Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова

На правах рукопису

КНОПОВ Олександр Павлович

НЕЛІНІЙНІ ОЦІНКИ В ЗАДАЧАХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТА УПРАВЛІННЯ СТОХАСТИЧНИМИ СИСТЕМАМИ

01.05.01 — теоретичні основи інформатики та кібернетики
(математична кібернетика)

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ 1996

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00760546 (S)
Дв. 35.811

...кібернетики ім. В. М. Глушкова

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор ЧИКРІЙ А. А.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор ГУПАЛ А. М.,

кандидат фізико-математичних наук КУК Ю. В.

Провідна організація: Київський національний університет ім. Тараса Шевченка.

Захист відбудеться «22» листоп. 1996 р. о 11⁰⁰ год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.39.02 при Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України за адресою:

252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічному архіві інституту.

Автореферат розісланий «16» жовтня 1996 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради СИНЯВСЬКИЙ В. Ф.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність проблеми. При сучасному розвитку науки й техніки однією з основних проблем в теорії оптимального управління є підвищення якості роботи систем за реальних умов їх функціонування. Як правило, об'єкт управління зазнає різні впливи, які складаються як із корисних, так і шумових сигналів, що накладені на корисні. Виникає необхідність оптимального у певному стосунку виділення корисного сигналу або його розпізнавання, що базується на викривлених спостереженнях. Теорія оптимального управління, розпізнавання та класифікації за наявності випадкових впливів в наш час швидко розвивається, і в цьому велика заслуга А.М.Колмогорова, Н.Вінера, У.Гренандера, Н.Н.Красовського, В.С.Пугачова, М.М.Моісеєва, Я.З.Ципкіна, О.Б.Куржанського, І.І.Гіхмана, А.В.Скорохода, І.А.Ібрагімова, М.В.Крилова, А.А.Первозванського, Ю.А.Розанова, Р.З.Хасьмінського, А.А.Федельбаума, А.М.Ширяєва, В.А.Якубовича та інших. В теперішній час досить повно розвинено теорію оцінювання та управління для лінійних систем з зосередженими параметрами, але теорію нелінійної ідентифікації та управління для систем із зосередженими та розподіленими параметрами розвинено ще не досить. В той же час такі системи описують багато важливих фізичних процесів, що виникають у теорії розпізнвання образів, гідроакустиці, гідрології та інших областях. Ось чому розвиток математичних методів вирішення таких задач є досить актуальною проблемою.

Мета роботи: розвиток математичних методів ідентифікації та управління для параметричних і непараметричних моделей при наявності шуму з невідомим розподілом.

Методика дослідження. У цій роботі використовувались методи функціонального аналізу, оптимізації в нескінченновимірних

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

просторах, теорії випадкових процессів та ма.ематичної статистики.

Наукова новизн. В роботі систематично досліджуються задачі ідентифікації та розпізнавання для стохастичних систем з розподіленими параметрами. Досліджені моделі нелінійної та непараметричної ідентифікації для широкого класу систем, на які накладаються адитивні та мультиплікативні випадкові перешкоди. Одержані твердження, що стосуються асимптотичної поведінки оцінок невідомих параметрів, які можуть бути й елементами деякої нескінченновимірної множини. Зокрема, доведено їх сильну слушність, асимптотичну нормальніст., слабку збіжність функціоналів від оцінок. Наведено умови існування та єдиності оптимального управління для систем із значеннями в нескінченновимірному просторі.

Теоретична та практична цінність роботи. Результати дисертаційної роботи вносять вагомий внесок у теорію нелінійного оцінювання та управління при наявності мультиплікативних та адитивних перешкод. Розроблені методи можуть бути ефективно використані при обробці результатів експериментів у геології, екології, акустиці, теорії розпізнавання образів тощо.

Апробація роботи. Основні результати дисертації доповідалися на сем. ıарах в Інституті кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, Київському національному університеті ім. Т.Г.Шевченка, конференції молодих учених в Інституті кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, міжнародній конференції пам'яті І.І.Гіхмана.

Публікації. Основні результати роботи викладені у публікаціях [1-6].

Структура й обсяг роботи. Робота складається з вступу, чотирьох розділів, поділених на 10 параграфів, та списку літератури з 60 найменувань. Загальний обсяг роботи складає 80 сторінок.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі аналізується стан проблеми, обґрунтовується актуальність, теоретична та практична цінність досліджуваної тематики, виділяється коло основних задач та ціль дослідження. Сформульовано основні наукові положення, що виносяться до захисту.

У першому розділі "Параметричні моделі ідентифікації стохастичних систем" досліджуються проблеми оцінювання нелінійних параметрів при наявності адитивної та мультиплікативної перешкод. Перша частина розділу присвячена оцінюванню невідомого параметра, що входить до функції зсуву стохастичного диференціального рівняння нелінійно. Розглядається клас квазістаціонарних процесів та доводиться сильна слушність та асимптотична нормальність оцінок найменших квадратів. У другій частині розділу розглядається інший клас задач ідентификації. Припускається, що на вхідний сигнал системи накладено мультиплікативну та адитивну перешкоди. Сам сигнал лінійно залежить від невідомих параметрів, які слід оцінити оптимальним чином. В задачах розпізнавання особливу роль через свої численні застосування мають дослідження, що стосуються систем з розподіленими параметрами. Обмежимося двовимірним випадком, розгляд випадку більшої розмірності здійснюється аналогічно. Перший параграф має характер вступу. В другому параграфі розглядається така модель спостереження:

$$S(\theta_0, t) = m(\theta_0, t) + \int h(t,\tau)\, d\xi(\tau),\ t \in [0,1],$$

де θ_0 — невідомий параметр, $m(\theta, t)$ та $h(t,\tau)$ — функції відомого вигляду, $\xi(t)$ — процес з ортогональними приростами. Необхідно за спостереженням $\{S(\theta_0,t), t \in [0,T]\}$ оцінити θ_0. У подальшому припускається, що випадковий процес $S(\theta_0,t)$ є квазистаціонарним за визначенням, наведеним у роботі. Як критерій для оцінювання невідомого параметра $\theta_0 \in \Theta$ розглядається метод найменших квадратів, а саме $Q_T(\theta) = \frac{1}{T}\int_0^T [S(\theta_0, t) - m(\theta, t)]^2 dt$. Величину θ_T, що задовольняє співвідношенню $\min_\theta Q_T(\theta) = Q_T(\theta_T)$, вибираємо за оцінку θ_0. Справедливе твердження.

Теорема 1.1. Нехай при довільному $\theta \in \Theta$ випадковий процес $S(\theta, t)$ є квазистаціонарним та виконуються такі умови:

1) існує $\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T [m(\theta, t) - m(\theta_0, t)]^2 dt = V(\theta, \theta_0)$;

2) $m(\theta, t) \neq m(\theta_0, t)$ при $\theta \neq \theta_0$;

3) $|m(\theta_1, t) - m(\theta_2, t)| \le c|\theta_1 - \theta_2|$, де стала c не залежить від t, θ_1, θ_2.

Тоді $P\left\{\lim_{T\to\infty} \theta_T = \theta_0\right\} = 1$.

Якщо θ_0 — внутрішня точка множини Θ, то за деяких додаткових умов, що стосуються збіжності інтегралів від функції $m(\theta, t)$ та двох її перших похідних за аргументом θ, можна довести, що величина $\sqrt{T}(\theta_T - \theta_0)$ слабко збігається до гауссової величини з нульовим середнім та дисперсією заданого вигляду.

У третьому параграфі вивчаються властивості оцінок найменших квадратів для невідомих параметрів функції регресії, що спостерігається з мультиплікативною та адитивною перешкодами.

Модель спостереження має вигляд

$$y(s, t) = \left[\sum_{k=1}^{m} \alpha_k \varphi_k(s, t)\right]\xi(s, t) + \eta(s, t) = a(s, t) + \eta(s, t), \; s^2 + t^2 \le r^2,$$

де α_i — невідомі параметри, $\varphi_k(s, t)$ — відомі функції, $\xi(s, t)$ та $\eta(s, t)$ — однорідні та ізотропні у вузькому сенсі випадкові поля. Будемо вважати, що виконуються такі припущення:

1. Нехай $\alpha^0 = (\alpha_1, \ldots, \alpha_m)$ — набір дійсних чисел, $(\varphi_1(s, t), \ldots, \varphi_m(s, t))$— фіксований набір дійсних неперервних

функцій в R^2, $\varphi' = (\varphi_1, \ldots, \varphi_m)$. Позначимо

$$q_k^2(r) = \iint\limits_{s^2+t^2 \le r^2} \varphi_k^2(s,t)\,ds\,dt,$$

$$G(r_1, r_2) = \{(s,t): r_1 \le s^2 + t^2 \le r_2\}, \quad G(r) = \{(s,t): s^2 + t^2 \le r^2\},$$

$$Q(r) = \left(q_k^2(r)\delta_{jk}\right)_{j,k=1}^m, \quad \varphi^r(s,t) = Q^{-1/2}(r)\varphi(s,t).$$

1а. Для деякого $L > 0$ та будь-яких $1 \le k \le m$ та $r > 0$ справедлива нерівність

$$q_k^{-1}(r) \max_{(s,t)\in G(r)} \varphi_k(s,t) \le \frac{L_1}{r}.$$

1б. Для деякого $L_2 > 0$ при довільних s, t та $r > 0$

$$\left\| \iint\limits_{G(r)} \varphi^r(s_1 + |s|, t_1 + |t|)\varphi'^r(s_1, t_1)\,ds_1\,dt_1 - B(s,t) \right\| \le \frac{L_2}{r}$$

з деякою матрицею $B(s,t) = \left(B_{jk}(s,t)\right)_{j,k=1}^m$, елементи якої — неперервні від (s,t) функції, а $B(0,0)$ — додатно визначена.

1в. Функції $\varphi_k(s,t)$ — лінійно незалежні на множинах додатної міри Лебега.

2. Випадкові поля $\xi(s,t)$ та $\eta(s,t)$ —однорідні та ізотропні у вузькому сенсі, $E\xi(s,t) = a$, $E\eta(s,t) = 0$ і кожне з них задовольняє умові сильного перемішування

$$\sup_{A\in A(S), B\in A(F)} |P(AB) - P(A)P(B)| \le \phi(d(S,F)) \le \frac{c}{d^{2+\varepsilon}},$$

де $S, F \in R^m$, $A(S)$ — σ-алгебра, породжена випадковим полем $\{\xi(s,t),(s,t)\in S\}$ або $\{\eta(s,t),(s,t)\in S\}$ відповідно,
$d(S,F) = \inf\{\|x - y\|, x \in S, y \in F\}$, $\phi(\cdot)$— функція дійсного аргумента $d \ge 0$, для якої $\phi(d) \downarrow 0$ при $d \to \infty$.

3. $E|\xi(s,t)|^{2+\delta} < \infty$, $E|\eta(s,t)|^{2+\delta} < \infty$, $\delta > \frac{8}{\varepsilon}$, кореляційні функції $R(r) = E[\xi(s,t)-a][\xi(0,0)-a]$ та $R_1(r) = E\eta(s,t)\eta(0,0)$, $s^2+t^2=r^2$ такі, що $\int_0^\infty rR(r)dr$ та $\int_0^\infty rR_1(r)dr$ є скінченними величинами.

4. Випадкове поле $\xi(s,t)$ є гауссовим.

Оцінка найменших квадратів має вигляд

$$\alpha(r) = \Gamma^{-1}(r)\iint_{G(r)} y(u,v)\xi(u,v)\varphi(u,v)dudv,$$

де $\Gamma(r)$— матриця, що визначена рівністю

$$\Gamma(r) = \iint_{G(r)} \varphi(u,v)\varphi(u,v)'\xi(u,v)dudv.$$

Справедливі твердження:

<u>*Теорема 1.2.*</u> Нехай виконані умови 1-4. Тоді

$$P\left\{\lim_{r\to\infty} \hat{\alpha}(r) = \alpha\right\} = 1.$$

<u>*Теорема 1.3.*</u> Нехай виконані умови 1-4. Тоді розподіл вектора $Q^{1/2}(r)[\hat{\alpha}(r)-\alpha]$ при $r\to\infty$ слабко збігається до нормального розподілу в R^m з середнім 0 та матрицею коваріацій $F = \Gamma^{-1}H\Gamma^{-1}$, де матриця H має вигляд

$$H = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} rR_1(r)[R(r)+a^2]B(r\cos\varphi, r\sin\varphi)drd\varphi.$$

У другому розділі "Моделі непараметричної ідентифікації за скінченним числом спостережень або реалізацій" розглядаються задачі оцінювання математичного сподівання, що є елементом деякої компактної множини функцій простору L_2. Тут необхідно підкреслити, що у багатьох моделях, які зустрічаються на практиці, не вдається параметризувати невідому функцію, але її все одно необхідно визначити якмога точніше за деяким набором її спостережень у скінченній кількості точок або кривих.

Наприклад, у двовимірному випадку модель, що розглядається, можна інтерпретувати як задачу про оцінювання сигналу визначеного вигляду, що подається об'єктом у дискретному числі точок площини з випадковими помилками.

Інша інтерпретація моделі полягає у тому, що сигнал, який подається, може спостерігатися у різні моменти часу у вигляді незалежних реалізацій. Обидві ці моделі виникають при розв'язанні задач розпізнавання невідомих об'єктів у радіолокації, гідроакустиці та ін.

Перший параграф має вступний характер. У другому параграфі досліджуються оцінки найменших квадратів для функції регресії, що спостерігається у суміші з адитивною перешкодою на прямій. Сформулюємо задачу чіткіше.

1. Нехай $K = \{x(t), t \in [0,1]\}$ — компактна в сенсі збіжності в L_2 множина дійсних функцій, що задовольняє таким умовам:

a) $\|x(t)\| \le 1$, де $\|x(t)\|^2 = \int\limits_0^1 x^2(t)dt$;

b) $x(t)$ може мати скінченну кількість точок розриву першого роду та задовольняє в інтервалах неперервності рівномірній умові Ліпшиця $|x(t_1) - x(t_2)| \le c|t_1 - t_2|$, причому стала c не залежить від функції x та точок t_1 і t_2.

2. Для кожного $n \ge 1$ $\xi_{jn}, 0 \le j \le n$ — незалежні випадкові величини, що задовольняють умовам

a) $E\xi_{0n} = 0$;

b) $E[\xi_{0n}]^2 = \sigma^2 < \infty$, $E[\xi_{0n}]^4 = \gamma$.

Припустимо, що для фіксованої функції $\alpha_0 \in K$ спостерігаються випадкові величини $x_{kn} = \alpha_0\left(\frac{k}{n}\right) + \xi_{kn}$, $0 \le k \le n$.

На основі x_{kn} вимагається оцінити невідому функцію $\alpha_0 \in K$. Як оцінку α_0 будемо розглядати оцінку α_n найменших квадратів. Величина α_n — елемент з K, що визначається співвідношенням

$$\sum_{j=0}^{n}\left[x_{jn}-\alpha_n\left(\frac{j}{n}\right)\right]^2=\min_{\alpha\in K}\sum_{j=0}^{n}\left[x_{jn}-\alpha\left(\frac{j}{n}\right)\right]^2.$$

Оскільки множина K компактна, мінімум досягається. Можна довести, що $\alpha_n(t)$ можна обрати сепарабельним випадковим процесом. Справедливі твердження:

Теорема 2.1. Нехай виконані умови 1 та 2. Тоді

$$P\left\{\lim_{n\to\infty}\|\alpha_n(t)-\alpha_0(t)\|=0\right\}=1.$$

Теорема 2.2. Нехай виконані умови 1, 2, а також

1) α_0 є внутрішньою точкою множини K;

2) $E|\xi_{0n}|^6=\nu<\infty$.

Тоді послідовність випадкових процесів $\sqrt{n}\int_0^t[\alpha_n(u)-\alpha_0(u)]du$ слабко збігається при $n\to\infty$ до стандартного вінеровського процесу.

У третьому параграфі досліджуються непараметричні оцінки функції регресії, що побудовані за скінченним числом незалежних реалізацій. Зробимо такі припущення.

1. Нехай $K=\left\{x(s,t),(s,t)\in D=[0,1]^2\right\}$ — компактна в сенсі збіжності в L_2 множина дійсних функцій, що задовольняє умовам

а) $\|x(s,t)\|\le 1$, де $\|x(s,t)\|^2=\int_0^1\int_0^1 x^2(s,t)dsdt$;

б) $x(s,t)$ за другою змінною може мати скінченну кількість точок розриву першого роду та задовольняє в інтервалах неперервності рівномірній умові Ліпшиця:

$$|x(s,t_2)-x(s,t_1)|\le c|t_2-t_1|,$$

де c не залежить від функції x та точок (s,t_2) і (s,t_1).

2. $\xi_{jn}(s)$, $0\le s\le 1$, $0\le j\le n$ для кожного $n\ge 1$ - незалежні випадкові процеси, що задовольняють таким умовам:

а) при $i\ne j$ процеси $\{\xi_{in}(s)\}$ і $\{\xi_{jn}(s)\}$ стохастично еквівалентні в широкому сенсі;

б) $E\xi_{0n}(s) = 0$ при $0 \le s \le 1$;

в) $E\xi_{0n}(s)\xi_{jn}(t) = R(s,t)$, $(s,t) \in D$ з неперервною на D функцією $?(s,t)$.

Припустимо, що для фіксованої функції $\alpha_0 \in K$ спостерігаються з випадковими помилками її розтини, що відповідають відрізкам у D з ординатами $\frac{j}{n}$ для $0 \le j \le n$, тобто

$$x_{jn}(s) = \alpha_0\left(s, \frac{j}{n}\right) + \xi_{jn}(s), 0 \le s \le 1.$$

На основі спостережень $\{x_{jn}(s)\}$ вимагається оцінити функцію $\alpha_0 \in K$.

Як оцінку для α_0 будемо розглядати оцінку α_n методу найменших квадратів. Величина α_n є елемент із K, визначений співвідношенням

$$\min_{\alpha \in K} \sum_{j=0}^{n} \int_0^1 \left[x_{jn}(s) - \alpha\left(s, \frac{j}{n}\right)\right]^2 ds = \sum_{j=0}^{n} \int_0^1 \left[x_{jn}(s) - \alpha_n\left(s, \frac{j}{n}\right)\right]^2 ds. \quad (1)$$

Оскільки множина K компактна, мінімум у лівій частині (1) досягається. Можна довести, що $\alpha_n(s,t)$ можна вибрати сепарабельним випадковим полем. Справедливі твердження:

Теорема 2.3. Нехай виконані умови 1, 2 та $E|\xi_{jn}(s)|^4 < \gamma < \infty$. Тоді

$$P\left\{\lim_{n \to \infty} \|\alpha_n(s,t) - \alpha_0(s,t)\| = 0\right\} = 1.$$

Теорема 2.4. Нехай виконані умови 1, 2 та умови

1) α_0 є внутрішньою точкою множини K;

2) $E|\xi_{jn}(s)|^8 \le \mu < \infty$.

Тоді послідовність випадкових полів $\eta_n(s,t)$ слабко збігається до гауссового поля в D з нульовим середнім і кореляційною функцією

$$B(s_1,t_1,s_2,t_2) = \int_0^{s_1}\int_0^{s_2} R(u,v)dudv \min(t_1,t_2).$$

У четвертому параграфі досліджується інший клас оцінок — так звані проекційні оцінки. Припускається, що оцінювана функція $\alpha(t)$ має вигляд $\alpha(t) = \sum_{j=0}^{\infty}\alpha_j\varphi_j(t)$, де числа α_j задовольняють умові $\sum_{j=0}^{\infty}\alpha_j^2(1+j^{2\beta}) < L,\ \beta > 1,\ L > 0$ Введемо позначення:

$$\alpha_i^n = \frac{1}{n}\sum_{j=0}^{n} x_j^n\varphi_i\left(\frac{j}{n}\right),\ \alpha_N^n(t) = \sum_{i=0}^{N}\alpha_i^n\varphi_i(t).$$

Припускається, що функції $\varphi_j(t)$ в інтервалі $[0,1]$ обмежені та задовольняють умові Ліпшиця. Має місце твердження:

Теорема 2.5. Для оцінки $\alpha_N^n(t)$ при $N \sim n^{\frac{1}{2\beta+3}}$ маємо співвідношення

$$\limsup_{n\to\infty}\sup_{\beta\in K} En^{\frac{2\beta}{2\beta+3}}\left\|\alpha_N^n(t) - \alpha(t)\right\|^2 \le c.$$

Аналогічний результат спостерігається і в двовимірному випадку.

Припускається, що є скінченна кількість спостережень

$$x_{ij}^{nm} = \alpha_0\left(\frac{i}{n},\frac{j}{m}\right) + \xi_{ij}^{nm},\ 0 \le i \le n,\ 0 \le j \le m,$$

де ξ_{ij}^{nm} — послідовність серій дійсних випадкових величин, незалежних у кожній серії, $E\xi_{ij}^{nm} = 0,\ E\left|\xi_{ij}^{nm}\right|^2 = \sigma^2$. Задача полягає в оцінюванні функції $\alpha_0 \in K$. Нехай

$$\alpha_l^{nm} = \frac{1}{nm}\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} x_{ij}^{nm}\varphi_l\left(\frac{i}{n},\frac{j}{m}\right),$$

$$\alpha_N^{nm}(s,t) = \sum_{l=0}^{N}\alpha_l^{nm}\varphi_l(s,t),\ \|\alpha(s,t)\|^2 = \int_0^1\int_0^1 \alpha^2(s,t)ds\,dt.$$

Припускається, що функції $\varphi_l(s,t)$ в області $[0,1]\times[0,1]$ обмежені та задовольняють умові Ліпшиця. Справедливе твердження:

<u>*Теорема 2.6.*</u> Нехай $N = \left(\frac{n^2m^2}{n^2+m^2}\right)^{\frac{1}{2\beta+3}}$. Тоді:

$$\lim_{n,m\to\infty}\sup_{\alpha\in K} E\left(\frac{n^2m^2}{n^2+m^2}\right)^{\frac{2\beta}{2\beta+3}}\|\alpha_N^{nm}(s,t)-\alpha(s,t)\|^2 < c. \qquad (2)$$

У заключній частині параграфу розглядаються проекційні оцінки у випадку, коли спостерігається скінченна кількість незалежних реалізацій невідомої функції регресії з адитивним шумом. У цьому випадку для проекційної оцінки також має місце оцінка типу (2).

У третьому розділі "Задача управління рішенням стохастичного диференціального рівняння у гільбертовому просторі" розглядається задача управління функцією зсуву наступного диференціального рівняння зі значеннями у гільбертовому просторі H:

$$d\xi_t = f(t,\xi,u_t(\xi))dt + dw_t,\ \xi_0 = 0,\ t\in[0,T], \qquad (3)$$

де $(w_t, t\in[0,T])$ — вінеровський процес на ймовірнісному просторі $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ зі значеннями в деякому імовірнісному просторі H_-, керування $u = (u_t, t\in[0,T])$ та функція зсуву f — неупереджувальні функціонали від керованого процесу ξ зі значеннями в просторі керуючих впливів U та гільбертовому просторі H відповідно. Вимагається знайти у деякому класі припустимих законів керування U керування $u^* = (u_t^*(\xi), t\in[0,T])$, що мінімізує критерій $E\int_0^T c(t,\xi)dt$, де функція втрат c — неупереджувальний числовий функціонал.

Рішення рівняння розуміється у слабкому сенсі. В роботі наведено необхідну й достатню умову існування слабкого рішення рівняння (3). Припускатимемо, що $c(t,x)$, $t\in[0,T]$, $x\in C_T$ — банаховому простору неперервних функцій, B — σ-алгебра борелевських підмножин $[0,T]$, A_t—σ-алгебра підмножин C_T, породжена циліндрами з основами на $[0,T]$. Вважатимемо, що функція витрат $c(t,x)$ є $B\times A_t$ - вимірною, неупереджувальною та задовольняє умові $0\le c(t,x)\le L<\infty$. Основний результат розділу полягає у наступному:

<u>*Теорема 3.1.*</u> Існує $u^*\in$U, таке, що

$$E_{u^*}\int_0^T c(t,\xi)dt=\min_{u\in U}E_u\int_0^T c(t,\xi)dt.$$

Четвертий розділ дисертації має прикладний характер. У ньому поставлені деякі задачі, для вирішення яких виникає необхідність дослідження проблем, описаних у попередніх розділах.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. Досліджені нелінійні моделі регресії для динамічних систем з адитивним білим шумом. Наведені твердження про сильну слушність та асимптотичний розподіл запропонованих оцінок.
2. Досліджена нестаціонарна нелінійна модель регресії для стохастичної системи з розподіленими параметрами. Наведено явний вигляд оцінок, що має просту структуру, доведено ряд оптимальних властивостей.
3. Вирішені задачі непараметричної ідентифікації за спостереженнями у скінченній кількості точок або скінченному наборі траєкторій. Доведені твердження про слабку збіжність функціоналів від оцінок до деякого гауссового процесу або поля.
4. Досліджені проекційні оцінки в непараметричних моделях регресії, наведена швидкість збіжності оцінок до істинної функції.

5. Досліджена задача оптимального управління для стохастичного рівняння в гільбертовому просторі. Одержані умови існування та єдиності оптимального управління.

У спільній роботі з П.С.Кноповим пошукувачем доведені теореми про слушність та асимптотичний розподіл наведених оцінок.

Основні положення дисертації опубліковані в таких працях:

1. Кнопов А.П. Об оценке коэффициентов регрессии с минимальной дисперсией// Методы и программные средства оптимизации, моделирования и создания вычислительных систем.— Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова АН Украины, 1990.— С. 31-33.
2. Кнопов А.П. О состоятельности оценки нелинейного параметра функции регрессии по ее наблюдению в смеси с аддитивным шумом// Стохастические задачи теории оптимизации и надежности.— Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова АН Украины, 1993.— С. 50-54.
3. Кнопов А.П. Об одном обобщении закона больших чисел для квазистационарных процессов// Методы управления и принятия решений в условиях риска и неопределенности.— Киев, Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова АН Украины, 1993.— С. 50-54.
4. Кнопов А.П. Об одной нелинейной оценке функции регрессии// Кибернетика и системный анализ. — 1994.— №4.— С. 111-116.
5. Кнопов А.П. О слабой сходимости мер, индуцированных непараметрическими оценками функции регрессии// То же. — 1995.— №2.— С. 131-137.
6. Knopov P.S Knopov A.P. On a non-parametric estimator for a regression function from a Hilbert space// Random Oper. and Stoch. Equ.— 1995.— 3, №2.— P. 153-160.

Кнопов А.П. Нелинейные оценки в задачах идентификации и управления стохастическими системами. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.01 — теоретические основы информатики и кибернетики (математическая кибернетика). Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины. Киев, 1996.

Работа посвящена исследованию нелинейных оценок в стохастических системах с сосредоточенными и распределенными параметрами. Для нелинейных оценок получены условия сильной состоятельности и асимптотической нормальности оценок. Для непараметрических моделей регрессии получены утверждения о сильной состоятельности и слабой сходимости функционалов от оценок к некоторой гауссовской функции. Для управляемых стохастических сис эм доказана теорема о существовании и единственности оптимального управления из некоторого допустимого класса.

Knopov A.P. Non-linear estimators in stochastic system identification and control problems. Manuscript. Thesis for a degree of Candidate of Science (Ph.D.) in Physics and Mathematics in speciality 01.05.01 — Informatics and Cybernetics Theoretical Basis (Mathematical Cybernetics). V.M.Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine. Kiev, 1996.

. This paper is devoted to in stochastic systems with concentrated and distributed parameters investigation. For the non-linear estimators the strong consistency and asymptotic normality conditions are obtained. For non-parametric regression models the statements about the functionals of the estimators strong consistency and weak convergence to a Gaussian regression function are proved. For the stochastic systems under control the existence and uniqueness theorem for the optimal control from some admissible class is proved.

Ключові слова:

оцінка, стохастична система, випадковий процес, нормальність, слабка збіжність, оптимальне управління.

ПIдп. до друку 25.07.96. Формат 60x84/I6. ПапIр офIсний. Офс.друк.
Ум.друк.арк. 0,82. Ум.фарбо-вIдб. 0,94. Обл.-вид.арк. I,0.
Тираж I00 прим. Зам. 348

РедакцIйно-видавничий вIддIл з полIграфIчною дIльницею
Iнституту кIбернетики IменI В.М.Глушкова НАН УкраIни
252022 КиIв 22, проспект АкадемIка Глушкова, 40

Кноров А.П. Нелинейные оценки в задачах идентификации и управления стохастическими системами. — Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.01 – теоретические основы информатики и кибернетики (математическая кибернетика). Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, Киев, 1998.

Работа посвящена исследованию нелинейных оценок в стохастических системах с сосредоточенными и распределенными параметрами. Для нелинейных оценок получены условия сильной состоятельности и асимптотической нормальности оценок. Для непараметрических моделей регрессии получены утверждения о сильной состоятельности и слабой сходимости функционалов от оценок к некоторой гауссовской функции. Для управляемых стохастических систем доказана теорема о существовании и единственности оптимального управления из некоторого допустимого класса.

Knorov A.P. Non-linear estimations in stochastic system identification and control problems. Manuscript. Thesis for a degree of Candidate of Science (Ph.D.) in Physics and Mathematics by speciality 01.05.01 – theoretical bases of informatics and cybernetics (mathematical cybernetics). V.M.Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine, Kiev, 1998.

This paper is devoted to in stochastic systems with concentrated and distributed parameters investigation. For the non-linear estimators the strong consistency and asymptotic normality conditions are obtained. For non-parametric regression models the statements about the functionals of the estimators strong consistency and weak convergence to a Gaussian regression function are proved. For the [illegible]

[illegible]

Ав 35.811