

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ  
МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ  
ім. Я.С. ПІДСТРИГАЧА

СЕНЬКІВ ЛЕСЯ МИХАЙЛІВНА

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ НЕПОЛОГИХ  
ЦИЛІНДРИЧНИХ ОРТОТРОПНИХ ОБОЛОНОК ТИПУ  
ТИМОШЕНКА З ТРІЩИНАМИ

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Товариство «Діло» Лтд  
Львів - 1996

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00760412 (K)

*Ав. 35. 635*

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ  
ім.Я.С.ПІДСТРИГАЧА

На правах рукопису

СЕНЬКІВ ЛЕСЯ МИХАЙЛІВНА

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ НЕПОЛОГИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ  
ОРТОТРОПНИХ ОБОЛОНОК ТИПУ ТИМОШЕНКА З ТРІЩИНАМИ

Спеціальність 01.02.04 - механіка деформівного  
твердого тіла

А в т о р е ф е р а т  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Львів -1996

ЛНВ ім. В. Стефанике  
АН України

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.

**Науковий керівник:** доктор фізико-математичних наук,  
професор ОСАДЧУК Василь Антонович

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук,  
професор ХАИ Мирослав Васильович

кандидат фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
БЕРЕЖНИЦЬКИЙ Лев Теодорович

**Провідна установа:** Інститут електрозварювання ім. Є. О. Патона НАН  
України.

Захист відбудеться " 28 " листопада 1996р. о 15<sup>00</sup> год.  
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д. 04. 17. 01 в Інституті  
прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН  
України за адресою: 290601, м. Львів, МСП, вул. Наукова, 3-б.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці ІППММ  
ім. Я. С. Підстригача НАН України (м. Львів, вул. Наукова, 3-б).

Відгуки на автореферат просимо надсилати за адресою: 290601,  
м. Львів, вул. Наукова, 3-б, ІППММ, вченому секретарю спеціалізованої  
вченої ради Д. 04. 17. 01.

Автореферат розіслано " 26 " вересня 1996р.

Вчений секретар спеціалізованої ради  
кандидат фізико-математичних наук



П. Р. Шевчук

### ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Тонкостінні елементи різних конструкцій мають широке застосування у різноманітних галузях промисловості. Останнім часом при виготовленні таких елементів знайшли широке застосування композиційні матеріали, зокрема армовані надміцними волокнами пластики, для яких характерними є анізотропія деформативних і міцнісних властивостей, а також порівняно низька зсувна жорсткість на поперечний зсув. Багато композитів схильні до крихкого руйнування, тому наявність мікрodefektів, конструктивних розрізів, інших гострокінцевих концентраторів напружень суттєво впливає на міцність конструкцій і, отже, на їх повне чи локальне руйнування. У зв'язку з цим дослідження напружено-деформованого стану таких елементів, які можна моделювати анізотропними оболонками зі скінченною зсувною жорсткістю, послабленими тріщинами, має великий практичний інтерес.

Застосування класичної теорії Лява до розрахунку оболонки, виготовлених з композиційних матеріалів, не дозволяє враховувати ефекти, пов'язані зі скінченною жорсткістю тонкостінних елементів на поперечний зсув. Крім того, природні граничні умови на контурі тріщини задовольняються в рамках класичної теорії неповністю. Вказані особливості враховують так звані уточнені теорії оболонки, основи яких закладені у роботах С. П. Тимошенка, Е. Рейснера, С. А. Амбарцумяна та інших вчених.

Основи теорії і методи розв'язування задач механіки руйнування викладені в монографіях В. В. Панасюка, Т. Екоборі, Г. П. Черепанова, В. З. Партоня, Е. М. Морозова, М. П. Саврука та низки інших авторів.

Плоским задачам теорії пружності для анізотропних тіл з

тріщинами присвячені роботи С.Г. Лехніцького, Г.Н. Савіна, Г.Сі, П. Паріса, Л. Ірвіна, С.Я. Яреми, А.А. Камінського та ряду інших вчених. Чисельні дослідження напружено-деформованого стану тонких анізотропних пластин, в тому числі і зі скінченною зсувною жорсткістю, проведені Л.Т. Бережницьким і його учнями.

Аналіз літератури показує, що найбільш широке застосування знайшли методи, що полягають у зведенні задач до сингулярних інтегральних рівнянь. Методи чисельного розв'язування таких рівнянь наведені у монографіях А.І. Каландія, В.В. Панасюка, М.П. Саврука, З.П. Назарчука, М.В. Хая та інших.

Дослідження впливу анізотропії оболонки на напружений стан в околі вершини тріщини проводились в основному в рамках теорії Кірхгофа-Лява. Напружений стан тонкої ортотропної положої оболонки досліджували Н.Абе, Ф.Ердоган, М.Ратвані, У.Юсеоглу, В.П. Шевченко, К.М. Довбня, В.А. Цванг, ортотропної непологої з використанням загальномоментної теорії - В.А. Осадчук, І.С. Костенко. Пружну рівновагу анізотропної замкненої циліндричної оболонки, послабленої тріщинами, методами технічної теорії вивчали Л.А. Фільштинський і В.А. Любчак. Пружна рівновага анізотропної непологої циліндричної оболонки типу Кірхгофа-Лява з довільно орієнтованим відносно ліній головних кривин прямолінійним у плані розрізом досліджувалась у роботах І.Б. Прокоповича.

Напружений стан ослаблених розрізами анізотропних оболонок у рамках уточнених теорій вивчався тільки для випадку симетричного навантаження. Вплив поперечного зсуву і ортотропії матеріалу на величину коефіцієнтів інтенсивності напружень для пологих сферичних і циліндричних оболонок досліджувався С.Кренком, Ф.Делалом, Ф.Ердоганом, О.Ясхі. За вихідні брались

співвідношення теорії Рейснера і розглядався випадок спеціальної ортотропії, коли модуль зсуву виражається через модуль пружності. Розподіл напружень біля тріщини в пологих циліндричній і сферичній трансверсально-ізотропних оболонках на основі технічної теорії типу Тимошенка досліджувався у роботах М. М. Николишина, Т. Є. Маселко.

**Метою роботи** є розробка ефективної аналітичної методики розв'язування задач про напружений стан анізотропної непологої циліндричної оболонки типу Тимошенка, послабленої як ізольованим, так і взаємодіючими розрізами; чисельна апробація цієї методики та її застосування до розв'язування актуальних задач теорії оболонок з тріщинами, насамперед - до антисиметричної задачі; дослідження на основі отриманих числових результатів впливу навантаження, геометричних і фізико-механічних параметрів оболонки з розрізами на параметри тріщиностійкості (коефіцієнти інтенсивності).

**Наукова новизна роботи** полягає в наступному.

На основі методу дисторсій в теорії тонких оболонок з тріщинами розроблена методика зведення до систем сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) задач про напружений стан анізотропних циліндричних оболонок типу Тимошенка з розрізами. При цьому - отримано ключові рівняння задачі про пружну рівновагу податливої на зсув анізотропної циліндричної оболонки, що перебуває в полі власних напружень; побудовано фундаментальний розв'язок та досліджено його властивості; - задача про напружений стан анізотропної циліндричної оболонки типу Тимошенка, послабленої прямолінійним в плані довільно орієнтованим відносно ліній головних кривин розрізом, зведена до системи сингулярних інтегральних рівнянь. Через її розв'язок

записано вирази для асимптот зусиль та моментів в околі вершини розрізу, а також відповідні їм коефіцієнти інтенсивності;

- досліджено напружений стан податливих на зсув ортотропних і трансверсально-ізотропних оболонок з поздовжнім або системою поперечних розрізів; встановлено характер залежності коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів від фізико-механічних та геометричних параметрів задачі.

- виявлено специфічні механічні ефекти, характерні лише для антисиметричної задачі, коли на берегах тріщини задана перерізуюча сила.

Ці результати виносяться на захист.

Вірогідність здобутих результатів забезпечується строгістю постановки задач та математичних методів, які використовувались при отриманні розв'язувальних диференціальних рівнянь, при побудові їх фундаментального розв'язку, при зведенні задач до систем СІР, застосуванням до розв'язування СІР добре теоретично обґрунтованих та апробованих наближених чисельних методів; збігом в часткових випадках отриманих результатів з відомими в літературі.

**Практична цінність роботи.** Отримані результати можуть бути використані при розрахунку та проектуванні оболонкових конструкцій з анізотропних матеріалів, зокрема композитів, які характеризуються суттєвою анізотропією пружних і міцнісних властивостей, в тому числі низькою зсувною жорсткістю на поперечний зсув. Розроблену методику можна застосовувати для оцінки впливу пружних параметрів композиту та інших факторів на руйнування тонкостінних оболонкових елементів. Результати досліджень напруженого стану анізотропної циліндричної оболонки типу Тимошенка в околі вершин розрізів можуть бути використані

при розробці критеріїв руйнування тонкостінних оболонкових елементів. Отримані результати також встановлюють межі застосовності теорії Кірхгофа-Лява для розрахунків на тріщиностійкість тонкостінних оболонкових елементів.

Дисертаційна робота виконана в рамках науково-дослідної теми Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України "Розробка математичних моделей чисельно-аналітичних і експериментальних методів дослідження міцності та надійності кусково-однорідних циліндричних і тонкостінних тіл з власними напруженнями та дефектами" (шифр теми 1.1.131, номер теми по Інституту ВБ-20/131).

**Апробація роботи.** Окремі результати дисертації доповідались на 3-й Всесоюзній нараді-семінарі молодих вчених (Казань, 1988), на 8-й Міжнародній конференції з механіки руйнування (Київ, 1993), на 4-й Міжнародній конференції з механіки неоднорідних структур (Тернопіль, 1995). В цілому робота обговорювалась на науковому семінарі відділу композитних матеріалів Фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка НАН України (Львів, 1996), на науковому семінарі відділу зварних конструкцій Інституту електрозварювання ім. Е.О. Патона НАН України (Київ, 1996), кваліфікаційному семінарі Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України (Львів, 1996).

**Особистий внесок дисертанта** полягає в участі при постановці задачі про напружений стан анізотропних непологих циліндричних оболонок типу Тимошенка з розрізами, в її зведенні до системи п'яти СІР, одержанні формул для коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів, що характеризують напружений стан в околі вершин розрізів, а також у чисельній реалізації побудованих алгоритмів.

**Публікації.** За результатами дисертаційної роботи опубліковано 6 наукових робіт.

**Структура і обсяг дисертації.** Дисертація складається з п'яти розділів ( в тому числі вступу і заключення ) та списку цитованої літератури. Загальний обсяг роботи 178 сторінок машинописного тексту, в тому числі 38 рисунків. Бібліографія містить 111 найменувань.

#### ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність вибраної теми, подано стислий аналіз сучасного стану проблеми, викладена мета роботи, сформульовано основні наукові положення, які виносяться на захист, а також стисло викладено зміст дисертації за розділами.

У другому розділі отримано розв'язувальні співвідношення задачі про пружну рівновагу податливої на зсув циліндричної анізотропної оболонки, яка перебуває в полі власних напружень. За вихідні прийнято положення теорії Тимошенка для тонких анізотропних оболонок.

На основі підходу до дослідження тонких пружних оболонок з власними напруженнями, розробленого Я.С. Підстригачем, В.А. Осадчуком та їх учнями, вирази для компонент деформації серединної поверхні подаються у такому вигляді:

$$\bar{\epsilon}_i = \bar{\epsilon}_i^e + \bar{\epsilon}_i^o \quad (i=1,2); \quad (1)$$

$$\bar{\epsilon}_1 = (\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \epsilon_{22}, -\epsilon_{13}, -\epsilon_{23}); \quad \bar{\epsilon}_2 = (\chi_{11}, 2\chi_{12}, \chi_{22}, 0, 0).$$

Тут  $\epsilon_{ij}, \chi_{ij}$  - усереднені за товщиною оболонки компоненти повної деформації;  $\epsilon_{ij}^o, \chi_{ij}^o$  - дисторсії, якими моделюється наявність розрізу;  $\epsilon_{ij}^e, \chi_{ij}^e$  - компоненти пружної деформації, зумовлені несумісністю  $\epsilon_{ij}^o, \chi_{ij}^o$ .

Пружні деформації зв'язані з питомими зусиллями та моментами

через закон Гука для анізотропної оболонки:

$$\bar{n}_1 = \hat{C} \bar{\varepsilon}_1, \quad \bar{n}_2 = c_1^2 R^2 \hat{C} \bar{\varepsilon}_2, \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} \hat{C}_1 & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{C}_2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

де  $\bar{n}_1 = (N_1, S, N_2, Q_1, Q_2)$ ,  $\bar{n}_2 = (M_1, H, M_2, 0, 0)$  - вектори зусиль та моментів;  $\hat{C}$  - матриця пружних сталих оболонки, записана у блочному вигляді:  $\hat{C}_1$  відповідає теорії Кірхгофа-Лява, а  $\hat{C}_2$  характеризує пружні властивості оболонки на поперечний зсув;  $c_1^2 = h^2 / (3R^2)$  - параметр тонкостінності;  $h$  і  $R$  - відповідно півтовщина та радіус оболонки.

На основі вихідних співвідношень уточненої теорії за допомогою операторного методу з врахуванням (1) і (2) отримано систему рівнянь у переміщеннях:

$$\hat{L}^* u = R \hat{M}_1^{*T} \bar{\varepsilon}_1^0 + c_1^2 R^2 \hat{M}_2^{*T} \bar{\varepsilon}_2^0. \quad (3)$$

$$\text{Тут } \hat{L}^* = \hat{N}_1^* \hat{M}_1^* + c_1^2 \hat{N}_2^* \hat{M}_2^*, \quad \hat{M}_j^* = \hat{C} \hat{M}_j^{*T};$$

$$\hat{N}_1^* = \begin{pmatrix} \partial_1 & \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_1 & \partial_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\partial_1 & -\partial_2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \hat{N}_2^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \partial_1 & \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_1 & \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\bar{0} = (0, 0, 0, 0, 0); \quad \bar{u} = (u_1, u_2, w, \gamma_1, \gamma_2).$$

$\partial_i = \partial / \partial \alpha_i$ ;  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  - віднесені до  $R$  координати вздовж твірної і напрямної оболонки;  $u_i$  - переміщення точки серединної поверхні вздовж лінії  $\alpha_{3-i} = \text{const}$  ( $i=1,2$ );  $w$  - прогин оболонки,  $\gamma_i$  - кути повороту нормального елемента оболонки у площині, перпендикулярній до напрямку  $\alpha_i = \text{const}$  ( $i=1,2$ ).

Частковий розв'язок системи (3) записано так:

$$\bar{u} = R \hat{L}^{*-1} (\hat{M}_1^{*T} \bar{\varphi}_1 + c_1^2 R \hat{M}_2^{*T} \bar{\varphi}_2). \quad (4)$$

Тут  $\hat{L}^{*-1}$  - матриця алгебраїчних доповнень до матриці  $\hat{L}^*$ ;  $\bar{\varphi}_1 = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5)$ ,  $\bar{\varphi}_2 = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, 0, 0)$  - вектори розв'язувальних

функцій, що задовольняють наступні ключові рівняння:

$$D^* \bar{\varphi}_1 = \bar{e}_1^0 \quad (i=1, 2), \quad (5)$$

де

$$\hat{L}^* \hat{L}^{*-1} = D^* \hat{E}; \quad \hat{D}^* = \det \hat{L}^*; \quad \hat{E}^{-1} = \hat{E};$$

Тут  $D^*$  - диференціальний оператор десятого порядку. На основі співвідношень (1), (2), (4), (5) отримано вирази для компонент питомих зусиль та моментів через розв'язувальні функції  $\varphi_1, \psi_1 \quad (i=1, 5)$ .

Частковий розв'язок системи рівнянь (5) з використанням фундаментального розв'язку записано у вигляді інтегралів згортки, густинами яких є дисторсії  $\epsilon_{1j}^0, \kappa_{1j}^0 \quad (i, j=1, 5)$ .  $T$ -періодичний за круговою координатою розв'язок побудовано за допомогою інтегрального перетворення Фур'є за осью координат. Показано, що серед коренів його характеристичного полінома немає дійсних, за винятком нульового кореня кратності 4 для нульової та першої гармонік розкладу в ряд Фур'є у випадку загальномоментної теорії. Виділено головну частину фундаментального розв'язку. За її допомогою досліджено поведінку частинних похідних розв'язку, що характеризують напружений стан оболонки в околі дії зосередженого силового фактору. При цьому побудовано у явному вигляді вирази для їх особливостей, а також отримано оцінку збіжності регулярних частин цих похідних, що мають вигляд рядів.

В третьому розділі розглянуто задачу про напружений стан податливої на зсув анізотропної непологої циліндричної оболонки, послабленої довільно орієнтованим відносно ліній головних кривин розрізом, лінія  $\Gamma$  якого є відрізком циліндричної спіралі. Вважається, що оболонка знаходиться під дією зовнішнього навантаження, а до берегів розрізу прикладено рівні за величиною і протилежно напрямлені зусилля та моменти, так що

береги розрізу не контактують між собою. Сумарний напружений стан подано у вигляді суми основного напруженого стану в оболонці без розрізів і збуреного, зумовленого наявністю в оболонці розрізу. Поставимо у відповідність оболонці з розрізом суцільну оболонку з зосередженими на лінії розрізу внутрішніми джерелами напружень. При цьому вимагаємо, щоб напружений стан у суцільній оболонці співпадав зі збуреним в оболонці з розрізом. Враховуючи, що при переході через лінію розрізу  $\Gamma$  переміщення  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $w$  та кути повороту  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  мають стрибки, отримаємо наступні вирази для розподілу внутрішніх джерел напружень:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^{\circ} &= \frac{1}{R} (\nu_1 [u_1], \delta)_{\Gamma}; & \varepsilon_{13}^{\circ} &= \frac{1}{R} (\nu_1 [w], \delta)_{\Gamma}; \\ \varepsilon_{12}^{\circ} &= \frac{1}{R} (\nu_2 [u_1] + \nu_1 [u_2], \delta)_{\Gamma}; & \kappa_{11}^{\circ} &= \frac{1}{R} (\nu_1 [\gamma_1], \delta)_{\Gamma}; & (6) \\ 2\kappa_{12}^{\circ} &= \frac{1}{R} (\nu_1 [\gamma_2] + \nu_2 [\gamma_1] + \nu_1 R^{-1} [u_2], \delta)_{\Gamma} \quad (i=1,2). \end{aligned}$$

Тут  $\delta = \delta(\alpha_1, \alpha_2) = \delta(\alpha_1)\delta(\alpha_2)$  - двовимірна дельта-функція,

$$([h], \delta)_{\Gamma} = \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} [h(\lambda)] \delta(\alpha_1 + \nu_1 \lambda, \alpha_2 - \nu_2 \lambda) d\lambda,$$

$$\lambda_0 = l_0/R, \quad \nu_1 = \cos\varphi, \quad \nu_2 = \sin\varphi.$$

Квадратними дужками позначено величину стрибка (розриву першого роду) функції  $h(\alpha_1, \alpha_2)$  при переході через лінію розрізу  $\Gamma$ ;  $2l_0$  - довжину розрізу;  $\varphi$  - кут між напрямною оболонки і лінією розрізу, що відрховується проти годинникової стрілки.

Використовуючи результати попередньої глави і співвідношення (6), побудуємо інтегральні зображення для вектора узагальнених зусиль та моментів  $\bar{T} = (T_1, T_2, T_3, T_4, T_5)$ , що діють на лінії розрізу. Тут  $T_1, T_2$  - нормальне та зсувне зусилля;  $T_3$  - перерізувача сила;  $T_4, T_5$  - згинний та крутильний моменти. Густинами інтегральних зображень є стрибки переміщень і кутів повороту на лінії розрізу: нормального  $\tilde{u}$  і дотичного  $\tilde{v}$  переміщень, прогину

$\tilde{v}$ , а також кутів повороту  $\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2$  нормального елемента до серединної поверхні оболонки навколо лінії розрізу та в площині берегів розрізу. Задовольнивши граничні умови на берегах розрізу, отримали систему п'яти інтегральних рівнянь для визначення похідних від невідомих стрибків перемішень та кутів повороту. Ядра цих рівнянь містять або особливість типу Коші, або логарифмічну особливість і також регулярні частини у вигляді функціональних рядів. На основі результатів, отриманих у попередньому розділі, проведена оцінка збіжності цих рядів. Шукані функції повинні задовольняти п'ять умов однозначності перемішень та кутів повороту у вершинах розрізу.

Коефіцієнти інтенсивності введено як граничні значення зусиль та моментів  $T_1$  на лінії продовження розрізу, домножені на  $\sqrt{\rho}$ , де  $\rho$  - відстань від вершини тріщини до точки дії цих зусиль і моментів:

$$K_i = R^{(\delta_1^4 + \delta_1^5)} \lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{2\rho} T_1 \left( \lambda + \frac{\rho}{R} \right) =$$

$$= -R^{(\delta_1^4 + \delta_1^5)} \sqrt{1_0} \sum_{j=1}^5 d_{1j} \Phi_j^0(1) \quad (i=1,5). \quad (7)$$

Тут

$$\Phi_j^0(\lambda) = \Phi_j(\lambda) / \sqrt{\lambda_0^2 - \lambda^2} \quad (|\lambda| \leq \lambda_0),$$

$$\Phi_1 = \frac{[\tilde{u}]'}{R}; \quad \Phi_2 = \frac{[\tilde{v}]'}{R}; \quad \Phi_3 = \frac{[\tilde{w}]'}{R}; \quad \Phi_4 = [\tilde{\gamma}_1]'; \quad \Phi_5 = [\tilde{\gamma}_2]'$$

а  $d_{1j}$  - функції від пружних характеристик оболонки, параметра тонкостінності, а також коренів характеристичного полінома ( $d_{1j} = 0$  при  $i \neq j = 3$ ).

У четвертому розділі для податливої на зсув анізотропної

циліндричної оболонки, послабленої періодичною за круговою координатою системою поперечних колінеарних розрізів чи одним поздовжнім розрізом, записано систему п'яти сингулярних інтегральних рівнянь. Для власне ортотропної оболонки така розв'язувальна система розпадається на дві незалежні, що відповідають симетричному і антисиметричному навантаженню на берегах розрізу. Перша з цих систем складається з двох інтегральних рівнянь з особливостями типу Коші, друга - з трьох, де, крім ядер типу Коші, наявні ядра з логарифмічною особливістю.

Для ортотропних, зокрема трансверсально-ізотропних, оболонок типу Тимошенка проведено чисельне дослідження симетричної та антисиметричної задач у випадку системи поперечних розрізів і симетричної задачі у випадку поздовжнього розрізу. Розв'язки отримано чисельно методом механічних квадратур, при цьому невідомі функції апроксимувались інтерполяційними поліномами Лагранжа за чебишевськими вузлами розбиття. Під час розв'язування перевірялась умова відсутності контакту берегів розрізу. Для оболонок, виготовлених з певних ортотропних матеріалів (однонапрямлені склопластики), встановлено залежності коефіцієнтів інтенсивності зусиль і моментів від довжини розрізу. При цьому досліджено вплив ортотропії матеріалу оболонки, параметрів тонкостінності та зсувної податливості, виду навантаження, орієнтації головних напрямків пружності, відстані між розрізами на величину коефіцієнтів інтенсивності зусиль і моментів. Проведено порівняння для технічної теорії Тимошенка та загальномоментної теорії Кірхгофа-Лява.

В заключенні сформульовано основні результати роботи та отримані на їх основі висновки та рекомендації механічного характеру.

### ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

В роботі розвинута методика зведення задач про напружений стан податливих на зсув анізотропних замкнених циліндричних оболонок з розрізами до системи сингулярних інтегральних рівнянь. При цьому отримано такі основні результати:

1. Виведено розв'язувальні співвідношення задачі про пружну рівновагу податливої на зсув анізотропної циліндричної оболонки, що знаходиться в полі власних напружень.
2. Побудовано фундаментальний розв'язок рівнянь статички анізотропної циліндричної оболонки в рамках класичної уточненої теорії та досліджено його властивості.
3. Задача про напружений стан податливої на зсув анізотропної непологої циліндричної оболонки з довільно орієнтованим відносно ліній головних кривин розрізом зведена до системи п'яти інтегральних рівнянь, які мають ядра як з особливістю типу Коші, так і з логарифмічною особливістю.
4. Виведено асимптотичні вирази для визначення зусиль і моментів біля вершини розрізу через розв'язок цієї системи.
5. На основі розробленої методики у випадку ортотропної та трансверсально-ізотропної оболонок з поздовжнім чи системою поперечних розрізів досліджено вплив ортотропії матеріалу, параметрів тонкостінності та зсувної податливості, характеру навантаження, довжини розрізів та відстані між ними на величину коефіцієнтів інтенсивності зусиль і моментів.

На основі проведених у роботі досліджень можна зробити такі висновки та рекомендації:

1. Для податливих на зсув ортотропних циліндричних оболонок орієнтація головного напрямку пружності з більшим значенням модулем  $\nu_{\text{н}}$  вздовж чи впоперек оболонки практично не впливає на величину всіх коефіцієнтів інтенсивності у випадку поперечного

розрізу, і, навпаки, є суттєвою у випадку поздовжнього.

2. Якщо для ортотропної оболонки, послабленої поздовжнім розрізом, значення коефіцієнта інтенсивності розтягуючого зусилля, обчислене за уточненою теорією, є завжди більше, ніж обчислене за теорією Кірхгофа-Лява, то для випадку оболонки, послабленої поперечним розрізом, значення коефіцієнтів інтенсивності розтягуючого і зсувного зусиль, розраховані за двома теоріями, є практично однаковими.

3. Для ортотропної оболонки з системою поперечних розрізів, яка знаходиться під дією розтягу, не спостерігається характерної для розрахунку за теорією Кірхгофа-Лява зміни знака коефіцієнта інтенсивності згинного моменту при середніх довжинах тріщини.

4. Незалежно від того, чи до берегів поперечного розрізу прикладено зсувне зусилля, чи перерізуюча сила, відповідні значення коефіцієнтів інтенсивності є співрозмірними між собою.

5. Із збільшенням товщини оболонки всі коефіцієнти інтенсивності зменшуються, за винятком випадку, коли до берегів поперечного розрізу прикладено перерізуючу силу: значення коефіцієнтів інтенсивності крутильного моменту збільшуються із збільшенням товщини оболонки; значення коефіцієнтів інтенсивності перерізуючої сили при малих довжинах тріщини зменшується, а при великих зростає.

7. Для трансверсально-ізотропної оболонки, послабленої поперечним розрізом і яка перебуває під дією скруту, зміна параметра зсувної податливості мало впливає на значення коефіцієнтів інтенсивності зсувного зусилля та крутильного моменту.

8. Для ортотропних оболонок під внутрішнім тиском (поперечна орієнтація армуючих волокон) розрахунок на тріщиностійкість слід проводити з врахуванням поперечного зсуву, особливо це стосується

сильноортотропних матеріалів.

9. Для розрахунку коефіцієнтів інтенсивності ортотропної циліндричної оболонки з поперечним розрізом, яка перебуває під дією кручення, можна користуватись теорією Кірхгофа-Лява.

**Публікації за матеріалами дисертаційної роботи:**

1. Сеньків Л.М., Олейник С.Я. Функция Грина для круговой цилиндрической оболочки типа Тимошенко // Актуальные проблемы механики оболочек: Тез. докл. III Всесоюз. совещания-семинара молодых ученых. - Казань, 1988. - С.153.
2. Осадчук В.А., Прокопович І.Б., Сеньків Л.М. Фундаментальний розв'язок рівнянь пружної рівноваги анізотропної циліндричної оболонки // Доп. АН УРСР. Сер.Фіз.-мат. та техн.науки. - 1991. № 6. - С.43-46.
3. Николишин М.М., Сеньків Л.М. Решение уравнений трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с учетом деформаций, обусловленных физико-химическими процессами // Мат.методы и физ.-мех. поля. - 1992. - Вып.36. - С.80-84.
4. Prokopovych I.B., Senkiv L.M. Stressed State of Anisotropic Cylindrical Shells with Cuts // Advances in Fracture Resistance in Materials: Proc. of 8th Int. Congress of Fracture. - New Delhi: McGraw Hill Publ. Company Ltd,1996. - V.1. - P.547-552.
5. Прокопович І.Б., Сеньків Л.М. Фундаментальний розв'язок рівнянь рівноваги анізотропної циліндричної оболонки зі скінченною зсувною жорсткістю // Фіз.-хім. механіка матеріалів. - 1995. - 31, № 2. - С.56-61.
6. Сеньків Л.М. Симетрична задача пружної рівноваги для ортотропної непологої циліндричної оболонки типу Тимошенка з

поперечним розрізом // 4-а Міжнародна конференція з механіки неоднорідних структур: Тези доп. - Тернопіль, 19-22 вересня 1995 р. - С. 125.

**АННОТАЦИЯ.** Сеньків Л. М. Определение напряженного состояния непологих цилиндрических ортотропных оболочек типа Тимошенко с трещинами.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела. Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача НАН Украины, Львов, 1996.

На основе метода дисторсий разработана методика сведения к системе сингулярных интегральных уравнений задачи о напряженном состоянии анизотропной цилиндрической оболочки типа Тимошенко с произвольно ориентированными разрезами.

На базе численного решения полученных сингулярных интегральных уравнений определены коэффициенты интенсивности усилий и моментов ортотропных и трансверсально-изотропных непологих цилиндрических оболочек с конечной сдвиговой жесткостью, ослабленных продольным или системой поперечных разрезов. Сделаны выводы относительно влияния геометрии оболочки, физико-механических параметров, ориентации разреза и вида нагрузки на значения коэффициентов интенсивности, а также определены границы применимости теории Кирхгофа-Лява к оценке трещиностойкости таких оболочек.

**ABSTRACT.** Senkiv L.M. Determination of the stressed state for nonshallow cylindrical orthotropic shells of Tymoshenko type with cracks.


The theses presented for a Degree of Candidate of Sciences (physics and mathematics); speciality: 01.02.04 - mechanics of deformable solids, Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 1996.

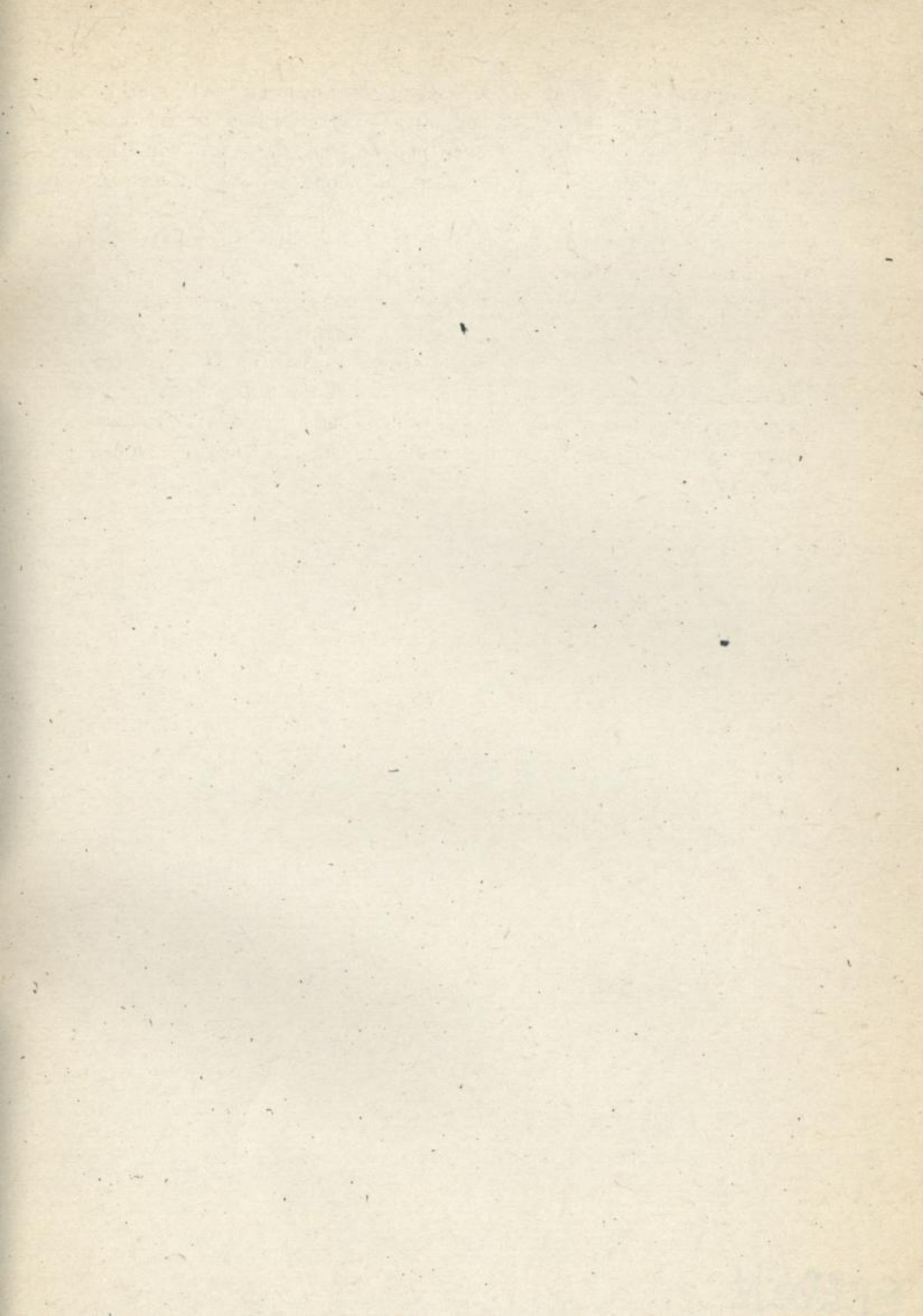
On the basis of distortion method the technique of reduction to a system of singular integral equations for the problem on the stressed state of anisotropic cylindrical shells of Tymoshenko type with arbitrarily oriented cracks is developed.

The effort and moment intensity factors for both orthotropic

and transversally-isotropic nonshallow cylindrical shell with finite shear rigidity weakened by a longitudinal cut or a system of circumferential cuts are determined on the basis of the singular integral equations numerical solution. Conclusions concerning the influence of shell geometry, physicomechanical parameters, cut orientation and kind of loading on the value intensity factors are made. In addition the limits of applicability of Kirchhoff-Love theory to the evaluation of the crack growth resistance of the given shells are determined.

Ключові слова: оболонка зі скінченною зсувною жорсткістю, тріщина, анізотропна, ортотропна, трансверсально-ізотропна, сингулярні інтегральні рівняння, коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів.







439293

АВ 35.635

Сеньків Леся Михайлівна  
Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата  
фізико-математичних наук

Формат 60 x 84/16 ; папір споживчий

Товариство з обмеженою відповідальністю «Діло» Лтд  
Вул. Вол. Великого, 18, тел. 65-93-76 (факс)