

КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

**КУЦЕНКО Олексій Григорович**

**ФРИКЦІЙНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ  
КОЛИВАНЬ ПРУЖНИХ ТІЛ  
В ПРОСТОРОВИЙ РУХ**

**01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла**

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**  
дисертації на одбуття наукового ступеня  
кандидата фізико - математичних наук



Київ - 1996

76 33.296

Дисертацію є рукопис.

Робота виконана в Київському університеті імені Тараса Шевченка.

Науковий керівник – доктор фіз.-мат. наук, професор ЖАРІЙ О.Ю.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук СЕНЧЕНКОВ І.К.

доктор фізико-математичних наук, професор МАРТИНЕНКО М.А.

Провідна установа – *Національний* Науково-технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

Захист відбудеться "25" *вересня* 1996 р. о 14<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 01.01.29 при Київському університеті імені Тараса Шевченка за адресою: 252022, Київ-22, просп. Глушкова 6, корпус механіко-математичного факультету, ауд. 45

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Київського університету імені Тараса Шевченка.

Автореферат розіслано "7" *серпня* 1996 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради

Каліон В.А.

ЛНБ України ім.В.Стефаніка

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України



00752219 (Q)

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

### Актуальність теми

В останні десятиліття широке вастосування в техніці онайшли, так овани, ультразвукові (мікрохвильові) двигуни. Принцип дії цих приладів полягає в перетворенні коливальних чи хвильових рухів пружного тіла (статора) в прямолінійний або однонаправлений обертовий рух, умовно кажучи, абсолютно жорсткого ротора за допомогою контактних сил тертя. Такий спосіб перетворення механічних рухів забезпечує високу точність позиціювання рухомих частин ультразвукових двигунів, значну потужність при помірних швидкостях їх відносного руху. Важливою проблемою, що постає на практиці, є досягнення високих значень інших механічних характеристик мікрохвильових двигунів, наприклад, ККД. В переважній більшості сучасних досліджень двигунів виготовлених на основі електромеханічно активних елементів ставилося за мету розв'язати дану проблему або експериментальним шляхом, або за допомогою методу еквівалентних електричних схем. Проте проведення необхідної кількості експериментів потребує значних витрат матеріальних ресурсів та часу, а метод еквівалентних електричних схем виявився неспроможним відтворити всі важливі механічні характеристики ультразвукових двигунів одночасно. Тому очевидною стала необхідність побудови теорії ультразвукових двигунів на основі адекватних механічних моделей. Враховуючи спосіб перетворення рухів в мікрохвильових двигунах, при розробці даних моделей слід використовувати добре опробовані ідеї теорії вібраційного переміщення та механіки контактної взаємодії, що пов'язані з іменами В.М.Александрова, В.А.Бабешка, І.І.Блехмана, Й.І.Воровича, Л.О.Галіна, В.Т.Грінченка, Г.Ю.Джанелідоє, Л.Ейлера, М.О.Кільчевського, М.А.Мартиненка, В.І.Моссаковського, Н.І.Мухелішвілі, Г.Я.Попова, К.М.Рагульскіа, В.М.Сеймова, А.Ф.Улітка, І.Я.Штаєрмана, Н.Дeresiewicz, G.M.L.Gladwell, Н.Hertz, K.L.Johnson, J.J.Kalker, G.Lindner, R.D.Mindlin, D.A.Spence та багатьма іншими.

Пова увагою сучасних теоретичних досліджень, що спираються на адекватні механічні моделі, залишився клас гібридних ультразвукових двигунів. З огляду на високі механічні характеристики двигунів цього класу та велику кількість експериментальних робіт, присвячених гібридному ультразвуковому двигуну, стає зрозумілою необхідність теоретичного аналізу та систематизації на його основі на-

копичених результатів. Крім того, важливою та недостатньо дослідженою темою є формування стаціонарних хвильових полів в активних елементах мікрохвильових двигунів, що мають скінчені розміри. Переважна більшість досліджених динамічних контактних задач включає напівнескінчені області, а тому аналіз задач про динамічну контактну взаємодію тіл скінчених розмірів має також певне теоретичне значення.

З огляду на вище наведене метою дисертаційної роботи є:

- на прикладі модельної задачі про гладкий контакт хвилі, яка обертається, в жорстким кільцем дослідити характеристики стаціонарного хвильового поля в статорі ультразвукового двигуна на коловій моді;
- використовуючи методи теорії вібраційного переміщення, побудувати замкнуту математичну модель гібридного ультразвукового двигуна, спроможну відтворити його основні механічні характеристики.

Наукова новизна роботи полягає в:

- оведенні задачі гладкого контакту між коловою модою пружного диску, яка обертається, та жорстким кільцем до квазірегулярної нескінченної СЛАР. Знаходженні на цій основі залежності кутового розміру площадки контакту від відношення величини початкового вазору між диском та кільцем до амплітуди радіальних коливань точок поверхні диска за відсутності кільця;
- побудові першого наближення розв'язку даної задачі в аналітичному вигляді та порівнянні його з відомими результатами;
- розробці елементарної теорії гібридного ультразвукового двигуна для малих та великих проміжків часу контакту його складових. Врахуванні оберненого впливу руху ротора на крутильні коливання статора. Встановленні критерію вібропідвішування ротора;
- знаходженні інтегральних характеристик та закономірностей перехідних процесів для рівних проміжків часу контакту складових ГУДа.

## Практична цінність роботи

Результати, отримані в дисертаційній роботі, увійшли до звітів держбюджетної науково-дослідної теми кафедри теоретичної та прикладної механіки Київського університету імені Тараса Шевченка "Розробка теорії взаємодії зовнішніх механічних рухів з коливаннями та пружними хвилями в деформованих тілах", N державної реєстрації - 0195U005967, N ДКНТ та шифр - 13.3/40 Rotation.

На основі запропонованої в дисертаційній роботі теорії гібридного ультразвукового двигуна можуть бути ефективно знайдені оптимальні параметри для відповідних конструкцій.

Достовірність одержаних в роботі результатів та висновків забезпечується: коректністю постановки задач; обґрунтованим використанням математичних методів при їх розв'язанні; погодженістю результатів між собою і відсутністю протиріч з відомими в літературі результатами; підтвердженні деяких теоретичних результатів експериментальними даними.

## Апробація роботи

Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на наукових семінарах кафедри теоретичної та прикладної механіки Київського університету імені Тараса Шевченка під керівництвом члена-кореспондента НАН України А.Ф.Улітка (Київ, 1993-1996); Першій та Другій Всеукраїнських конференціях "Сучасні фізико-математичні дослідження молодих науковців України" (КУ, Київ, 1994-1995); XVII Конференції Молодых Ученых (МГУ, Москва, Россия, 1995). Крім того, дві доповіді по матеріалам роботи були включені в програми міжнародних конференцій Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms (Milano, Italy, August, 1995) та IEEE 95 Ultrasonic Symposium (Seattle, USA, November, 1995).

Публікації. По результатам дисертації опубліковано 4 наукових праці [1-4], в яких відображено основний зміст роботи.

## Структура роботи

Дисертаційна робота складається з вступу, трьох глав, висновків, додатку і списку літератури. Робота викладена на 123 сторінках, включаючи 21 малюнок і шість таблиць. Бібліографічний список налічує 99 назви. Дисертація набрана в видавничій системі  $\text{\LaTeX}$ .

## КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**У вступі** наведено огляд робіт присвячених дослідженням ультразвукових двигунів та розвитку теорії вібраційного та хвильового переміщення. Особлива увага акцентується на дослідженнях, які спираються на ідеї механіки контактної взаємодії. Подано класифікацію сучасних ультразвукових двигунів. Вказана мета роботи та обгрунтована важливість розв'язання проблем, які розглядаються в дисертації. Стисло наводиться виклад роботи по главам.

**В першій главі** розглянуто задачу гладкого контакту між другою коловою модою пружного диску, яка обертається, та абсолютно жорстким кільцем, що виникає при моделюванні ультразвукового двигуна на колівній моді статора (mode rotation ultrasonic motor — MRUM). При прикладенні до плоских електродованих поверхонь статора, який має товщину поляризацію, омінної рівниці потенціалів, що відповідає напруженості зовнішнього електричного поля  $E_0 \cos(2\varphi - \omega t)$ , обуджується друга колова біжуча мода. Якщо амплітуда радіальних зміщень на зовнішній границі статора достатньо велика, то між статором та ротором виникає дві діаметрально протилежні площадки контакту (мал. 1).

Враховуючи конкретний вигляд обудження, була введена автомодельна омінна  $\tau = 2\varphi - \omega t$ . Рівняння коливань п'єзокерамічного диска в наближенні плоского напруженого стану в омінних  $r, \tau$  мають вигляд

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \left( \frac{2-2\nu}{r^2} - h^2 \right) \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right] u + \\ & \quad + \left[ \frac{1+\nu}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \tau} - \frac{3-\nu}{r^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] v = 0, \\ & \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \left( \frac{8-1}{1-\nu r^2} - k^2 \right) \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right] v + \\ & \quad + \frac{2}{1-\nu} \left[ \frac{1+\nu}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \tau} + \frac{3-\nu}{r^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] u = -2 \frac{1+\nu d_{31} E_0}{1-\nu r} \sin \tau, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $u(r, \tau)$ ,  $v(r, \tau)$  — радіальні та дотичні зміщення,  $\nu$  — коефіцієнт Пуасона,  $d_{31}$  — п'єзомодуль,  $h = \omega/c_1$ ,  $k = \omega/c_2$  — хвильові числа. Неважко пересвідчитися, що частинним розв'язком (1) є

$$u = -16 \frac{1+\nu d_{31} E_0}{1-\nu h^2 k^2 r^3} \cos \tau,$$

$$v = -4 \frac{1 + \nu d_{31} E_0}{1 - \nu k^2 r} \left( 1 + \frac{4}{k^2 r^2} \right) \sin \tau, \quad (2)$$

в той час, як в літературі відомо розв'язок відповідних (1) однорідних рівнянь

$$u = A_0 r + \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \frac{dJ_{mn}(nhr)}{dr} + C_n \frac{mn}{r} J_{mn}(nkr) \right) \cos n\tau, \quad (3)$$

$$v = - \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \frac{mn}{r} J_{mn}(nhr) + C_n \frac{dJ_{mn}(nkr)}{dr} \right) \sin n\tau.$$

За умови гладкого контакту природньо припустити наявність діаметральних симетрій відносно  $ab$  та  $cd$  (мал. 1). Це рівносильно припущенню про те, що  $u$  — парна, а  $v$  — непарна  $\pi$ -періодичні функції оміної  $\tau$ , яке дало змогу записати граничні умови в задачі гладкого контакту у вигляді

$$\tau_{r\varphi}|_{r=R} = 0, \quad u|_{r=R} = l, \quad 0 < \tau < \alpha, \quad (4)$$

$$\tau_{r\varphi}|_{r=R} = 0, \quad \sigma_r|_{r=R} = 0, \quad \alpha < \tau < \pi,$$

де  $\alpha$  — кутовий розмір площадки,  $\tau_{r\varphi}$  — дотичні напруження,  $R$  — радіус диска,  $l$  — величина початкового зазору між диском та кільцем. Таким чином, задача гладкого контакту була зведена до крайової задачі математичної фізики (1),(4).

Для повноти аналізу сформульованої задачі (1),(4), на прикладі задачі про стаціонарне обертання системи  $m$  рівномірно рознесених по контуру диска нормальних восереджених сил  $P$  було досліджено розподіл резонансних швидкостей обертання для різних колових мод. Результати цього дослідження наведено в таблиці, де подано значення перших нулів резонансних визначників деяких мод ( $c_R$  — резонансна лінійна швидкість руху сил по контуру диска,  $\nu = 0.3$ ).

$m$	1	2	3	4	5	10	100	$\infty$
$\frac{c_R}{c_0}$	1.62	0.69	0.71	0.69	0.68	0.62	0.55	0.50

Згідно до цих результатів, другій моді відповідає локальний мінімум резонансної швидкості. Цей факт пояснює реалізацію більшості MRUM на другій коловій моді. Проте абсолютний мінімум відповідає випадку  $m \rightarrow \infty$ , тобто швидкості поширення хвилі Релея.

Для кращого розуміння механізму передачі енергії та руху в даному типі двигунів було розглянуто кінематику зовнішніх точок статора, неспотворену контактними зусиллями, прикладеними зі сторони ротора. Виявилось, що на першій резонансній частоті амплітуда колових зміщень точок поверхні диска майже в три рази перевищує амплітуду радіальних зміщень цих точок:  $V^I(R) \sim 3U^F(R)$  ( $\nu = 0.3$ ). При цьому траєкторіями точок поверхні є еліпси, а рух по ним відбувається за годинниковою стрілкою, тобто ротор обертається в напрямку протилежному до напрямку поширення хвилі.

Шляхом підстановки суперпозиції розв'язків (2) та (3) в граничні умови (4) задачу гладкого контакту було зведено до системи парних рівнянь

$$f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \cos n\tau = 0, \quad 0 < \tau < \alpha, \quad (5)$$

$$\frac{1+\nu}{1-\nu} f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n f_n \cos n\tau = \gamma_1 \cos \tau - \frac{1+\nu}{1-\nu} (1-\delta), \quad \alpha < \tau < \pi,$$

де

$$\gamma_n = \Delta_n^{(1)} / \Delta_n^{(2)}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad \delta = \frac{U^I(R) - l}{U^I(R)}. \quad (6)$$

Під  $\Delta_n^{(1)}$  та  $\Delta_n^{(2)}$  слід розуміти резонансні виражені для  $n$ -ої парної гармоніки у випадку вільної границі диска та у випадку нульових радіальних зміщень та дотичних напружень, відповідно.

Аналіз коефіцієнтів  $\gamma_n$  для низьких частот обудження, який ґрунтується на асимптотичних формулах Дебая, показав, що

$$\gamma_n = n\gamma_{\infty}(1 + \epsilon_n), \quad n = 1, 2, \dots, \quad \epsilon_n \sim O(n^{-1}), \quad n \rightarrow \infty, \quad (7)$$

де

$$\gamma_{\infty} = \frac{4\sqrt{(4 - (hR)^2)(4 - (kR)^2)} - (4 - (\alpha R)^2)^2}{(\alpha R)^2 \sqrt{4 - (hR)^2}}, \quad (8)$$

що дало змогу звести парну систему (5) до нескінченної алгебраїчної системи

$$f_n = \sum_{m=1}^{\infty} m \epsilon_m a_n^m f_m + b_0 a_n^0 + b_1 a_n^1, \quad n = 1, 2, \dots \quad (9)$$

відносно  $f_n$   $n = 1, 2, \dots$ . Тут  $a_n^m$  - відомі розв'язки допоміжної парної системи,

$$\vartheta = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \gamma_{\infty}^{-1}, \quad b_0 = -\vartheta(1 - \delta), \quad b_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_{\infty}}.$$

З умови обмеженості контактних напружень було отримано рівняння відносно  $\alpha$ , яке доповнило систему (9) при знаходженні чисельного розв'язку задачі гладкого контакту.

Для проведення якісного аналізу розв'язку задачі гладкого контакту було знайдено його перше наближення (в системі (9) при використанні методу редукції було залишено одне рівняння) в аналітичному вигляді. Були отримані вирази для радіальних зміщень, нормальних напружень та дотичних швидкостей на поверхні диска. Так,

$$\ddot{u}_r(R, \tau) = C \cos \frac{\tau}{2} \sqrt{\sin^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\tau}{2}}, \quad 0 < \tau < \alpha, \quad (10)$$

де  $C$  - деяка константа, що залежить від  $\alpha$ , частоти обудження та пружних сталих диска. Внаслідок порівняння (10) з розподілом згідно теорії Герца було встановлено, що максимальна відносна похибка (10) не перевищує 25%, а для більшості матеріалів становить близько 10%. Також встановлено, що радіальні зміщення точок поверхні диска є досить гладкою функцією, а розподіл дотичних швидкостей є сильно неоднорідним: дотична компонента прискорення точок поверхні обертається в нескінченність на кінцях площадки контакту.

На основі порівняння залежності  $\alpha = \alpha(\delta)$  для різних наближень зроблено висновок, що похибка першого наближення збільшується при підході до резонансної частоти. Це пояснюється тим, що головна складова асимптотичного розкладу коефіцієнтів  $\gamma_n$  утримує в своєму чисельнику виразник Релея. Тому при наближенні до резонансної частоти Релєвської хвилі, що складає приблизно 3/4 першої резонансної частоти другої колової моди, головна частина асимптотичного розкладу (7) обертається в нуль й швидкість збіжності методу редукції також наближається до нуля.

В параграфі 1.5 на основі гіпотези повного проскозування в області контакту запропоновано принципи побудови математичної моделі MRUM, що ґрунтується на розв'язку розглянутої задачі гладкого контакту. Обговорюється можливість її застосування на практиці.

**Друга глава** присвячена моделюванню гібридного ультразвукового двигуна (ГУДа). Загальний вигляд ГУДа приведено на мал. 2.

Як і MRUM він складається ві статора та притиснутого до нього за допомогою пружини ротора. В свою чергу статор включає в свій склад вібратора, який генерує крутильні коливання, та актуатора, що одійсноє позовжні коливання. Якщо осув фаа між цими коливаннями, що відбуваються з однаковою частотою, складає  $\pi/2$ , то неавантажений овнішніми оусиллями ротор буде одіонаправлено обертатися. Завади обудження в статорі коливань по двом взаємно ортогональним напрямкам двома різними активними елементами ов'являється можливість окремо досліджувати ці коливання, що значно спрощує математичну постановку відповідної задачі та дозволяє обійти складнощі, подібні до тих, котрі виникли при моделюванні MRUM.

Та обставина, що резонансна частота крутильних коливань, яка є робочою частотою ГУДа, майже в два рази менша за резонансну частоту позовжніх коливань, дала змогу ввести гіпотезу: *позовжні коливання актуатора є квазістатичними, тобто можна знехтувати власними силами інерції актуатора*. Крім того, вважаючи час контакту ротора та статора значно меншим періоду коливань та спираючись на експериментальні дані, була введена гіпотеза вібропідвішування: *під час контакту ротор знаходиться на постійній висоті  $\delta$  по відношенню до рівня кінця недеформованого актуатора*. Враховуючи ці дві гіпотези при роогляді позовжніх коливань актуатора, було встановлено, що нормальні контактні напруження змінюються в безрозмірному часі за законом

$$\sigma_x = -V_0 \frac{e_{33}}{h} (\sin \tau - \sin \tau_1), \quad (11)$$

де  $h$  — товщина актуатора, що має позовжню поляризацію,  $V_0$  — амплітуда рівниці потенціалів овнішнього електричного поля. При цьому час початку контакту  $\tau_1$  та висота вібропідвішування  $\delta$  визначаються з співвідношень

$$\operatorname{ctg} \tau_1 + \tau_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{P}{c_{33}^E R^2} h, \quad \delta = V_0 \frac{e_{33}}{c_{33}^E} \sin \tau_1. \quad (12)$$

При роогляді обертального руху ротора, баоуючись на експериментальних даних та проводячи деякі оцінки моментів, що діють на верхню частину статора ві сторони ротора та ві сторони вібратора, було зроблене ще одне припущення: *кутова швидкість поверхні статора  $\Omega_S$  змінюється за законом*

$$\Omega_S = \dot{\Omega}_S \sin \tau, \quad (13)$$

тобто вплив ротора на крутильні коливання статора є незначним. Дане припущення дозволяє повністю дослідити обертальний рух ротора базуючись на рівнянні зміни кінетичного моменту ротора

$$J\omega \frac{d\Omega_R}{dt} = M(\tau) - M_0, \quad (14)$$

де  $J$  — момент інерції ротора,  $M(\tau)$  — момент, що діє зі сторони статора на ротор,  $M_0$  — момент зовнішнього навантаження.

Виходячи з рівняння (14), були розглянуті можливі режими обертання ротора:

- (а) режим розгону ротора в просковзуванні зі статором;
- (б) режим приторможування ротора в просковзуванні зі статором;
- (в) режим прилипання ротора до статора;
- (г) режим приторможування ротора зовнішнім навантаженням,

що за умови справедливості введених вище трьох гіпотез повністю вичерпують можливі режими взаємодії ротора та статора. Для кожного з режимів було встановлено аналітичний вираз для кутової швидкості ротора та умови його існування.

Наявність аналітичних виразів для кутової швидкості ротора дозволила побудувати періодичні послідовності режимів взаємодії ротора та статора для різних значень моменту зовнішнього навантаження, які мають місце при всталеній роботі ГУДа. Пошук періодичних послідовностей режимів було подано у формі, що відповідає реалізації методу початкових параметрів. Проте розрахунки проводилися з використанням методу поетапного інтегрування, що дозволило усунути питання про стійкість періодичних послідовностей режимів.

Враховуючи, що для кожної послідовності було отримано кусково-аналітичну залежність  $\Omega_R$  від  $\tau$ , без особливих труднощів були знайдені основні інтегральні характеристики ГУДа: ефективність фрикційного перетворення механічної енергії  $\eta$  та середня кутова швидкість обертання ротора.

Поведінка інтегральних характеристик якісно співпала з поведінкою відповідних експериментально знайдених залежностей, проте кількісно останні виявилися дещо нижчими. Така неузгодженість вимагала подальшого аналізу роботи гібридного ультразвукового двигуна. Припущенням, що спричинило розбіжності, могла бути гіпотеза про незначний вплив руху ротора на крутильні коливання статора. Постановка задачі за повної відсутності такої гіпотези є дуже громіздкою і приводить до складних математичних проблем, що

пов'язані з розв'язанням парних суматорних рівнянь. Тому було розглянуто частковий вплив ротора на коливання статора, що полягає у врахуванні скінченної жорсткості актуатора на кручення. В такому разі між нижнім ( $z = 0$ ) та верхнім ( $z = h$ ) перерізами актуатора виникає деякий кут повороту, що пропорційний моментів прикладеному ві сторони ротора до статора. Використовуючи введені вище позначення, замість (13) маємо

$$\Omega_S = \tilde{\Omega}_S(\sin \tau - \gamma \dot{\beta}(\tau)), \quad (15)$$

де  $\gamma$  — безрозмірний коефіцієнт пропорційності.

В результаті побудови періодичних послідовностей режимів та відповідних інтегральних характеристик було встановлено, що неврахування оберненого впливу ротора на коливання статора не може бути основною причиною розбіжностей між теоретичними результатами та експериментальними даними.

**У третій главі** було продовжено дослідження роботи гібридного ультразвукового двигуна. Висновки, зроблені в попередній главі, вказують на те, що основною причиною розбіжностей між розрахунковими та експериментальними даними, очевидно, є припущення про малість часу контакту між ротором та статором гібридного ультразвукового двигуна. Тому в третій главі вважалося, що час контакту між складовими ГУДа є значним (близьким до півперіоду коливань статора). Таким чином, гіпотеза вібропідвищення не могла бути автоматично застосована для подальших досліджень, що спонукало до більш детального розгляду вертикального руху ротора.

Відкидаючи гіпотезу вібропідвищення, вважалося, що за відсутності контакту ротор рухається вертикально під дією сили, яка діє на нього ві сторони пружини. Виключаючи сталі інтегрування з умов неперервності вертикальних переміщення та швидкості ротора, було отримане рівняння для визначення часу контакту  $2\varphi_1 = \pi - 2\tau_1$

$$\begin{aligned} a \sin \varphi_1 \cos a\varphi_1 - \sin a\varphi_1 \cos \varphi_1 &= \\ &= \frac{Ph}{V_0 S E_{33}} (1 - a^2) (\sin a\varphi_1 + a(\pi - \varphi_1) \cos a\varphi_1), \end{aligned} \quad (16)$$

де  $a$  — відношення власної частоти коливання ротора на пружині, що має жорсткість рівну жорсткості актуатора, до частоти зовнішнього обудження,  $S$  — площа перерізу актуатора.

Якщо  $a\varphi_1 \ll 1$ , то  $\sin a\varphi_1 \approx a\varphi_1$ ,  $\cos a\varphi_1 \approx 1$  й (16) зводиться до рівняння теорії вібропідвищення, яке можна отримати в співвідношень (12), виключаючи  $\delta$ :

$$\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1 = \pi \frac{Ph}{V_0 S e_{33}}. \quad (17)$$

Отже, можна сформулювати критерій застосування гіпотези вібропідвищення: *вібропідвищення ротора має місце тоді та тільки тоді, коли або власна частота коливання тіла, яке має масу рівну масі ротора, на пружині, яка має жорсткість рівну жорсткості актуатора, значно менша частоти зовнішнього збудження актуатора, або час контакту між ротором та статором значно менший періоду коливань статора, як це мало місце в другій главі.*

Зважаючи на результати експериментальних досліджень та зважаючи масу ротора достатньо великою, гіпотезу вібропідвищення було поширено на випадок великих часів контакту ( $\varphi_1 \approx \pi/2$ ). Для цього випадку було побудовано періодичні послідовності режимів для різних значень моменту зовнішнього навантаження, а також відповідні інтегральні характеристики, що добре відтворюють експериментальні дані не тільки якісно, а й кількісно (мал. 3). Так, експериментально впадена максимальна ефективність ГУДа становить близько 60%. Про гарну кореляцію між результатами говорить і той факт, що у обох випадках максимальна швидкість ротора  $\Omega_{Rmax}^c$  в декілька разів більша від його мінімальної швидкості  $\Omega_{Rmin}^c$ . Все це вказує на те, що при роботі гібридного двигуна час контакту між його складовими становить близько півперіоду коливань статора.

Знання залежності середньої швидкості стаціонарного обертання ротора (коли швидкість ротора змінюється періодично в часі) від моменту зовнішнього навантаження  $\Omega_R^c = \Omega_R^c(M_0)$  дало можливість дослідити процес встановлення цієї швидкості. Виходячи з проведеного аналізу, можна зробити висновок, що поки  $\Omega_R^c$  не досягне значення  $\Omega_{Rmin}^c$ , вона зростає лінійно, а далі  $\Omega_R^c$  еспоненціально наближується до свого стаціонарного значення  $\Omega_{R0}^c$ . При цьому перехідні процеси для великих часів контакту розвиваються більш повільно ніж для малих.

**В** важливій частині дисертації сформульовані основні результати, отримані в роботі і подаються висновки, зроблені на основі аналізу цих результатів.

**В додатку** доводиться квазірегулярність нескінченної лінійної алгебраїчної системи (9) та обґрунтовується можливість вастосування до неї метода редукції. Отримано розв'язок дономіжної парної системи та суми деяких рядів.

## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ РОБОТИ

1. Досліджені характеристики стаціонарного хвильового поля в пружному диску при обудженні в ньому другої колової моди, яка обертаючись взаємодіє в абсолютно жорстким гладким кільцем:

- а). На прикладі задачі про стаціонарне обертання системи, рівномірно розподілених по контуру пружного диска, нормальних восереджених сил онайдені резонансні швидкості обертання колових мод. Встановлено, що на другій коловій моді досягається локальний мінімум резонансної швидкості обертання, а абсолютний мінімум відповідає поширенню хвилі Релея.
- б). Задачу гладкого контакту між другою коловою модою диска, яка обертається, та жорстким кільцем оведено до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Доведено квазірегулярність даної СЛАР. Отримано рівняння для визначення розміру площадки контакту.
- в). Знайдено в аналітичній формі перше наближення розв'язку задачі гладкого контакту. Встановлено, що нормальні напруження на границі диска змінюються неперервно, а розподіл дотичних швидкостей є сильно нерівномірним: на кінцях площадки контакту дотичні прискорення точок диска прямують до нескінченних значень. Проведено порівняння розподілу контактних напружень в розподілом таких згідно теорії Герца, яке показало гарну відповідність між ними (відносна похибка для більшості матеріалів складає близько 10% й не перевищує 25%).
- г). Приведено принципи побудови математичної моделі ультразвукового двигуна на моді, яка обертається, що базується на розв'язку задачі гладкого контакту.

2. Побудовано оамкнену модель гібридного ультразвукового двигуна:

- а). Знайдено періодичні послідовності режимів обертання ротора для повного інтервалу зміни моменту зовнішнього навантажен-

ня у випадках малих та великих проміжків часу контакту статора та ротора. Побудовано відповідні інтегральні характеристики ГУДа: залежності середньої швидкості обертання та ефективності фрикційного перетворення руху від моменту зовнішнього навантаження. Виявлено, що ефективність значно вища для малих проміжків часу контакту.

- б). Знайдено просту формулу для обчислення значення максимального моменту зовнішнього навантаження, в якій впливає, що це значення пропорційне радіусу ротора та силі, в якую ротора притиснуто до статора.
- в). На прикладі врахування деформативності актуатора на осув показано, що обернений вплив ротора на коливання статора є незначним.
- г). Розглянуто перехідні процеси в роботі ГУДа. Показано, що середня швидкість обертання ротора наближається до свого стаціонарного значення швидше у випадку малих проміжків часу контакту, проте і для малих, і для великих проміжків часу контакту перехідний процес утримує два етапи, на першому з яких середня швидкість росте лінійно в часі, а на другому — експоненційно наближається до свого стаціонарного значення.

#### РОБОТИ ОПУБЛІКОВАНІ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Куценко А.Г. Об одной динамической контактной задаче для упругого диска // Тр. Всеукраинской конф. мол. ученых вузов Украины (математика), Киев. ун-т, - 1994. - с. 159 - 166. - Деп. в ГНТБ Украины 20.07.94, N1302 - Ук94.
2. Куценко О.Г. Побудова послідовностей режимів роботи гнбидного ультразвукового двигуна для різних моментів зовнішнього навантаження // Сучасні фіз.-мат. дослідження молодих науковців вузів України: Зб. наук. пр. - Київ: Київ. ун-т. - 1995. - с. 64-71.
3. Zharil O.Yu., Kutzenko A.G. Dynamical contact interaction between vibrating solids: Theory and its applications to ultrasonic motors // Proc. 9-th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. - 1995. - 2. - pp. 1159-1163.
4. Куценко О.Г. До питання існування періодичних режимів в нелінійних пружних системах порогового типу // Вісник Київського університету, сер. фіз.-мат. науки. - 1996. - с. 85-94.

Kutzenko A.G. Conversion of vibrations of elastic bodies into spatial motion.

Dissertation for the Candidate of Physical and Mathematical Sciences Degree in Speciality 01.02.04 – mechanics of a deformable solid, Taras Shevchenko Kyiv University, Kyiv, 1996.

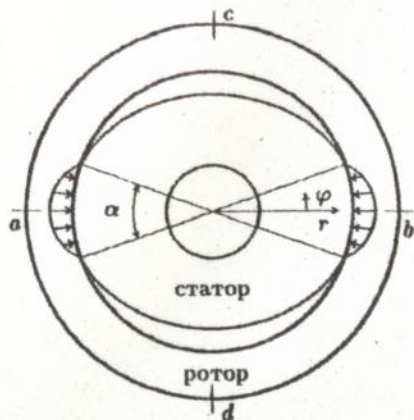
Principles of mathematical modelling of ultrasonic motors on the base of well-grounded ideas of contact mechanics have been proposed. It has been studied in detail so called mode rotation type and hybrid type of ultrasonic motors. An approximate analytical solution of the smooth contact problem corresponding to the frictionless interaction between stator and rotor of the mode rotation ultrasonic motor was carried out. Some of experimentally observed features of hybrid type ultrasonic motors are explained on the base of theoretical model developed.

Кутценко А.Г. Преобразование колебаний упругих тел в пространственное движение.

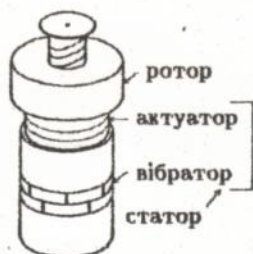
Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела, Киевский университет имени Тараса Шевченко, Киев, 1996.

Предложены принципы построения математических моделей ультразвуковых двигателей на основе хорошо апробированных представлений механики контактного взаимодействия. Подробно исследованы, так называемые, ультразвуковой двигатель на окружной моде колебаний статора и гибридный ультразвуковой двигатель. Приведено приближенное аналитическое решение задачи гладкого контакта между второй окружной модой упругого диска и жестким кольцом. На основании полученной модели гибридного ультразвукового двигателя объяснены некоторые экспериментально наблюдаемые явления.

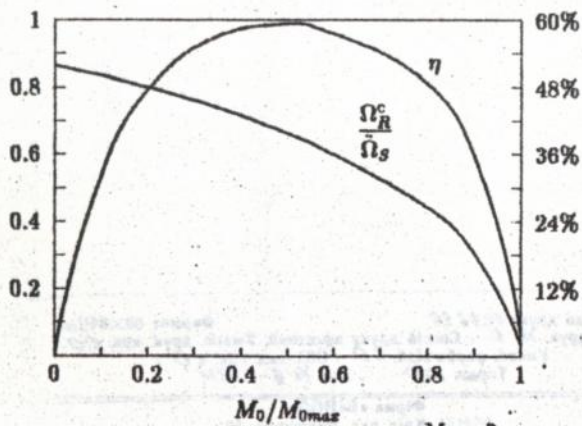
**Ключові слова:** ультразвуковий двигун, механіка контактної взаємодії, теорія вібраційного та хвильового переміщення, контактні напруження, інтегральні характеристики двигуна, вібропідвищування ротора.



Мал. 1



Мал. 2



Мал. 3



436444

AB 35.296

**AB 35.296**