МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. Ів.Франка

На правах рукопису

Гаврилів Орест Степанович

АБСТРАКТНІ ВІНЕРІВСЬКІ ІНТЕГРАЛИ І ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

01.01.01 - математичний аналіз

АВТОРЕФЕРАТ
ДИСЕРТАЦІЇ НА ЗДОБУТТЯ НАУКОВОГО СТУПЕНЯ
КАНДИДАТА ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ НАУК

Львів - 1996

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі [illegible] державного університету "Львівська політехніка".

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук
П.П.Козак

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук
М.С.Сявавко

кандидат фізико-математичних наук
О.Г.Сторож

Провідна установа: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача

Захист відбудеться "18" жовтня 1996 р. о 15^{30} годині в ауд. 377 на засіданні спеціалізованої ради Д 04 04 01 при Львівському державному університеті ім. Ів.Франка згідно адреси 290602, м.Львів, Університетська, 1.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Львівського державного університету.

Автореферат розіслано "___" ____________ 1996 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради Я.В.Микитюк

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Актуальність теми і ступінь дослідженості тематики

Поява нових розділів фізики і математики у XX столітті вияви-ла необхідність створення методів інтегрування на нескінченновимірних многовидах. У 20-х роках нашого століття, при вивченні броунівського процесу, Норберт Вінер запровадив поняття інтегралу від функціонала, заданого на просторі траєкторій процесу. 1942-го року Р.Фейнман, в задачі про принцип найменшої дії у квантовій фізиці, застосував метод континуального інтегрування. Ці результати явилися поштовхом до подальших досліджень в теорії і теорії застосування континуальних інтегралів. Вінерівські інтеграли виявилися безпосередньо застосовними в теорії ймовірностей; теорії інтегральних, диференціальних і операторних рівнянь; теоретичній фізиці.

Вінерівську міру в просторі неперервних функцій двох змінних введено Т.Кітагавою. Деякі властивості цієї міри вивчено в працях Дж.Йє, І.М.Ковальчика. Близькі аспекти серйозно розпрацьовувано Ю.Л.Далецьким. Поширенню вінерівської міри на випадок простору неперервних функцій багатьох змінних присв"ячено роботи Т.Тобіаса; П.П.Козака; І.М.Ковальчика; Л.О.Яновіча. У випадку скінченного числом множників добутку просторів міру Вінера розглядали І.М.Ковальчик, П.П.Козак, автор дисертації.

Значний вклад в розробці теорії інтегралу Вінера належить Р.Камерону, В.Мартіну, їх учням. Зокрема, ними одержано в даний час класичні результати про перетворення інтегралу Вінера за зсуву; лінійної та нелінійної замін змінних, - котрі послужили вихідними в одержанні відповідних результатів для вінерівського інтегралу у просторі функцій двох змінних, багатьох змінних, скінченнократного вінерівського інтегралу, нескінченнократного вінерівського інтеграла.

Важливу теорему про включення інтеграла по мірі Вінера в загальну теорію абстрактного інтеграла Лебега доведено С.В.Фоміним.

Г.Є.Шиловим і Фан Дик Тінем отримано результати, що дозволяють перетворювати інтеграл Вінера до інтегралу за гаусівською мірою у просторі всіх числових послідовностей. Л.Гросс - виходячи з концепції і конструкції класичної міри Вінера, специфіки використання, потреби інтегрування у банаховому просторі - побудував абстрактний вінерівський простір, чим абстрактні вінерівські інтеграли постали започаткованими. Властивості відповідної міри в абстрактному вінерівському просторі вивчалися Л.Гроссом, Х.-С.Го, Р.Рамером.

Прикладка абстрактних вінерівських інтегралів в різноманітних галузях науки і техніки стала полем діяльності великого числа авторів.

Вінерівське випадкове поле від декількох параметрів постало в праці М.М.Ченцова, де показано, що за деяких умов поле неперервне з імовірністю один.

Питання зв"язку інтегралу Вінера зі звичайними диференціальними рівняннями і диференціальними рівняннями в частковых похідних розглядали Р.Камерон і В.Мартін, М.Кац. Застосування вінерівських інтегралів до теорії лінійних інтегральних рівнянь і систем інтегральних рівнянь розглянули Т.Остром, Р.Камерон, В.Мартін, П.П.Козак; до теорії інтегро-диференціальних рівнянь - П.П.Козак, Р.М.Кадоб"янський; до теорії нескінченних систем інтегральних, звичайних диференціальних, інтегро-диференціальних, диференціальних рівнянь у часткових похідних - П.П.Козак, Я.М.Чабанюк. Тематику вінерівської міри в просторі неперервних функцій нескінченного числа змінних та відповідного вінерівського інтеграла плідно розпрацьовувано П.П.Козаком та Г.І.Білущак.

Мета дисертаційної роботи і основні завдання наукових досліджень:

Розвиток кратного та нескінченнократного інтегрування у абстрактних вінерівських просторах у прагненні побудови інструменту для обчислення абстрактних вінерівських інтегралів аналогічно універсального значення, якого у обчисленнях інтегралів по областях евклідових просторів відіграють повторні інтеграли; побудова надійних методів будови розв"язків систем лінійних операторних рівнянь у абстрактних вінерівських просторах; створення базисних підвалин роботи зі слабкими розподілами.

Методика досліджень.

Використовуються теорія абстрактного вінерівського інтегралу від функціоналу в одновимірному випадку, теорія інтегралу Бохнера, теорія інтегралу в локально компактному просторі, теорі ізоморфізму просторів, теорія інтеграла Лебега.

В результаті вдається розвинути техніку роботи в абстрактних вінерівських просторах, одержати результати на стику теорії ймовірностей і функціонального аналізу, одержати результати для кратних та нескінченно-вимірних слабких розподілів в гільбертовому просторі.

Наукова новизна та цінність досліджень.

В дисертації отримано такі результати:

- упроваджено поняття абстрактних вінерівських міри та інтегралу у скінченному та нескінченному добутках абстрактних вінерівських просторів;

- для кратних та нескінченнократних абстрактних вінерівських інтегралів, розглянутих в сенсі Бохнера, одержано перетворення відповідних інтегралів за зсуву та лінійного перетворення абстрактного вінерівського простору;

- побудовано розв"язки скінченнократної та нескінченнократної систем лінійних операторних рівнянь в абстрактних вінерівських просторах, у вигляді скінченнократного чи нескінченнократного вінерівських інтегралів;

- запроваджено кратні та нескінченнократні гаусівські слабкі розподіли на базі відповідних циліндричних мір у відповідних абстрактних вінерівських просторах;

- для абстрактних вінерівських інтегралів від функціоналів спеціального вигляду розроблено алгоритм пониження кратності кратного абстрактного вінерівського інтегралу та формули перетворень для нескінченнократного, що узручнює роботу з інтегралами.

Рівень реалізації, впровадження наукових розробок відповідає рівню реалізування математичних результатів.

Теоретична та практична значимість.

В дисертації розроблено ряд суттєвих аспектів теорії кратних та нескінченнократних абстрактних вінерівських інтегралів, запроваджено кратні та нескінченнократні гаусівські слабкі розподіли.

Вони можуть знайти застосування в ядерній фізиці, лазерній оптиці, фізико-хімічній теорії хімічних процесів.

Основні положення дисертації, що виносяться на захист.

- Побудова декартового добутку абстрактних вінерівських просторів як абстрактного вінерівського простору;

- побудова абстрактної вінерівської міри з вектором дисперсій $\vec{t}$ на декартовому добутку абстрактних вінерівських просторів;

- побудова і дослідження властивостей інтегралу Бохера на декартовому добутку абстрактних вінерівських просторів як інтеграла по абстрактній вінерівській мірі за зсуву та лінійних перетворень простору;

- структура слабких розподілів в декартовому добутку гільбертових просторів;

- побудова зчисленного декартового добутку абстрактних вінерівських просторів як абстрактного вінерівського простору;

- побудова абстрактної вінерівської міри на зліченному декартовому добутку абстрактних вінерівських просторів;

- побудова і дослідження властивостей сильного інтегралу Бохнера на зліченному декартовому добутку абстрактних вінерівських просторів в розумінні інтегралом по відповідній абстрактній вінерівській мірі - при різних моделях лінійних перетворень просторудобутку;

- побудова нескінченнократних нормальних розподілів у гільбертовому просторі та слабких розподілів в зліченному декартовому добутку гільбертових просторів;

- аналоги теореми Пеле-Вінера для декартових добутків абстрактних вінерівських просторів, скінченнократного та зліченного;

- структури представлення розв"язків лінійних систем операторних рівнянь, скінченнократної та зліченної, - абстрактним вінерівським інтегралом;

- алгоритми пониження кратності кратних та нескінченнократних абстрактних вінерівських інтегралів.

Апробація наукових досліджень.

Основні результати викладено і обговорено:

- на семінарі з вінерівських інтегралів, що провадився в Державному Університеті "Львівська політехніка" під керуванням к.ф.-м.н. П.П.Козака;

- на наукових конференціях в 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988 рр. Державного Університету "Львівська політехніка";

- на Львівській виїздній школі-семінар з теорії ймовірностей інституту математики Національної Академії Наук України, 1985 р.;

- на семінарах з функціонального аналізу в Львівському Державному університеті ім. Ів.Франка проф. В.Е.Лянце, 1995-1996 р р.

Публікації. По темі дисертації опубліковано 7 наукових статтей, депоновано три. Публікації подаються після викладу основних результатів дисертації.

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається з вступу, трьох розділів і списку літератури, який містить 93 наменувань, і складає 97 сторінок комп"ютерного машинопису.

Декларація особистого внеску аспіранта у розробку виносимого на захист. В співавторстві з науковим керівником к.ф.-м.н. П.П.Козаком опубліковано статті [1,2] . Науковому керівнику належить загальна постановка задачі і деякі ідеї, а дисертанту - реалізація роботи.

Характеристика методології, методу досліджень предмету і об"єкта. Науковий пошук, застосування сучасного матаналізу в підході до вирішення теми, операторних систем рівнянь та теорії ймовірностей.

Виклад основних результатів дисертації та формулювання підсумків, що випливають з наукового дослідження.

У главі I запроваджується поняття кратного абстрактного вінерівського інтегралу на декартовому добутку абстрактних вінерівських просторів. Інтеграл розглядається в сенсі Бохнера.

В §I.I розглянуто абстрактний вінерівський простір $(i_{(l)}, H_{(l)}, B_{(l)})$, означений як декартів добуток абстрактних вінерівських просторів (i_j, H_j, B_j), $j=\overline{1,l}$, причому простір $H_{(l)}$ - сепарабельний гільбертів зі скалярним добутком $\langle x,y\rangle=\sum_{j=1}^{l} t_j^{-1}\langle x_j, y_j\rangle$, де $\langle x_j, y_j\rangle$ - скалярний добуток в сепарабельному гільбертовому просторі H_j ; $B_{(l)}$ - банахів простір, одержаний поповненням $H_{(l)}$ по деякій вимірній нормі, слабшій норми $H_{(l)}$.

В $H_{(l)}$ започаткована гаусівська циліндрична ймовірностна міра, єдине б -адитивне продовження котрої на борелівське поле в $B_{(l)}$ називається вінерівською мірою в $B_{(l)}$. Інтеграл за вінерівською мірою в $B_{(l)}$ названо кратним абстрактним вінерівським інтегралом. В §I.I досліджено клас множин, на яких зосереджено вінерівську міру в $B_{(l)}$.

ТЕОРЕМА I.I. Якщо $h\in H_{(l)}$, то при перетворенні $y=Ix+h$ міри $P_t(h,\cdot)$ і P_t еквівалентні, і

$$\int_{B_{(l)}} f(y)\,P_t(dy)=\int_{B_{(l)}} f(x+h)\exp\Big\{-\sum_{j=1}^{l}\big[(2t_j)^{-1}|h_j|^2+ t_j^{-1}(h_j, x_j)\big]\Big\}\,P_t(dx)$$

для довільної P_t - інтегровної функції $f(y)$ зі значеннями в банаховому просторі, де $P_t(x,U)=P_t(U+x)$, $x\in B_{(l)}$, $U\in B_{(l)}$, а P_t - абстрактна вінерівська міра в $B_{(l)}$.

ТЕОРЕМА І.2. Нехай $T=I+K$ - лінійне відображення B в себе і виконуються умови: а) $K(B_{(l)})\subset H_{(l)}$;

в) для T існує обернене лінійне відображення $H_{(l)}$ в себе;

с) $K\in \mathcal{L}_1(H_{(l)})$.

Тоді міри $P_{\bar t}\circ T$ і $P_{\bar t}$ еквівалентні, і

$$\int_{B_{(l)}} f(y)P_{\bar t}(dy)=\int_{B_{(l)}} f(Tx)\exp\{-\sum_{j=1}^{l}(2t_j)^{-1}[2\sum_{k=1}^{l}(K_{jk}x_{k\cdot},x_{j\cdot})+$$

$$+\sum_{k=1}^{l}\sum_{m=1}^{l}(K_{jk}x_{k\cdot},K_{jm}x_{m\cdot})]\}\,|\det T|\,P_{\bar t}(dx)$$

для довільної $P_{\bar t}$ - інтегровної функції $f(y)$ зі значеннями в банаховому просторі. Тут $P_{\bar t}\circ T(U)=P_{\bar t}(T(U))$, $\mathcal{L}_1(H_{(l)})$ - простір ядерних операторів.

У зв"язку з наявністю взаємно-однозначної відповідності між слабкими розподілами і циліндричними мірами, слабкий розподіл, відповідний звуженню $P_{\bar t}$ в циліндричну міру в $H_{(l)}$ є нормальним l - вимірним розподілом з вектором параметрів $\bar t$.

В главі ІІ здійснюється побудова нескінченнократного абстрактного вінерівського інтеграла. Конструювання міри в нескінченному добутку абстрактних вінерівських просторів $(i_\infty, H_\infty, B_\infty)$ провадиться на основі теореми Тулча, за схемою Гросса.

ТЕОРЕМА 2.І. Якщо $h\in H_\infty$, $P_{\bar t}(x,U)=P_{\bar t}(U+x)$, $x\in B_\infty$, $U\in B_\infty$, то при перетворенні $y=Ix+h$ міри $P_{\bar t}(h,\cdot)$ і $P_{\bar t}$ еквівалентні, і для довільної $P_{\bar t}$ -інтегровної функції $f(y)$ здійснюється

$$\int_{B_\infty} f(y)P_{\bar t}(dy)=\int_{B_\infty} f(x+h)\exp\{-\sum_{j=1}^{\infty}[(2t_j)^{-1}|h_{j\cdot}|^2+t_j^{-1}(h_{j\cdot},x_{j\cdot})]\}P_{\bar t}(dx)$$

ТЕОРЕМА 2.2. Нехай $T=I+K$ - лінійне відображення B_∞ в себе і виконуються умови: а) $K(B_\infty)\subset H_\infty$;

в) для T існує обернене лінійне відображення H_∞ в себе;

c) $K \in \mathcal{L}_1(H_\infty)$.

Тоді міри $P_{\tilde{t}} \circ T$ і $P_{\tilde{t}}$ еквівалентні, і для довільної $P_{\tilde{t}}$ - інтегровної в смислі Бохнера функції $f(y)$ виконується рівність

$$\int_{B_\infty} f(y)\,P_{\tilde{t}}(dy)=\int_{B_\infty} f(Tx)\exp\{-\sum_{n=1}^{\infty}(2t_n)^{-1}[2\sum_{j=1}^{\infty}(K_{nj}x_{j\cdot},x_{n\cdot})+$$

$$+\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}<K_{nj}x_{j\cdot},K_{nm}x_{m\cdot}>]\}\,|\det T|\,P_{\tilde{t}}(dx)$$

Відповідно декартовості добутку $(i_\infty, H_\infty, B_\infty)$, де i_∞ - відображення включення H_∞ в B_∞ , оператор T представлюваний у вигляді нескінченної квадратної матриці.

Як і в главі I, але з урахуванням теореми Тулча, запроваджуються уже нескінченновимірні слабкі розподіли в гільбертовому просторі.

Застосування кратних та нескінченнократних абстрактних вінерівських інтегралів розглядаються в главі III.

ТЕОРЕМА 3.I. Нехай $\varphi=A\varphi+f$ - лінійне операторне рівняння в $B_{(l)}$, де а) $f\in H_{(l)}$;

в) $A(B_{(l)})\subset H_{(l)}$;

с) $A\in\mathcal{L}_1(H_{(l)})$;

d) $\lambda=1$ не є власним числом оператора A . Тоді

$$\varphi=\exp\{-\sum_{j=1}^{l}(2t_j)^{-1}|f_{j\cdot}|^2\}\int_{B_{(l)}}\rho(u,A)\,P_{\tilde{t}}(du),$$

$$\rho(u,A)=|\det(I-A)|\exp\{\sum_{n=1}^{l}[t_n^{-1}<f_{n\cdot},u_{n\cdot}-\sum_{k=1}^{l}A_{nk}u_{k\cdot}>-$$

$$-(2t_n)^{-1}(-2\sum_{j=1}^{l}(A_{nj}u_{j\cdot},u_{n\cdot})+\sum_{j=1}^{l}\sum_{m=1}^{l}(A_{nj}u_{j\cdot},A_{nm}u_{m\cdot}))]\},$$

$f_{j\cdot}$ береться із конкретного B_j , $j=\overline{1,l}$.

§3.2 присв"ячено вирішенню питання зображення розв"язку нескінченної системи лінійних операторних рівнянь абстрактним вінерівським інтегралом (у нескінченному добутку просторів).

Подалі здійснюється доведення теореми, аналогічної теоремі

Пелі-Вінера, для абстрактних вінерівських інтегралів - кратного і нескінченнократного. Будується алгоритм пониження кратності для кратних абстрактних вінерівських інтегралів від функціоналів специфічного виду, відповідні формули перетворень для нескінченнократних вінерівських інтегралів.

Подальше розкритт: тематики містке новими ідеями застосувань абстрактних вінерівських інтегралів в сучасному аналізі.

ВИСНОВКИ.

В дисертаційній роботі встановлено:

I. Поняття скінченного декартового добутку абстрактних вінерівських просторів, на основі чого запроваджено абстрактну вінерівську міру $\rho_{\vec{t}}$ (з вектором дисперсій $\vec{t}$), де сім"я $\{\rho_{\vec{t}}\}$ характеризується стискаючими факторами (причому стиск може характеризуватися певними властивостями не обов"язково однакових темпів розвитку та специфічних чи близького характеру направленостей розвивання, при можливій багатоманітності функційного навантаження конкретних абстрактних вінерівських просторів (співмножників добутку($i_{(\mathcal{L})}$, $H_{(\mathcal{L})}$, $B_{(\mathcal{L})}$)). Разом з деякими іншими, цікавими для подальшого вивчення висновками, вищезгадані результати подано в §I.I.

2. Інтегровність інтегралів Бохнера від функцій зі значеннями в банаховому просторі досить широкого спектру форм аналітичного задання, частково ілюстрованих записами формул (I.2.3), (I.3.5).

3. Структуру слабких розподілів в декартовому добутку гільбертових просторів досить широкого спектру можливо й суттєво різних характером просторів-співмножників (розглянуто на ст.35-36).

4. Специфічний скінченний декартів добуток гільбертових просторів яко гільбертів простір $H_{(\mathcal{L})}$ з типом скалярного добутку

в $H_{(\mu)}$ - що надає деяких суттєвих можливостей для узагальнень і практики.

Маються на увазі перш усього суттєві відмінності змістів всіх тих фізичних об"єктів-підоб"єктів, деякі властивості котрих (поокремішньо) характеризують і описують конкретні гільбертові простори - співмножники H_j декартового добутку $H_{(\mu)}$ - з обов"язковою цілісністю об"єднуючої математичної структури, відповідної фізичному об"єкту... який тими чи іншими способами розкладено на профіксовані вище об"єкти-підоб"єкти (зокрема, зафіксовано формулою (I.I.9)).

5. Поняття абстрактної вінерівської міри $P_{\bar{t}}$ з нескінченновимірним вектором дисперсій $\bar{t}$ в нескінченному декартовому добутку абстрактних вінерівських просторів (i_∞, H_∞, B_∞), який запроваджується вперше (§2.I).

6. Інтегровність за Бохнером функцій зі значеннями в банаховому просторі і функціоналів досить високого числа різновидів. Значний об"єм вищезгаданих функцій і функціоналів задовільняє формулам (I.2.3), (2.2.2) як тотожностям.

7. Головні аспекти теорії нормальних нескінченнократних розподілів у гільбертовому просторі. Подано у §2.3.

8. Зліченний декартів добуток гільбертових просторів з суттєво характерним скалярним добутком - що перетворює розглядуваний зліченний декартів добуток гільбертових просторів у гільбертів простір. Розглянуто у §2.I.

9. Класичного типу результат про момент першого порядку випадкового вектора банахового простору зо щільністю розподілу, еквівалентною мірі. Цікавим є перехід по множині міри нуль відносно функції зі значеннями в довільному банаховому просторі B_0 до тотожнього оператора-функції зі значеннями в банаховому просторі B , що забезпечується властивостями сильного інтегралу Бохнера. Подано на ст. 57.

I0. Аналоги теореми Пелі-Вінера для абстрактних вінерівських інтегралів про інтеграл від експоненти зваженого скалярного добутку, в тому числі - зваженого внутрішньо. (§3.3).

II. Теореми про перетворення кратного та нескінченнократного абстрактних вінерівських інтегралів за лінійних перетворень простору (§§I.3, 2.3).

I2. Структуру представлення розв"язків лінійних систем (скінченної та зліченної) операторних рівнянь у вигляді, відповідно, кратного та нескінченнократного абстрактних вінерівських інтегралів. Дано в §§3.I, 3.2.

I3. Деякі можливості пониження кратності кратних абстрактних вінерівських інтегралів (§3.4).

Дисертація містить нові обгрунтовані теоретичні результати, які є вкладом як в теорію інтегралу та міри в абстрактному вінерівському просторі, так і суттєвими для подальших узагальнень сучасної атомної фізики не лише в сенсі поглибленого розуміння багатьох суттєвих аспектів досить вагомих різновидів броунівського руху.

Список опублікованих праць.

I. Гаврылив О.С., Козак П.П. Кратный абстрактный винеровский интеграл и его свойства//Докл. АН УССР. Сер.А. - I985. - №2. - С.3-6.

2. Гаврылив О.С., Козак П.П. Абстрактный винеровский интеграл в бесконечном произведении пространств//Докл. АН УССР. Сер.А. - I985. - №7. - С.9-II.

3. Гаврылив О.С. Изображение решения системы операторных уравнений в банаховом пространстве в виде кратного абстрактного

винеровского интеграла // Докл. АН УССР. Сер.А. - 1986. - №8. - С.3-5.

4. Гаврылив О.С. Преобразования абстрактного винеровского интеграла в бесконечном произведении АВП при линейных преобразованиях пространства // Укр. мат. журн. - 1986. - 38, №6. - С.692-696.

5. Гаврылив О.С. Представление решения бесконечной системы линейных операторных уравнений в виде абстрактного винеровского интеграла. - Киев, 1987. - 7 с. - Деп. в УКРНИИНТИ, №1113. - Ук87.

6. Гаврилів О.С., Іванел В.К. До обчислення кратних абстрактних вінерівських інтегралів з деякими перетвореннями. - Київ, 1995. - 8 с. - Деп. в ДНТБ України, №1386 - Ук95.

7. Гаврылив О.С. О некоторых свойствах кратных винеровских интегралов // Вестник Львов. политехн. ин-та. - 1984. - №182. - С.38-40.

8. Гаврылив О.С. К вычислению кратных винеровских интегралов. Киев, 1984. - 7 с. - Деп. в УкрНИИНТИ, №2201. - Ук84.

9. Гаврылив О.С. Одна формула для вычисления кратного винеровского интеграла // Вестник Львов. политехн. ин-та. - 1985. - №192. - С.20-21.

10. Гаврылив О.С., Чабанюк Я.М. Об одном свойстве винеровской меры в бесконечном произведении пространств // Вестник Львов. политехн. ин-та. - 1986. - №202. - С.23-25.

Gavryliv O.S. Abstract Wiener integrals and its using. Thesis appling for candidate degree of physics and mathematics: 01.01.01. Mathematical Analysis, typescrift, Lviv State Un-ty n.a.I.Franko, Lviv, 1996.

Ten scientific works being maintaned, containing construction of multiple and endlessly repeated abstract Wiener integrals, transformation formulae of multiple and endlessly

repeated abstrct Wiener integrals under shift and linear space transformations. Main using of theory is introduced.

Гаврылив О.С. Абстрактные винеровские интегралы и их применения. Диссертация на соискание ученого степеня кандидата физико-математических наук: 01.01.01. Математический анализ, рукопись, Львовский гос. ун-т им.И.Франко, Львов, 1996.

Защищается 10 научных работ, которые содержат построение кратных и бесконечнократных абстрактных винеровских интегралов, формулы преобразований кратных и бесконечнократных абстрактных винеровских интегралов при сдвиге и линейном преобразовании пространства и основные применения.

Ключові слова: абстрактний, вінерівський, інтеграл, застосування.

Підписано до друку 08.07.96. Формат 60x84/16. Папір друк. №1.
Друк офсетн. Умовн.друк.арк. 1,0. Обл.-вид.арк. 1,0.
Умовн. фарб. відб. 1,1. Тираж 100. Зам. 158.

Машинно-офсетна лабораторія Львівського держуніверситету ім. І.Франка. 290602 Львів, вул. Університетська, 1.