

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОСТРОЕНИЯ

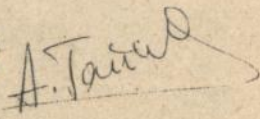
На правах рукописи

Тайех Али Ибрагим

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
К ЗАДАЧАМ ИЗГИБА ПЕРФОРИРОВАННОЙ
ПОЛОСЫ (СЛОЯ)

05.02.07 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ



диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Харьков - 1996 г.

146 35. 846

Диссертацией является рукопись
Работа выполнена в Харьковском государственном техническом университете строительства и архитектуры.

Научный руководитель: доктор физико – математических наук, профессор Мироненко Николай Иванович.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор Морачковский Олег Константинович
кандидат технических наук, старший научный сотрудник Матюхин Юрий Иванович

Ведущая организация: Харьковский авиационный институт
Министерство образования Украины (Харьков)

Защита состоится "14" XI 1996г. в 14⁰⁰ часов на заседании специализированного ученого совета Д. 02. 18. 01 в Институте проблем машиностроения НАН Украины, по адресу: 310046 Харьков – 46, ул. Пожарского, 2/10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института проблем машиностроения НАН Украины, по адресу: 310046 Харьков – 46, ул. Пожарского, 2/10.

Автореферат разослан "12" X 1996г.

Ученый секретарь специализированного ученого совета *Зайцев* Зайцев Б.Ф.

ЛНБ України ім.В.Стефаника



00751585 (V)

Актуальность темы. Применяемые в различных отраслях промышленности, в частности в строительстве, конструктивные элементы имеют зачастую ослабления в виде отверстий той или иной формы. В строительстве - это прежде всего балки: железобетонные и стальные. Последние выполняются сварными и клепаными. Весьма широко применяются также прокатные профили: тавры, двутавры, швеллеры, уголки, а также комбинации этих профилей. Причем в целях повышения несущей способности, например, двутавровых балок, их разрезают некоторым образом в продольном направлении на две половины, которые затем свариваются. Образуется двутавр с более высокой стенкой, но стенка при этом оказывается ослабленной периодической системой отверстий соответствующей формы. Естественно, встает вопрос об определении напряженно - деформированного состояния (НДС) балки в окрестности отверстий и об учете его при проектировании балок. Кроме того, важен вопрос об оптимальном размере отверстий и их форме.

К тому же с точки зрения механики, интересным является исследование НДС в полосе (слое) с периодической системой отверстий в случае чистого изгиба. Такие задачи до сих пор не имеют должного численного анализа.

Применяемые же в строительстве приближенные методы расчета элементов типа перфорированной полосы в случае достаточно больших отверстий (именно такие отверстия и встречаются в практике) дают искажение напряженно - деформированного состояния (НДС) этих элементов не только в количественном отношении, но и в качественном. Знание истинного НДС перфорированной полосы позволяет более точно определить те или иные размеры ее, к тому же дает возможность указать наиболее рациональную (в смысле прочности) форму отверстий (из применяемых форм).

Заметим, что периодическими задачами для перфорированной полосы занималось сравнительно мало авторов.

Среди них R.Howland, С.А.Калоеров, А.С.Космодамьянский, Ю.А.Мельников, Н.И.Мироненко, Т.Zelisko и некоторые другие. И только в одной работе Т.Zelisko исследуется периодическая задача о чистом изгибе полосы с круговыми отверстиями.

Все выше сказанное и определяет актуальность темы диссертации.

Работа выполнена на кафедре строительной механики Харьковского государственного технического университета строительства и архитектуры (ХГТУСА).

Целью работы является исследование НДС полосы (слоя) с периодической системой отверстий различной формы в случае чистого изгиба.

Для достижения этой цели необходимо:

- ★ написать программу на одном из современных языков для произвольного числа граничных элементов;
- ★ исследовать влияние размеров отверстий на концентрацию напряжений;
- ★ показать принципиальную возможность подбора таких размеров отверстия заданной формы, при которых концентрация напряжений будет минимальной;
- ★ исследовать влияние формы отверстий на концентрацию напряжений;
- ★ указать отверстие оптимальной (в смысле прочности полосы) формы из числа используемых в технике форм;
- ★ показать возможность применения полученных результатов для перфорированных балок из прокатных профилей, например, двутавровых.

Научная новизна диссертации состоит в следующем:

- ★ Показана специфика применения одного из методов граничных элементов (МГЭ) – метода фиктивных нагрузок (МФН) – к периодическим задачам изгиба;
- ★ Изучено влияние размеров отверстий на концентрацию напряжений;
- ★ Показана возможность подбора таких размеров отверстий заданной формы, при которых концентрация напряжений понижается за счет выравнивания максимальных значений нормального тангенциального напряжения на контурах отверстий и на гранях полосы;
- ★ Изучено влияние формы отверстий на концентрацию напряжений;
- ★ Отмечено появление при чистом изгибе зон растяжения в "сжатых" областях и зон сжатия в "растянутых";
- ★ Показана возможность распространения полученных результатов на перфорированные балки, выполненные из прокатных профилей (например, двутавровые).

Методы исследования. В диссертации применен один из методов граничных элементов – метод фиктивных нагрузок.

Достоверность результатов диссертации определяется:

- ★ Применением метода граничных элементов (точнее его варианта – МФН), который является весьма надежным средством определения НДС упругих тел;
- ★ Высокой степенью точности удовлетворения граничных условий;
- ★ Совпадением (в некоторых частных случаях) полученных здесь результатов с результатами других авторов.

Практическая ценность и внедрение работы.

- ★ Написана программа на языке Турбо Паскаль 7, позволяющая решать практически любые задачи плоской теории упругости.

- * Решены конкретные задачи чистого изгиба перфорированной полосы, ослабленной отверстиями различной формы (круговыми, эллиптическими, шестиугольными, прямоугольными, квадратными; последние три с закругленными углами).
- * Изучен характер распределения нормального тангенциального напряжения вдоль контуров отверстий, позволяющий делать вывод о целесообразности ослабления полосы отверстиями той или иной формы.
- * Программа и решенные с ее помощью некоторые задачи упругости использовались в учебном процессе ХГТУСА в 1995 – 1996 учебном году.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 4 печатных работы. Из них две статьи и два тезиса докладов научно – технической конференции ХГТУСА.

Личный вклад автора диссертации в работы, опубликованные в соавторстве.

В соавторстве опубликована только одна работа [4], в которой использована программа, написанная автором диссертации.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на научно – технических конференциях ХГТУСА в 1995, 1996 гг. В полном объеме диссертация докладывалась и одобрена на заседании кафедры строительной механики ХГТУСА в 1996 г.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации 145 страниц; из них 100 страниц текста, 49 рисунков; 13 таблиц и 117 наименований литературы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновываются актуальность темы диссертации и выбор метода решения задач, изучаемых в диссертации, – метода фиктивных нагрузок (МФН). Вкратце прослеживается история воз-

никновения и развития МГЭ. Показываются преимущества МГЭ по сравнению с методами конечных элементов (МКЭ).

Упоминаются три группы МГЭ:

прямые, полупрямые и не прямые МГЭ.

Отмечается, что практически используются МГЭ только первой и третьей групп. Более простыми, физически наглядными и не уступающими в точности решения задач другим методам являются не прямые МГЭ. Именно один из этих методов (МФН) и применяется в диссертации.

Далее рассматриваются публикации, связанные с перфорированной плоскостью и полосой вообще и с периодической задачей для перфорированной полосы в частности.

Отмечается значительный (а иногда и основополагающий) вклад в развитие методов решения упомянутых задач таких ученых, как И.И.Ворович, Э.И.Григолюк, Д.В.Грилицкий, А.Н.Гузь, А.И.Каландия, Г.В.Колосов, А.С.Космодампанский, С.Г.Лехницкий, Т.Л.Мартьянович, Ю.А.Мельников, Н.И.Мирошенко, Н.И.Мухомелшвили, В.В.Панасюк, И.А.Прусов, В.Л.Рвачев, Г.Н.Савин, А.Г.Угодчиков, Л.А.Фильштинский, И.А.Цурпал, Г.П.Черепанов, Д.И.Шерман, M.Namada, R.Howland, M.Isida, T.Zelisko, и других.

В первой главе приводятся основные соотношения линейной теории упругости: уравнения равновесия, зависимости Коши, закон Гука, уравнения неразрывности деформаций и граничные условия. Даются формулы преобразования компонент вектора перемещений, а также компонент тензоров напряжений и деформаций при переходе от одной системы координат к другой. Для решения плоской задачи упругости в напряжениях

$$\sigma_{i,j} + F_j = 0, \quad i, j = 1, 2; \quad (1.1)$$

$$\nabla^2 \sigma_{ii} = 0, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

(где σ_{ij} - тензор напряжений, F_i - компоненты объемной силы) применяется интегральное преобразование Фурье. Поэтому в этой же главе приводятся основные свойства этого преобразования и некоторые, необходимые в дальнейшем, формулы - в том числе и формулы двумерного преобразования Фурье (прямого и обратного):

$$\tilde{f}(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{i(\xi x + \eta y)} dx dy, \quad (1.2)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\xi, \eta) e^{-i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta.$$

Здесь $\tilde{f}(\xi, \eta)$ - трансформанта (преобразование) Фурье функции $f(x, y)$.

Применение преобразования (1.2) к системе дифференциальных уравнений (1.1) позволяет свести последнюю к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно трансформант Фурье от напряжений.

Система (1.1) решается не при произвольных F_x и F_y , а в случае сосредоточенной объемной силы с компонентами P_x^* , P_y^* , приложенной в точке плоскости, совпадающей с началом координат. При этом:

$$F_x = P_x^* \delta(x) \delta(y),$$

$$F_V = P_V^* \delta(x) \delta(y),$$

где $\delta(t)$ - дельта - функция Дирака.

Это так называемая задача Кельвина для плоскости. Решения ее в случае плоского напряженного состояния выглядят так:

$$\sigma_{xx} = -\frac{P_V^* x}{4\pi r^2} \left(\nu_1 - \nu_2 \frac{y^2}{r^2} \right) + \frac{P_V^* y}{4\pi r^2} \left(\nu_3 - \nu_2 \frac{x^2}{r^2} \right), \quad (1.3)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{P_V^* x}{4\pi r^2} \left(\nu_3 - \nu_2 \frac{y^2}{r^2} \right) - \frac{P_V^* y}{4\pi r^2} \left(\nu_1 - \nu_2 \frac{x^2}{r^2} \right),$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{P_V^* y}{4\pi r^2} \left(\nu_3 + \nu_2 \frac{y^2}{r^2} \right) - \frac{P_V^* x}{4\pi r^2} \left(\nu_3 + \nu_2 \frac{x^2}{r^2} \right),$$

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad \nu_1 = 3 + \nu, \quad \nu_2 = 2(1 + \nu), \quad \nu_3 = 1 - \nu.$$

Здесь ν - коэффициент Пуассона.

Перемещения в задаче Кельвина определяются с точностью до некоторых постоянных, которые зависят от способа закрепления плоскости. Если взять такие закрепления

$$u_x(0, \pm 1) = 0, \quad u_y(\pm 1, 0) = 0,$$

то для перемещений в случае плоского напряженного состояния получаем следующие формулы:

$$u_x = -\frac{P_V^*}{8\pi\mu} \left(\nu_4 \ln r - \nu_5 \frac{x^2}{r^2} \right) + \frac{\nu_6 P_V^* xy}{8\pi\mu r^2}, \quad (1.4)$$

$$u_y = \frac{\nu_x P_x^0 xy}{8\pi\mu r^2} - \frac{P_y^0}{8\pi\mu} \left(\nu_4 \ln r - \nu_5 \frac{y^2}{r^2} \right),$$

$$r^2 = x^2 + y^2,$$

$$\mu = E/(2(1 + \nu)),$$

$$\nu_4 = 3 - \nu, \quad \nu_5 = 1 + \nu.$$

Здесь E - модуль Юнга, μ - модуль сдвига.

Формулы аналогичные (1,3), (1,4) нетрудно записать для случая, когда сосредоточенная сила с компонентами P_x^0 , P_y^0 приложена в точке $z = c$, $y = 0$. Для этого достаточно в названных формулах z заменить на $z - c$. Полученные при этом формулы и служат основой метода фиктивных нагрузок (МФН).

Вторая глава посвящена построению МФН. Последняя из упомянутых выше задач позволяет сразу записать решение для случая загрузки отрезка $|x| \leq c$, $y = 0$ равномерно распределенной нагрузкой с компонентами P_x , P_y . Если ввести функцию Крауча

$$f(x, y) = \frac{1 + \nu}{4\pi} \left\{ (x - a) \ln r_1 - (x + a) \ln r_2 - y(\theta_1 - \theta_2) \right\}, \quad (2.1)$$

где

$$r_1^2 = (x - a)^2 + y^2, \quad r_2^2 = (x + a)^2 + y^2,$$

$$\theta_1 = \arctg \frac{y}{x - a}, \quad \theta_2 = \arctg \frac{y}{x + a},$$

то это решение можно записать так:

$$\sigma_{xx} = P_x(\nu_6 f_{,x} + y f_{,xy}) + P_y(\nu_7 f_{,y} + y f_{,yy}), \quad (2.2)$$

$$\sigma_{yy} = -P_x(\nu_0 f_{,x} + y f_{,xy}) + P_y(\nu_0 f_{,y} - y f_{,yy}),$$

$$\sigma_{xy} = P_x(\nu_0 f_{,y} + y f_{,xy}) + P_y(\nu_0 f_{,x} + y f_{,xy});$$

$$u_x = \frac{P_x}{2\mu}(\nu_{11} f + y f_{,y}) - \frac{P_y}{2\mu} y f_{,x},$$

$$u_y = -\frac{P_x}{2\mu} y f_{,x} + \frac{P_y}{2\mu}(\nu_{11} f + y f_{,y}),$$

$$f_{,x} = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad f_{,xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \dots,$$

$$\nu_0 = \frac{3+\nu}{1+\nu}, \quad \nu_7 = \frac{2\nu}{1+\nu}, \quad \nu_8 = \frac{1-\nu}{1+\nu},$$

$$\nu_9 = \frac{2}{1+\nu}, \quad \nu_{10} = \frac{1-\nu}{1+\nu}, \quad \nu_{11} = \frac{3-\nu}{1+\nu}.$$

Из формул (2.2), (2.1) следует, что напряжения конечны везде, кроме точек $(x = \pm a, y = 0)$, где они обращаются в бесконечность. Перемещения же равны бесконечности не только в двух упомянутых точках, но и на бесконечности. На основании этих же формул делаем вывод, что напряжения непрерывны везде, кроме отрезка $|x| \leq a, y = 0$, при переходе через который они терпят разрыв

$$\sigma_{xx}^- - \sigma_{xx}^+ = \nu P_x, \quad \sigma_{yy}^- - \sigma_{yy}^+ = P_y, \quad (2.3)$$

$$\sigma_{xy}^- - \sigma_{xy}^+ = P_x, \quad \sigma_{ik}^\pm = \sigma_{ik}(x, \pm 0),$$

а перемещения естественно, непрерывны на этом отрезке, а также в других точках плоскости, кроме упомянутых выше.

Для построения МФН остается сделать один шаг – перейти от решения рассмотренной задачи к задаче для произвольно расположенного в плоскости отрезка длиной $2a$ и нагруженного равномерно распределенной нагрузкой с компонентами P_x , P_y в локальной системе координат (см. рис. 1).

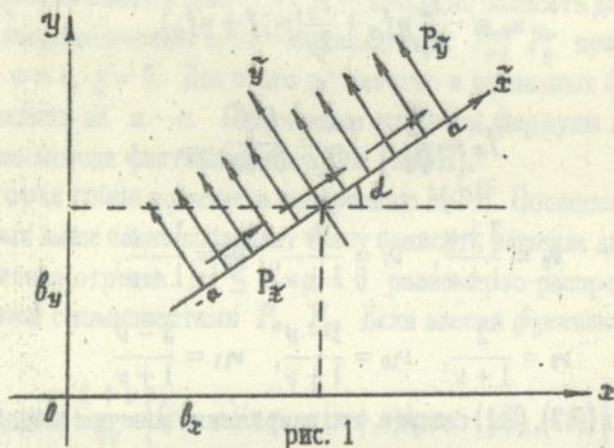


рис. 1

Формулы для напряжений $\sigma_{\tilde{x}\tilde{x}}$, $\sigma_{\tilde{y}\tilde{y}}$, $\sigma_{\tilde{x}\tilde{y}}$ и перемещений $u_{\tilde{x}}$, $u_{\tilde{y}}$ в локальной системе координат $\tilde{x}\tilde{y}$ следуют из (2.2), если в последних x , y , P_x , P_y заменить на \tilde{x} , \tilde{y} , P_x , P_y соответственно.

Используя затем формулы перехода, получаем формулы для напряжений и перемещений в глобальных координатах x, y :

$$\sigma_{xx} = A_{xx}^x P_x + A_{xx}^y P_y, \quad (2.4)$$

$$\sigma_{\nu\nu} = A_{\nu\nu}^x P_{\tilde{x}} + A_{\nu\nu}^y P_{\tilde{y}},$$

$$\sigma_{\alpha\gamma} = A_{\alpha\gamma}^x P_{\tilde{x}} + A_{\alpha\gamma}^y P_{\tilde{y}};$$

$$u_x = B_{xx} P_{\tilde{x}} + B_{xy} P_{\tilde{y}},$$

$$u_y = B_{yx} P_{\tilde{x}} + B_{yy} P_{\tilde{y}}.$$

где $A_{\alpha\beta}^x, \dots, B_{\nu\nu}$ — некоторые известные функции координат \tilde{x}, \tilde{y} и угла α — называются *общими коэффициентами влияния*.

Их используют в МФН для вычисления напряжений и перемещений во *внутренних точках тела*.

Рассмотрим теперь следующую задачу для *сплошной плоскости* (см. рис. 2): пусть на плоскости имеется замкнутый контур L , состоящий из N прямолинейных отрезков; пусть каждый отрезок нагружен некоторыми нормальными и касательными объемными силами, постоянными на каждом отрезке: на отрезке с индексом j эти силы в локальной системе координат \tilde{x}, \tilde{y} обозначим через $P_{\tilde{x}}^j$ и $P_{\tilde{y}}^j$. Ориентация каждого отрезка определяется направлением обхода контура L (см. рис. 2).

Если нас интересуют напряжения и перемещения в какой-либо точке плоскости, вызванные указанной системой сил, то их можно определить так: на основании формул (2.4) определяем напряжения и перемещения в рассматриваемой точке от загрузки каждого из N отрезков, а затем суммируем полученные результаты.

Локальные координаты, рассматриваемой точки (фигурирующие в формулах (2.4)) определяются по отношению к локальной

системе координат, связанной с соответствующим отрезком, например, с j -тым отрезком.

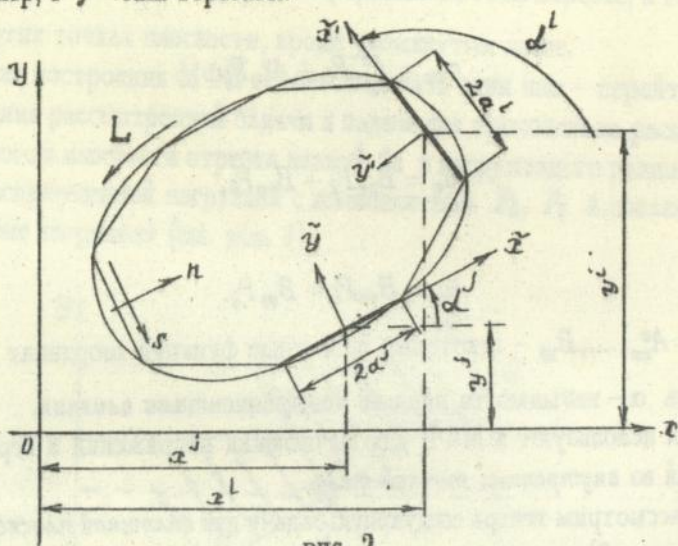


рис. 2

Допустим теперь, что точкой, в которой определяются напряжения и перемещения, является центр i -го отрезка (рис. 2). Формулы (2.4) и описанная выше процедура снова приводят к цели. Но напряжения и перемещения согласно формулам (2.4) определяются в глобальной системе координат, а для построения МФН необходимо иметь выражения для напряжений и перемещений (от загрузки всех N отрезков) в центре i -го отрезка в локальной системе координат, связанной с этим же i -тым отрезком, т.е. — с системой \tilde{x}', \tilde{y}' (рис. 2). Чтобы получить необходимые формулы для напряжений $\sigma_{\tilde{x}, \tilde{x}'}^i \equiv \sigma_i^i$, $\sigma_{\tilde{y}, \tilde{y}'}^i \equiv \sigma_n^i$, $\sigma_{\tilde{x}, \tilde{y}'}^i \equiv \sigma_i^i$, и перемещений $u_{\tilde{x}}^i \equiv u_i^i$, $u_{\tilde{y}}^i \equiv u_n^i$, в центре i -го элемента (в локальной системе координат \tilde{y}', \tilde{y}' связанной с i -тым отрезком) от загрузки всех N отрезков, необходимо воспользоваться формулами

(2.2), заменив в них координаты центра i -го отрезка в локальной системе координат, связанной с j -тым отрезком, (для P_n и P_j , очевидно, также необходимо произвести соответствующие замены), затем воспользоваться формулами перехода при повороте системы координат и, наконец, просуммировать результаты по всем N отрезкам. Окончательно будем иметь:

$$\sigma_n^i = \sum_{j=1}^N (A_{nn}^{ij} P_n^j + A_{nj}^{ij} P_j^i), \quad (2.5)$$

$$\sigma_j^i = \sum_{m=1}^N (A_{jm}^{ij} P_m^j + A_{jj}^{ij} P_j^i),$$

$$\sigma_i^i = \sum_{m=1}^N (A_{im}^{ij} P_m^j + A_{ii}^{ij} P_i^i);$$

$$u_n^i = \sum_{j=1}^N (B_{nn}^{ij} P_n^j + B_{nj}^{ij} P_j^i),$$

$$u_j^i = \sum_{m=1}^N (B_{jm}^{ij} P_m^j + B_{jj}^{ij} P_j^i).$$

Коэффициенты $A_{nn}^{ij}, \dots, B_{jj}^{ij}$ называются *граничными коэффициентами влияния*.

Формулы (2.5) и позволяют построить МФН. Рассмотрим такую задачу. Бесконечная пластинка с отверстием (см. рис. 2) нагружена по контуру отверстия L некоторой распределенной нагрузкой: нормальной Q_n и касательной Q_s . Необходимо определить ее НДС. Для этого поступаем следующим образом: контур L делим на N отрезков и заменяем его замкнутой ломаной линией, состоящей из N прямолинейных отрезков — граничных

элементов. Заданную нагрузку сносим с контура L на граничные элементы.

Рассмотрим теперь сплошную плоскость, которая нагружена по упомянутой ломаной линии некоторой неизвестной распределенной нагрузкой с компонентами (в локальной системе координат, связанной с j -тым элементом) P_n^j, P_s^j . Нормальное σ_n^i и касательное σ_s^i напряжения в центре i -го элемента определяются при этом первыми двумя формулами (2.5). Если в этих формулах для всех $i = \overline{1, N}$ потребовать, чтобы $\sigma_n^i = Q_n^i, \sigma_s^i = Q_s^i$, то получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для определения P_n^j, P_s^j ($j = \overline{1, N}$). При этом (т.е. при $\sigma_n^i = Q_n^i, \sigma_s^i = Q_s^i, i = \overline{1, N}$) можно утверждать, что НДС исходной плоскости с отверстием (нагруженной по контуру L распределенной нагрузкой $Q_n^j, Q_s^j, j = \overline{1, N}$) и НДС сплошной плоскости (нагруженной по ломаной линии L распределенной нагрузкой $P_n^j, P_s^j, j = \overline{1, N}$) в точках, лежащих вне контура L , с определенной степенью точности совпадают. После определения из полученной СЛАУ P_n^j, P_s^j напряжения и перемещения во внутренних точках плоскости, т.е. вне L , определяются формулами (2.4) с последующим суммированием по всем элементам.

Неиспользованные же формулы (2.5) позволяют найти σ_s^i и u_n^i, u_s^i в центрах граничных элементов, т.е. на контуре отверстия.

Аналогично рассматриваются и другие граничные задачи упругости. Если, например, на границе тела заданы перемещения, то для построения СЛАУ используются последние две формулы (2.5). Если же задано касательное напряжение σ_s и нормальное перемещение u_n , то СЛАУ строится на основе второго и четвертого уравнений (2.5).

Следует еще сказать о согласованности обхода границы тела. Если тело конечно и многосвязно, то при обходе внешнего контура

по ходу часовой стрелки, внутренние контуры необходимо обходить против хода часовой стрелки и наоборот. Здесь принято первое соглашение.

Третья глава посвящена численному анализу напряженного состояния перфорированной полосы, (с периодической системой отверстий различной формы), испытывающей чистый изгиб. Анализ проводится на основе программы, написанной на языке Turbo Паскаль 7 для произвольного числа граничных элементов и позволяющей исследовать практически любые задачи плоской теории упругости.

В первом параграфе главы рассматриваются причины приводящие к использованию перфорированных балок двутаврового сечения. Показывается, как с достаточной степенью точности можно разделить момент M , действующий на двутавр, на две части: M_c - момент, действующий на стенку двутавра, и M_n - момент, действующий на две полки двутавра ($M = M_c + M_n$).

Это позволяет результаты, полученные для полосы, перенести на двутавры, если под моментом, действующим на полосу, понимать момент M_c .

Второй параграф содержит анализ напряженного состояния полосы с круговыми отверстиями для двух случаев расположения отверстий. В первом случае расстояние между центрами отверстий $2b$ меняется с изменением радиуса отверстия R согласно зависимости $2b = 3R$; во втором случае расстояние между центрами отверстий постоянно и равно высоте полосы $2a$. Для каждого из этих двух случаев рассмотрено пять вариантов соотношений геометрических параметров, точнее для $\varepsilon = R/a = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8$. В силу периодичности задачи при проведении численного анализа напряженного состояния полосы рассматривается только ее период (см. рис. 3).

Граничные условия на контуре отверстия и на гранях периода ($y = \pm a$) очевидны: $\sigma_n = 0$, $\sigma_s = 0$.

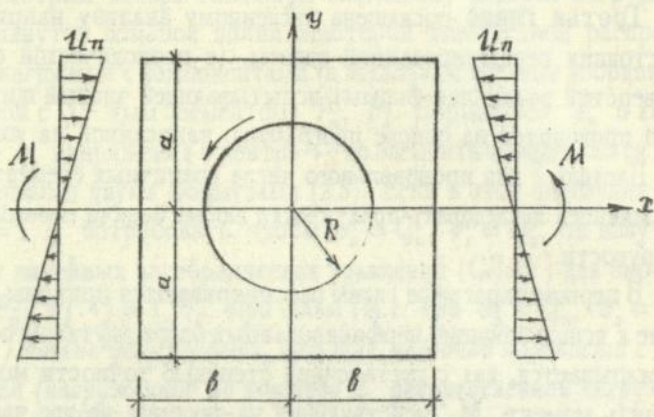


рис. 3

На гранях $x = \pm b$ также $\sigma_s = 0$ (в силу периодичности и симметрии задачи). Поскольку грани $x = \pm b$ в процессе деформации остаются плоскими (в силу той же периодичности и симметрии), то этим граням в процессе решения задачи задается некоторый угол поворота (в соответствующем направлении), а затем определяется нормальные перемещения u_n , соответствующие этому углу (см. рис. 3). Это и будет второе граничное условие на гранях $x = \pm b$.

Далее граница разбивается на граничные элементы (в данном случае на 90 элементов - см. рис. 3) и программа позволяет провести весь необходимый анализ напряженного состояния. В частности определяется момент, соответствующий принятому углу поворота граней $x = \pm b$.

На рис. 4 приведены эпюры нормального тангенциального напряжения σ_t на контуре отверстия для $\epsilon = 0,5; 0,6$ ($b = 3R/2$).

Эти эпюры показывают, что в сжатой области ($y > 0$) появляются зоны растяжения.

На рис. 5 показаны эпюры напряжения σ_{xx} на верхних и боковых гранях для тех же значений параметра ϵ .

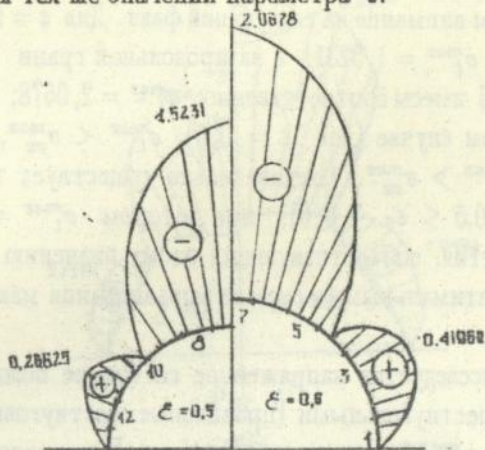


рис. 4

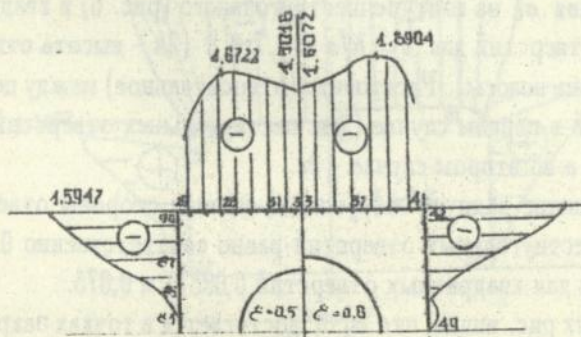


рис. 5

Из этих эпюр видно, что напряжение σ_{xx} в точках продольных граней достигает минимума в самом узком месте перемычки, а максимум его сдвинут вправо и влево от него. Значения напряже-

ний, указанные на эшюрах, даны с точностью до множителя M/a^2 .

Обратим внимание на следующий факт. Для $\varepsilon = 0,5$ на контуре отверстия $\sigma_i^{max} = 1,5231$; а на продольной грани $\sigma_{xx}^{max} = 1,6722$. Для $\varepsilon = 0,6$ имеем соответственно: $\sigma_i^{max} = 2,0678$; $\sigma_{xx}^{max} = 1,8904$.

В первом случае (для $\varepsilon = 0,5$) $\sigma_i^{max} < \sigma_{xx}^{max}$, а во втором случае $\sigma_i^{max} > \sigma_{xx}^{max}$. Следовательно существует такое значение $\varepsilon = \varepsilon_0$ ($0,5 \leq \varepsilon_0 \leq 0,6$), при котором $\sigma_i^{max} = \sigma_{xx}^{max}$. Размер отверстия, соответствующий этому значению параметра ε , является оптимальным (в смысле выравнивания максимальных напряжений).

Далее исследуется напряженное состояние полосы с эллиптическими, шестиугольными (правильные шестиугольники), прямоугольными и квадратными отверстиями. В последних трех случаях углы отверстий закруглены.

На рис. 6 и 7 приведены эшюры нормального тангенциального напряжения σ_t на контуре шестиугольного (рис. 6) и квадратного (рис. 7) отверстий для $\varepsilon = h/a = 0,7; 0,8$ ($2h$ - высота отверстия, $2a$ - ширина полосы). Расстояние (относительное) между центрами отверстий в первом случае (для шестиугольных отверстий) равно $(4/\sqrt{3})\varepsilon$, а во втором случае - 2ε .

Отношение радиуса закругления к длине стороны отверстия в случае шестиугольных отверстий равно соответственно 0,14846 и 0,12990; а для квадратных отверстий 0,08571 и 0,075.

Из этих рис. видно, что σ_i^{max} достигается в точках закруглений углов отверстий.

Сравнение σ_i^{max} для всех рассмотренных отверстий, показывает, что σ_i^{max} минимально для квадратных отверстий (с теми соотношениями геометрических параметров, которые приняты в расчетах).

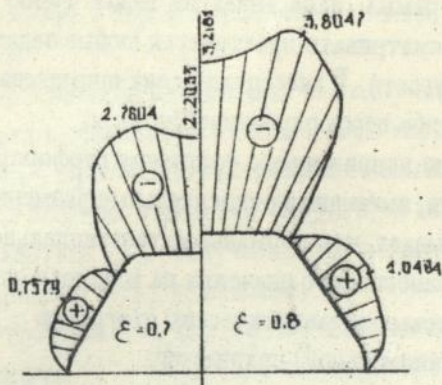


Рис. 6

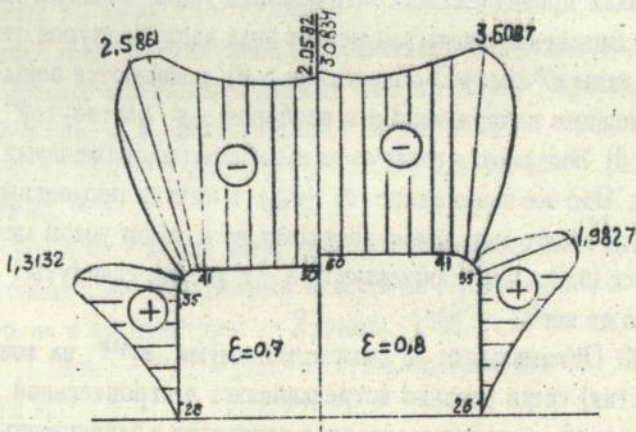


Рис. 7

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. В диссертации показана специфика применения одного из не прямых методов граничных элементов – метода фиктивных нагрузок – к решению периодических задач изгиба перфорированной

полосы (слоя).

2. Программа, написанная на языке Турбо Паскаль 7, позволяет рассматривать практически любые задачи плоской задачи теории упругости. В диссертации она применена только к задачам чистого изгиба перфорированной полосы.

3. Анализ напряженного состояния перфорированной полосы с отверстиями, имеющими относительные размеры близкие к реальным, показывает, что нормальное тангенциальное напряжение σ_t достигает наибольшего значения на контурах отверстий:

для круговых и эллиптических отверстий - в точках с максимальной (минимальной) ординатой;

для шестиугольных, прямоугольных и квадратных отверстий - в точках, принадлежащих закруглениям углов. Заметим также, что это напряжение шесть раз меняет знак вдоль контуров отверстий. При этом в "сжатой" области ($y > 0$) появляются зоны с растягивающими напряжениями и наоборот - в "растянутой" области ($y < 0$) появляются зоны со сжимающими напряжениями.

4. Это же напряжение σ_t (σ_{xx}) в точках продольных граней полосы своего максимума достигает не в самом узком месте перемычек (здесь оно минимально), а - в точках сдвинутых вправо и влево от него.

5. Оптимальным (в смысле минимума σ_t^{max} на контуре отверстия) среди реально встречающихся в строительной практике отверстий являются квадратное отверстие с закругленными углами.

6. Для каждого вида отверстий можно указать такое $\epsilon = \epsilon_0 = h/a$ ($2h$ - высота отверстия или его диаметр, $2a$ - ширина полосы), при котором максимальные значения нормального тангенциального напряжения на контурах отверстий и на гранях полосы будут равны между собой. Размеры отверстий в этом случае мож-

но считать оптимальными в том смысле, что за счет выравнивания упомянутых напряжений в определенной мере понижается концентрация напряжений.

7. Методы сопротивления материалов, используемые в технических расчетах, дают правильную качественную картину только для напряжения (σ_{xx}), причем в случае полосы с малыми отверстиями ($\epsilon < 0,4$). Для больших отверстий ($\epsilon \geq 0,4$) и качественная, и количественная картина НДС, получаемые на основе методов сопротивления материалов, будут неверными.

Поскольку, в строительстве используются в основном балки с большими отверстиями ($\epsilon \approx 0,7$), то применение методов сопротивления материалов к расчету НДС таких балок недопустимо.

Работы по теме диссертации

1. Тайех А.И. Напряженное состояние перфорированной полосы с круговыми или эллиптическими отверстиями / Харьков. гос. техн. ун-т стр-ва и архитектуры. - Харьков. 1996. - 9 с.: ил. - Библиогр: 11 назв. - Рус. - Деп. в ГНТБ Украины 01. 07. 1996, N 1519 - Ук 96.

2. Тайех А.И. Чистый изгиб полосы с периодической системой прямоугольных или квадратных отверстий / Харьков. гос. техн. ун-т стр-ва и архитектуры. - Харьков. 1996. - 10 с.: ил. - Библиогр: 11 назв. - Рус. - Деп. в ГНТБ Украины 01. 07. 1996, N 1515 - Ук 96.

3. Тайех А.И. Методы граничных элементов в механике твердого тела // 50 научно-техническая и научно-методическая конференция преподавателей и студентов ХГТУСА. Харьков. 1995.

4. Мироненко Н.И., Тайех А.И. Напряженное состояние балки с периодической системой шестиугольных отверстий в случае чистого изгиба // 51 научно-техническая и научно-методическая конференция преподавателей и студентов ХГТУСА. Харьков. 1996.

Тайех А.И. Применение метода граничных элементов к задачам изгиба перфорированной полосы (слоя). Рукопись диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.02.07 – механика деформируемого твердого тела. Институт проблем машиностроения НАН Украины, Харьков, 1996.

Применяется метод граничных элементов к задачам чистого изгиба полосы, ослабленной периодической системой отверстий различной формы. Отмечается специфика применения метода к таким задачам. Изучено влияние размеров и формы отверстий на концентрацию напряжений. Отмечено появление зон растяжения в "сжатых" областях и зон сжатия в "растянутых".

Ключевые слова:

Методы граничных элементов, перфорированная смуга, напряжения.

Summary

Tayeh Ali Ibrahim Application of a method of boundary elements to problems of a bend of a punched band (layer). Dissertation in the level of candidate of science, scientific technology in the specialize 05.02.07 - mechanic of a deformable solid state. Institute for Problem in Machinery of the Ukrainean National Academy of science, Kharkiv, 1996.

Method of boundary elements to problems of a pure bend of a band, loosed by periodic system of holes of various form is applied. Specific character of application of a method to such problems is marked. Studied the sizes and form of holes on concentration of stress. Occurrence of zones of a stretching in the "compressed" areas and zones of compression in "spreaded" is marked.

Key words

Methods of boundary elements, punched band, stress.

Ответственный за выпуск

Борисов А.В.

Подп. к печ. 10.10.96г. Формат 60x90/16 Бумага писч. №1. Усл. печ. лист. 1,5, уч. изд. лист. 1,08. Тираж 100 экз. Зак. №178
Ротапринт ИПМаш НАНУ 310046, Харьков, ул. Пожарского, 2/10