей підхід виробувано на ряді конкретних задач. Розвинена методика, яка дозволяє врахувати зміну форми повільної поверхні півпростору поблизу тіла, що вдарається, та величини швидкості проникання ударника в пружне середовище. Вірогідно досліджені основні кількісні характеристики, що описують процес удару, в залежності від величини початкової швидкості удару, параметрів оболонки та півпростору.

Вірогідність отриманих результатів забезпечується строгістю постановки задач і математичних методів їх рішення. Досягнуто повний збіг з відомими результатами плоскої та вісесиметричної задач удару абсолютно твердих тіл і поверхні пружного півпростору та пружних оболонок і поверхні стисливої рідини, які отримуються як часткові випадки задач удару пружних оболонок і поверхні пружного середовища; в першому випадку, коли покласти рівними нулю усі перехідні функції для оболонок, та в другому — коли модуль зрушення μ в середовищі прийняти рівним нулю. Обчислення проводились з контролюючою точністю.

Практична цінність. На основі розробленої в роботі методики та отриманих рішень плоскої та вісесиметричної задач співудару пружних оболонок та півпростіру можливо досліджувати напружено-деформований стан конкретних тонкостінних об'єктів, які ударяються з поверхнею пружного середовища.

Дослідження, які представлені у роботі, увійшли в звіт Інституту механіки НАН України по темах НДР: "Исследование динамических процессов в телах и элементах конструкций, взаимодействующих с жидкой и газожидкой средой" (№ г.р. 01.9.10010358), "Исследование динамического взаимодействия твердых тел и упругих оболочек вращения с жидкой и газожидкой средой" (№ г.р. 0194v015131).

Апробація роботи. Результати дисертаційної роботи докладались та обговорювались на наукових семінарах відділу теорії коливань Інституту механіки НАН України (Київ, 1990–1996 р.р.); на семінарі по напрямку "Теорія коливань та стійкість руху механічних систем" (Київ, 1996 р.); на науково-технічній конференції Дев'яти "Бубновские чтения" "Эксплуатационная и конструктивная прочность судовых конструкций" (Нижн. Новгород, 1991); на XVI, XVII наукових конференціях молодих вчених Інституту механіки НАН України (Київ, 1991, 1992 р.р.).

Публікації. Основні результати проведених досліджень опубліковані у восьми роботах [1–8].

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається з вступу, трьох розділів, висновків та списку літератури. Робота викладена на 139 сторінках, включаючи 72 малюнка. Бібліографічний список налічує 104 назви.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі подано огляд робіт по співудару пружних тіл, обговорені границі вживання вибраних моделей, сформульована мета роботи та визначено її місце серед раніше проведених досліджень, обґрунтовано актуальність та новизну, теоретичне значення та практичну цінність роботи, а також обґрунтовано достовірність отриманих результатів.

У першому розділі здійснена постановка плоскої та вісесиметричної задачі удару та нестационарного проникання пружних оболонок у поверхню пружного півпростіру.

Розглянемо постановку плоскої задачі. Позначимо

$$\beta^2 = \frac{C_0^2}{C_0^2} = \frac{\mu}{K}; \alpha^2 = \frac{C_0^2}{C_0^2} = 1 + \frac{4\mu}{3K}; C_0^2 = \frac{K}{\rho}; b^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2} = \frac{3\mu}{3K+4\mu}; \quad (1)$$

Тут K - модуль об'ємного стискання, μ -модуль зсуву, ρ -густина пружного півпростору, C_p, C_s, C_0 - швидкості відповідно поздовжних та поперечних хвиль у середовищі, C_0 - швидкість звуку у середовищі з $\mu=0$.

Тонка пружна циліндрична оболонка, яка рухається перпендикулярно поверхні пружного півпростору, приходить у дотикання з пружним середовищем та починає проникати без тертя в момент часу $t=0$. Початкова швидкість проникання оболонки $V_0 = v_T(0)$. Товщина оболонки h значно менша радіуса R серединної поверхні оболонки ($h/R \leq 0.05$). Пов'язуємо з оболонкою рухоми циліндричну систему координат (r, θ, z) , а з півпростором - нерухому декартову (x, y, z) . Полярний кут θ відкладається від додатного напрямку вісі OZ , котра спрямована углиб півпростору. Введемо безрозмірні змінні:

$$t' = \frac{C_0 t}{R}; x' = \frac{x}{R}; z' = \frac{z}{R}; u'_i = \frac{u_i}{R}; u'_0 = \frac{u_0}{R}; w'_0 = \frac{w_0}{R}; \sigma'_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{K}; \quad (2)$$

$$v'_i = \frac{v_i}{C_0}; w'_i = \frac{w_i}{R}; p' = \frac{p}{KR}; q' = \frac{q}{KR}; M' = \frac{M}{\rho R^2}; (i, j = x, y, z);$$

Тут w_0, u_0, p і q - радіальні та тангенціальні переміщення точок серединної поверхні оболонки, радіальні та тангенціальні складаючі розподіленого зовнішнього навантаження, що діє на оболонку; M, w_T, v_T - погонна маса оболонки, переміщення та швидкість переміщення оболонки як твердого тіла. Далі використовуємо тільки безрозмірні змінні, тому штрих не пишемо.

Будемо розглядати процеси з $V_0 = v_T(+0) \leq 10^{-2}$. Це виправдовує застосування лінеаризації граничних умов: вони зносяться на незбурену поверхню півпростору.

Рівняння динаміки тонких пружних циліндричних оболонок, які виведені на основі гіпотез Кірхгофа-Лява, слідує:

$$(1+a_1) \frac{\partial^2 u_0}{\partial \theta^2} - \frac{\partial w_0}{\partial \theta} + a_1 \frac{\partial^3 w_0}{\partial \theta^3} = \beta_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - \beta_2 q;$$

$$-\frac{\partial u_0}{\partial \theta} + a_1 \frac{\partial^3 u_0}{\partial \theta^3} + w_0 + a_1 \frac{\partial^4 w_0}{\partial \theta^4} = -\beta_1 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + \beta_2 p; \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{h^2}{12R^2}; \beta_1 = \frac{C_0^2(1-v_0^2)\rho_0}{E_0}; \beta_2 = \frac{R\rho(1-v_0^2)K}{h\rho_0 E_0};$$

v_0, E_0, ρ_0 - коефіцієнт Пуасона, модуль пружності Юнга та густина матеріалу оболонки.

Динаміка пружного півпростору описується двома хвилювими рівняннями:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\alpha^2\partial t^2}; \Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\beta^2\partial t^2}; \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad (4)$$

Лінеаризовані граничні умови:

$$\left. \frac{\partial u_z}{\partial t} \right|_{z=0} = v_t(t) - \frac{\partial w_0(t, \theta)}{\partial t} \cos\theta - \frac{\partial u_0(t, \theta)}{\partial t} \sin\theta; \quad |x| < x^*(t);$$

$$\sigma_{zz}|_{z=0} = 0; \quad |x| > x^*(t); \quad \sigma_{zz}|_{z=0} = 0; \quad |x| < \infty; \quad (5)$$

У зоні контакту справедливий зв'язок проміж змінними x і θ :

$$x = \sin\theta; \quad (6)$$

Початкові умови для потенціалів φ і ψ нульові.

$$\varphi|_{t=0} = \frac{\partial\varphi}{\partial t}|_{t=0} = 0; \quad \psi|_{t=0} = \frac{\partial\psi}{\partial t}|_{t=0} = 0; \quad (7)$$

На нескінченості здійснюються умови згасання збурень.

Границя області контакту $x^*(t)$ у кожний момент часу визначається з умови:

$$w_t(t) - f(x) - u_z(t, x, 0) - w_0(t, \theta)\cos\theta - u_0(t, \theta)\sin\theta = \begin{cases} 0, & |x| \leq x^*(t) \\ \varepsilon < 0, & |x| > x^*(t) \end{cases} \quad (8)$$

До рівнянь (3)–(5), (7) необхідно додати рівняння руху:

$$M \frac{d^2 w_1(t)}{dt^2} = -P(t); \quad v_t(t)|_{t=0} = V_0; \quad w_t(t)|_{t=0} = 0; \quad P(t) = -2 \int_0^{x^*(t)} \sigma_{zz}(t, x, 0) dx; \quad (9)$$

Розглянемо постановку аналогічної вісесиметричної задачі.

Тонка ($h/R \leq 0.05$) пружна сферична оболонка, яка рухається перпендикулярно поверхні $z=0$, у початковий момент часу приходить у дотикання з пружним середовищем та починає проникати без тертя. $V_0 = v_r(+0)$ – початкова швидкість проникання оболонки ($V_0 \leq 10^{-2}$). Пов'язуем з оболонкою рухому сферичну систему координат $r'\varphi'\theta$ (θ – полярний кут), а з півпростором – нерухому циліндричну $r\varphi z$. Вісь OZ спрямована углиб півпростору. Безрозмірні змінні, які відрізняються від (2), мають вигляд:

$$r' = \frac{r}{R}; \quad p' = \frac{p}{KR^2}; \quad q' = \frac{q}{KR^2}; \quad M' = \frac{M}{\rho R^3}; \quad (i, j = r, \varphi, z); \quad (10)$$

Рівняння динаміки тонких пружних сферичних оболонок, які виведені на основі гіпотез Кірхгофа-Лява, слідує:

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial \theta^2} + ctg\theta \frac{\partial u_0}{\partial \theta} - (v_0 + ctg^2\theta) u_0 - (1 + v_0) \frac{\partial w_0}{\partial \theta} + a_1 \left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial \theta^3} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial \theta^2} + \right.$$

$$+ctg\theta\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial\theta^2} + \frac{\partial u_0}{\partial\theta}\right) - (v_0 + ctg^2\theta)\left(\frac{\partial w_0}{\partial\theta} + u_0\right) = \beta_5 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - \beta_6 \rho; \quad (11)$$

$$(1 + v_0)\left[\frac{\partial u_0}{\partial\theta} + ctg\theta u_0 - 2w_0\right] - a_1\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial\theta^4} + \frac{\partial^3 u_0}{\partial\theta^3} + 2ctg\theta\left(\frac{\partial^3 w_0}{\partial\theta^3} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial\theta^2}\right) - \right. \\ \left. - (1 + v_0 + ctg^2\theta)\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial\theta^2} + \frac{\partial u_0}{\partial\theta}\right) + ctg\theta(2 - v_0 + ctg^2\theta)\left(\frac{\partial w_0}{\partial\theta} + u_0\right)\right] = \beta_5 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - \beta_6 \rho;$$

$$\beta_5 = \frac{(1 - v_0^2)\rho_0 K}{E_0 \rho}; \quad \beta_6 = \frac{(1 - v_0^2)KR}{E_0 h};$$

Динаміка пружного півпростору описується хвильовими рівняннями:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\alpha^2 \partial t^2}; \quad \Delta\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\beta^2 \partial t^2}; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad (12)$$

Лінеаризовані граничні умови:

$$\left.\frac{\partial u_z}{\partial t}\right|_{z=0} = v_1(t) - \frac{\partial w_0(t,\theta)}{\partial t} \cos\theta - \frac{\partial u_0(t,\theta)}{\partial t} \sin\theta; \quad r < r^*(t); \\ \sigma_{zz}|_{z=0} = 0; \quad r > r^*(t); \quad \sigma_{zz}|_{z=0} = 0; \quad r > 0; \quad (13)$$

У зоні контакту справедливий зв'язок проміж змінними r і θ :

$$r = \sin\theta; \quad (14)$$

Початкові умови для потенціалів φ і ψ (7). Всі збурення на нескінченості згасають.

Границя області контакту $r^*(t)$ у кожний момент часу визначається з умови:

$$w_1(t) - f(r) - v_1(t, r, 0) - w_0(t, \theta) \cos\theta - u_0(t, \theta) \sin\theta = \begin{cases} 0, & r \leq r^*(t) \\ \varepsilon < 0, & r > r^*(t) \end{cases} \quad (15)$$

До рівнянь (11)–(13), (7) додаємо рівняння руху:

$$M \frac{d^2 w_1(t)}{dt^2} = -P(t); \quad v_1(t)|_{t=0} = V_0; \quad w_1(t)|_{t=0} = 0; \quad P(t) = -2\pi \int_0^{r^*(t)} r \sigma_{zz}(t, r, 0) dr; \quad (16)$$

У другому розділі наведено алгоритм розв'язку змішаної нестационарної задачі удару пружних оболонок об пружний півпростір.

Будемо розглядати тільки скінчений часовий інтервал $0 \leq t \leq T$, причому T з'являється величиною, яку можна порівняти з тривалістю удару. З того, що хвильові рівняння мають гіперболічний характер, впливає, що область збурень у кожний момент часу t є обмеженою величиною, і якщо $0 \leq t \leq T$ пружний півпростір можна замінити пружною півсмугою $|x| \leq l, z \geq 0$, причому

$$l \geq \alpha T + x^*(T); \quad (17)$$

Для зображення вектора зміщень через потенціал поздовжних та

поперечних хвиль коли $|x| \leq 1, z \geq 0$ реалізується, наприклад, умова ковзського закладення.

$$u_x|_{|x|=1} = 0; \quad \sigma_{zx}|_{|x|=1} = 0; \quad (18)$$

У (3) розкладаємо функції у тригонометричні ряди. Застосовуємо перетворення Лапласу за змінною t . До означених у просторі трансформант гармонікам $w_{0n}^L, u_{0n}^L, \dot{w}_{0n}^L, \dot{u}_{0n}^L$ застосовуємо обернене перетворення Лапласу та теорему про згортку і одержуємо такі співвідношення:

$$w_{0,0}(t) = \frac{\beta_2}{\beta_1} \int_0^t p_0(\tau) \cos \frac{t-\tau}{(\beta_1)^{1/2}} d\tau;$$

$$\|w_{0n}, w_{0,n}\|(t) = \int_0^t p_n(\tau) \|G_{11}, \tilde{G}_{11}\|(n, t-\tau) d\tau + \int_0^t q_n(\tau) \|G_{12}, \tilde{G}_{12}\|(n, t-\tau) d\tau; \quad (19)$$

$$\|\dot{u}_{0,n}, u_{0,n}\|(t) = \int_0^t p_n(\tau) \|G_{21}, \tilde{G}_{21}\|(n, t-\tau) d\tau + \int_0^t q_n(\tau) \|G_{22}, \tilde{G}_{22}\|(n, t-\tau) d\tau;$$

де перехідні функції G_{ij}, \tilde{G}_{ij} – тригонометричні поліноми.

Загальний розв'язок рівнянь (4) при умові (18) на бічній поверхні півсмуги має вигляд:

$$\varphi^L(s, x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(s) \exp(-z(s^2/\alpha^2 + \lambda_n^2)^{1/2}) \cos \lambda_n x; \quad (20)$$

$$\psi^L(s, x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(s) \exp(-z(s^2/\beta^2 + \lambda_n^2)^{1/2}) \sin \lambda_n x; \quad \lambda_n = n\pi/l$$

Розв'язується перша допоміжна задача для півпростору з граничними умовами:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} \Big|_{z=0} = V(t, x); \quad \sigma_{zx}|_{z=0} = 0; \quad (21)$$

Одержано зв'язок між компонентами нормальних напружень та вертикальної складаючої швидкості точок, які лежать на поверхні півпростору.

$$\sigma_{zn}(t) = -\alpha \left(V_n(t) + \int_0^t V_n(\tau) F_n(t-\tau) d\tau \right); \quad (22)$$

$$F_n(t) = -\alpha \lambda_n J_1(\alpha \lambda_n t) + 2b\beta \lambda_n \left\{ \beta^2 \lambda_n^2 t^2 (\bar{J}_0(\alpha \lambda_n t) - \bar{J}_0(\beta \lambda_n t)) - J_1(\alpha \lambda_n t) + J_1(\beta \lambda_n t) \right\} + \beta \lambda_n t (\bar{J}_0(\alpha \lambda_n t) - \bar{J}_0(\beta \lambda_n t)) + (2-b^2) \bar{J}_0(\alpha \lambda_n t) - \bar{J}_0(\beta \lambda_n t); \quad \bar{J}_0(t) = \int_0^t J_0(\tau) d\tau;$$

Далі розв'язується друга допоміжна задача з граничними умовами:

$$\sigma_{zz}|_{z=0} = \sigma_z(t, x); \quad \sigma_{zx}|_{z=0} = 0; \quad (23)$$

Одже маємо:

$$V_n(t) = -\frac{\sigma_{zn}(t)}{\alpha} + \int_0^t \sigma_{zn}(\tau) G_n(t-\tau) d\tau; \quad (24)$$

$$G_n(t) = \lambda_n J_1(\alpha \lambda_n t) - \int_0^t \left[J_0(\beta \lambda_n \tau) f_1(n, t - \tau) + J_0(\alpha \lambda_n \tau) f_2(n, t - \tau) \right] d\tau;$$

$$f_j(n, t) = A_{1j} \operatorname{ch} r_0 t \cos \sigma_0 t + A_{2j} \operatorname{sh} r_0 t \sin \sigma_0 t + A_{3j} (H(\sigma_0^2) \operatorname{ch} s_0 t + H(-\sigma_0^2) \operatorname{coss}_0 t); (j = 1, 2)$$

де $s_1, r_0, \sigma_0, A_{ij}$ ($j = 1, 2; i = 1, 3$) – сталі, які залежать від швидкості поздовжніх та поперечних хвиль та власних чисел λ_n . H – одинична функція Хевісайда. З (5), (22) одержимо слідуєче співвідношення:

$$\sum_{n=0}^{\infty} V_n(t) \cos \lambda_n x = H(x^* - |x|) \left\{ v_1(t) - w_0(t, \theta) \cos \theta - u_0(t, \theta) \sin \theta \right\} - H(|x| - x^*) \sum_{n=0}^{\infty} \cos \lambda_n x \int_0^t V_n(\tau) F_n(t - \tau) d\tau; \quad (25)$$

У лівій частині (25) функції розкладаємо у тригонометричні ряди, враховуємо (6), (19), використовуємо ортогональність тригонометричних функцій і одержуємо розв'язуючу нескінченну систему інтегральних рівнянь (НСІР) Вольтера другого роду відносно невідомих компонент вертикальної складаючої швидкості.

$$V_n(t) + \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{nm}^{(1)}(x^*) \int_0^t V_m(\tau) F_m(t - \tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{nm}^{(i+1)}(x^*) \sum_{k=0}^i \gamma_{km}^{(j)}(\theta^*(\tau)) \times \left(V_k(\tau) + \int_0^t V_k(\xi) F_k(\tau - \xi) d\xi \right) G_{ij}(m, t - \tau) d\tau = C_n(x^*) v_i(t); (n = 0, \infty) \quad (26)$$

$$\alpha_{nm}^{(1)}(x^*) = \frac{1}{N_n^2} \int_0^x \cos \lambda_m x \cos \lambda_n x dx; \quad C_n(x^*) = \frac{1}{N_n^2} \int_0^{x^*} \cos \lambda_n x dx; \quad N_n^2 = \int_0^x \cos^2 \lambda_n x dx;$$

$$\alpha_{nm}^{(2)}(x^*) = \frac{1}{N_n^2} \int_0^{x^*} \sqrt{1 - x^2} D_{lm}(x) \cos \lambda_n x dx; \quad D_{lm}(x) = \cos(m\pi/2) T_m(x) + \sin(m\pi/2) U_m(x);$$

$$\alpha_{nm}^{(3)}(x^*) = \frac{1}{N_n^2} \int_0^{x^*} x B_{lm}(x) \cos \lambda_n x dx; \quad B_{lm}(x) = \sin(m\pi/2) T_m(x) - \cos(m\pi/2) U_m(x);$$

де T_m, U_m – поліноми Чебишева 1-го та 2-го роду.

$$\gamma_{nm}^{(1)}(\theta^*) = \frac{\alpha}{N_n^2} \int_0^{\theta^*} \cos \theta \cos n\theta \cos(\lambda_m \sin \theta) d\theta; \quad \bar{N}_n^2 = \int_0^{\pi} \cos^2 n\theta d\theta;$$

$$\gamma_{nm}^{(2)}(\theta^*) = \frac{\alpha}{N_n^2} \int_0^{\theta^*} \sin \theta \sin n\theta \cos(\lambda_m \sin \theta) d\theta; \quad \bar{N}_n^2 = \int_0^{\pi} \sin^2 n\theta d\theta;$$

$$\text{Сила реакції } P(t) \text{ така: } P(t) = 2\alpha \left\{ v_1(t) x^*(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n x^*}{\lambda_n} \int_0^t V_n(\tau) F_n(t - \tau) d\tau \right\}; \quad (27)$$

До НСІР (26) необхідно додати рівняння руху (9).

Якщо при задоволенні змішаних граничних умов (5) використувати співвідношення (24) замість співвідношення (22), то одержимо НСІР відносно невідомих компонент нормальних напружень.

$$\sigma_{zm}(t) + \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{nm}^{(1)}(x^*) \int_0^l \sigma_{zm}(\tau) G_m(t-\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{nm}^{(i+j)}(x^*) \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^l \varepsilon_{km}^{(i)}(\theta^*(\tau)) \times \sigma_{zk}(\tau) G_{ij}(m, t-\tau) d\tau = D_n(x^*) v_i(t); \quad (n = \overline{0, \infty}); \quad (28)$$

$$\beta_{nm}^{(1)}(x^*) = -\frac{\alpha}{N_n^2} \int_0^x \cos \lambda_m x \cos \lambda_n x dx; \quad \beta_{nm}^{(2)}(x^*) = \alpha \alpha_{nm}^{(2)}(x^*); \quad \beta_{nm}^{(3)}(x^*) = \alpha \alpha_{nm}^{(3)}(x^*);$$

$$D_n(x^*) = -\alpha C_n(x^*);$$

Сила реакції $P(t)$ має вигляд:

$$P(t) = -2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n x^*}{\lambda_n} \sigma_{zm}(t); \quad (29)$$

Для системи диференціальних рівнянь (типу С.П. Тимошенко), яка описує динаміку циліндричних оболонок та враховує зсув та інерцію обертання поперечного перерізу,:

$$\gamma_0^2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial \theta^2} + (1 + a_4) \frac{\partial w_0}{\partial \theta} + a_4 \Phi - a_4 u_0 + \beta_3 q; \quad \gamma_{10}^2 = \frac{C_0^2}{C_{01}^2}; C_{01}^2 = \frac{E_0}{(1 - \nu_0^2) \rho_0};$$

$$\eta_0^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - (1 + a_3) \frac{\partial u_0}{\partial \theta} - a_3 w_0 + \beta_4 P; \quad \gamma_{02}^2 = \frac{C_0^2}{C_{02}^2}; C_{02}^2 = \frac{b_1^2 E_0}{2(1 + \nu_0)};$$

$$\gamma_0^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} - a_2 \frac{\partial w_0}{\partial \theta} - a_2 \Phi + a_2 u_0; \quad b_1^2 = \frac{5}{6}; a_2 = \frac{6(1 - \nu_0) b_1^2 R^2}{h^2};$$

$$a_3 = \frac{2}{(1 - \nu_0) b_1^2}; a_4 = \frac{1}{a_3}; \beta_3 = \frac{(1 - \nu_0^2) K^2 R}{E_0^2 h}; \beta_4 = \frac{2(1 + \nu_0) K^2 R}{b_1^2 E_0^2 h};$$

одержано такі перехідні функції $Q_{ij}, \tilde{Q}_{ij}; (i = \overline{1, 3}; j = \overline{1, 2})$:

$$Q_{ij}(n, t) = B_{1ij} \operatorname{chr}_0 t \cos \sigma_0 t + B_{2ij} \operatorname{shr}_0 t \sin \sigma_0 t + B_{3ij} (H(s_1^2) \operatorname{chs}_1 t + H(-s_1^2) \operatorname{coss}_1 t);$$

$$\tilde{Q}_{ij}(n, t) = C_{1ij} \operatorname{shr}_0 t \cos \sigma_0 t + C_{2ij} \operatorname{chr}_0 t \sin \sigma_0 t + C_{3ij} (H(s_1^2) \operatorname{shs}_1 t + H(-s_1^2) \operatorname{coss}_1 t);$$

$$\|B_{kij}, C_{kij}\| = \|B_{kij}, C_{kij}\|(\alpha, \beta, \lambda_n); \quad (k = \overline{1, 3}); \quad (30)$$

Розглядаємо вісесиметричну задачу (11)–(13), (16), (7), аналогічно плоскій задачі, яка розглядалася вище. Для часу $0 \leq t \leq T$ півпростір замінюємо напівнескінченим циліндром, радіус якого l беремо з умови аналогічної (17). Аналогічно міркуючи, беремо на бічній поверхні півциліндра, наприклад, умови ковзького закладення.

Функції у (11) розкладаємо у ряди за поліномами Лежандра від $\cos \theta$ та їх похідним за θ . Для рівнянь (11) отримані співвідношення (19), де

замість перехідних функцій G_{ij}, \bar{G}_{ij} необхідно писати функції H_{ij}, \bar{H}_{ij} , які з'являються тригонометричними поліномами.

Загальне рішення рівнянь (12) для півциліндра $r \leq 1, z \geq 0$ має вигляд:

$$\varphi^L(s, r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(s) \exp\left(-z \sqrt{\frac{s^2}{\alpha^2} + \lambda_n^2}\right) J_0(\lambda_n r); \psi^L(s, r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(s) \exp\left(-z \sqrt{\frac{s^2}{\beta^2} + \lambda_n^2}\right) J_1(\lambda_n r); \quad (31)$$

Власні числа λ_n з'являються послідовними коренями рівняння $J_1(\lambda_n) = 0$.

При задоволенні змішаних граничних умов (5) та враховуючи (22) за схемою аналогічною випадку плоскої задачі та використовуючи при цьому властивість ортогональності функцій Беселя, маємо таку НСІР Вольтера другого роду:

$$V_n(t) + \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{nm}^{(4)}(r^*) \int_0^t V_m(\tau) F_m(t-\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{nm}^{(i+j)}(r^*) \sum_{k=0}^{\infty} \int \gamma_{km}^{(j+k)}(\theta^*(\tau)) \times \quad (32)$$

$$\times \left(V_k(\tau) + \int_0^t V_k(\xi) F_k(\tau-\xi) d\xi \right) H_{ij}(m, t-\tau) d\tau = C_n(r^*) v_1(t); \quad (n=0, \infty)$$

$$\alpha_{nm}^{(4)}(r^*) = \frac{1}{N_n^2} \int_0^{r^*} r J_0(\lambda_m r) J_0(\lambda_n r) dr; \quad C_n(r^*) = \frac{1}{N_n^2} \int_0^{r^*} r J_0(\lambda_n r) dr;$$

$$\alpha_{nm}^{(5)}(r^*) = \frac{1}{N_n^2} \int_0^{r^*} r \sqrt{1-r^2} P_m(\sqrt{1-r^2}) J_0(\lambda_n r) dr; \quad N_n^2 = \int_0^{r^*} r (J_0(\lambda_n r))^2 dr;$$

$$\alpha_{nm}^{(6)}(r^*) = \frac{1}{N_n^2} \int_0^{r^*} r^2 \sqrt{1-r^2} \frac{\partial}{\partial r} P_m(\sqrt{1-r^2}) J_0(\lambda_n r) dr;$$

$$\gamma_{nm}^{(3)}(\theta^*) = \frac{\alpha}{N_n^2} \int_0^{\theta^*} \cos \theta \sin \theta P_n(\cos \theta) J_0(\lambda_m \sin \theta) d\theta; \quad \bar{N}_n^2 = \int_0^{\theta^*} \sin \theta (P_n(\cos \theta))^2 d\theta;$$

$$\gamma_{nm}^{(4)}(\theta^*) = \frac{\alpha}{N_n^2} \int_0^{\theta^*} \sin^2 \theta P_n^1(\cos \theta) J_0(\lambda_m \sin \theta) d\theta; \quad \bar{N}_n^2 = \int_0^{\theta^*} \sin \theta (P_n^1(\cos \theta))^2 d\theta;$$

$$\text{Сила:} \quad P(t) = \alpha \pi^*(t) \left\{ v_1(t) r^* + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_1(\lambda_n r^*)}{\lambda_n} \int_0^t V_n(\tau) F_n(t-\tau) d\tau \right\}; \quad (33)$$

До НСІР (32) додаємо рівняння руху (16).

Коли замість співвідношення (22) використовувати (24), маємо:

$$\sigma_m(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{mn}^{(4)}(r^*) \int_0^t \sigma_n(\tau) G_m(t-\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{mn}^{(i+j)}(r^*) \sum_{k=0}^{\infty} \int \xi_{km}^{(j+k)}(\theta^*(\tau)) \times \quad (34)$$

$$\times \sigma_k(\tau) \times H_{ij}(m, t-\tau) d\tau = D_n(r^*) v_1(t); \quad (n=0, \infty);$$

$$\beta_{mn}^{(5)}(r^*) = -\alpha \alpha_{mn}^{(5)}(r^*); \beta_{mn}^{(6)}(r^*) = -\alpha \alpha_{mn}^{(6)}(r^*); D_n(r^*) = -\alpha C_n(r^*);$$

$$\beta_{mn}^{(4)}(r^*) = -\frac{\alpha}{N^2} \int_0^{r^*} r J_0(\lambda_m r) J_0(\lambda_n r) dr;$$

$$\xi_{mn}^{(3)}(\theta^*) = \frac{1}{\alpha} \gamma_{mn}^{(3)}(\theta); \xi_{mn}^{(4)}(\theta^*) = \frac{1}{\alpha} \gamma_{mn}^{(4)}(\theta); \xi_{mn}^{(5)}(\theta^*) = \frac{1}{\alpha} \gamma_{mn}^{(5)}(\theta);$$

$$\text{Сила реакції приймає вигляд: } P(t) = -2\pi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r^*(t) J_1(\lambda_n r^*(t))}{\lambda_n} \sigma_m(t) \quad (35)$$

Для системи диференціальних рівнянь (типу С.П. Тимошенко), які описують динаміку сферичних оболонок та враховуючих зсув та інерцію обертання поперечного перерізу:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-\nu_0^2} \frac{\partial^2 u_0}{\partial \theta^2} + \frac{ctg\theta}{1-\nu_0^2} \frac{\partial u_0}{\partial \theta} + \frac{2(1+\nu_0)k_s + 1-\nu_0}{2(1-\nu_0^2)k_s} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} - \\ & - \frac{\nu_0 + (1-\nu_0)\cos^2\theta}{(1-\nu_0^2)\sin^2\theta} u_0 + \frac{\Phi}{2(1+\nu_0)k_s} = \gamma_0^2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - q; \\ & \frac{1}{2(1+\nu_0)k_s} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \theta^2} - \frac{1}{1-\nu_0} \frac{\partial u_0}{\partial \theta} + \frac{ctg\theta}{2(1+\nu_0)k_s} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} + \frac{1}{2(1+\nu_0)k_s} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \\ & - \frac{ctg\theta}{1-\nu_0} u_0 - \frac{2}{1-\nu_0} w_0 + \frac{ctg\theta}{2(1+\nu_0)k_s} \Phi = \gamma_0^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - p; \\ & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + ctg\theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{E_0 h R^2}{2(1+\nu_0)k_s D} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} - \\ & - \frac{(1-\nu_0)k_s D(2\nu_0 + (1-\nu_0)\sin 2\theta) + E_0 h R^2 \sin^2 \theta}{2(1+\nu_0)k_s D \sin^2 \theta} \Phi = \eta_0^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\text{де } \gamma_0^2 = \frac{\rho_0 k_s C_0^2}{E_0}; \eta_0^2 = \frac{\rho_0 h^3 C_0^2 k_r}{12D}; k_1 = 1 + \frac{h^2}{12R^2}; k_r = 1 + \frac{3h^2}{20R^2}; D = \frac{E_0 h^3}{12(1-\nu_0^2)}; k_s = \frac{5}{6};$$

отримані перехідні функції R_{ij}, \tilde{R}_{ij} , які мають вигляд аналогічний (30) та відрізняються від випадку циліндричної оболонки коефіцієнтами $s_1, \tau_0, \sigma_0, B_{kij}, C_{kij}$.

У третьому розділі наводиться чисельна реалізація задач та аналіз чисельних результатів. Плоска задача.

Чисельна реалізація побудована на сумісному застосуванні методів редукції та механічних квадратур. Порядок редукції беремо із міркувань практичної збіжності. Щоб отримати згладжування явищ Гібса застосовувалися множники Ланцоша.

$$\sigma_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ \left(\frac{\sin(n\pi/N)}{(n\pi/N)} \right)^2, & n = 1, N; \end{cases} \quad (37)$$

Використовувалась квадратурна формула Грегорі з утриманням різниць до четвертого порядку. Задача Коши для диференційного рівняння руху розв'язувалась методом Адамса з утриманням різниць до четвер-

того порядку. Початок рішення обчислювався з шагом $\Delta t_1 = \Delta t / 16$. Границя області контакту $x^*(t)$ визначалась з умови (8), при цьому використовувався ітераційний алгоритм.

При розрахунках робилося припущення: $x = 0$, (38)

Чисельні результати для плоскої задачі приведено на малюнках 1–6. Вони відповідають прикладу: удару сталеві оболонки об алюмінієвий півпростір. Крива 1 відповідає випадку $V_0 = 0.001$; $h/R = 0.02$; $M = 0.1$; $\mu = 0.03582K$; (далі будемо називати ці результати випадком 1); крива 2 – випадку $V_0 = 0.001$; $h/R = 0.01$; $M = 0.03$; $\mu = 0.03582K$; (випадок 2). Із наведених графіків бачимо як змінюються з рухом часу нормальні напруження σ_{zz} (мал.1) та нормальні переміщення u_z (мал.2) у точці початкового дотикання, сила реакції півпростору P (мал.3), швидкість V_T тіла в середовищі (мал.4), переміщення w_0 у лобовій точці (мал.5) та підняття середовища u_z для випадку 2 в області контакту у фіксовані моменти часу (мал.6). Беручи модуль зсуву μ рівним нулю, одержимо, як частковий випадок, задачу удару оболонок об поверхню стискаємої рідини, а беручи функції G_{ij}, \bar{G}_{ij} , ($i, j = \overline{1,2}$) рівними нулю, як частковий випадок, маємо задачу удару циліндричного штампу об пружний півпростір. Для порівняння наведені результати обчислень часткових випадків: удар абсолютно твердого циліндра з масою $M = 0.03$ об алюмінієве середовище та удар сталеві оболонки з масою $M = 0.1$ та товщиною $h/R = 0.02$ об рідину з модулем об'ємного стиснення $E = 7.5 \times 10^{11}$ дин/см² з такою ж самою початковою швидкістю $V_0 = 0.001$. На мал.1–6 ці результати зображені відповідно пунктирною (випадок 3) та штрихпунктирною лініями (випадок 4). З наведених результатів можна зробити висновок, що максимальні напруження σ_{zz} для розв'язуємої задачі займають проміжне положення між випадками 3 та 4; максимальні нормальні переміщення півпростору під лобовою точкою оболонки у випадках 1 і 2 значно менше, ніж у випадках 3 та 4; теж саме стверджується відносно сили реакції середовища; швидкість проникання оболонки у пружне середовище змінюється більш плавно, ніж у випадках 3 та 4; прогиб оболонки в лобовій точці у процесі удару об пружне середовище значно перевищує випадок 4; в околі границі області контакту середовище опускається.

Вісесиметрична задача обчислювалась аналогічно плоскій. Границя області контакту $\Gamma^*(t)$ визначалась з умови (15), при цьому використовувався ітераційний алгоритм.

При обчисленні робилося припущення : $\Gamma = \emptyset$; (39)

Розглянемо чисельні результати для вісесиметричної задачі наведені на малюнках 7-12. Як приклад обрана сталевая оболонка та півпростір з алюмінію. Крива 1 відповідає випадку $V_0=0.001$; $h/R=0.01$; $M=0.03$; $\mu=0.03582K$; крива 2 - випадку $V_0=0.0005$; $h/R=0.02$; $\mu=0.03582K$; $M=0.1$; штрихпунктирна лінія - випадку $V_0=0.0005$; $h/R=0.02$; $\mu=0$; $M=0.1$. На малюнках 8 та 9 зображені відповідно нормальні напруження σ_{zz} та нормальні переміщення u_z у точці початкового дотику, на мал.10 - сила реакції пружного півпростору P , на мал.11 - швидкість V_T проникання оболонки у середовище, на мал.12 - переміщення w_0 у лобовій точці та на мал.7 - підйом середовища u_z в області контакту у фіксовані моменти часу. Випадком 1 будемо називати удар пружної оболонки об пружний півпростір, а випадком 2 - удар пружної оболонки об поверхню стискаємої рідини. Як бачимо із малюнків, нормальні напруження σ_{zz} у випадку 2 бисто зменьшуються з рухом часу і абсолютна величина їх менше в порівнянні з випадком 1; максимальні нормальні переміщення u_z у випадку 2 значно перевищують переміщення, які відповідають випадку 1; те ж саме стверджується для сили реакції середовища; прогиб оболонки у лобовій точці при ударі об пружне середовище більш, ніж у випадку 2; в околі границі області контакту виникає опущення середовища.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ.

1. Розроблено математичний підхід до розв'язку плоских та вісесиметричних задач удару пружних оболонок, які описуються системою диференціальних рівнянь, що виведена на підставі гіпотез Кірхгофа-Лява та С.П. Тимошенко, об поверхню пружного півпростору, який дозволяє проводити точне у рамках лінійної постановки задачі дослідження процесу нестационарної контактної взаємодії на скінченному інтервалі часу, що порівнюється з тривалістю удару.

2. Досліджено залежності основних динамічних характеристик процесу від початкової швидкості удару, маси та товщини пружної оболонки, фізичних властивостей матеріалу півпростору та оболонки, контактних напружень, нормальних переміщень середовища, сили реакції пружної основи, підйому середовища, швидкості проникання

оболонки у півпростір, радіальних переміщень у оболонці з спливанням часу.

3. Розвинено чисельно-аналітичний метод розв'язування лінійної плоскої та вісесиметричної задач проникання тонких пружних циліндричних та сферичних оболонок у пружний півпростір у випадку рухомої границі.

4. Розроблено підхід, який дозволяє врахувати підйом вільної поверхні півпростору поблизу проникаючої циліндричної та сферичної оболонок.

5. Досліджено вплив початкової швидкості проникання, маси та товщини циліндричної та сферичної оболонок на напружено-деформований стан, відповідно, циліндричної та сферичної оболонок.

Основні результати відображені у наступних публікаціях:

1. Кубенко В.Д., Попов С.Н., Богданов В.Р. Удар упругой цилиндрической оболочки о поверхность упругого полупространства // Доповіді НАН України.-1995.- №7.-С. 40-44.
2. Кубенко В.Д., Богданов В.Р. Удар тонкой упругой сферической оболочки о поверхность упругого полупространства // Доповіді НАН України.-1995.- №8.-С. 56-60.
3. Кубенко В.Д., Богданов В.Р. Плоская задача удара оболочек об упругое полупространство. // Прикл. механика.-1995.-31, № 6.-С. 78-86.
4. Кубенко В.Д., Богданов В.Р. Осесимметричная задача удара оболочек об упругое полупространство. // Прикл. механика.-1995.-31, № 10.-С. 56-63 .
5. Богданов В.Р. Задача соударения тонкостенных оболочек с упругой средой // Ин-т механики АН Украины.-Киев.-1994.-Рус.-Рук. деп. в ГНТБ Украины от 13.12.94 г. № 2388-Ук94.
6. Богданов В.Р., Попов С.Н. Вертикальный удар тонкой упругой сферической оболочки о поверхность упругого полупространства // Тр. 17 научн. конф. мол. ученых Ин-та механики АН Украины.-1992.-С.24-30.-Рус.Рук. деп. в УкрНИНТИ № 1022-Ук92. Деп. от 07.07.92.
7. Попов С.Н., Богданов В.Р. Вертикальный удар тонкой упругой цилиндрической оболочки о поверхность упругого полупространства // Тр. 16 научн. конф. мол. ученых Ин-та механики АН УССР.-1991.-С. 332-337.-Рус.Рук. деп. в ВИНТИ № 4260-В91. Деп. от 12.11.91.

8. Попов С.Н., Богданов В.Р. Вертикальный упругий удар сферической оболочки об упругое полупространство // Тез. докл. научн.-техн. конф. "Эксплуатационная и конструктивная прочность судовых конструкций". - Девятое "Бубновские чтения". - Нижн.Новгород. - 1991. - С.69 .

Bogdanov V.R. Impact interaction of fine-walled shell with elastic medium.

Dissertation for the Candidate of Physical and Mathematical Sciences Degree in Speciality 01.02.04. — mechanics of a deformable solid, S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 1996.

An axisymmetric and planar problem of elastic co-impact of the thin-walled spherical and cylindrical shells with elastic half-space is studied. A contact problem with dynamically variable contact site is considered

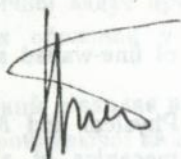
The problem is reduced by the Laplace transformation and the method of series development by eigen functions to the infinite system of Volterra integral equations of the second kind which is numerically realized by the method of reduction and mechanical quadratures. The determined quantitative dynamic and kinematic characteristics describing the co-impact depending on the value of the starting speed of the impact, parameters of the shell and half space have been determined.

Богданов В.Р. Ударное взаимодействие тонкостенных оболочек с упругой средой.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04. — механика деформируемого твердого тела, Институт механики им. С.П. Тимошенко Национальной академии наук Украины, Киев, 1996.

В работе исследуется плоское и осесимметричное напряженно-деформированное состояние тонкостенных упругих оболочек и упругого полупространства, возникающее в процессе их соударения. Рассматривается контактная задача с изменяющейся со временем областью контакта. Исходные уравнения динамики системы оболочка-полупространство сводятся к решению бесконечной системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода. Это позволило эффективно провести численную реализацию задачи и достоверно определить количественные характеристики, описывающие процесс соударения, в зависимости от величины начальной скорости удара, параметров оболочки и полупространства.

Ключові слова: удар, початкова швидкість удару, пружна оболонка, пружний півпростір, границя області контакту, швидкість проникання оболонки, напруження, переміщення.



Подп. к печ. 02.07.96.

Формат 60×84¹/₁₆.

Бумага тип. № 1 . Способ печати офсетный. Услови. печ. л. 10

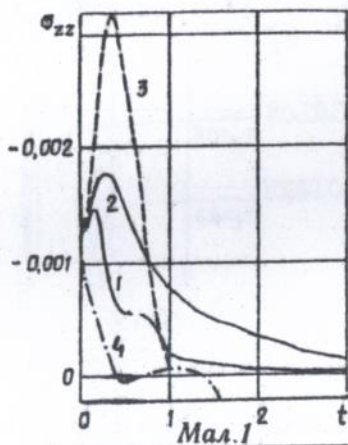
Услови. кр.-отт. 1,0 . Уч.-изд. л. 10

Тираж 100

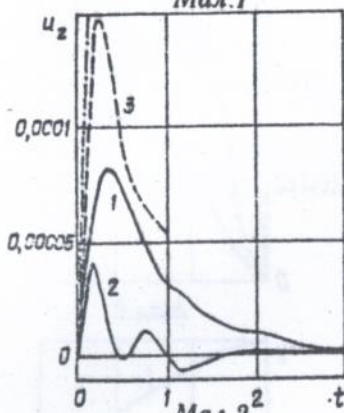
Зак. № 6-2439

Фирма «ВИПОЛ»

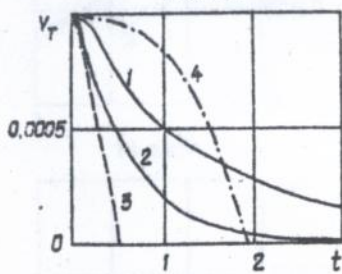
252151, г. Киев, ул. Волынская, 60.



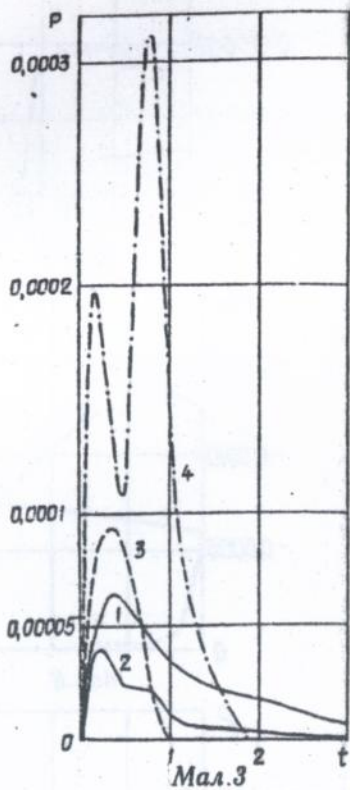
Мал.1



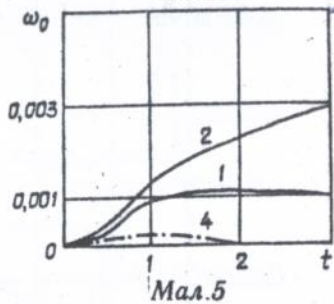
Мал.2



Мал.4

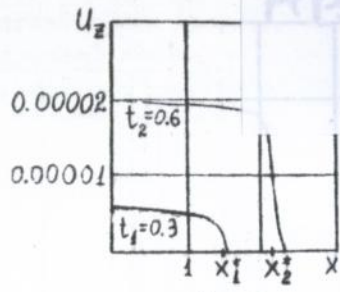


Мал.3

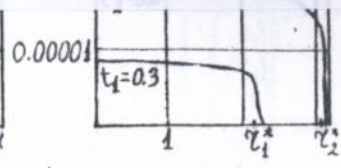


Мал.5

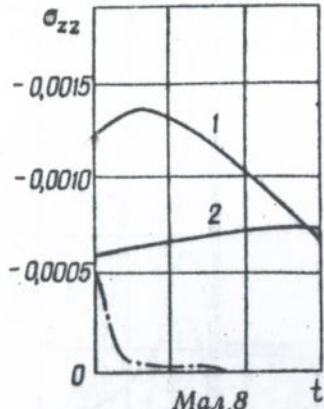
AB 35.292



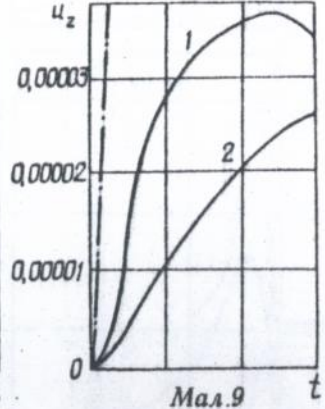
Мал.6



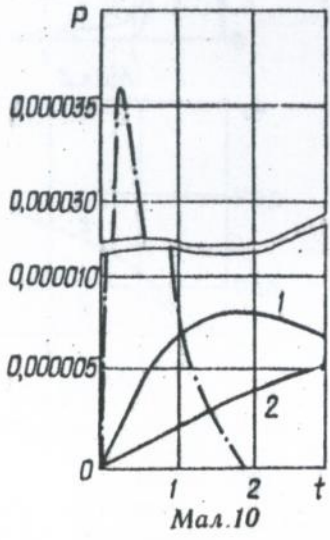
Мал.7



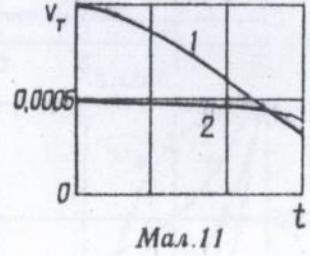
Мал.8



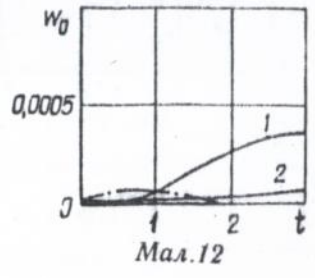
Мал.9



Мал.10



Мал.11



Мал.12