Київський університет
імені Тараса Шевченка

На правах рукопису

Косматий Дмитро Юрійович

УДК 519.62

Математичні моделі та алгоритми прийняття оптимальних рішень у банківській діяльності

01.05.04 - системний аналіз і теорія оптимальних рішень

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук

Київ-1996

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі теорії автоматизованих систем факультету кібернетики Київського університету імені Тараса Шевченка.

Науковий керівник - доктор технічних наук, професор ***Волошин Олексій Федорович***

Офіційні опоненти:

1. доктор фізико-математичних наук ***Остапенко Валентин Володимирович*** (Інститут кібернетики НАН України)
2. кандидат фізико-математичних наук, доцент ***Шевченко Володимир Петрович*** (Київський університет імені Тараса Шевченка)

Провідна організація - ***Інститут програмних систем НАН України***.

Захист відбудеться "31" жовтня 1996 р. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.01.20 Київського університету імені Тараса Шевченка, Київ, пр.Глушкова, 2, корп.6, ф-т кібернетики, ауд. 40 о 14 годині. (Тел.266-10-39. Факс 266-10-59)

З дисертацією можна ознайомитися у Науковій бібліотеці Київського університету імені Тараса Шевченка, Київ, вул.Володимирська, 58

Автореферат розісланий "30" вересня 1996 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради

П.М.Зінько

Загальна характеристика роботи

Актуальність теми. Розробка методів та моделей прийняття рішень відноситься до одного з найбільш активно прогресуючих напрямків системного аналізу. Математичний апарат для задач прийняття оптимальних рішень розвивався у роботах українських та зарубіжних авторів: Б.Г.Литвака, Б.Г.Міркіна, М.В.Міхалевича, Ларічева О.І., Фішберна П.К., Гермейєра Ю.Б., Кіні Р.Л., Райфа Х. та інших.

Для задач великої обчислювальної складності, якими є задачі прийняття рішень, успішно застосовується метод послідовного аналізу варіантів, запропонований у роботах В.С.Міхалевича та Н.З.Шора і розвинутий В.Л.Волковичем, О.Ф.Волошиним, А.І.Куксою та іншими авторами. Цей метод успішно застосовується при розв'язанні різноманітних задач у різних галузях науки та економіки.

Розвиток банківської діяльності - приводного механізму економіки - набуває особливого значення в умовах зміни соціального та політичного устрою. При цьому основна можливість запобігти багатьох "помилок зростання" є використання математично обгрунтованих методів обробки даних (знань), одержаних від експертів або в результаті аналізу банківської системи розвинутих країн або провідних ("ідеальних") банків.

Вибір стратегії діяльності банку, а також банківської системи в цілому, в кредитуванні, залученні депозитів, обмінних операціях, міжнародних розрахунках, кореспонденських відносинах та в інших питаннях в абсолютній більшості випадків здійснюється евристично, без використання будь-яких формалізованих процедур прийняття рішень.

Саме тому розробка відповідного математичного апарату та програмних систем підтримки прийняття рішень, які б дозволяли оброблювати експертні дані і знання, є надзвичайно актуальною.

Мета роботи. Метою роботи є побудова математичних моделей та алгоритмів для задач прийняття оптимальних рішень в банківській діяльності та їх практична реалізація у конкретних програмних комплексах.

Загальна методика досліджень. Теоретичною основою досліджень є методи багатокритеріальної оптимізації, теорії вибору і прийняття рішень, методи послідовного аналізу варіантів, математичного програмування, сучасних інформаційних технологій та економічної теорії.

Наукова новизна. Побудовано нові математичні алгоритми для знаходження компромісного ранжування для нестрогих ранжувань експертів.

Запропоновано новий підхід для моделювання прийняття рішень у банківській діяльності з використанням технології баз знань.

Розроблено нові алгоритми одержання результуючого відношення переваг у вигляді інтервалів відносної важливості банків або у вигляді нормованого вектору переваг.

Теоретична та практична цінність, впровадження наукових результатів. Робота є складовою частиною наукових досліджень, які ведуться на кафедрі теорії автоматизованих систем факультету кібернетики Київського університету імені Тараса Шевченка.

Розроблена програмна система підтримки прийняття рішень "Банк" впроваджена в АКБ "Правексбанк".

Апробація роботи. Основні результати дисертації доповідались на міжнародних конференціях: "Знания-Диалог-Решение" (Ялта, 1995), Third International Conference Infirmation Theories and Applications(Болгарія, 1995), Forth International Conference Infirmation Theories and Applications (Болгарія, 1996), а також на наукових семінарах Київського університету імені Тараса Шевченка та Інституту кібернетики ім.В.М.Глушкова.

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані в 6 друкованих работах.

Структура та обсяг. Дисертація складається з вступу, 4 глав (8 параграфів), списку літератури та додатків.

Зміст роботи

У **вступі** обгрунтовано актуальність обраної проблематики, наводиться стислий огляд наукових результатів у відповідній галузі, характеризується зміст роботи за розділами.

У **1-й главі дисертації** вводяться основні поняття та будуються математичні моделі задач прийняття рішень у банківській сфері. У **параграфі 1.1** стисло приводиться математичний апарат, на основі якого будуються алгоритми в наступних розділах.

Розглянемо множину об'єктів $A=\{a_i\}, i\in I=\{1,2,\dots,n\}$. Нехай експертним шляхом виділена група критеріїв, яка найкращим чином характеризує ці об'єкти (банки, стратегії, поведінка і т.д.). На підставі виміру значень цих критеріїв для множини об'єктів може бути сформована матриця значень $B=\{b_{im}\}, i\in I, m\in M$, які є значеннями m-го критерію для i-го об'єкту.

Для кожного параметра можуть бути відомі (або визначатись) вагові коефіцієнти їх відносної важливості

$$\theta_m, m \in M = \{1,2,\dots q\}, \theta_m > 0, \sum_{m\in M} \theta_m = 1 \,, \qquad 1.1.2$$

а також задані напрями оптимізації параметрів (інколи кажуть, що відома природа параметрів - незростаюча чи не спадна, або, що параметри позитивно або негативно орієнтовані). Множини індексів параметрів, що максимізуються, та тих, що мінімізуються, позначимо відповідно через $M_1, M_2, M_1 \cup M_2 = M$.

Група експертів попарно оцінює об'єкти, задаючи на їх множині *A* бінарні відношення за допомогою матриць

$$P^l, l \in L = \{1,2,\dots h\}. \qquad 1.1.3$$

Елементи p_{ij}^l матриць P^l являють собою результат порівняння *l*-м експертом об'єктів a_i і a_j, $i,j \in I$.

Можуть бути також задані коефіцієнти компетентності експертів

$$\rho_l, l \in L = \{1,2,\dots h\}, \rho_l > 0, \sum_{l\in L} \rho_l = 1. \qquad 1.1.5$$

Оскільки параметри об'єктів мають різну розмірність, то доцільно розглядати не самі значення параметрів $B = \{b_{im}\}, i \in I, m \in M$, а відповідні їм значення $\omega'_m(b_{im}), i \in I, m \in M$, де $\omega'_m(b), m \in M$, - монотонні перетворення, що приводять параметри до безрозмірного вигляду і дозволяють порівнювати їх між собою.

Накопичений досвід прийняття рішень в різних областях людської діяльності переконливо свідчить про те, що будь-які статистичні операції стають більш корисними та обдуманими при зменшенні кількості ознак, що використовуються для аналізу. Тому проблема агрегації ознак об'єктів у значно меншу кількість сконструйованих "факторів" (аспектів, тощо) займає значне місце в аналізі даних. Частіше всього на основі кількох суперечливих показників провадиться "згортання" (агрегування, узагальнення і т.ін.) показників у деякий єдиний інтегральний показник $g_i, i \in I$, $g_i = g_i(b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{im})$.

Проведений у **<u>параграфі 1.2</u>** аналіз різноманітних ситуацій прийняття рішень [3,4], зокрема у банківській діяльності дає підстави стверджувати, що загальна математична модель для автоматизованого прийняття рішень повинна включати такі етапи:

1. Визначення мети, закономірностей, явищ, що аналізуються, лінійне впорядкування об'єктів за певними ознаками, визначення кращого (кращих) об'єкта (об'єктів) або знаходження оптимального значення ключових параметрів, відновлення невідомих параметрів, визначення ймовірностей вияву певних властивостей, класифікація об'єктів та параметрів.

2. Попередній аналіз та формальна постановка задачі.

3. Вибір математичних моделей, що найбільш адекватно (ефективно) формалізують проблему.

4. Визначення кількості та складу експертів.

5. Ознайомлення експертів та особи, що приймає рішення (ОПР) з проблематикою задачі. Формування спільної термінології для різних груп експертів та ОПР.

6. Виділення множини припустимих оцінок (рішень), в якій повинна знаходитись шукана експертами оцінка.

7. Визначення припустимої множини оцінок, що можуть вибирати експерти.

8. Вибір форми опитування експертів.

9. Вирішення кожним експертом задачі вибору кращого рішення.

10. Обробка одержаної від експертів інформації та пошук результуючого розв'язку. Аналіз узгодженості та непротирічності рішення.

11. Організація зворотнього зв'язку з метою збільшення достовірності оцінок на підставі додаткової інформації, взаємодії експертів тощо.

12. Заключний етап - пояснення ОПР мотивів та шляху вибору рішення.

Наведені етапи в тому чи іншому вигляді мають місце у кожній конкретній системі прийняття рішення, хоча вони можуть бути не обов'язково у явному вигляді, можуть групуватись чи навпаки деталізуватись.

Аналіз специфіки банківської діяльності показує, що серед багатьох задач теорії прийняття оптимальних рішень у цій сфері, найбільш актуальними є оцінка компетентності експертів (для відсіву необ'єктивних, "зацікавлених" експертів), визначення коефіцієнтів відносної важливості критеріїв, ранжування об'єктів на підставі порівняння з об'єктивно визнаними еталонними об'єктами ("ідеальними"банками).

Застосуванню математичного апарату та інформаційних технологій для вирішення поставлених задач і реалізації визначених модулів систем прийняття рішень присвячені наступні параграфи роботи.

<u>**2 глава**</u> дисертації присвячена математичним моделям задач прийняття рішень, що зводяться до задач ранжування.

Серед задач прийняття рішень у банківській справі важливе місце займають задачі ранжування, які дозволяють встановити певні пріорітети (порядок) на множині об'єктів (суб'єктів) банківської діяльності. Для вирішення цієї однієї з найбільш загальних задач в теорії прийняття рішень запропоновано декілька підходів, які розглядаються у <u>**параграфі 2.1**</u>.

Метод 2.1.1. Застосовується у випадку, коли ознаки об'єктів характеризуються числовим значенням чи зведені до них. При цьому використовується методологія розв'язку дискретних задач багатокритеріальної оптимізації. У відповідності з цією методологією кожному об'єкту a_i ставиться у відповідність число

$$v_i = \max_{m \in M} \rho_m \cdot \omega_{im} \,. \qquad 2.1.5$$

Для вирішення задачі ранжування величини розташовуються у порядку збільшення. У випадку рівності чисел їх відносять до відповідного класу еквівалентності або шукають узагальнене значення ознак, обчислюючи значення згортки:

$$U^i = \sum_{m \in M} \rho_m \cdot \omega_{im} \qquad 2.1.6$$

Кращим із двох об'єктів , для яких значення (2.1.5) однакові, вважається той, у якого значення (2.1.6) менше. Якщо ж значення (2.1.6) однакові, об'єкти вважаються еквівалентними у рамках (даної) моделі. Недоліком такої процедури є її громіздкість по використанню оперативної пам'яті ЕОМ.

Метод 2.1.2. Полягає в послідовному утинанні від даної множини об'єктів A чергового об'єкта a_i, який обчислений як компромісний на черговому кроці розв'язання задачі

$$A^s = A^{s-1} \setminus a_i \,.$$

Позитивною рисою процедури є її послідовність, що дозволяє проранжувати дане число кращих об'єктів. Негативною рисою процедури - як правило, значні затрати часу на ранжування усієї даної множини об'єктів.

Метод 2.1.3. Базується на процедурах парного (повного або часткового) порівняння об'єктів даної множини. При цьому порівнюються або повні кортежі параметрів об'єктів (якщо їх кількість до 7) або інформаційні кортежі, тобто ті, які дозволяють уточнити перевагу між параметрами. Позитивна сторона такої процедури: вона дозволяє ранжувати об'єкти, які характеризуються якісними значеннями ознак.

Задачі ранжування класифікуються за способами задання переваг на множині об'єктів та способом представлення цих параметрів. Способів задання переваг чотири:

1. Вагові коефіцієнти не враховуються.
2. Якісне задання переваг – задаються тільки відношення на множині вагових коефіцієнтів параметрів.
3. Задаються інтервали відносно переваги вагових коефіцієнтів параметрів (конус переваг).
4. Вагові коефіцієнти фіксовані (вектор переваг).

Способів задання значень параметрів 3:

1. Параметри приймають якісні, змістовні значення.

2. Задаються інтервали припустимих значень параметрів кожного об'єкта. Таким чином, кожен об'єкт у просторі значень параметрів є паралепіпед.

3. Задаються фіксовані значення параметрів – точки у просторі значень параметрів.

Для побудови результуючого ранжування запропоновано кілька методів.

Метод 2.1.4. Один із відомих методів агрегування – це метод приписування балів (оцінювання). Метод базується на тому, що експерт будує матрицю $B=\{b_{im}\}, i\in\{1,2,\dots,n\}=I, m\in M=\{1,2,\dots,q\}$, оцінок n банків по q критеріям. Далі усі ці оцінки сумуються по кожному банку $a_i=\sum_{m\in M} b_{im}, i\in I$.

Результатом застосування цього методу є вектор з n компонентів, який вказує ранжирування на множині банків.

Метод 2.1.5. Цей метод складається з двох етапів.

а) Завдання переваг за 100% шкалою. Експерт має вказати відносну важливість кожного параметра $\mu_m, m\in M$, таким чином, щоб сума оцінок з усіх параметрів дорівнювала 100%. У випадку, коли сума не дорівнює 100%, експерт має можливість перезадати свої переваги, порівнюючи їх із введеними раніше значеннями. Якщо він цього не зробить, виконується перетворення переваг до 100% шкали формулою $\theta_m=\mu_m / \sum_{m\in M}\mu_m$, де θ_m - нормовані оцінки важливості параметрів у відсотках.

б) На другому етапі застосовуємо методологію багатокритеріального аналізу (яка була описана раніше), для отримання результуючого ранжування.

Методи 2.1.6, 2.1.7. Експерт будує матрицю $B=\{b_{im}\}, i\in\{1,2,\dots,n\}=I, m\in M=\{1,2,\dots,q\}$ оцінок n банків за q критеріями.

Підраховуємо вектор, який є результуючою ранжування на множині банків:

як центр ваг – $a_i=(\sum_{m\in M} b_{im})/q, i\in I$ (метод 2.1.6);

як середина інтервалів – $a_i=(\max_{m\in M} b_{im}+\min_{m\in M} b_{im})/2$ (метод 2.1.7).

Автором було розроблено систему аналізу деяких аспектів економічної діяльності банків (**додаток 1**). Программа розроблена на мові "С++" і є системою, яка базується на обробці статистичної інформації за методами 2.1.4 - 2.1.7.

У **параграфі 2.2** розглядається алгоритмічне забезпечення системи підтримки прийняття рішень при аналізі та управлінні банківською діяльністю [3].

Серед задач ранжування об'єктів, які можуть бути застосовані у банківській справі, однією з найбільш поширених є задача пошуку результуючого ранжування за матрицями парних порівнянь, заданих експертами. Для обчислення результуючого відношення (яке належить деякому фіксованому класу - частіше за все класу неточних ранжувань) вводиться міра близькості та вибирається критерій якості рузультуючого відношення. Для вимірювання відстані між відношенням P^l, яке задано експертом, і відношенням R, яке відповідає результуючому ранжуванню, будемо використовувати найбільш поширену в цьому класі задач метрику Хеммінга $d(P,R)=\frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left|p_{ij}-r_{ij}\right|$, де p_{ij},r_{ij} - відповідно елементи матриць P і R.

Оскільки матриці відношень P і R кососиметричні, їх можна записати у вигляді векторів C і X з компонентами

$$c_k=p_{ij}, x_k=r_{ij}, k=(i-1)\cdot n+j-(i+1)\cdot i/2,\quad 1\le i<j\le n \qquad 2.2.2$$

Тоді відстань між відношеннями P і R запишеться у вигляді:

$$d(P,R)=\sum_{k=1}^{N}\left|c_k-x_k\right|,\quad N=n\cdot(n-1)/2, n>2$$

Визначення 2.2.2. Ациклічним називається бінарне відношення R, для якого не існує послідовності об'єктів $a_1,a_2,\dots a_T$, такої, що $a_tRa_{t+1}, t=1,2,\dots,T-1, a_TRa_1$.

Позначимо через $K=\{1,2,\dots,N\}$ множину індексів, а через X^O - множину усіх можливих векторів виду (2.2.2), $|X^O|=3^N$, X^A - множину векторів виду (2.2.2), які відповідають ациклічним відношенням, $X^A\subset X^O$, $|X^A|=2^{n-1}\cdot n!$, c_k^l - k-ту компоненту вектору, побудованого по матриці P^l, заданій l-м експертом.

Задача пошуку компромісного ранжування X об'єктів в наведеній постановці може бути формалізованою в класі багатокритеріальних комбінаторних моделей:

$$f_l(x)=\sum_{k\in K}f_l(x_k)=\sum_{k\in K}\left|x_k-c_k^l\right|\longrightarrow\min, l\in L, \qquad 2.2.3$$

$$x_k\in\{-1,0,1\}, k\in K, \qquad 2.2.4$$

$$x\in X^A. \qquad 2.2.5$$

Нехай $\pi\in\{\succ,\prec,\equiv\}$ одне з трьох можливих відношень між об'єктами множини A.

Визначення 2.2.3. Базисним підваріантом, який породжується трійкою (π_1,π_2,π_3), назвемо компоненти вектору виду (2.2.2)

$$(c_{k_1}, c_{k_2}, c_{k_3}), 1 \le k_1 < k_2 < k_3 \le N, \qquad 2.2.6$$

які відповідають відношенням (π_1,π_2,π_3), тобто $c_{k_1}\pi_1 c_{k_2}, c_{k_2}\pi_2 c_{k_3}, c_{k_3}\pi_3 c_{k_1}$.

Визначення 2.2.4. Припустимим базисним підваріантом назвемо базисний підваріант, котрий породжується трійкою об'єктів, відношення між якими задовольняють умові ациклічності.

Визначення 2.2.5. Повним варіантом (варіантом довжини N) назвемо вектор, який відповідає повному бінарному відношенню на множині об'єктів A.

Визначення 2.2.6. Припустимим варіантом назвемо повний варіант, який відповідає ациклічному відношенню на множині всіх об'єктів.

Визначення 2.2.7. Базисним підваріантом фіксованого варіанту $X^{\Phi} = (X_1^{\Phi}, X_2^{\Phi}, \dots, X_N^{\Phi})$ називається трійка $(X_{k_1}^{\Phi}, X_{k_2}^{\Phi}, X_{k_3}^{\Phi}), 1 \le k_1 < k_2 < k_3 \le N$. Тобто для кожного конкретного варіанту X^{Φ} існує $C_N^3 = N\cdot(N-1)\cdot(N-2)/6$ його базисних підваріантів. Решта можливих трійок, які не задовольняють умові $1 \le k_1 < k_2 < k_3 \le N$, не є базисними підваріантами варіанту X^{Φ}.

З визначень 2.2.1 - 2.2.7 при конкретизаціїзагальної схеми послідовного аналізу варіантів [1] випливають такі твердження.

Лема 2.2.1. Необхідною та достатньою умовою припустимості варіанту (2.2.2) є припустимість усіх можливих його базисних підваріантів на множині об'єктів, за відношеннями, між якими складений вектор виду (2.2.2).

Лема 2.2.2. Умовою припустимості базисного підваріанту виду (2.2.6) є рівність його (0, 0, 0) або наявність в ньому одночасно компонента -1 і 1.

Теорема 2.2.3. На множині можливих базисних підваріантів, утворених підмножинами X_1, X_2, X_3 множини X^o всіх векторів виду (2.2.2), завжди існує припустимий базисний підваріант, якщо $\max\limits_{t=1,2,3}|X_t| = 3$, де $|S|$ - кількість елементів в множині S.

Теорема 2.2.4. Якщо $\min\limits_{t=1,2,3}|X_t| > 1$ на множині можливих базисних підваріантів, які утворюються елементами

---

[1] Волошин А.Ф. Метод локализации области оптимума в задачах математического программирования//Доклады АН СССР.-1987.-293, № 3.-с.549-553.

скорочених множин X_1, X_2, X_3, завжди існує припустимий базисний підваріант.

Означення 2.2.8. Циклічним елементом множини X називається такий елемент $x_k^ц \in X$, який не входить до жодного припустимого базисного підваріанту X.

На підставі введених означень та приведених тверджень у параграфі 2.2 будується *алгоритм 2.2.1* скорочення множини припустимих підваріантів $X = \prod_{k=1}^{N} X_k$ за умовою ациклічності відношення, яке відповідає розв'язанню задачі пошуку результуючого ранжування об'єктів.

Розв'язок задачі (2.2.3)-(2.2.5) може бути отриманий на основі приведених вище означень та тверджень у вигляді *алгоритму 2.2.2.*

Далі в параграфі наводяться алгоритми для кількох найбільш типових, але важковирішуваних задач прийняття рішень у банківській діяльності [3].

Алгоритм 2.2.3 визначення результуючого відношення переваг у кількісному вигляді - у вигляді інтервалів відносної важливості банків або у вигляді нормованного вектору переваг.

Алгоритм 2.2.4. визначення вагових коефіцієнтів відносної важливості критеріїв для прийняття рішень про їх перевагу.

Алгоритм 2.2.5 ранжування об'єктів на основі порівняння з ідеальними значеннями критеріїв, отриманих експертним шляхом в результаті аналізу "кращих" об'єктів.

Алгоритм 2.2.6 визначення компетентності експертів на підставі аналізу ранжувань об'єктів, одержаних від експертів, і результуючого ранжування.

Для порівняння багатокритеріальної постановки задачі пошуку результуючого ранжування об'єктів із результатами відомих у теорії голосувань правил вибору в параграфі розглядається проведений обчислювальний експеримент на IBM PC AT-386, який з'ясував, що метод послідовного аналізу варіантів рішення задачі пошуку компромісного ранжування об'єктів, дає можливість швидко находити точне рішення. Крім того, експеримент показав, що швидкість визначення розв'язку задачі суттєво не залежить від кількості експертів, а тільки від кількості об'єктів, оскільки об'єм множини експертів практично не впливає на послідовний аналіз множини можливих рішень, а прямий перебір допустимих варіантів рішень використовується до скороченої множини, об'єм якої, як правило, невеликий - декілька десятків варіантів.

3 глава дисертації присвячена методам обробки метризованих матриць попарних порівнянь.

У **параграфі 3.1** описується програмна реалізація групи методів визначення конусу переваг у задачах багатокритеріальної оптимізації [1].

Принципова особливість багатокритеріальних задач оптимізації полягає у тому, що не всяка пара рішень може бути порівняна по множині критеріальних функцій. Проблема визначення області Парето на множині припустимих рішень задачі багатокритеріальної оптимізації є строго об'єктивною і розв'язується науково обгрунтованими методами без притягнення яких-небудь евристик. А всяке звуження області ефективних рішень потребує залучення додаткової інформації від експертів. Тому при пошуку рішення задачі багатокритеріальної оптимізації суттєву роль виконує задання переваг на множині критеріальних функцій:

$$F = \{f_m(a), a \in A, m \in M\}, \qquad 3.1.1$$

де a – довільна допустима альтернатива задачі прийняття рішень, A – множина допустимих рішень, M – множина індексів, які відповідають сукупності критеріїв, за якими вибирається компромісна альтернатива. Задача полягає в заданні переваги у вигляді нормованих вагових коефіцієнтів, які відображають відносну важливість кожної критеріальної функції для експерта та задовольняють умовам

$$\sum_{m \in M} \rho_m = 1, \rho_m > 0, m \in M \qquad 3.1.2$$

Обробка оцінок експертів складається у співставленні множини критеріальних функцій (3.1.1) вектору вагових коефіцієнтів (3.1.2).

Проте в ряді випадків експерту зручніше задавати свої переваги у нечіткій, розмитій формі у вигляді інтервалів зміни коефіцієнтів відносної важливості критеріїв (гіперпаралелепіпеда у просторі коефіцієнтів або конусу переваг (КП) - в просторі рішень A):

$$\rho \in K = \prod_{m \in M} [\rho^H_m, \rho^B_m], 0 < \rho^H_m \le \rho_m \le \rho^B_m < 1, \qquad 3.1.3$$

де ρ^H_m, ρ^B_m – відповідно нижня та верхня границі змін m-го коефіцієнту.

Розглянемо чотири способи задання КП, орієнтовані на різні види експертизи.

1. Завдання КП у явному вигляді. Експерту пропонується задати інтервали змін вагових коефіцієнтів відносної важливості критеріальних функцій безпосередньо значеннями величин $\rho^H_m, \rho^B_m, m \in M$.

2. Задання інтервалів у 100% шкалі. При цьому способі задання переваг від експерта вимагається задати інтервали відносної значимості критеріальних функцій у процентах, з

тим щоб сумарна оцінка дорівнювала 100%. Вважається, що аналіз заданих значень легко зводиться до описаного вище діленням на 100. Треба врахувати, що при кількості критеріїв більш 7-9 описані способи завдання переваг не рекомендується застосовувати, оскільки дані, одержані від експертів, можуть виявитися недостовірними у силу граничних можливостей пам'яті людини,

3. Задання інтервалів бажаних значень критеріїв.

У ряді випадків людині зручніше задавати переваги на множини критеріальних функцій у термінах предметної області моделі прийняття рішень (3.1.1). Зокрема, експерту може бути надана можливість задавати бажане для нього значення критеріальних функцій.

4. Приписування балів. Такий спосіб задання переваг є одним із найбільш поширених і зручних для людини, хоча і він має недоліки. Можливі дві моделі експертизи: коли інтервали бальних оцінок задаються у деякій заздалегідь фіксованій шкалі (S^{min}, S^{max}) і коли цю шкалу вибирає сам експерт, іноді навіть не вказуючи її в явному виді.

Описані процедури реалізовані в середовищі MS DOS на ПК типу IBM PC/AT на мові С і включені до складу програмного комплексу обробки експертної інформації у вигляді окремої підсистеми.

Важливе значення для аналізу заданих переваг, принципів роботи описаних процедур і навчання експертів заданню переваг має графічна інтерпретація. В цьому режимі система графічно ілюструє роботу методів і їх чисельне підтвердження. Для цього екран розбивається на чотири вікна. В одному з них різними кольорами вводиться значення границь КП, з виділенням окремим кольором тих компонентів, які відкоректовані у результаті застосування процедури відсікання збиткових значень коефіцієнтів КП. У трьох інших вікнах наводяться проекції всіх трьох паралелепіпедів на деяку площину, яка задається експертом або вибирається автоматично. Для наочності в вікнах графічної ілюстрації у заданій системі координат проводиться пряма, яка проходить через проекцію центру КП. Експерту також надається можливість оперативної зміни границь попереднього КП з метою відстежити його модифікацію у данному випадку. Протокол діалогу сеансу за бажанням користувача виводиться на друк.

Для ілюстрації роботи описаних процедур у параграфі наводяться два конкретних приклади.

У **параграфі 3.2** запропонований в роботі [2] метод апроксимації парних порівнянь поширюється на випадок неповної матриці.

У випадку метризованих відносин, для розв'язання поставленої задачі виконання умови транзитивності недостатньо. В цьому випадку вводиться поняття кардинальної узгодженості у силі переваги (або зверхтранзитивність), коли у відношеннях, що задані матрицею (1.1.3), крім традиційної вимоги транзитивності, виконуються ще і додаткові вимоги для інтенсивності відношень між об`єктами:

$$p_{ij} - p_{ji} = p_{il}, 1 \le i < j < l \le n, \qquad 3.2.2$$

для адитивних відношень та

$$p_{ij} / p_{ji} = p_{il}, 1 \le i < j < l \le n, \qquad 3.2.3$$

для мультиплікативних.

Будемо розглядати неповну матрицю парних порівнянь, кардинально неузгоджену в силі переваги з елементами в деякому заданому додатньому інтервалі.

Для неповних матриць парних порівнянь P^H алгоритм обчислення оцінок модифікується у такий спосіб [2]. Спочатку вираховуються всі оцінки за відомими елементами матриці P^H: $q_i^{OH} = \sum_{j \in J_i} p_{ij}^H$, де $J_i = I \setminus J_i^H, J_i^H$ – індекси невідомих елементів i-го рядка. Потім визначаються переваги для невідомих елементів (задача відновлення) за формулою:

$$p_{ij}^H = \left(q_i^{OH} / q_j^{OH}\right)^{\frac{1}{2}}, j \in J_i^H, i \in I. \qquad 3.2.5$$

Далі проводиться доповнення вихідної матриці P^H обчисленими елементами (3.2.5) до повної $P = P^H \cup \left\{p_{ij}^H, j \in J_i^H, i \in I\right\}$ та перерахунок початкових оцінок:

$$q_i^O = q_i^{OH} + \sum_{j \in J_i^H} p_{ij}^H, i \in I.$$

Таке доповнення матриці P^H до повної не збільшує неузгодженість переваг, оскільки невідомі елементи $p_{ij}^H, j \in J_i^H, i \in I$, що вирахувані таким чином, не вносять додаткові відхили в оцінки.

Для визначення КП по відновленій таким чином матриці далі застосовується наведений раніше метод стабілізації метризованих переваг.

Відмітимо, що знайдений в результаті застосування наведеного метода, КП не містить надлишкових значень за

---

[2] Гнатиенко Г.Н. Задание предпочтений на множестве критериальных функций в задачах многокритериальной оптимизации // Вестник Киевского университета, Моделирование и оптимизация сложных систем. 1990 Вып.9, с.87-92.

побудовою, оскільки його межі уточнюються після кожної ітерації метода в сторону розширення з використанням нормованих векторів. Відповідно немає необхідності у виключенні надлишкових значень.

Запропонований метод і підходи до аналізу вихідної матриці переваг та КП, що вираховується, мають ряд переваг:

По-перше, метод є орієнтованим на отримання КП, який апроксимує задану матрицю (1.1.3), що сприяє збереженню вихідної інформації про переваги і тільки по-іншому представляє її. Для випадків, коли необхідне знання фіксованих значень ваг, КП апроксимується власним середнім вектором.

По-друге, обчислений у результаті застосування методу стабілізації КП, може використовуватись для непрямої оцінки компетентності експерта, який задає матрицю парних порівнянь (1.1.3).

По-третє, метод використовує метризовану матрицю парних порівнянь, яка є узагальненням переваг у порядковій шкалі.

По-четверте, у загальному випадку використовується неповна матриця парних порівнянь, що суттєво розширює можливості метода та межі його застосування.

По-п'яте, вирішується проблема відновлення незаданих елементів матриці переваг, яка є самостійним завданням.

Наведений метод може мати різноманітні застосування. Він може інтерпретуватися як метод визначення коефіцієнтів компетентності експертів методом взаємної оцінки. Визначення переваг на множині критеріїв є одним з важливих етапів багатокритеріальної оптимізації. Можна розглядати вихідну матрицю парних порівнянь як таку, що отримана перетворенням турнірної таблиці і т. д.

Таким чином, метод стабілізації метризованих переваг є обгрунтованим та може знайти широке застосування у різних галузях, де використовуються як експертні оцінки, так і результати деяких випробувань і т.д.

Параграф завершується прикладом застосування описаного методу і його порівнянням з деякими відомими методами визначення ваги об'єктів. Проведений аналіз свідчить, що знайдені значення критеріїв для заданої матриці переваг значно кращі, ніж значення цих же критеріїв для інших методів.

<u>**4 глава**</u> дисертації присвячена практичним аспектам створення систем підтримки прийняття рішень у банківській сфері.

В <u>**параграфі 4.1**</u> описується застосування технології баз знань при моделюванні задач прийняття рішень. Математична модель задачі приняття рішень [5,6] є формальний опис складових її елементів: мети, дій та результатів, а також взаємозв'язку між діями та результатами. В математичній моделі задачі прийняття рішень дія адекватно визначається як рішення, а якщо мета має чисельні показники, то результат адекватний вектору чисельних оцінок.

Метою може слугувати вимога досягнення певних властивостей об'єкту, або стану предметної області, а також виконання певних вимог до чисельних показників.

Поняття рішення визначає множину, елементами якої є класи об'єктів досліджуваної предметної області, котрі можуть виступати як рішення і характеризуються з точки зору досягнення мети однаковими наборами властивостей. Деякі класи можуть бути узагальненнями інших і наслідувати певні властивості.

Концептуальна схема бази знань рішень визначає верхній рівень опису простору рішень, оскільки оперує узагальненими поняттями рішень і задає на множині цих рішень певну структуру. Структурною основою бази рішень є фрейми, що містять знання про структурні примітиви, початкові поняття, їх декомпозиції та зв'язки.

Основою процесу формування множини можливих рішень (альтернатив) є побудова формального опису рішення проблеми на понятійно-категорійному рівні, формування та заповнення структури представлення складного рішення, що визначає його компоненти та їх альтернативні варіанти. Результатом є структура альтернативних способів дій, спрямованих на досягнення конкретних цілей в умовах поточної ситуації.

Процес конструювання моделей оцінки рішень є виконання процедур вибору або конструювання моделей оцінки, які є функціональними чи логічними залежностями між показниками оцінки та рішення, визначеними на етапах їх формування. Для конструювання моделей доцільно використовувати графовий підхід реалізації процесів вибору та синтезу моделей.

В останньому **<u>параграфі 4.2</u>** розглядається система підтримки прийняття рішень "Банк" [4], призначена для використання в різних сферах банківської діяльності.

Система складається з 4 інтегрованих взаємопов'язаних систем:

•підсистема "Експерт";

•підсистема "Аналітик";

•функціональні підсистеми;

•підсистема аналізу рішення та інтерпретації.

У відповідності із запропонованим у попередньому параграфі підходом для СППР "Банк" в роботі формулюється ієрархія цілей, ієрархія показників, ієрархія стратегій (рішень, альтернатив).

За основу алгоритмічного забезпечення підсистем беруться методи, описані у попередніх параграфах. При розробці підсистеми "Експерт" враховувались результати досліджень у різних галузях науки: психології, комп'ютерних технологій, теорії прийняття рішень тощо. В підсистемі реалізована група процедур, що дозволяє фахівцям різних напрямів діяльності банку підготувати інформацію, на підставі якої надалі буде формуватись математична модель і прийматись остаточне рішення. Підсистема також містить альтернативні процедури визначення компетентності експертів: взаємооцінка, документальна оцінка, оцінка за результатами експертизи.

У підсистемі "Аналітик" визначальне значення мають способи агрегування інформації, точніше можливість вибору такого способу агрегування, що найбільш адекватно моделює реальну проблему прийняття рішення в діяльності банку. В підсистемі також врахована необхідність приведення всіх параметрів математичної моделі до безрозмірних значень, оскільки знайдені рішення часто виявляються дуже чутливими до способів приведення моделі до безвимірного простору. Важливим моментом при формуванні математичної моделі прийняття рішення є також можливість коректно використовувати шкали виміру якості. Підсистема містить рекомендації, обгрунтування і приклади, що дозволяють визначити у яких випадках зручніше використовувати нормовані величини, а в яких центровані чи бальні оцінки.

Функціональні підсистеми дозволяють ОПР знаходити те рішення чи множину альтернативних рішень, підготовка яких здійснена на попередніх етапах роботи.

Підсистема "Аналіз рішення та інтерпретація" призначена для ілюстрації на екрані комп'ютера результатів розв'язку конкретної задачі аналізу банківської діяльності та для організації взаємодії зворотнього зв'язку між учасниками прийняття рішення.

"Налаштування" на проблемну область здійснюється із застосуванням технології баз знань. Для цього в параграфі задається ієрархія цілей, показників рішень, стратегій (рішень, альтернатив) та сценарій рішення однієї з типових задач для банківської діяльності.

Підсумки

<u>Основні результати роботи.</u> Основним результатом дисертації є побудова математичних моделей та відповідних алгоритмічних методів для задач прийняття оптимальних рішень у банківській діяльності.

Це включає в себе:

1. Побудовано ефективні алгоритми знаходження компромісного ранжування для нестрогих ранжувань експертів, що базуються на схемах послідовного аналізу варіантів.

2. Побудовано алгоритм апроксимації неповної матриці попарних порівнянь конусом переваг.

3. Запропоновано підхід для моделювання прийняття рішень у банківській діяльності з використанням технології баз знань в інструментальному інтелектуальному середовищі.

4. Розроблено алгоритми одержання результуючого відношення переваг у вигляді інтервалів відносної важливості банків, або у вигляді нормованого вектору переваг.

5. Побудовано метод адаптивного визначення конусу переваг для знаходження коефіцієнтів відносної важливості критеріїв.

6. Розроблені алгоритми реалізовано в програмному забезпеченні системи підтримки прийняття рішень "Банк".

Список публікацій

1. Гнатиенко Г.Н., Косматый Д.Ю. Програмная реализация группы методов задания конуса предпочтений на множестве критериальных функций в задачах многокритериальной оптимизации. Деп. в УкрНИИНТИ 20.06.91

2. Гнатієнко Г.М., Косматий Д.Ю. Апроксимація метризованої матриці парних порівнянь конусом переваг. Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки, № 3, 1993.

3. Voloshin A.F., Gnatienko G.N., Kosmatiy D.Y. About algorithmic software of the decision making support system for analysis and control of banking. International Journal "Information Theories and Applications; FOI-COMMERCE, Sofia, 1995, vol.3, № 3, p.12-19.

4. Волошин А.Ф., Гнатиенко Г.Н., Косматый Д.Ю. Система поддержки принятия решений в банковской деятельности. Международная конференция "Знания-Диалог-Решение". Сборник научных трудов, Ялта, 1995, т.1, с.188-194.

5. Voloshin A.F., Maschenko S.O., Kosmaty D.U. Application of Technology of Bases of Knowlege at Modeling Problems of Acceptance of the Decisions in Bank Activity. International Journal "Information Theories and Applications; FOI-COMMERCE, Sofia, 1996, vol.4, № 1, p.23-28.

6. Косматий Д.Ю. Сучасні математичні та програмні методи підвищення ефективності банківської діяльності. Доповіді міжнародної конференції "Міжнародні проблеми фінансового права". Чернівці, 1996, с.91-99.

Особистий внесок. У спільно виконаних роботах науковому керівникові **О.Ф.Волошину** належить постановка задач та пропозиції щодо методів їх розв'язання; **Г.М.Гнатієнку** - участь в обговоренні результатів та розробка загальносистемної частини програмних комплексів; **С.О.Мащенку** - концептуальна схема бази знань рішень. **Автором** проведено виділення і аналіз найбільш суттєвих для банківської діяльності задач теорії прийняття оптимальних рішень, розроблено і математично обгрунтовано відповідні алгоритми, реалізовано ці алгоритми у конкретних програмних комплексах.

Косматый Д.Ю. Математические модели и алгоритмы принятия оптимальных решений в банковской деятельности.

Дисертация (рукопись) на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.04 - системный анализ и теория оптимальных решений. Киевский университет имени Тараса Шевченко. Київ, 1996.

Построены математические модели и соответствующие алгоритмические методы для задач принятия оптимальных решений в банковской деятельности. На основе методов многокритериальной оптимизации и последовательного анализа вариантов построены ефективные алгоритмы нахождения компромисной ранжировки, апроксимации неполной матрицы парных сравнений, метод адаптивного определения конуса предпочтений для нахождения коефициентов относительной важности критериев. Разработанные алгоритмы и методы реализованы в системе поддержки принятия решений "Банк".

Kosmatiy D.Y. Mathematics models and algorithms for banking decision making.

The thesis for candidate of physics and mathematics on 01.05.01 speciality system analysis and theory of optimal decisions. Kiev Taras Shevchenko university. Kiev, 1996.

Mathematics models and corresponding algorithmic methods for decision making in banking were build. Based on multycriteria optimization and sequential variants analysis effective algorithms for compromise range calculation, approximation of noncomplete matrix of pare comparison and method of adaptive preferences cone definition for relative importance coefficients of criteria were designed. Created algorithms and methods were realized in decision support system "Bank".

Ключові слова: багатокритеріальна оптимізація, теорія прийняття рішень, послідовний аналіз варіантів, компромісне ранжування, конус переваг, бази знань, банківська діяльність, системи прийняття рішень, інформаційні технології.

...онених роботах науковому ...ть постановка задач та ...'язанні; Г.М.Гнатієнку – ...улювати та розробка ...програмних комплексів; ...схеме бази знань рішень.

Автором проведено виділення і аналіз найбільш суттєвих для банківської діяльності задач теорії прийняття оптимальних рішень, розроблено і математично обгрунтовано відповідні алгоритми, реалізовано ці алгоритми у конкретних програмних комплексах.

Косматый Д.Ю. Математические модели и алгоритмы принятия оптимальных решений в банковской деятельности.

Диссертация (рукопись) на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.04 – системный анализ и теория оптимальных решений. Киевский университет имени Тараса Шевченко, Киев, 1996.

Построены математические модели и соответствующие алгоритмические методы для задач принятия оптимальных решений в банковской деятельности. На основе методов многокритериальной оптимизации и последовательного анализа вариантов построены эффективные алгоритмы нахождения компромиссной ранжировки, апроксимации неполной матрицы парных сравнений, метод адаптивного определения конуса предпочтений для нахождения коэффициентов относительной важности критериев. Разработанные алгоритмы и методы реализованы в системе поддержки принятия решений "Банк".

Kosmatiy D.Y. Mathematics models and algorithms for banking decision making.

The thesis for candidate of physics and mathematics on 01.05.01 speciality system analysis and theory of optimal decisions. Kiev Taras Shevchenko university, Kiev, 1996.

Mathematics models and corresponding algorithmic methods for decision making in banking were build. Based on multycriteria optimization and sequential variants analysis effective algorithms for compromise range calculation, approximation of noncomplete matrix of pare comparison and method of adaptive preferences cone definition for relative importance coefficients of criteria were designed. Created algorithms and methods were realized in decision support system "Bank".

Ключові слова: багатокритеріальна оптимізація, теорія прийняття рішень, послідовний аналіз варіантів, компромісне ранжування, конус переваг, бази знань, банківська діяльність, системи прийняття рішень, інформаційні технології.

Зак. № 6 – 011 тир.100 экз.
П.Ц.К.У. Киев. Б. Шевченко, 14